UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación

Programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales para el desarrollo del pensamiento geométrico durante COVID-19

Tesis para obtener el Grado Académico de Maestra en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

Autor:

María Salomé Allaica Aucanshala

Asesora:

Dra. Gabriela Requena Cabral

Lima, noviembre de 2022

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORÍA DE TESIS

Gabriela Requena Cabral, de la Escuela de Posgrado, Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación de la Universidad Peruana Unión.

DECLARO:

Que la presente investigación titulada: **“Programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes ‘GeoGebra ’ en entornos virtuales para el desarrollo del pensamiento geométrico durante COVID-19”** constituye la memoria que presenta el (la) Licenciado(a) María Salomé Allaica Aucanshala para aspirar al Grado Académico de Maestro(a) en Investigación y Docencia Universitaria, cuya tesis ha sido realizada en la Universidad Peruana Unión bajo mi dirección.

Las opiniones y declaraciones en este informe son de entera responsabilidad del autor, sin comprometer a la institución.

Y estando de acuerdo, firmo la presente declaración en la ciudad de Lima, a los 06 días del mes de febrero del año 2023

Gabriela Requena Cabral

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS DE MAESTRO(A)

En Lima, Ñaña, Villa Unión, a ....07.............. del mes de..........diciembre..........del año ....2022...., siendo las........10:00 a..m., se reunieron en la modalidad online sincrónica, bajo la dirección del Señor Presidente del Jurado:.....Dr. Josué Edison Turpo Chaparro.., el secretario:..........Dra. Wilma Villanueva Quispe.., los demás miembros:...........Dr. Carlos Mediver Coaquira Tuco...y el asesor:..........Dra. Gabriela Requena Cabral..................................., con el propósito de administrar el acto académico de sustentación de Tesis de Maestro(a) titulada:.....Programa "Construcción de Cuerpos Sólidos en Ambientes GeoGebra" en entornos virtuales para el desarrollo del pensamiento geométrico durante Covid- 19...

Del Bachiller/Licenciado(a)...............María Salomé Allaica Aucanshala.......................................

....Conducente a la obtención del Grado Académico de Maestro (a) en:

...................Educación...

(Nomenclatura del Grado Académico)

....con Mención en..........Investigación y Docencia Universitaria...........

.... El Presidente inició el acto académico de sustentación invitando al candidato hacer uso del tiempo determinado para su exposición. Concluida la exposición, el Presidente invitó a los demás miembros del Jurado a efectuar las preguntas, cuestionamientos y aclaraciones pertinentes, los cuales fueron absueltos por el candidato. Luego se produjo un receso para las deliberaciones y la emisión del dictamen del Jurado.

Posteriormente, el Jurado procedió a dejar constancia escrita sobre la evaluación en la presente acta, con el dictamen siguiente:

Bachillere/Licenciado (a):..........María Salomé Allaica Aucanshala..

CALIFICACIÓN	ESCALAS			Mérito
	Vigesimal	Literal	Cualitativa	
Aprobado	18	A-	Con nominación de Muy Bueno	Sobresaliente

(*) Ver parte posterior

Finalmente, el Presidente del Jurado invitó al candidato a ponerse de pie, para recibir la evaluación final. Además, el Presidente del Jurado concluyó el acto académico de sustentación, procediéndose a registrar las firmas respectivas.

Presidente

Secretario

Asesor

Bachiller/Licenciado(a)

Miembro

Dedicatoria

A mi Señor, dador de vida, de conocimiento y sabiduría. A mis esforzados padres, Juana y Luis, gestores y promotores de mi formación en principios y valores cristianos.

A mis queridos hermanos, siempre llenos de cariño y apoyo.

A mi amado esposo Luis Fernando, amante de las letras y el arte, sinónimo de apoyo, respeto y cariño incondicional.

Agradecimientos

A la Universidad Peruana Unión, por ser promotora de una educación redentora. A la Escuela de Posgrado, por colocarse a disposición para el desarrollo de esta investigación.

A la Dra. Gabriela Requena Cabral, por su constante apoyo y por el importante seguimiento de mi investigación que realizó juntamente con mis dictaminadores Dr. Carlos Coaquira Tuco y Dra. Wilma Villanueva. A los docentes, quienes con sus conocimientos y desempeño promueven en mí el amor a la sapiencia. A todos mis valientes y amados estudiantes, quienes son la razón de este trabajo.

A mi familia, por extenderme su mano de apoyo y brindarme su abrazo fuerte y decidido durante mis quebrantos.

A mi amado esposo, Luis Fernando Tapia Lasso, especialista en brindar apoyo incondicional e inspiración profunda, y poner sabrosura a mi ardua labor.

A todos mis amigos, por sus palabras de ánimo para la culminación de esta tesis.

A mi peludo Tobby, por darme calma y alivio al cansancio, ternura y cariño en todo momento.

Sobre todo, agradezco al Creador, mi Dios, quien ha sido mi pronta ayuda e inspiración; por el ánimo que expresa su cálida presencia y por la fortaleza con la que me impulsó en los momentos de desaliento.

Tabla de contenido

Índice de Tablas

Índice de Figuras

Resumen

El objetivo de esta investigación fue determinar la efectividad del modelo Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico mediante la construcción de sólidos Geométricos en el Software GeoGebra durante el Covid-19 de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa la Anunciación en Cali -Colombia. En una muestra de 17 estudiantes, de edades entre 12 y 15 años, con accesibilidad a la internet y dispositivos, se aplicó de manera virtual el estudio con metodología de investigación aplicada preexperimental de enfoque Cuantitativo cuasiexperimental con Pretest y Postest, una secuencia de 16 sesiones centradas en la construcción de sólidos en GeoGebra. Tras la recolección y análisis de datos, los resultados evidenciaron una muestra con una diferencia significativa en el aumento de los grados de adquisición de los niveles de Van Hiele: Reconocimiento, Análisis y Clasificación. Se concluyó que utilizar los tres primeros niveles de Van Hiele basados en la construcción de cuerpos geométricos en GeoGebra es eficaz para la enseñanza de los elementos que conforman los sólidos, en particular la identificación de vértice, arista y cara. A su vez, facilita la identificación de familias de sólidos e introducción de términos y conceptos. Durante el programa se observó el desarrollo de destrezas creativas y habilidades artísticas en los estudiantes. Este trabajo puede considerarse como punto de partida para futuras investigaciones.

Palabras clave: Modelo Van Hiele; GeoGebra; Construcción de Sólidos Geométricos; Razonamiento Geométrico; Geometría Virtual.

Abstract

The objective of this research was to determine the effectiveness of the Van Hiele model in the development of geometric thinking through the construction of Geometric solids in the GeoGebra Software during the Covid-19 of the eighth-grade students of the Annunciation Educational Institution in Cali -Colombia. In a sample of 17 students, aged between 12 and 15 years, with access to the internet and devices, the study was applied virtually with a pre-experimental applied research methodology of a Quasi-experimental Quantitative approach with Pretest and Posttest, a sequence of 16 sessions. focused on the construction of solids in GeoGebra. After data collection and analysis, the results showed a sample with a significant difference in the increase in the degrees of acquisition of the Van Hiele levels: Recognition, Analysis and Classification. It was concluded that using the first three levels of Van Hiele based on the construction of geometric bodies in GeoGebra is effective for teaching the elements that make up solids, in particular the identification of vertex, edge, and face. At the same time, it facilitates the identification of families of solids and the introduction of terms and concepts. During the program, the development of creative skills and artistic abilities in the students was observed. This work can be considered as a starting point for future research.

Keywords: Van Hiele Model; GeoGebra; Construction of Geometric Solids; Geometric Reasoning; Virtual Geometry.

Capítulo I. Planteamiento del Problema

1.1 Identificación del Problema

Al indagar el contexto socioeconómico de los estudiantes de la Institución Educativa *La Anunciación* (IELA), es significativa la afectación de este en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, quienes adoptan poca importancia al proceso académico y, como consecuencia, los resultados académicos visiblemente son superficiales.

Lo común de la población estudiantil de la IELA es la dificultad para una convivencia sana, mostrando heterogeneidad en cuanto a disposición para el aprendizaje; algunos alumnos están muy dispuestos a la participación y trabajo en clase; otros son muy indiferentes hacia sus responsabilidades académicas y con dificultad hacia la participación respetuosa dentro del aula.

Por ejemplo, a principios del año 2020 —debido a la cuarentena obligatoria mundial— todas las instituciones educativas se acogieron presurosamente a las nuevas normativas en cuanto estrategias, metodologías y didácticas de la enseñanza/aprendizaje, para lo cual, la IELA no se encontraba preparada. Esto provocó una serie de aciertos y desaciertos y obligó a los docentes a no tan solo hacer uso de herramientas tecnológicas y digitales, sino también buscar estrategias y modelos pedagógicos, como GeoGebra en el caso de matemáticas, adaptables a las nuevas necesidades en ambientes virtuales.

En este sentido, el COVID-19 exigió a la institución a expandirse hacia la virtualidad, pues Internet y la web colaborativa han llevado a la generación de una mezcla continua, que ofrece nuevos escenarios de aprendizaje, en los que el docente se convierte en el guía hacia la información, capturando la atención e interés del estudiante, más que en estricto transmisor de esta.

Por otro lado, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES, 2021), que realiza investigaciones sobre los factores que inciden en la calidad educativa, y con la finalidad de ofrecer información para mejorarla, detalló, tal como se observa en la tabla 1 y Figura 1, los resultados de las pruebas de estado ICFES 2021-4 de IELA, aplicada a los estudiantes de último grado de secundaria (grado 11°).

Tabla 1

Niveles de desempeño en Colombia

	Nivel de desempeño			
Nivel de agregación	1	2	3	4
Establecimiento Educativo	19%	53%	28%	0%
Colombia	10%	40%	46%	4%
ETC	9%	44%	45%	2%
Oficiales urbanos ETC	9%	45%	44%	2%
Oficiales rurales ETC	13%	50%	35%	1%
Privados ETC	9%	40%	48%	3%
GC 2 ETC	13%	50%	36%	1%
GC 3 ETC	6%	39%	51%	3%
GC 4 ETC	0%	7%	66%	28%

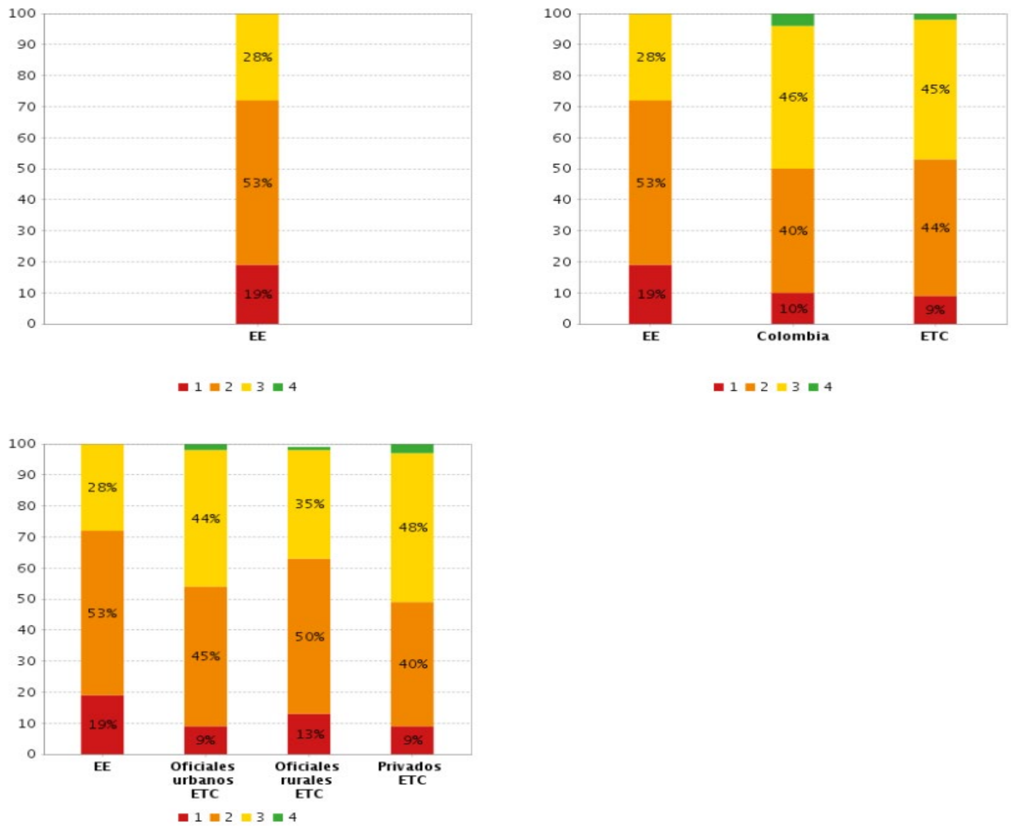


Figura 1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en matemáticas. Adaptado de "*Reporte de resultados prueba del saber por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES)"*, 2021, Ministerio de Educación Colombiano, p.24.

Los datos anteriores evidencian los porcentajes alcanzados según los cuatro niveles de desempeño (1, 2, 3 y 4) en el área de matemáticas, que incluye la asignatura de geometría, en el que además, se visualiza la mayor concentración en el nivel 2 (color naranja) con un porcentaje de 53%, dejando ver que los estudiantes tan solo están en capacidad de "diferenciar los procedimientos posibles para realizar las tareas requeridas", mientras que el porcentaje alcanzado en ese mismo nivel, por las demás instituciones del país, es de 40%.

En cuanto al nivel 4 (verde) en la IELA, es 0%, mientras que el 19% de los nuevos egresados de la institución, se encuentran en el nivel 1.

La figura 2 muestra el porcentaje de promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en matemáticas. El escenario ideal es aquel en el cual los aprendizajes sean determinados de color verde o amarillo, con unos porcentajes inferiores al 10%. Es de notar que la IELA, en comparación a otras instituciones del país (incluso la instituciones educativas oficiales rurales, ETC), muestra un porcentaje muy alto de promedio de respuestas incorrectas.

Aprendizaje	EE	Colombia	ETC
Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos	41%	31%	32%
Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	61%	52%	54%
Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	58%	49%	50%

N.D.: no hay información disponible.

Figura 2. Porcentaje de promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en matemáticas. Adaptado de "*Reporte de resultados prueba del saber por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES)",* 2021, Ministerio de Educación Colombiano, p.25.

En los anteriores resultados arrojados por ICFES, algunos de los factores que afectan en gran medida son las derivaciones de los años consecutivos en los que la enseñanza de la geometría, base del desarrollo del pensamiento geométrico significativo, ha sido desplazada a segundo plano, convirtiéndose incluso sus contenidos menos importantes que los demás contenidos de las matemáticas.

En cuanto a la enseñanza de la geometría a partir de los sólidos geométricos en la IELA, es quizá considerada una actividad vacía, en la cual no se toma en cuenta su ayuda al sujeto a entender, describir e interactuar con el espacio que lo rodea, poniendo en práctica las innovaciones de la enseñanza interactiva. Al contrario, ello viene provocando estragos como las falencias en los niveles de visualización, análisis, clasificación-relación, deducción informal, deducción formal (lógica) y la rigurosidad del pensamiento; mostrando escasas habilidades visuales, verbales, lógicas, de construcción, y de aplicación en la gran mayoría de los individuos de nuestra sociedad, sea estudiantes, profesionales y aún educadores.

Seguramente, un estudiante de grado octavo de IELA puede determinar el área de un polígono o el volumen de un sólido, pero el desarrollo del pensamiento geométrico espacial implica más que eso: el desarrollo del pensamiento geométrico espacial es considerado como la suma de procesos cognitivos, los cuales facilitan las representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones, transformaciones y traducciones a representaciones materiales. En realidad, el pensamiento geométrico espacial permite la exploración y comprobación del espacio 3D tanto en la imaginación como en su realidad para representar los objetos que se hallan en el espacio.

Por otra parte, según Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998), la enseñanza de la geometría en la educación básica es una herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es predominantemente geométrico. De acuerdo con la organización de los estándares de matemáticas para el grado octavo, el estudiante realiza conjeturas sobre congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre sólidos; da cuenta si son ciertas o falsas. Este aspecto constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial. Siendo así, es urgente el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras, el reconocimiento de propiedades y relaciones a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones.

Hasta la fecha, en el área de matemáticas de IELA, no se ha priorizado la enseñanza de la geometría que estimule el desarrollo de habilidades del pensamiento geométrico espacial significativo, justificando lo laborioso que sería abordar en estudiantes de atención dispersa y poca disposición al trabajo. Además, esto sería un reto que implica mucha inversión de tiempo, recursos, didáctica, pedagogía, desgaste físico y emocional del maestro, entre otros aspectos.

Sin embargo, un *aprendizaje* carente de significatividad de los conceptos de los sólidos geométricos provoca una falencia en el desarrollo del pensamiento espacial y una descontextualización en el desarrollo del pensamiento geométrico, lo cual hace evidente que los recursos educativos y estructuras cognoscitivas no aptas para la captación de algunos conceptos de la geometría, como también la falta de recursividad y estrategias de enseñanza, interrumpe que se asuma de forma secuenciada y según el grado de dificultad de las fases de aprendizaje del estudiante; a fin de alcanzar el desarrollo del razonamiento significativo y fortalecer la atención e interés.

Desde esta perspectiva, el presente proyecto pretende cautivar la atención dispersa de los estudiantes al dinamizar y posibilitar la significación de objetos geométricos mediante las herramientas dinámicas didáctica y, a su vez, identificar qué tipos de aprendizajes se evidencia, en cuanto a niveles del pensamiento geométrico, en los estudiantes de grado octavo de la IELA cuando se utiliza el software GeoGebra para la construcción de los sólidos geométricos en ambientes GeoGebra durante el COVID-19.

1.1.1 Problema general.

A la luz de todo lo anterior, la pregunta que guiará este programa es: ¿En qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante COVID-19?

1.1.2 Problemas específicos.

- ¿En qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la visualización de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante COVID-19?
- ¿En qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del análisis de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante COVID-19?
- ¿En qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la clasificación de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante COVID-19?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general.

Establecer en qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia, durante COVID-19.

1.2.2 Objetivos específicos.

- Determinar en qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la visualización de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia, durante COVID-19.
- Determinar en qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del análisis de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia, durante COVID-19.
- Determinar en qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la clasificación de los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia, durante COVID-19.

1.3 Justificación

La presente investigación está dirigida a indagar, interpretar y analizar los efectos ocasionados en el desarrollo del pensamiento geométrico del estudiante al innovar la enseñanza de la geometría espacial a través de las mediaciones tecnológicas mientras se vive la *nueva normalidad*. Como consecuencia de la adopción de la *matemática moderna* en los años sesenta y setenta, se vio la disminución de la enseñanza de geometría en los programas de matemáticas, y con ello se desaprovechó la construcción de modelos mentales del espacio y se atrofió la imaginación espacial, sobre todo la tridimensional.

Actualmente, se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, lo cual afectaría de manera positiva no solo a lo que se refiere a la geometría. Sin embargo, no se trata simplemente de retomar la geometría euclidiana con métodos tradicionales y, en ocasiones, poco llamativos, sino restablecer el estudio de la geometría, como la exploración y representación del espacio y la actividad creativa y divertida en el pensamiento del estudiante, mediante los beneficios de las TIC (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998).

Por otro lado, el contexto familiar con problemáticas como violencia intrafamiliar, falta de comunicación, problemas económicos, consumo de sustancia psicoactivas, abuso sexual, entre otros; y las problemáticas sociales, tales como la delincuencia común, pandillaje, desplazamiento forzoso, etc., afectan notablemente el comportamiento y aprendizaje del niño, reflejándose en su bajo rendimiento escolar. Además de eso, también es notorio en problemas de convivencia, poca disposición al aprendizaje y atención dispersa en el aula. Al sumar a este contexto el aislamiento obligatorio por COVID-19 y la introducción de la *nueva normalidad* en la vida diaria con la rápida transición del aprendizaje presencial tradicional al aprendizaje digital, se observa como un cambio de paradigma en la educación secundaria, lo cual crea un escenario de estudiantes con necesidades psicológicas y múltiples barreras para adoptar el aprendizaje en línea (Ancer et al., 2014).

Cabe señalar los resultados de la prueba “Saber” ICFES 2021-4, el rendimiento en el área de matemáticas se encuentra en el nivel 2, tal como se observó en la figura 1 y 2 (Instituto Colombiano para el fomento de la Educación, 2021). Algunas de las posibles causas son el sistema educativo homogéneo respecto a los recursos educativos, evaluación y de metodología. En la institución de estudio, es importante concienciarse con más ahínco de que no solo hay alumnos buenos, regulares y malos, sino que hay alumnos con muy marcadas dificultades en el aprendizaje y con necesidades profundas debido a su contexto problemático social y económico; por tal razón, se requiere ofrecer una metodología que se fundamente en la diversidad, enfocado en la motivación al logro y valores esenciales en la formación del ser.

Por ello, en el contexto actual no todos los alumnos necesitan aprender de la misma forma o con los mismos métodos de aprendizaje, sino en estrategias que cautiven su atención dispersa, fortifiquen su autoestima y a su vez, ofrezcan alternativas de vincular a las mismas familias en este proceso.

En vista de en ello, y en procura de fortalecer el aprendizaje, no basta con enseñar a los alumnos cómo utilizar un ordenador o el funcionamiento de un programa concreto, sino que se pretende mostrar el modo adecuado en el que deben ser usados. Esto permite ofrecer nuevas y mejores metodologías de aprendizaje, y que el alumno alcance los objetivos deseados, como la integración de áreas con las nuevas tecnologías a través de problemas de dimensiones globalizadas e interdisciplinarios.

Aunque las instituciones cuenten con algunos de los recursos que demandan las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC), tales como el conjunto de recursos, herramientas, equipos, programas informáticos, aplicaciones, redes y medios; que permiten la compilación, procesamiento, almacenamiento, transmisión de información como: voz, datos, texto, video e imágenes (Congreso de Colombia, 2009), eso no es suficiente.

Enseñar mediante las TIC implica utilizar una metodología adecuada que direccione al individuo hacia un estilo de vida saludable, que facilite la tenencia de soluciones asertivas a situaciones problémicas de la vida real. Desde este punto de vista, existen dos motivos relevantes para el uso de las TIC: por un lado, la necesidad de dominar los temas básicos de la geometría, donde se sabe además que los conceptos que comprenden esta área son transversales con otras áreas del saber; y, por otro lado, el impacto de las TIC en el proceso de enseñanza, que debe enfocarse en mediar y justificar el aprendizaje intervenido por los recursos tecnológicos que faciliten la calidad de vida en el alumno.

Es en este contexto que surge la necesidad de usar el software matemático GeoGebra, recurso que permite trabajar los distintos bloques de contenidos para niveles educativos desde básico hasta superior, puede fortalecer este tipo de aprendizaje, favoreciendo los ambientes y procesos de aprendizaje, sobre todo aprovechar la cantidad de recursos disponibles en la web. Como bien lo afirma Moya (2009), las nuevas tecnologías representan oportunidades beneficiosas para llevar a cabo el proceso enseñanza/aprendizaje, a fin de diversificar sus modos de ejecución y adecuar el conocimiento con la realidad de los alumnos. Como lo asegura Paz

Prendes Espinosa & Cerdán Cartagena, (2021), para la formación de una escuela de éxito sin fracaso escolar, supone un nuevo reto, que es la capacitación y aplicación de las TIC en todos los ámbitos de la educación.

En un escenario de enseñanza vulnerable y marginado, GeoGebra es, sin duda, una de las mejores opciones para poder desarrollar este tipo de aprendizaje, pues además de ser un software de libre desarrollo, permite al profesor ofrecer un aprendizaje más personalizado y significativo que se adapta a las necesidades de los alumnos. Estas necesidades se concretan en plantear ejercicios dinámicos en el aula y conseguir que los alumnos puedan adquirir los conocimientos de manera visual, activando las estrategias interactivas y lúdicas en la enseñanza de geometría. Además, gran parte del alumnado de IELA considera las matemáticas como una asignatura de gran dificultad, pero esto podría cambiar con el uso de GeoGebra en el aula.

En cuanto a la geometría 3D, que en este trabajo se entiende por estudio y medición de sólidos geométricos, es la formadora del razonamiento visual, analítico, de clasificación y lógico, como también de una parte importante de la cultura del hombre. Por ello, no es fácil encontrar contextos en los que la geometría en 3D no aparezca de forma directa o indirecta.

De allí la urgencia de una metodología basada en la teoría del aprendizaje significativo, que además de incentivar al educando el gusto por la geometría 3D de forma interactiva y lúdica —mediante las construcciones en GeoGebra— , a su vez permita al estudiante fortalecer sus habilidades creativas y críticas, al facilitar el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico propuestos por Van Hiele (1986) los cuales son: visualización, análisis, clasificación y deducción formal, con el uso de las nuevas tecnologías. De este modo, se logrará activar el eje del desarrollo del pensamiento matemático, propicio para la adquisición de habilidades de razonamiento, evaluación y toma de decisiones de su entorno social, cultural y científico.

Bajo estas circunstancias, los motivos para la realización de esta investigación fue la necesidad de retomar y restaurar la enseñanza de la geometría espacial, porque paradójicamente es la más abandonada; para ello, el trabajo parte de la teoría de los niveles del pensamiento geométrico según Van Hiele (1986). Mediante el recurso didáctico GeoGebra se observará que la importancia de identificar los niveles alcanzados recae en producir saberes que promuevan las conexiones lógicas a través de la experimentación práctica y de razonamiento.

1.4 Viabilidad

Existe disposición por parte de la sede principal de la Institución Educativa “La Anunciación”, de una población de 80 estudiantes de octavo grado, siendo objeto de muestra 17 estudiantes del octavo grado. Se cuenta con los recursos financieros necesarios, apoyo institucional y docente, como también la disponibilidad del tiempo necesario para las respectivas actividades, sondeos, encuestas y análisis de resultados.

1.5 Presuposición filosófica

Existe una gran necesidad de preparar individuos capaces de reflexionar en el propósito de lo que están haciendo (Schaeffer, 1968), lo que induce a desarrollar una clara visión con respecto al propósito de la educación y su relación con el significado de la vida. En este sentido, a menos que el docente sepa qué ansía como resultado de su trabajo y por qué desea un particular producto final por encima de otros posibles resultados, tenga una meta clara. De este modo, el maestro se encuentra en una posición ideal para reflexionar en términos del valor relativo de las diferentes metodologías que le ayuden a lograr su meta (Knight, 2002).

Por tanto, una de las tareas de los educadores es pensar significativamente en el proceso total de la educación y de la vida, de modo que visualice de forma más amplia el desarrollo de un programa consistente y de gran amplitud, que ayude a los estudiantes a llegar a la meta deseada.

Es por ello, que la educación actual, con algunas excepciones, se fundamenta en filosofías tradicionales basadas en la metafísica como un interés en común. Esta consiste en que el universo contiene verdad de tipo objetivo y *a priori* que está esperando ser descubierta por el hombre, y cada uno cree que, tanto la verdad como el valor son eternos e inmutables, más que relativos y transitorios (Knight, 2002). En cambio, es posible que el educador cristiano encuentre algo significativo, útil y verdadero en cada una de las corrientes filosóficas, como también aspectos aparentemente divergentes en el marco bíblico.

En este caso, y desde una visión netamente cristiana, es preciso comprender la utilidad que se desprende del aprendizaje de una ciencia que equipa al estudiante de una herramienta practica para su vida laboral, puesto que su campo de aplicación es amplio en las distintas ramas del saber humano; una herramienta practica que es mucho más valiosa que un conocimiento extenso que solo se aborda teórica o filosóficamente. Por ello, la era actual exige que cada alumno pueda usar su tiempo de la mejor manera posible, aprovechando las oportunidades y preparándose para servir a sus semejantes a través de las nuevas tecnologías y estudiando la manera de hacerlo de forma excelente y en el menor tiempo posible. De esto, White (2012) De esto, White (2012) considera, no es reelevante conocer o aprenderse varios idiomas, o perder el tiempo estudiando temas que carecen de utilidad práctica, lo importante consiste en que todos necesitan una relación con Dios.

Para alcanzar el más alto nivel del conocimiento humano, se parte del estudio de la Palabra de Dios con más diligencia y oración pues de ese modo se halla la luz y el conocimiento que tanto anhelamos. Para White (1989), las facultades mentales mejorarán con el uso; mientras más sabiduría se obtenga, más aumentará la capacidad de aprendizaje. La inteligencia, el conocimiento y la virtud cobrarán mayor fortaleza y perfecta simetría.

Del mismo modo, White (1989) insta al debido uso de las habilidades y talentos, de lo contrario estos se enmohecen entorpeciendo el dominio propio, fuerza moral y espiritual. Como consecuencia su carrera será descendente, provocando la desobediencia a las leyes de Dios y de salud, cuyo resultado es la disipación y la enfermedad, los cuales arrastrarán hacia inclinaciones perversas.

Desde otro frente, es evidente que el mundo ha tenido grandes maestros, personalidades de intelecto gigantesco y gran espíritu de investigación; hombres cuyas declaraciones han estimulado el pensamiento y han abierto a la vista amplios campos del conocimiento; y estos hombres han sido honrados como guías y benefactores de su raza; pero hay que reconocer la superioridad de Uno que ha revelado su voluntad de manera especial. En este aspecto, White (1971) atribuye contundentemente a la falta de estudio de la Palabra de Dios la causante de las debilidades e ineficiencias mentales, incluso afirma, la mente se empequeñece y se degenera debido a una desconexión con los principios profundos y amplios de las verdades espirituales.

White (1971) White considera a aquella educación carente del estudio de la Palabra de Dios, como una ‘devoción a lo finito’, en estas circunstancias, el poder de la mente del individuo se contrae, y pasado un tiempo se vuelve incapaz de expandirse. A este tipo de formación, carente del estudio de la palabra de Dios, ella lo llama ‘Falsa educación’, puesto que la labor de cada educador debe ser, aferrar la mente de cada educando a las verdades expresadas en la Palabra de Dios, formar para esta vida y la venidera. Según White (1971), las habilidades mentales, a saber, aquellos relacionados con los niveles de razonamiento, son alcanzables al comprender las verdades dadas por Dios:

> El conocimiento de Dios es tan elevado como el cielo y tan amplio como el universo. No hay nada tan ennoblecedor y vigorizador como un estudio de los grandes temas que conciernen a nuestra vida eterna. Procuren los jóvenes comprender estas verdades dadas por Dios, y su mente se expandirá y se fortalecerá con el esfuerzo. Pondrá a todo alumno que sea hacedor de la Palabra en un campo más amplio de pensamiento, y le asegurará una riqueza imperecedera de conocimiento (p. 427)

Por ende, en esta investigación, no se acepta una de las corrientes en desmedro de otras, sino se intenta encontrar una percepción de los aspectos básicos de la verdadera educación y algunas posibles respuestas de cómo el aprendizaje es afectado por una filosofía personal que no solo guía la práctica pedagógica, sino que provee las bases necesarias para la toma de decisiones del quehacer en el aula.

Capitulo II: Marco teórico/revisión de la literatura

2.1 Antecedentes

Existe infinidad de documentos afines a este trabajo de investigación, abordados desde diferentes perspectivas y objetivos. Destacaremos algunos de los más recientes.

Un primer trabajo corresponde a Venegas (2015), quien realizó los *Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele al resolver problemas geométricos: un estudio con alumnos de 13 a 16 años en Cantabria*, que se centra en el estudio y análisis de la respuesta que los estudiantes en edades comprendidas entre 13 y 16 años, correspondientes a 2° y 4° grado de educación secundaria obligatoria (ESO).

Específicamente, se estudió qué niveles de razonamiento muestran dichos alumnos al resolver tareas geométricas. El objetivo en primer lugar fue dar a conocer y difundir el conocimiento del modelo de Van Hiele, con el fin de que pueda ser de utilidad durante la impartición del conocimiento geométrico por parte del cuerpo docente. Además, proporcionar herramientas al docente, que permitan conocer cómo se manifiestan los distintos niveles de razonamiento en sus alumnos. Para ello, según lo establece el modelo Van Hiele, presentaron talleres medibles a partir de las respuestas de los alumnos.

El estudio se realizó en una muestra de 31 alumnos, con edades comprendidas entre los 13 y los 16 años, perteneciendo 17 de ellos (17 chicas y 14 chicos) a 2º de ESO, y 14 alumnos a 4º ESO. Los métodos de investigación utilizados en este estudio fueron: un cuestionario con preguntas abiertas, y posteriores entrevistas cognitivas con un propósito y un diseño orientados a la investigación social.

Al finalizar el estudio se observó que la mayoría de los alumnos muestran evidencias de los niveles 1 y 2, cuyas características se basan (para el nivel 1) en la identificación de las figuras geométricas como un todo, la ausencia de un lenguaje formal o geométrico característico, y la no alusión a las partes o propiedades de los conceptos implicados.

En cuanto al nivel 2, las características se basan principalmente en la identificación de figuras mediante sus propiedades geométricas, pero con limitaciones para establecer relaciones entre familias de figuras. En la primera pregunta, el 35,29% de los estudiantes de 2º curso evidenciaron un nivel 1 de razonamiento, mientras el 64,7% mostraron un nivel de razonamiento 2. Sin embargo, no hubo ningún estudiante que mostró nivel 3 de razonamiento.

En la primera pregunta, entre los alumnos de 4º curso se determinó una distribución diferente de los niveles. Menos alumnos mostraron respuestas características del nivel 1 que en 2º (un 21,42%), algo menos de la mitad de las respuestas se situaron en el nivel 2 (42,86%) y sí hubo evidencia importante de respuestas situadas en el nivel 3 (35,71%). En la segunda pregunta, la distribución de los niveles por cursos ha estado más equiparada. Los porcentajes obtenidos de cada nivel han sido muy parecidos, aunque parece haber una mayor inclinación hacia un nivel 2 alto en 4º curso que en 2º.

En la tercera pregunta, el porcentaje medio para ambos cursos se sitúa en el segundo nivel de razonamiento, siendo ligeramente superior para 4º curso que para 2º. Se observa un porcentaje mayor en las respuestas de nivel 2 alto en 4º de ESO que en las de 2º (57,14%, frente al 23,53%) lo que podría interpretarse como un avance paulatino a través del segundo nivel de razonamiento. Este trabajo tuvo mucha relación con el presente trabajo, ya que propone un material de instrucción para abordar los niveles de Van Hiele en el aula.

En circunstancias parecidas, Borsoi (2016), en su trabajo de investigación *GeoGebra 3D no ensino médio: uma possibilidade para a aprendizagem da geometria espacial* realizado en Porto Alegre, Brasil, contribuyó al presente trabajo, asegurando cómo en la enseñanza de la geometría espacial es notable la dificultad de los estudiantes en actividades que requieren habilidades espaciales y la comprensión de la representación bidimensional de objetos tridimensionales. En su estudio presentó una secuencia didáctica que explora conceptos de geometría espacial utilizando el software GeoGebra. El objetivo fue provocar el desarrollo del pensamiento geométrico espacial, aprovechando las representaciones dinámicas disponibles en el software, especialmente la relativa a la interacción entre las representaciones de objeto tridimensional y planos de intersección.

En el experimento se aplicaron diez actividades en aumento de nivel de dificultad e involucrando diferentes conceptos de geometría espacial. El análisis de la producción de los estudiantes basada en Van Hiele, las teorías de Duval y Gutiérrez, y la metodología de investigación toma como referencia la ingeniería didáctica. A partir del enfrentamiento entre el análisis a priori y a posteriori, fue posible observar el progreso de los estudiantes y especialmente el desarrollo de habilidades relacionadas con la visualización espacial.

Las hipótesis iniciales sobre el uso de GeoGebra 3D legitimaron el uso de este software, al contemplar a los estudiantes a explorar situaciones geométricas de manera dinámica e investigativa, contribuyendo a la formación de imágenes mentales y al desarrollo de habilidades relacionadas con el razonamiento geométrico espacial. La secuencia didáctica se realizó en una promoción de 3° año de bachillerato, a partir del turno tarde, de una escuela pública estatal en Farroupilha, RS. La clase elegida para esta práctica estuvo formada por 24 alumnos, 23 con frecuencia efectiva y 1 estudiante embarazada amparada por ley, todos con edades comprendidas entre 16 y 18 años.

Las actividades fueron realizadas en el laboratorio de computación. La clase siempre fue realizada en actividades pares (en pareja), con el fin de favorecer el intercambio de ideas y el desarrollo de hipótesis sobre las situaciones en estudio. Estas conclusiones aportaron de manera significativa a la investigación puesto que brinda estrategias para la programación de las secuencias didáctica en ambiente GeoGebra según los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele como también el estudio de los sólidos.

En torno a aprendizajes virtuales, también se encontró el trabajo de González-Zamar, Abad y Belmonte (2020), *Aprendizaje significativo en el desarrollo de competencias digitales. Análisis de tendencias*, patrocinado por la Universidad de Almería, España. El objetivo del estudio fue identificar las publicaciones científicas relacionadas con el aprendizaje significativo y las tecnologías aplicadas en la educación superior durante el período 2000 a 2019. Se realizó un análisis bibliométrico de la literatura científica. La muestra final incluyó un total de 1.161 documentos sobre esta temática con una amplia diversidad de variables a analizar para cada registro. Los resultados del análisis revelaron que la productividad científica se ha incrementado desde el año 2010, verificando el profundo interés por los nuevos recursos tecnológicos aplicados a la enseñanza. Las principales tendencias de investigación incluyen el impacto en los procesos cognitivos, motivaciones y del rendimiento académico de los estudiantes.

A través de esta investigación se observa que existe una prevalencia mayoritaria por las ciencias sociales (944; 50,1%), seguida de ciencias de la computación (365; 19,4%), ingeniería (125; 6,6%), artes y humanidades (98; 5,2%), y, por último, el área de negocios, gestión y cuentas (84; 4,5%). Por su parte, resulta relevante destacar el idioma de las publicaciones y, aunque persiste la supremacía del inglés (1048; 90,3%), aparece el español (81; 5,0%) como segundo idioma de las publicaciones.

Se comprobó que los recursos digitales y el aprendizaje significativo pueden desarrollar investigaciones y prácticas para cultivar destrezas en todos los estudiantes. Los jóvenes que se encuentren inmersos en un sistema educativo en el que se valore y promueva aquellos conocimientos aplicables a su futuro laboral, podrán contar con una preparación añadida que podrán utilizar en el mundo laboral. Lo que se busca es que el aprendizaje sea activo y significativo y que la tecnología sea transversal a todas las áreas de conocimiento y se constituya, en definitiva, en un eje transversal de la sociedad en su conjunto (Hernandez, Fernandez y Baptista, 2010).

Los resultados de esta investigación incentivan y avalan un trabajo en entornos no sólo del conocimiento que, dadas las condiciones tecnológicas del momento, cada vez más se construye a partir de procesos sensibles e inteligibles; sino del cambiante mercado laboral que les espera, pues la presencia de las TIC en las aulas ha supuesto que los estudiantes dispongan de una serie de recursos tecnológicos que le aportan estímulos y permiten motivar su curiosidad para acceder al aprendizaje y a la información de un modo lúdico, visual y creativo.

Con respeto a herramientas digitales, Londoño (2020) desarrolló un importante aporte titulado *El desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos: estrategias metodológicas en estudiantes de grado séptimo de la institución educativa*. Este trabajo de investigación tipo cualitativo-descriptivo tuvo como propósito contribuir con un conjunto de herramientas metodológicas que permitan el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de grado séptimo, basada en referentes teóricos como: Modelo de razonamiento de Van Hiele, la Papiroflexia, herramientas digitales en la enseñanza de la geometría y teoría constructivista de Jean Piaget.

Cabe destacar, por otra parte, el grupo de investigadores Weinhandl, Lavicza, Hohenwarter, & Schallert, (2020) publicaron en el trabajo titulado *Enhancing flipped mathematics education by utilising GeoGebra,* un estudio realizado con la combinación de nuevos enfoques y tecnologías educativos describiendo un plan para que la educación matemática sea más adaptable a las necesidades de los alumnos en el siglo XXI. Este estudio exploratorio tuvo como objetivo identificar la manera en que se deben diseñar los entornos de aprendizaje para facilitar la síntesis de enfoques invertidos de la educación y el uso de GeoGebra.

Para descubrir cómo combinar enfoques invertidos y GeoGebra en la educación matemática, se realizó un estudio educativo de nueve meses en una escuela secundaria vienesa. Se enfatizan las necesidades de los alumnos, ya que estos son clave para combinar con éxito nuevos enfoques educativos y el uso de tecnologías. El análisis de los datos de esta investigación cualitativa, que asumió enfoques teóricos basados en el diseño y fundamentación, indica que las categorías (a) definición clara y diseño de tareas, (b) retroalimentación, (c) contexto y beneficios, y (d) entornos de aprendizaje de fuente única, son importantes para los alumnos cuando utilizan GeoGebra para mejorar la educación invertida.

Con el fin de identificar elementos de diseño esenciales para los alumnos al sintetizar enfoques invertidos y de nivel superior tecnologías en educación matemática secundaria, realizaron un estudio educativo en una escuela secundaria que duró nueve meses, involucró dos clases con un total de 41alumnos. Las clases involucradas fueron de 9º y 10º grado, por lo que los alumnos tenían entre 14 y 17 años, en Austria. Directamente en el estudio educativo participaron dos investigadores y dos profesores de la escuela. Uno de los investigadores se encargó de enseñar activamente y recopilar y analizar datos del estudio educativo. El segundo investigador fue el observador pasivo de las lecciones, además recopilaba y analizaba activamente. Los dos profesores de la escuela del estudio educativo estaban enseñando y observando el estudio. Uno de los profesores conocía las clases e impartió una clase de física. Para el segundo maestro, los alumnos fueron completamente desconocidos. Los aportes más relevantes y útiles al presente estudio fueron: a) Sería bueno que supiera exactamente lo que tiene que hacer, que se le diga exactamente cuál debe ser el resultado final. b) La circunstancia de que siempre había varias tareas y diferentes plazos era muy confusa. Sería mejor hacer una [tarea] tras otra. c) Era molesto que siempre hubiera varias tareas de GeoGebra sobre un tema. Siempre tenías que hacerlas todas, incluso si entendías [el concepto matemático] después de la primera tarea. d) Usar GeoGebra me ha ayudado a aprender, porque puedes averiguar fácilmente si tu idea es correcta o incorrecta. e) Quiero decir, sí, el aprendizaje se facilitó mediante el uso de GeoGebra. Pero también sería bueno si pudiera usarlo para otras pruebas. f) Los alumnos preferirían un enfoque de fuente única. Un enfoque de fuente única significa que los alumnos no quieren cambiar entre diferentes productos de software en un proceso de aprendizaje. g) No sabes si la [tarea] la has hecho bien hasta que obtengas la solución. Esto puede perturbarlo al aprender si no sabe si [su solución] es la correcta. ¿GeoGebra no puede mostrar si es correcto?

En cuanto a la educación virtual, Soto (2020) presentó un trabajo de carácter experimental y empírico titulado *La relación estudiante-docente en tiempos de cuarentena: desafíos y oportunidades del aprendizaje en entornos virtuales*. A raíz de la crisis sanitaria inaugurada por la pandemia del COVID-19 y la consecuente suspensión de las clases presenciales en todo el mundo (donde equipos directivos, docentes y estudiantes se vieron enfrentados a continuar con los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de diversas plataformas virtuales), no siempre se obtuvieron los mejores resultados, debido a la multiplicidad de factores que dificultan tanto el acceso como la comunicación entre dichos agentes. En este trabajo se presenta el caso de una actividad realizada para la asignatura de Educación ciudadana, con estudiantes de 4° año medio del Colegio Angol, institución educativa de carácter mixta, ubicada en dicha ciudad, capital de la provincia de Malleco, Chile.

El diseño, construcción, monitoreo y evaluación de la actividad fueron ejecutados íntegramente en línea. Se buscó plantear una reflexión en torno a la importancia que posee una significativa relación entre docente y estudiantes en entornos virtuales de aprendizaje, partiendo del supuesto de que cuando el/la docente lleva a cabo junto a sus estudiantes aquellos mismos proyectos que encomienda, la motivación de estos/as aumenta, lo que es una cuestión fundamental en un contexto de encierro forzoso y de escaso contacto interpersonal.

De un total de 51 personas que fueron el universo de estudiantes de los dos 4° medios del establecimiento educacional en donde se llevó a cabo la actividad (4° medio “A”: 25 estudiantes y 4° medio “B”: 26 estudiantes), la encuesta mencionada fue respondida por 47 estudiantes, lo cual equivale al 92% de la muestra total. A continuación, un análisis disgregado de los resultados obtenidos:

Un 80% de los/as estudiantes reconoció como *muy importante y necesaria* la existencia de una relación cercana y confiable entre docente y estudiante, aspecto que contribuiría positivamente en el aprendizaje de los estudiantes.

Un 47% de los/as estudiantes considera muy importante/necesario la relación existente entre motivación estudiantil y ejecución simultánea por parte del/la docente de las actividades que él/ella mismo diseñó, siendo un porcentaje muy menor el que lo percibe como poco importante.

Un 53% sostuvo que es conveniente que el/la docente conozca el desempeño cognitivo de sus estudiantes, atendiendo con ello de manera personalizada el nivel de logro de las actividades que estos realizan.

Con relación al grado de periodicidad que debiese tener la comunicación del docente de asignatura con el/la docente jefe/a del curso, solo un 25% consideró este aspecto como *muy importante/necesario*, en tanto que un mayoritario 48% relativizó y restó importancia a dicho factor. En lo que se refiere a la comunicación periódica y bidireccional que debiese existir entre docente y estudiante, un 65% de los/as encuestados/as consideró que es un factor muy importante y necesario en la ejecución de una actividad didáctica. En tanto, un 53% señaló a WhatsApp como el medio de comunicación más efectivo y pertinente a la hora de sostener aquel contacto, seguido por un 34% que valoró el aporte de las *clases virtuales* como instancias válidas de encuentro pedagógico.

Respecto a la conveniencia de realizar clases virtuales, un 65% de los/as estudiantes consideró estas instancias como momentos válidos para congregar a los miembros del curso e intercambiar información respecto al proceso de desarrollo de una actividad. En relación con ello, un 40% de los/as estudiantes declaró que debieran realizarse clases virtuales en un intervalo de frecuencia de 1 a 2 veces a la semana para concretar el requerimiento anterior. En última instancia y respecto a la interacción virtual entre compañeros, un 61% de los/las estudiantes consideraron que es importante que, en ausencia del/la docente, exista intercambio de saberes y colaboración entre pares para enfrentar dificultades alusivas al proceso de aprendizaje.

Algunas de las conclusiones importante que aportan a este trabajo en proceso: la realización conjunta por parte del docente de las actividades diseñadas por su persona. Si bien es cierto que la educación virtual no es algo nuevo, bien puede potenciarse si el/la docente transparenta los criterios evaluativos, define actividades de aprendizaje secuenciadas y se vale de herramientas y plataformas digitales para motivar a los/as estudiantes a continuar aprendiendo, pese a las adversidades externas al proceso en cuestión. Aquella experiencia de aprendizaje virtual, procedimentalmente innovadora y tecnológicamente atractiva, no lograría mayor éxito académico si no existiera una sólida base humana sustentada en relaciones Psicoafectivas cercanas entre estudiantes y docentes.

En este sentido, Pujawan, Pase y Ari (2020), en su investigación titulada *The Effect of Van Hiele Learning Model on Students' Spatial Abilities,* determinan que la habilidad espacial es la habilidad de visualizar un objeto en el espacio. Al aprender geometría, se requiere la habilidad espacial para resolver problemas geométricos. Bajo estos conceptos, esta investigación tuvo como objetivo examinar si el modelo de Van Hiele puede dar un mejor soporte a las habilidades espaciales del estudiante en un tema sólido platónico. Fue un trabajo de tipo investigación cuasiexperimental con un diseño de grupo de control solo posterior a la prueba, que se llevó a cabo durante un mes.

La población de esta investigación consistió en estudiantes de octavo grado de la escuela secundaria en el subdistrito de Seririt, Indonesia. Mediante el uso de técnicas de muestreo aleatorio, se eligieron 64 estudiantes como muestras y se distribuyeron en dos clases. Al grupo de control se le enseñó el modelo de aprendizaje convencional, mientras que el grupo experimental utilizó el modelo de aprendizaje de Van Hiele. Los datos se obtuvieron mediante una prueba de ensayo de capacidad espacial al final de la investigación. Los datos se analizaron utilizando la prueba t de una cola del lado derecho. El resultado del análisis de datos mostró que la puntuación media de la clase experimental fue mayor que la puntuación media de la clase de control.

Por lo tanto, el modelo de aprendizaje de Van Hiele podría tener un impacto positivo para mejorar la capacidad espacial de los estudiantes en lugar del aprendizaje convencional. El resultado del análisis de datos mostró que la puntuación media de la clase experimental fue mayor que la puntuación media de la clase de control.

Para concretizar, el modelo de aprendizaje de Van Hiele podría tener un impacto positivo para mejorar la capacidad espacial de los estudiantes en lugar del aprendizaje convencional. Los resultados de los diferentes análisis de datos muestran que la puntuación media de la clase experimental fue mayor que la puntuación media de la clase de control. Por lo tanto, el modelo de aprendizaje de Van Hiele podría tener un impacto positivo para mejorar la capacidad espacial de los estudiantes en lugar del aprendizaje convencional.

Del mismo modo, los resultados de los trabajos que preceden acerca del estudio de la geometría en ambientes GeoGebra conforman una luz positiva a este estudio. Por ejemplo, en el trabajo titulado *The Effectiveness of GeoGebra-Based van Hiele Model on Mathematical Disposition Assessed From Early Mathematics Ability* de Noviana, Hadi y Handayani (2020) realizó un estudio sobre la observación de la efectividad del modelo van Hiele basado en GeoGebra sobre la comprensión de las matemática, evaluada desde la habilidad matemática temprana. La población accesible del estudio fueron los estudiantes de la Universidad Hamka Muhammadiyah, del segundo semestre del programa de educación matemática.

Debido a la pandemia de COVID-19, el estudio se realizó en línea. El método empleado fue cuasiexperimental, utilizando tratamiento factorial por diseño de nivel 2 × 2. Los datos fueron recolectados con el cuestionario de disposición matemática y el instrumento de habilidad matemática temprana. Luego de recopilar los datos, se analizaron con análisis ANAVA de dos vías. El resultado mostró que no hubo una diferencia significativa en el aumento de la disposición matemática de los estudiantes que recibieron el modelo de aprendizaje y la habilidad matemática temprana. Se llegó a la conclusión que el modelo de van Hiele basado en GeoGebra es ineficaz en la disposición matemática de los estudiantes en términos de su habilidad matemática temprana.

Es necesario señalar el trabajo de Mazzini y Dos Santos (2021), *Teoría de van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do ensino fundamental*, cuyo objetivo fue identificar en qué niveles del pensamiento geométrico de van Hiele se ubican los estudiantes del noveno grado de primaria de una escuela estatal de la Ciudad de São Paulo, Brasil. El estudio buscó identificar también, si los estudiantes alcanzaron finalmente el nivel de pensamiento geométrico necesario para continuar el contenido de la escuela secundaria. Para llevar a cabo esta investigación, se basaron en la teoría publicada por los esposos Van Hiele, donde se menciona los cinco niveles de aprendizaje por los que atraviesa el estudiante para desarrollar el aprendizaje geométrico. Como metodología, se aplicó la prueba desarrollada por el equipo del proyecto. Debido a la pandemia de COVID-19, se aplicaron 80 pruebas de forma presencial y otras 42 se realizaron en casa, totalizando 122 pruebas. Como principales resultados, encontraron que la mayoría de los estudiantes se ubicaron en el nivel 1 de van Hiele: reconocimiento o visualización.

Otro estudio interesante lo realizó Rey y Rodríguez (2016) en su trabajo *Uso de herramientas informáticas como estrategia lúdica para el fortalecimiento matemático* *de los conceptos básicos del pensamiento espacial y geométrico en el grado quinto de educación básica primaria del colegio Juan Lozano y Lozano I.E.D*., el cual estudio plantea el diseño y aplicación de estrategias lúdicas implementadas mediante el uso de recursos informáticos para fortalecer los conceptos matemáticos básicos del pensamiento espacial y geométrico, en el grado quinto de educación básica primaria.

El estudio se apoyó en el modelo de investigación *acción participativa* y buscó dar una respuesta en la atención de los desatinos que presentan los estudiantes al momento de concebir ideas intuitivas de la geometría. El desacierto deviene al olvidar contextualizar la importancia del uso de lo aprendido en los pormenores de la vida cotidiana. El proyecto de intervención se realizó en el colegio distrital "Juan Lozano y Lozano" I.E.D, institución de carácter público, ubicado en la localidad de Suba de la ciudad de Bogotá (Colombia). Se tomó como población el quinto de primaria y como muestra 35 estudiantes del grado 501, jornada mañana, sede B.

La intención peculiar fue cambiar la problemática mencionada aplicando estrategias lúdicas basadas en el uso de las TIC, implementado también el aprendizaje del programa GeoGebra y de la aplicación Google Maps. La utilización de estas herramientas logró que los estudiantes experimentaran una agradable sensación de aprendizaje en la concientización de lo espacial y lo geométrico que sirvió para impulsar en ellos una amena ocupación en sus estudios. El enfoque de investigación, población y muestra para el proyecto se estructura a partir del enfoque cualitativo. Se aplicó una encuesta de preguntas cerradas y única respuesta. Aceptación hacia el uso de recursos informáticos SI = 90%, NO= 10%. Uso de herramientas informáticas en clase de geometría SI = 32%, NO= 68%. Aceptación del uso de herramientas informáticas en las clases de Geometría SI = 100%, NO= 0%. Uso de Materiales en las clases de Geometría Libros: 29% PC o Tabletas= 13% Tablero = 58% otro = 0%. Tiempos para las clases de Geometría Un mes = 77% Dos meses = 7% Menos de un mes = 16%. Tiempo escolar para las clases de Geometría. Primero = 10% segundo= 13% Tercero = 16% Cuarto = 61%. Igualdad de la Geometría con Matemática. Si = 94% No = 6% Verificación de conceptos básicos: paralelos, perpendiculares, y secantes a. 13% b. 71% c. 6% d. 10% Reconocimiento de Figuras planas SI= 94% NO = 6%. Reconocimiento de los polígonos Todas = 0% Solo A = 7% A, B y C = 19% D, E = 3% C y F = 71%

El trabajo de Rey y Rodríguez (2016) fue relacionable con esta línea de investigación porque muestra los aciertos y desaciertos en la enseñanza de la geometría, como también del impacto positivo causado en los estudiantes al trabajar en un entorno multimedia, los cuales fueron puntos de partida para la aplicación de la investigación.

Por su parte, Blandón, Gulfo y Marín (2016) en el trabajo *Los sólidos platónicos en origami para la comprensión de la fórmula de Euler en el contexto de van Hiele*, investigación realizada con estudiantes de quinto grado de una institución educativa de carácter público del municipio urbano de Carepa (Antioquia), Colombia, plantea que actualmente existen diversas dificultades para que los estudiantes desarrollen aprendizajes significativos en el contexto de las matemáticas y a su vez para adquirir las competencias básicas que permitan mejorar los niveles de desempeño, según el grado que cursan.

Mediante el trabajo de investigación se buscó establecer algunos criterios que contribuyen al fortalecimiento de la enseñanza de la geometría y el álgebra desde los lineamientos curriculares emanados por el ministerio de educación nacional. Se tuvo en cuenta, además, el uso de mediadores didácticos para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes; en este caso a través de la construcción de los sólidos platónicos en origami. Se analizó la forma de razonar de cuatro estudiantes de quinto grado en cuanto a la comprensión de la fórmula de Euler, de acuerdo con los niveles de razonamiento que propone el modelo geométrico de van Hiele. Para el logro de este propósito, se implementó una metodología cualitativa que permitió el análisis de los sujetos de investigación y se determinó el nivel de comprensión de cada uno de ellos al acercarse al objeto de estudio.

Se tuvo en cuenta instrumentos como la observación, la producción escrita de los estudiantes y una entrevista de carácter socrático con unos descriptores para cada nivel de razonamiento, que facilitaron la obtención de la información. Se concluyó que el objetivo general de este trabajo investigativo se logró. El análisis de resultados da cuenta de ello, a través del razonamiento demostrado por cada uno de los cuatro participantes del proceso investigativo, sobre la comprensión de la fórmula de Euler por medio de la construcción de los sólidos platónicos con material didáctico (origami). El producto final muestra evidencias sobre los descriptores que permitieron caracterizar el nivel de razonamiento de cada participante con respecto al objeto de estudio matemático obtenido satisfactoriamente.

En el estudio mencionado, el desarrollo de la entrevista fue un instrumento que aportó significativamente al aprendizaje de los participantes, dado que los cuatro estudiantes fueron ubicados en el tercer nivel de razonamiento, al comprender el teorema de Euler y aplicarlo a los cinco poliedros regulares que ellos construyeron con material concreto y luego, relacionaron mediante procedimientos geométricos y algebraicos. Este resultado alcanzado se evidencia a través de la actividad escrita, las observaciones efectuadas y la entrevista socrática (Blandón, Gulfo & Marín, 2016).

Por otro lado, fue conveniente destacar el trabajo de Ávila (2019), que en su investigación titulada: *Aprendizaje significativo en geometría para el grado octavo* diseña una propuesta de aprendizaje significativo para potenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los estudiantes de grado octavo del Instituto Técnico Educativo “Francisco Lucea” (ITEFL) de San Luis de Palenque, Casanare, Colombia. Inicialmente identificó las falencias que presentaron los estudiantes, con el fin de fortalecer los conceptos propios de la asignatura, motivándolos e involucrándolos en el desarrollo de la estrategia, donde una de sus fases fue la observación del contexto y la relación de este con las figuras geométricas conocidas por ellos, con el propósito de indagar la utilidad de la geometría en su entorno y dar significación a los pre saberes presentes en los estudiantes; continuando con la construcción de los polígonos a partir de figuras e identificando cuáles de esas figuras se encontraban plasmadas en lo que los rodea diariamente en su institución y en su localidad.

La investigación tuvo un enfoque cualitativo basado en el método estudio de caso, que aborda un análisis descriptivo en torno al aprendizaje significativo, realizando como propuesta una observación-reflexión, y una planeación-acción seguido de la observación-reflexión. Esto se logró mediante observación individual y en colectivo, entrevistas individuales y de grupo para favorecer los procesos significativos al estudio de la geometría en el grado octavo. A través de esta propuesta se observó que el trabajo en grupo permite a los estudiantes discutir los procesos y las opiniones, exponer sus puntos de vista, llegar a acuerdos y sacar conclusiones. El trabajo en grupo proporciona beneficios para los estudiantes en el aprendizaje y en la parte afectiva.

Se aplicó la encuesta de 7 ítems a un total de 127 estudiantes del Instituto Técnico Educativo "Francisco Lucea" de San Luis de Palenque. Las preguntas 4 y 5 tienen mucha relación con la línea de investigación en curso:

Pregunta 4: Conocimiento sobre los cinco tipos de pensamiento matemático (numérico, métrico, espacial/geométrico, variacional, aleatorio) y los sistemas de datos. SI = 6%, NO = 94%.

Pregunta 5: Reconocimiento del significado de algunos términos relacionado a sólidos Geométricos. Prisma: 0%, Pirámide: 3%, Cilindro:23%, Cono:12% Esfera:0% y Ninguna de las anteriores: 62%.

Una de las conclusiones sobresaliente del estudio es, mediante el aprendizaje significativo se pudo estimular la adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes ya que éste permitió una mayor interacción de ellos en su proceso de formación, puesto que les permitió establecer la diferencia entre una figura y otra, así como la mejor posibilidad de unión en pro de la consecución del resultado esperado. Lo cual es de importancia para la investigación en marcha.

Comparativamente con los trabajos de Borsoi (2016) y Blandón et al. (2016), se encuentra el de Lechón (2019), mediante su trabajo *Diseño de actividades en el marco* *conceptual de enseñanza de la geometría del modelo de van Hiele*, propone una serie de actividades para la práctica docente de la enseñanza de la geometría inspirada en el marco conceptual de enseñanza de la geometría de van Hiele. Su propuesta, desarrollada en el municipio de la provincia de Guadalajara, perteneciente a la comunidad autónoma de Castilla-La Mancha, es comprobada en un objeto de estudio de 26 estudiantes, integrantes de dos grupos de primer curso de la ESO, con edades de 12 – 13 años.

Este estudio se realizó en la clase de matemáticas durante los meses de febrero y marzo del año mencionado. A partir de las prácticas realizadas por el autor presenta dinámicas de aprendizaje eficaz, en las que el proceso de aprendizaje debe permitir que el alumno aprenda, para que de esta manera sea cada vez más independiente y competente para su desarrollo integral, tanto personal como profesional. En su trabajo, el alumno participó de forma activa en su proceso de aprendizaje, tanto de forma individual como cooperativa; por ello, se plantea la enseñanza activa y participativa muy indispensables del proceso.

Por ello, el aporte más relevante es el de destacar el hallazgo de la metodología del descubrimiento guiado y la constatación de que los alumnos, motivados por actividades bien diseñadas, son capaces de formar razonamientos elaborados si se tiene la paciencia suficiente para que surja ese momento de descubrimiento, del que hablaba Van Hiele, en el que el alumno descubre algo que siempre ha estado ahí, que ha sido una verdad antes de ser descubierta y que se fija mejor en su mente cuando se obtiene por este mecanismo. En este caso, Lechón (2019) afirma que se debe confiar en la intuición natural de las personas para encontrar esos descubrimientos en cada actividad que les propongamos. Los resultados que figuran en la evaluación fueron obtenidos de las pruebas escritas y entrevistas que se realizaron sobre una muestra compuesta por 26 alumnos.

Igualmente, Vásquez (2019) elabora un trabajo de grado titulado: *Material didáctico, facilitador en el desarrollo de competencias básicas en el área de Matemáticas*. Este estudio se realizó con la finalidad de plantear e implementar una alternativa de enseñanza que facilite el desarrollo de competencias matemáticas a través del uso de material didáctico. El trabajo se aplicó a 31 estudiantes del grado 7°2 de la Institución Educativa "Cardenal Aníbal Muñoz Duque", ubicada en el municipio de Santa Rosa de Osos, Antioquia, Colombia.

Se basó en fundamentos teóricos de diferentes autores que han trabajado en la educación, en la enseñanza y en particular en la investigación educativa, generando una sustentación de este. La propuesta se articula en tres procedimientos: primero, se plantea la enseñanza desde lo conceptual en los conceptos de perímetro, área y volumen; segundo, desde la metodología la investigación/acción, con un enfoque cualitativo e interpretativo; y, por último, desde el modelo de los niveles de van Hiele. Además, las reflexiones están hechas por el maestro que está dentro del aula, quién es el observador y mediador en el proceso de enseñanza.

La propuesta tiene varios elementos para su desarrollo, la utilización de material concreto (bloques lógicos, tangram, regletas, sólidos/prismas y pirámides), el software GeoGebra; lo es plasmado en tres guías y dos pruebas que posibilitaron sistematizar y analizar la información de esta intervención. Los resultados permitieron establecer el alcance de la propuesta, conclusiones y recomendaciones para tener en cuenta para trabajos posteriores. Se aplicó una misma prueba como encuesta de diagnóstico y salida de 17 puntos, con el objetivo principal de identificar los saberes que poseen los estudiantes del grado séptimo dos acerca de los conceptos geométricos de perímetro, área y volumen; y ver los resultados luego de la intervención.

Finalmente, se realizó una encuesta de satisfacción, donde se indagó la percepción que tienen los estudiantes al finalizar la intervención. En ella se pregunta acerca de si consideran útil y apropiados los recursos (material concreto y TIC) utilizados durante la enseñanza de los conceptos geométricos, si consideran aportante para su formación lo aprendido en clase y un espacio final para sugerencias o recomendaciones.

Teniendo en cuenta el enfoque de esta investigación, es de suma importancia las conclusiones de Vásquez (2019) tras la intervención: las herramientas tecnológicas dinamizan los procesos de enseñanza, en especial GeoGebra; el trabajo con material concreto como bloques lógicos, tangram, regletas, sólidos y otros generan impacto en los estudiantes y su forma de aprender, manipular elementos y verificar ideas y razonamientos respecto de un proceso como el cálculo del perímetro, área o volumen. Además, la utilización de un modelo de enseñanza permitió generar una estructura, lo que determinan unos parámetros para medir el aprendizaje de los estudiantes y la consolidación de conceptos en la estructura de conocimientos respecto de la geometría. Se evidencio que los estudiantes después de haber pasado por la utilización de las TIC y el material concreto lograron solidificar conceptos básicos.

La población elegida fueron los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa “Encimadas” del municipio de Samaná, Caldas, Colombia. Con 9 estudiantes del área rural, dispersos en todo el corregimiento que se encuentran en un rango edades entre 12 y 15 años, con un promedio edad cercano a los 13 años (12,8), en el que seis de ellos son hombres y 3 mujeres. Los instrumentos metodológicos que se usaron en el presente estudio son actividades que se crearon en base a preguntas tipo ICFES y el modelo escuela nueva. Las actividades fueron separadas en tres guías de aprendizaje, fundamentadas en las teorías como: la constructivista de Jean Piaget, el modelo de razonamiento de Van Hiele, La ubicación espacial de Saiz, el aprendizaje acerca del espacio, la papiroflexia y las herramientas digitales.

Cada test (pre test y post test) contó con tres preguntas abiertas en las cuales se evaluaron la apropiación en conceptos como rotación, traslación y reflexión; además se incluyeron diecisiete preguntas tipo ICFES divididas de la siguiente manera: razonamiento (9 preguntas), comunicación (4 preguntas), modelación (3 preguntas) y resolución de problemas (1 pregunta), de acuerdo a esto se evaluó la mejora en dichos procesos en los nueve estudiantes como grupo, estableciendo una relación porcentual entre las preguntas acertadas y el total de las preguntas.

El alcance de esta investigación es de tipo mixto, de tal manera que pueda llegar a contribuir a futuras investigaciones que conduzcan a obtener alcances correlacionales. Para este ejercicio de desarrollo del pensamiento espacial se deben fortalecer según los procesos cognitivos generales que se encuentran descritos de acuerdo al Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) y los Estándares Curriculares para el área de Matemáticas como: La comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos; el planteamiento y resolución de problemas, tomando como eje de aprendizaje los derechos básicos de aprendizaje (DBA), a fin de para orientar el diseño y formulación de guías de aprendizaje que contribuyan al desarrollo del pensamiento espacial. De acuerdo con los resultados, la media de notas se encuentra aproximadamente en 3,36 ± 1,10; es decir, hay una tendencia de los estudiantes aprobar, sin embargo, la desviación indica la presencia de datos extremos (calificaciones muy altas y bajas).

Por su parte, Vargas (2021), en su investigación titulada: *Fortalecimiento del componente espacial geométrico aplicando gamificación, estudiantes de grado noveno del colegio Marruecos y Molinos,* utilizó la teoría de van Hiele busca fortalecer el pensamiento espacial-métrico a partir de los niveles de razonamiento geométrico propuestos por van Hiele; para ello emplea actividades de gamificación y EscapeRooms, en una población de grado noveno del colegio “Marruecos y Molinos”, localidad de Rafael Uribe, cuya muestra intencionada es de 7 estudiantes matriculados de ese año entre edades de 13 a 15 años.

El trabajo de investigación estuvo dado por el modelo de tipo cualitativo, de investigación acción pedagógica IAP, en la se enmarcan las fases de deconstrucción (pretest), reconstrucción (secuencia didáctica) y evaluación de la efectividad (post test), los instrumentos evidenciados son: el diario de campo, fotos, videos y grabaciones. Finalizada la investigación, se logró que solo el 53% de los estudiantes de grado noveno llegan al nivel 3, deducción informal o también llamado, clasificación del modelo de van Hiele.

Cabe resaltar el trabajo de Patiño (2021), *Estrategia pedagógica mediada por GeoGebra para el aprendizaje del pensamiento geométrico*, el cual tuvo como objetivo plantear una propuesta que facilite el desarrollo del pensamiento geométrico mediante la utilización del software GeoGebra. Bajo un enfoque cuantitativo, y dentro del paradigma positivista/hipotético deductivo —manteniendo, además, coherencia entre la epistemología y el diseño cuasiexperimental— la investigación parte de un cuestionario diagnóstico para medir la competencia del razonamiento y argumentación del pensamiento geométrico y finaliza con otro cuestionario midiendo la misma competencia.

La propuesta fue validada por 2 expertos señalando 100% confiabilidad, donde el instrumento era válido para el logro de los objetivos de investigación, luego se aplicaron los instrumentos validados a la población censada, conformada por 40 estudiantes de grado octavo. Los resultados iniciales, en el diagnóstico, muestran un 82% de estudiantes que no conocen el tema y solo un 20% de estudiantes pueden desarrollar los puntos evaluados correctamente. Después de aplicada la propuesta, un 40% de estudiantes no contestaron correctamente los cinco puntos de la evaluación y 60% de estudiantes pudieron desarrollar los puntos evaluados correctamente. En conclusión, se evidenció que el impacto de la propuesta es muy significativo, pues se ampliaron los conocimientos del grupo octavo en 10 estudiantes equivalente al 25% del grupo.

Por tanto, tras el análisis de diferentes estudios realizados, sin lugar a duda, el pensamiento espacial, específicamente el estudio de los sólidos, abordado en ambientes GeoGebra durante la pandemia por COVID-19 aporta significativamente en el aprendizaje de los estudiantes de grado 8° de la Institución Educativa "La Anunciación".

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Enseñanza de la geometría mediante los cuerpos sólidos.

2.2.1.1. La geometría. La geometría (del griego: geometría, geo = tierra, metria = medida) es una de las ramas de las matemáticas, dedicada al estudio de las relaciones espaciales, y motiva a reflexionar la naturaleza de los objetos y, junto a la teoría de números, conforma el antecedente más claro de la matemática moderna. (Godino, 2002)

La geometría se ocupa de una variedad especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. Tales términos y expresiones designan *figuras geométricas*, las cuales son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Por tanto, hay que tener en cuenta que la naturaleza de los entes geométricos es esencialmente distinta de los objetos perceptibles, como este ordenador, una mesa o un árbol. Un punto, una línea, un plano, un círculo, no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc. (G. Guillén Soler, 2000).

2.2.1.1.1. Historia de la Geometría. Hay que dejar patente que la geometría es una de las ciencias más antiguas que existen en la actualidad pues sus orígenes ya se han establecido en lo que era el Antiguo Egipto. Aunque el significado etimológico de la palabra geometría, “medida de la tierra”, nos indica su origen de tipo práctico, relacionado con las actividades de reconstrucción de los límites de las superficies de terreno que tenían que hacer los egipcios, tras las inundaciones del Nilo. Sin embargo, la geometría dejó hace ya hace mucho tiempo de ocuparse de la medida de la tierra.

Con los griegos, la geometría se interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus componentes más elementales y de las relaciones y combinaciones entre dichos componentes (Cannon-Brookes & Farquhar, 2018).

Así, gracias a los trabajos de importantes figuras como Heródoto o Euclides, se conoce que, desde tiempos inmemoriales, aquella ciencia estaba muy desarrollada, pues era fundamental para el estudio de áreas, volúmenes y longitudes. En este sentido, el principal ámbito de aplicación de la geometría clásica fue la construcción de edificios, canalizaciones y la distribución del terreno. En la actualidad, los conceptos geométricos han alcanzado un alto nivel de abstracción y complejidad debido a la influencia del cálculo y el álgebra, de modo que la geometría moderna es apenas reconocible como heredera de la antigua (Guillén, 2000).

Es de notar que existen diversidad de ramas de estudio dentro de la propia geometría, contemplando dos grandes líneas con sus ramificaciones correspondientes, lo que facilita para nuestro estudio, la primera centra su atención en la observación de métodos de enseñanza/aprendizaje de los procesos matemáticos de describir, clasificar, definir, particularizar, generalizar, probar, y, la segunda, se fija en la representación de los sólidos y otras formas tridimensionales y en el problema de visualización al considerar su enseñanza/aprendizaje.

Dado que la geometría es una rama inmensamente rica en historia que puede ser tratada desde distintos ángulos, en este trabajo se le analiza desde el estudio de los sólidos y se enfatiza la investigación relativa a la geometría espacial.

2.2.1.1. Antecedentes de la enseñanza de la geometría. Es menester mencionar dos momentos reseñables como antecedentes de la enseñanza de la geometría en las escuelas, tal cual lo menciona Barrantes y Ruiz (1998), el primero, el Seminario Internacional celebrado en Royaumont, Francia, donde se demostró la falta total de sensibilidad hacia la geometría al erradicar el enfoque euclidiano de las escuelas. El grito de guerra del seminario fue expresado por el famoso matemático francés Jean Dieudonné en su exposición inaugural: *Que se vaya Euclides*. Con esta reforma se dio prioridad a las matemáticas modernas y total abandono del pensamiento espacial y geométrico.

Al pasar los años, afirma Barrantes y Ruiz (1998), tan solo se evidenció el fracaso de la modernización de las matemáticas, lo que dio paso a posteriores reflexiones sobre el papel de la geometría, pero como habría de esperarse, estas estaban relegadas a un modelo vectorial o algebraico, donde obligaba al estudiante a memorizar y recitar propiedades.

El segundo momento mencionado por Barrantes & Ruiz, ocurrió en el año de 1995, en Chile, donde el ICMI (International Comisión on Mathematical Instruction) centró su atención sobre las perspectivas acerca de la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Allí se consideraron ciertos aspectos fundamentales, como: la geometría como ciencia del espacio, la geometría como método para visualizar conceptos y procesos matemáticos, y la geometría como punto de encuentro entre la matemática como teoría y como modelo.

Evidentemente, es innegable el papel de la geometría en la enseñanza; por ello, en los últimos años se ha experimentado grandes reestructuraciones de los aspectos organizativos, curriculares y pedagógicos en todos los niveles del ámbito educativo. En Colombia, como producto de este proceso, el Ministerio de Educación Nacional en

1998, en los estándares básicos de competencias precisa a la matemática como la responsable del estudio de los números y el espacio, haciendo de la geometría parte del componente curricular el pensamiento espacial y sistemas métricos:

> El componente geométrico del currículo deberá permitir a los estudiantes examinar y analizar las propiedades de los espacios bidimensional y tridimensional, así como las formas y figuras geométricas que se hallan en ellos. De la misma manera, debe proveerles herramientas tales como el uso de transformaciones, traslaciones y simetrías para analizar situaciones matemáticas. Los estudiantes deberán desarrollar la capacidad de presentar argumentos matemáticos acerca de relaciones geométricas, además de utilizar la visualización, el razonamiento espacial y la modelación geométrica para resolver problemas (Ministerio de Educación Nacional, 2002, p. 15).

Por otro lado, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) instauró en 2016, la versión final de los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), un conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar, desde transición hasta once, en el área de y el sistema espacial.

2.2.1.2. Enseñanza de la geometría mediante los cuerpos sólidos. La geometría, como área del saber rica en historia y representaciones que puede ser abordado de infinidad de formas. En este trabajo, se enfatiza aquella que parte del estudio de los cuerpos sólidos que da prioridad al aspecto creativo de la geometría en vez del receptivo.

A decir verdad, la mayoría de los materiales y experiencias matemáticas que se proporciona a los estudiantes están representados bidimensionalmente. Aunque el mundo real se manifiesta de forma tridimensional, se vale de imágenes, dibujos y libros bidimensionales. Estas formas contradictorias de enseñar un mundo tridimensional mediante situaciones bidimensionales generan en el aprendiz una dificultad adicional a las que ya posee. Por ello, las representaciones planas de un mundo real, sus representaciones y relaciones espaciales, no son palpables y mucho menos compresibles por el solo hecho de ser dibujos planos, lo cual afecta la compresión geométrica, el lenguaje y la praxis.

Por su parte, Gardner (1994) delinea que lo más elemental de la inteligencia espacial, es la habilidad para percibir una forma o un objeto. Además, afirma que, dentro de la inteligencia espacial, “forma discreta del intelecto”, existe cierta cantidad de capacidades que se encuentran relacionadas de manera informal, que, aunque son independientes entre sí en su desarrollo o fallar por separado; sin embargo, operan juntas como una familia, y una sirve de soporte o refuerzo a las demás.

En este contexto, una de las formas de comprender y expresar el conocimiento del espacio es la directa, o visual, mediante la construcción y manipulación de las representaciones mentales de los objetos en el espacio y las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales, permitiendo que lo conlleve a visualizar, razonar y construir la identificación de estructuras y configuraciones de los diferentes procesos y relaciones de los conceptos matemáticos ligados a la geometría.

Esto permite entender el papel fundamental del estudio de los sólidos geométricos es la maduración del pensamiento espacial, a fin de que el niño pueda describir e inferir cada sólido teniendo en cuenta los elementos que lo componen: vértices, aristas, caras, áreas y volumen. Esto conlleva a explorar la forma en que el niño deduce, interpreta y propone esquemas conceptuales para la explicación de relaciones entre los elementos que componen el sólido platónico y sus correspondientes (Arboleda, 2011).

En el mismo orden, Clements (1999) define la habilidad espacial como una operación mental en la organización o formación de un objeto o colección de objetos. Según Linn y Petersen (1985), la capacidad espacial es un proceso mental para preservar, recordar, generar, transformar y comunicar sólidos. Según Arantza (2016), McGee dividen la habilidad espacial en dos componentes: visualización espacial y orientación espacial. La visualización espacial es la capacidad de imaginar, manipular, girar, rotar o voltear objetos sin hacer referencia a una persona. En efecto, la orientación espacial es la capacidad de imaginar la apariencia de los objetos desde diferentes perspectivas.

Mientras tanto, Colina (2018) atribuye a Maier la división de las habilidades espaciales en cinco tipos: (1) percepción espacial, la capacidad de imaginar la fijación vertical y horizontal de la dirección de los objetos geométricos independientemente de la información problemática. Las pruebas que se pueden utilizar para medir la percepción espacial son la prueba del nivel del agua y la prueba de carretera y marco; (2) visualización espacial, la capacidad de describir la situación cuando los objetos se mueven. Una de las pruebas que se pueden utilizar para medir la visualización espacial es determinar las redes adecuadas para los objetos geométricos; (3) rotación mental, es decir, la capacidad de rotar objetos 2D y 3D con precisión y rapidez.

La prueba que se puede utilizar para medir esta capacidad es determinar la posición correcta que se ha girado; (4) relación espacial, la capacidad de comprender los elementos de un objeto y la relación entre un elemento y el otro elemento. Una de las pruebas que se pueden utilizar para medir esta habilidad es determinar los objetos que tienen semejanza con los otros objetos; y (5) orientación espacial, la capacidad de entrar en una situación espacial determinada. La prueba que se puede utilizar para medir esta capacidad es poder imaginar la forma de un objeto cuando se ve desde diferentes perspectivas (Pujawan et al., 2020).

El pensamiento espacial es esencial para el método científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial. En la actualidad se reconocen dos líneas de trabajo del docente en el campo espacial. Una de estas líneas es la organización y estructuración del espacio (desarrollo del pensamiento espacial), otra dirección es la formación en las nociones geométricas (desarrollo del pensamiento geométrico).

El trabajo de una u otra línea que tienen el mismo objetivo es que el niño interprete el mundo que lo rodea. Las actividades del quehacer docente deben estar pensadas para enriquecer el mundo espacial del niño a través de la percepción, dado que, el niño confiere dimensiones, al espacio realizando actividades, pues éstas ayudan a la formación posterior de un concepto. Es claro que el niño procede de lo concreto a lo abstracto, y desarrolla formas de pensamiento muy primarios (Guillén, 1997); en gran medida conceptos topológicos, podríamos generalizar que la organización del espacio lo hace en torno al yo, y a la orientación de ese yo en ese espacio que progresivamente se va acomodando.

Una de las formas de comprender y expresar el conocimiento del espacio es la directa, o visual, que corresponde a la intuición, cuya naturaleza es creativa y subjetiva y que se considera como una de las fases del desarrollo del pensamiento. La visualización corresponde a observar el espacio en el que la intuición determina el desarrollo de las distintas relaciones espaciales, y que se denomina percepción espacial. La percepción es el resultado de una serie de fases de procesamiento que ocurren entre la percepción de un estímulo visual y el logro de un perceptor. La base de la percepción está en la capacidad de operar cognitivamente sobre la información contenida en el estímulo (Arboleda, 2011).

En otro orden de cosas, los estándares curriculares nacionales para las matemáticas plantean que el componente del pensamiento espacial y geométrico currículo deberá permitir a los estudiantes examinar y analizar las propiedades de los espacios bidimensional y tridimensional, así como las formas y figuras geométricas que se hallan en ellos. Del mismo modo, debe proveerles herramientas tales como el uso de transformaciones, traslaciones y simetrías para analizar situaciones matemáticas. Los estudiantes deberán desarrollar la capacidad de presentar argumentos matemáticos acerca de relaciones geométricas, además de utilizar la visualización, el razonamiento espacial y la modelación geométrica para resolver problemas (Ministerio de Educación Nacional, 2002).

Cuerpos sólidos y sus elementos. El término topográfico significa literalmente "descripción del lugar", un escaneo de espacio, traducido en una coexistencia mental de los lugares y los preceptores. Los cuerpos geométricos también suelen ser nombrados sólidos. Esta notación es válida, aunque no debe sugerir la idea de que tales cuerpos tienen que estar "llenos" interiormente, o tienen que ser "duros"; una caja de zapatos vacía y cerrada es también un ejemplo de cuerpo geométrico, de sólido. En este caso, Guillén (2010) lo describe así:

> Centra la atención en diferentes polaridades (arriba-abajo, de un lado a otro, desde dentro, hacia fuera, enfrente de, delante de, detrás de, izquierda- derecha, aquí-ahí), en las conexiones que se consideran para estructurar, en los puntos de vista desde los que se mira, esto es, lugares donde uno puede estar; la reciprocidad de cambio con respecto al lugar del objeto y el punto de vista desde el que se mira, a los obstáculos (para el oído y el ojo, para caminar y actuar) así como a la vecindad al considerar línea, plano y el espacio dotados con la estructura combinatoria (p.30).

Por otro lado, la manera como los estudiantes van construyendo ciertos objetos mentales de conceptos geométricos relacionado a los sólidos, y la manera de cómo van ampliando a lo largo de su carrera estudiantil está relacionado con tres aspectos: la primera, las ocasionadas por las representaciones físicas de los sólidos con los que trabaja, la segunda, las provocadas por los propios procesos de enseñanza; por ejemplo, definir conceptos a partir de familias de sólidos específicos, consecuencias de usar un modelo específico para introducir definiciones, y la tercera, por los ocasionados en los procesos de aprendizaje, como el lenguaje geométrico, emisión de juicios respecto a las propiedades, centrar la atención en subfamilias o en partes del sólido, y no en un todo.

Cabe señalar que uno de los aspectos fundamentales de la educación es la maduración de la inteligencia espacial, pues de eso depende la construcción y manipulación de las representaciones mentales de los objetos en el espacio y las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones físicas. Además, el desarrollo del pensamiento espacial se logra mediante la percepción espacial que conlleva a visualizar, razonar y construir estructuras y configuraciones de los conceptos matemáticos y el desarrollo de la inteligencia espacial.

Por ello, el estudio de la geometría espacial es amplia y rica en el que podemos determinar nuestras propias reglas y cuál juego vamos a jugar, con la única condición de que todo sea consistente y dar la impresión de que vale la pena; he allí el centro del asunto: las familias de sólidos implicadas en nuestro trabajo son los cuerpos de revolución, los prismas y pirámides y los poliedros regulares. En este caso, para la presente investigación los clasificaremos a continuación: cuerpos redondos y poliedros, aquellos en los que las superficies que los delimitan son planas, y los cuerpos redondos, en los que algunas de las superficies que los delimitan son curvas. Luego, poliedros cóncavos y convexos, donde el poliedro cóncavo es el que tiene alguna cara cuyo plano atraviesa a la figura, o sea, existe alguna cara que, al prolongarla, corta al poliedro.

También en un poliedro convexo todas sus caras se pueden apoyar sobre un plano y en un poliedro cóncavo no. Finalmente, poliedros regulares e irregulares, donde un poliedro regular es aquel que sus caras son poliedros regulares y son todos iguales. Todos los ángulos poliedros también son iguales. Irregulares: Poliedro cuyas caras son polígonos no todos iguales.

2.2.2 Construcción de cuerpos sólidos.

Generalmente el estudio de la geometría del espacio pasa a un segundo plano, pues gran cantidad de maestros consideran primordial partir de la geometría euclidiana, la geometría plana, para finalmente abordar la tridimensional. Sin embargo, para los niños, el mundo es tridimensional: desde temprana edad viene experimentando, mediante la manipulación y la observación, las figuras y cuerpos en el espacio, de modo que el estudio de los cuerpos sólidos debería ser lo primario. Además, es valiosísimo para el estudiante comparar la construcción de los cuerpos sólidos con diferentes procedimientos concretos y en el plano, como también, a partir de objetos del entorno y desde la papiroflexia.

Lo relevante de la construcción de cuerpos sólidos, es que el alumno experimente las relaciones y propiedades de los objetos geométricos independientemente de la posición que ocupan en el plano o el espacio. En este sentido, se puede utilizar en las aulas una gran variedad de recursos según el concepto geométrico a tratar y la edad de los alumnos. En la figura 3 se muestran algunos recursos útiles para tal fin.

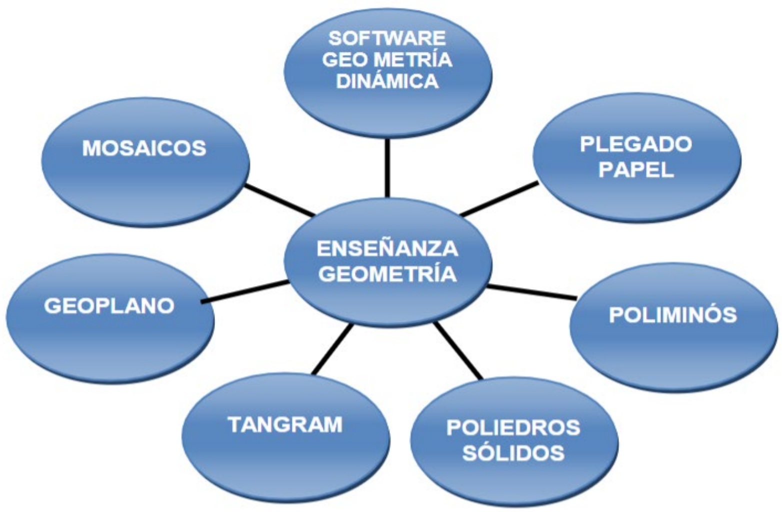


Figura 3. Medios y recursos para la enseñanza de la geometría en la educación obligatoria. Adaptado de "*Medios y recursos para la enseñanza de la geometría en la educación obligatoria*" por N, Ruíz, 2018, *Revista Didáctica Específicas*, 1(3), p 25.

2.2.2.1. Representaciones físicas de sólidos en el plano. Una de las dificultades del estudio de los cuerpos geométricos a partir de imágenes planas es que, al ser cuerpos en tres dimensiones, su visualización y la comprensión de sus propiedades mediante objetos en dos dimensiones supone un obstáculo. Para ello, es conveniente que, inicialmente, se permita a los alumnos trabajar con modelos físicos de los cuerpos g

Si la enseñanza/aprendizaje de los cuerpos sólidos se centra en figuras planas, no puede haber comprensión en matemática, porque no se distingue un cuerpo geométrico de su representación. Toda confusión entre el cuerpo y su representación provoca una falta de comprensión y relación con su contexto, ya que los conocimientos adquiridos no resultan útiles fuera del contexto de aprendizaje, permanecen como representaciones abstractas e inaplicables. Además, la posibilidad de efectuar transformaciones sobre los cuerpos geométricos depende del sistema de representación utilizado. Por ende, la enseñanza estática de esta rama de las matemáticas —mediante el empleo del lápiz y el papel, o el tablero y marcador como únicos recursos didácticos— refuerza falsas concepciones y creencias de los alumnos sobre la forma de las figuras asociada a la posición que ocupan.

Por otro lado, no se puede desechar las construcciones de los cuerpos geométricos en el plano, pues haciendo uso de implementos tradicionales como el compás, escuadras, compas, transportador, etc. es posible definir conceptos y trazar elementos abstractos; sin embargo, cuando se trata de ampliar el pensamiento espacial, los resultados son mejores cuando se utilizar materiales manipulativos o en contexto tipo metaverso, la realidad virtual como “escape digital”.

2.2.2.2. Construcciones de sólidos geométricos a partir de materiales concretos. Todos los poliedros huecos pueden “abrirse” y colocarse sobre un plano en forma de plantilla o molde. Esta tarea permite observar la configuración del poliedro, y estudiar sus elementos y su composición. También es posible en sentido inverso, construir el poliedro desde una plantilla. Esta tarea es interesante e importante porque ofrece la oportunidad de desarrollar el pensamiento espacial del estudiante antes de la construcción del poliedro debido a la capacidad de visualizar. La desventaja es que las plantillas solo admiten la construcción de Poliedros, es complejo construir los sólidos de revolución (Ruiz, 2018).

Para la construcción de sólidos de revolución, usualmente se parte de una figura plana que rota una vuelta completa alrededor de un eje del cual se produce la rotación, y en otros casos, a través de representaciones del objetos de la cotidianidad. Sin embargo, es compleja la construcción como tal. En este sentido, los materiales manipulables invitan a la asociación entre figuras planas o sólidos y su posición en el plano o espacio, además, permiten desplazar las figuras, comprobando qué propiedades permanecen invariables a pesar del movimiento.

2.2.2.3. Construcciones de sólidos mediante software y recursos interactivos. Teniendo en cuenta que los diferentes desarrollos tecnológicos forman parte de nuestra estructura económica, social y cultural, y que ello afecta todos los aspectos de nuestra existencia, también lo es para la educación; por tanto, urge adoptar e integrar en el aula de clase los nuevos recursos digitales, tales como Poly, Cabri 3D, Arloon Geometry, GeoGebra, modelado 3D, entre otros; con la ventaja de que algunos son gratuitos y/o virtuales.

El estudio de la geometría de sólidos en ambientes virtuales facilita el abordaje a profundidad de la relación entre las áreas de los cuerpos 3D y sus desarrollos planos. Además, motivan a los niños y jóvenes a la creatividad y la inmersión al mundo digital, perfeccionando en ellos las competencias necesarias para la sociedad actual gracias al fortalecimiento del pensamiento geométrico espacial y la adquisición más clara de conceptos (González, 2021).

2.2.3 GeoGebra y construcción de sólidos.

2.2.3.1. Características y funciones. GeoGebra es una aplicación de código abierto diseñada especialmente para el aprendizaje y la enseñanza de las materias de geometría, álgebra y cálculo. El programa nos permite manejarnos con comodidad a través de un entorno gráfico que nos permitirá realizar todo tipo de funciones y representaciones gráficas. Se trata de una herramienta dinámica de cálculo que irá modificando la representación gráfica en tiempo real a medida que vayamos modificando valores, por lo que se trata de una muy útil herramienta en el ámbito académico, ya sea para los alumnos o como lienzo de ejemplo para que el personal docente pueda impartir clases.

Abarca una gran cantidad de operaciones, ya sean tareas geométricas simples de cálculo de ángulos o representación de funciones, derivadas e integrales. Además, el software permite exportar los resultados en todo tipo de formatos gráficos, incluido capas vectoriales SVG. Esta modularidad resulta especialmente interesante teniendo en cuenta que existe una infinidad de ejemplos creados por otros usuarios y puestos a disposición de todo el mundo a través del catálogo online de la web oficial.

Además de ser un programa educativo de matemática, GeoGebra es un sistema de geometría dinámica (SGD), caracterizado por permitir la creación y manipulación dinámica de construcciones geométricas. Las modificaciones que permite realizar un SGD no sólo consiste en las variaciones de las propiedades que se le puedan realizar a un objeto sino también a los objetos dependientes de este, facilitando la generación de construcciones (Nieto, 2018). En definitiva, GeoGebra supone una interesantísima opción para los estudiantes que necesiten mejorar sus conocimientos sobre la materia de la forma más cómoda posible.

GeoGebra es una de las herramientas matemáticas más importantes en los últimos años. Esto debido al dinamismo que presenta para el trabajo de la geometría, permitiendo el análisis de sus propiedades y relaciones al modificarlas mediate sus comandos. De igual forma permite realizar cálculos de un objeto matemático ayudando al establecimiento de relaciones y una comprensión más profunda de los contenidos (Patiño, 2021).

El GeoGebra cuenta con un manual de ayuda elaborado por sus autores el cual ofrece indicaciones precisas para su utilización y que se puede obtener en el sitio Web oficial. Varios investigadores se han referido a las bondades de este software pues contribuyen en muchos aspectos a mejorar las metodologías de enseñanza aprendizaje y para dar soluciones a problemas matemáticos brindando información valiosa en términos gráficos, lo cual aporta significativamente a la aplicación de esta herramienta en la solución de problemas (Jiménez & Jiménez 2017).

GeoGebra es un recurso tecnológico de gran alcance que debería ser considerado en las planeaciones de las clases como material didáctico para el desarrollo de las actividades, porque además, mediante este software se puede obtener los resultados de manera más rápida y precisa, se puede utilizar tras la sustentación de cada teoría con el propósito de verificar resultados obtenidos de forma tradicional (Borsoi, 2016).

El valor verdadero de GeoGebra como recurso didáctico es que es un medio digital para producir, construir y descubrir conocimientos, con la posibilidad de verificar su valor de verdad, es un elemento mediador entre el aprendiz y el conocimiento matemático, una relación entre aprendiz – GeoGebra – contenido. Por tanto, bajo la direcció en la idea clave (Nieto, 2018).

2.2.3.2. Construcciones de polígonos y sólidos en GeoGebra.

2.2.3.2.1. Figuras planas en GeoGebra.

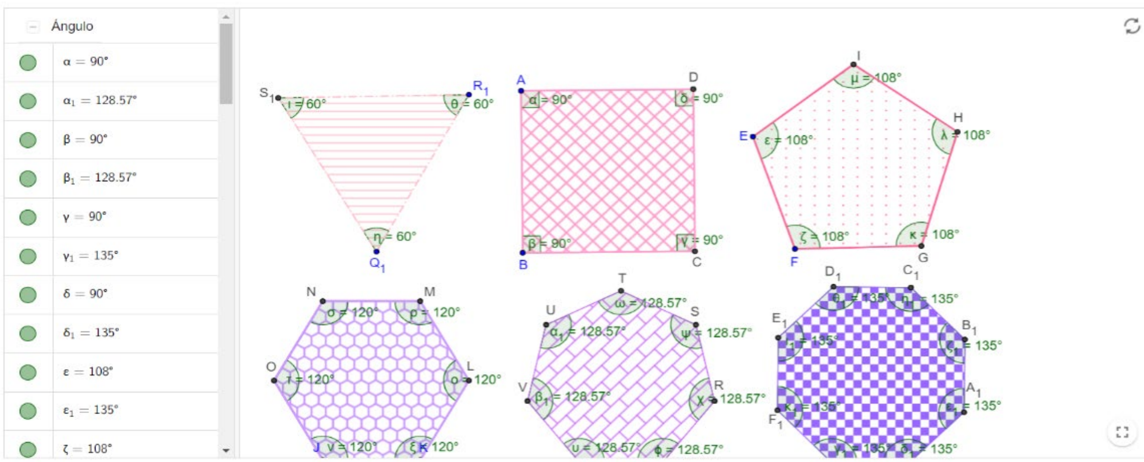


Figura 4 Poliedros y ángulos en GeoGebra. Por (Fany & Zowi, 2017). *https://www.geogebra.org/m/MfD7QFB6*

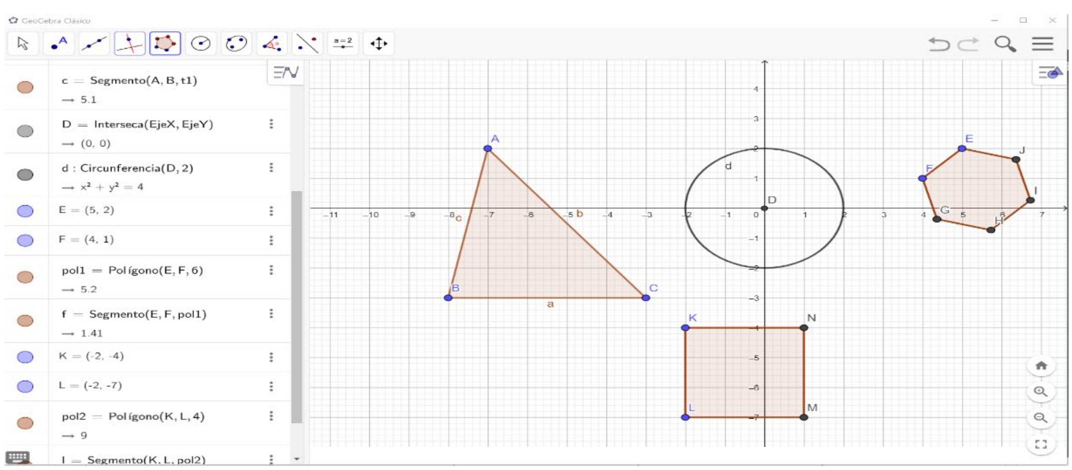


Figura 5. Vista gráfica y barra de tareas en GeoGebra

2.2.3.2.2. Construcción de cuerpos geométricos y su desarrollo.

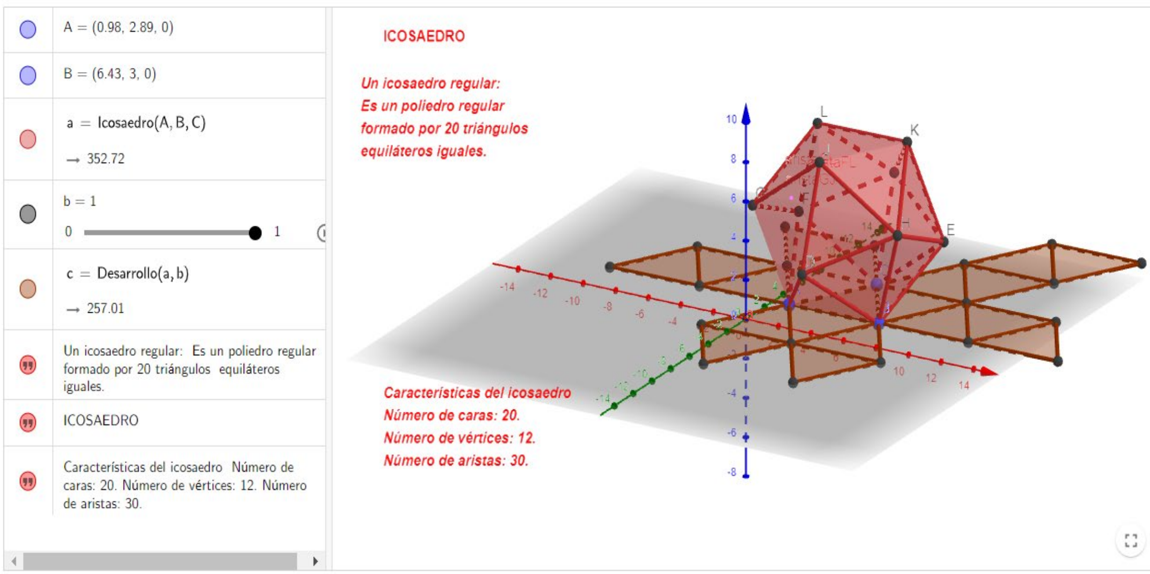


Figura 6. Cuerpos Geométricos y su Desarrollo en GeoGebra. Adaptado "Icosaedro" por *R,* Bielka, 2021.

2.2.3.3. Diseño en GeoGebra. Otro de los beneficios de GeoGebra consiste en permitir que el estudiante incursione hacia el diseño haciendo uso de los cuerpos y sólidos geométricos.

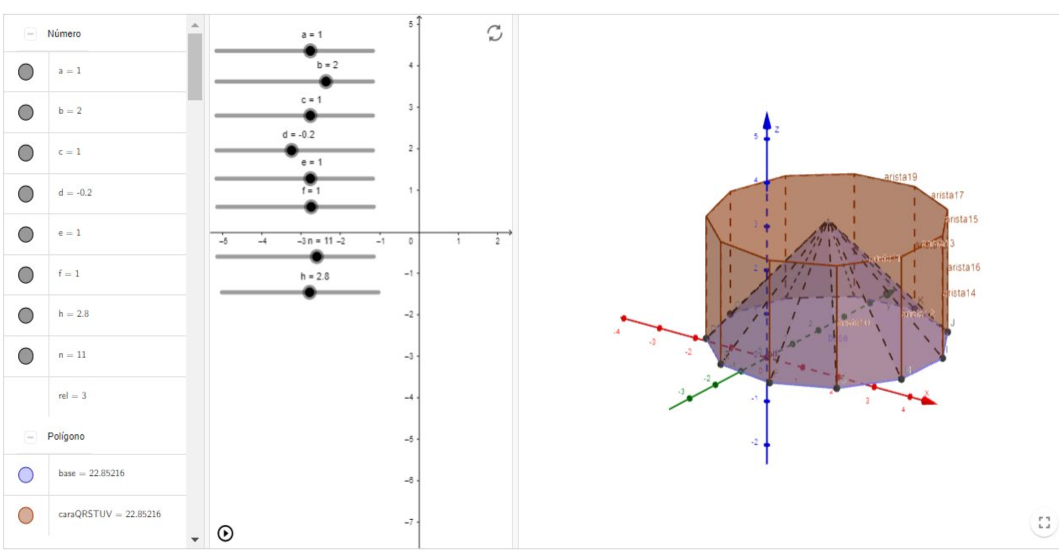


Figura 7. Cuerpos sólidos en GeoGebra. Adaptado de “Cuerpos Geométricos” por C. Peña, 2015.

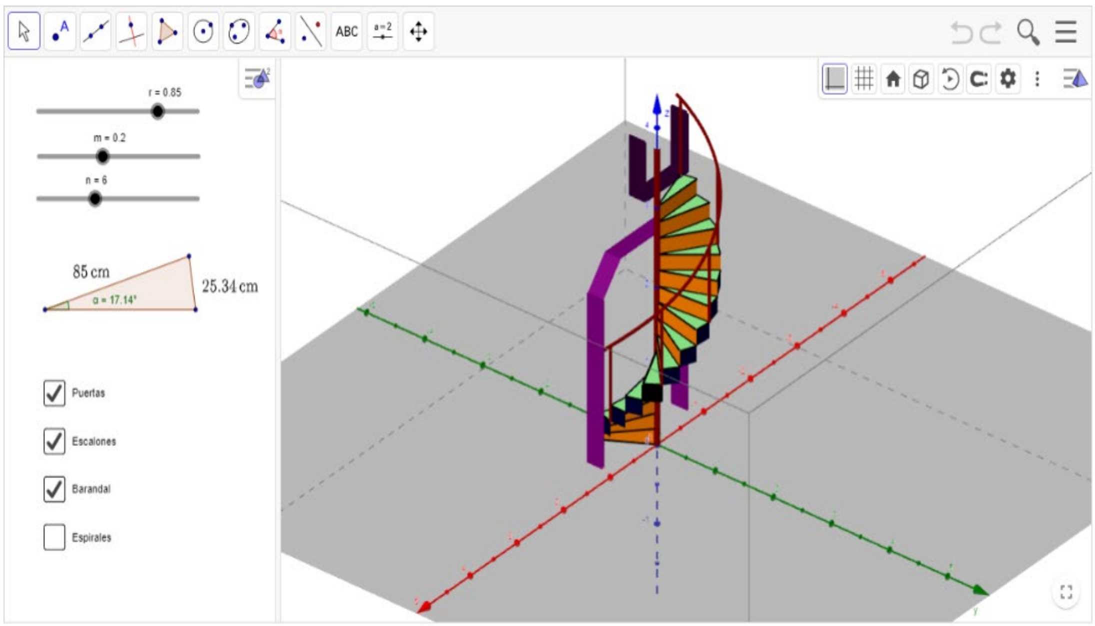


Figura 8. Diseño de una escalera de caracol a partir de curvas parametricas de una hélice circular. Adaptado de “*Escalera de Caracol”* por W. Gutiérrez, 2014.

2.2.4 Enseñanza en entornos de las TIC.

2.2.4.1. Las TIC en el aula. Entre las asignaturas del currículo, la matemática es tradicionalmente considerada como un dolor de cabeza tanto para educadores, estudiantes y estudiantes. Por tanto, la geometría sale afectada debido a las estrategias metodológicas empleadas desde el aula.

Según Grisales (2018) las TIC constituyen un recurso mediante el cual se puede influenciar de manera positiva en el proceso didáctico de las matemáticas, así como atender las diferencias individuales. La implementación de software dinámico destinado a esta área del conocimiento permite establecer una conexión con la realidad de tal manera que se pueda aprender matemáticas de manera divertida, como lo atribuye Pabón (2014).

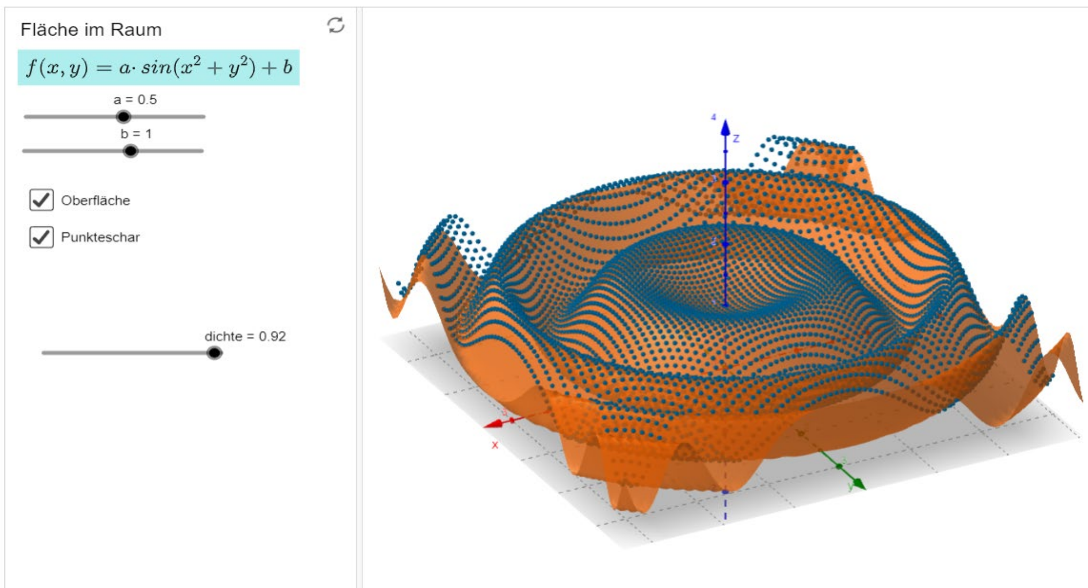


Figura 9. Oberfläche mit Punkteschar. Adaptado de “GeoGebra” por G. Wengle, 2014.

Por su parte, infinidad de estudios y la misma experiencia, demuestran que estos medios han logrado un alto nivel de eficiencia en el aula Pizarro (2009) resignificando el desarrollo de tareas; pues ello posibilita la observación de gráficos, esquemas y problemas dentro de un contexto real e interactivo. Desde otra perspectiva, las TIC favorecen el quehacer docente, reduciendo los costos de los recursos implementados en el aula y mejorando notoriamente la calidad de los materiales desarrollados. Por la misma razón, la educación colombiana determinó como uno de sus desafíos actuales, la renovación pedagógica desde las TIC y al estudiante como sujeto activo.

2.2.4.2. Geometría y las TIC. En cuanto a las inteligencias espacial y lógica, se han desarrollado diversos recursos digitales, que incluyen software especializado, objetos y aulas virtuales, entre otros; donde los entornos del estudiante cumplen un papel de fundamental importancia, dando a conocer que la geometría se relaciona con la vida de cada uno y con las situaciones que los rodean.

En este sentido, el gran reto es contribuir a que los estudiantes desarrollen de una forma práctica el pensamiento geométrico, especialmente en lo relacionado al estudio de los poliedros; y se apropien en forma proactiva de los conocimientos fundamentales de la geometría. Además, se permite vincular al entorno los procesos de enseñabilidad y educabilidad que lo rigen, debido a que el proceso de enseñanza/aprendizaje de la geometría ha enfrentado serios problemas; la instrucción de esta materia se ha realizado en forma abstracta, y la metodología utilizada no ha sido la más adecuada.

En este caso, se ha constituido en la repetición de conocimientos y la aplicación de formas mecánicas que no permiten llegar al resultado correcto. Esto ha traído, en consecuencia, el desperdicio de la capacidad de razonamiento y la virtud creadora del estudiante, lo cual se evidencia en su poca capacidad de resolver algún problema que se le presente de diferente. En este sentido, es necesario implementar estrategias adecuadas para la enseñanza de la geometría, que permita el acercamiento a prácticas innovadoras en la enseñanza aprendizaje de la geometría y obtener mejores resultados.

Cabe señalar el papel de las TIC en la educación y la tecnología, pues en el ámbito de lo tradicional, este ha producido alumnos mecanizados y memorísticos, incapaces para pensar crítica y reflexivamente. Pero, el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas puede lograr el desarrollo de competencias para la comprensión de conceptos útiles para el aprendizaje de las mismas y la resolución de problemas de la vida cotidiana. En este sentido, ya en Castillo (2008) comentó que, en el área de la educación, la introducción de la tecnología ha sido muy lenta, pero en la actualidad ya no se discute sobre la necesidad de utilizarla en el aula, sino en las ventajas que se pueden obtener al introducirla en el proceso de enseñanza/aprendizaje.

Y en la enseñanza de las matemáticas, la educación no se puede quedar atrás para adoptarla en el proceso de la construcción del conocimiento. El uso de la tecnología puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas (Jiménez & Jiménez Izquierdo, 2017)

2.2.5 Las TIC y entornos virtuales durante COVID-19.

La importancia de la educación online en estos dos últimos años de confinamiento obligatorio es un hecho sin precedentes que marcará un antes y un después en el campo pedagógico y en todos los sistemas educativos globales. Además, salió a luz las desigualdades sociales, culturales y económicas de más de 180 países que han sido víctimas de la pandemia por COVID-19. Expósito y Marsollier (2020). Bajo esas circunstancias los maestros tuvieron a bien tomar algunos recursos que facilitara la enseñanza/aprendizaje de sus estudiantes, sean tecnologías populares o específicas a su asignatura, las cuales se mencionan a continuación.

2.2.5.1. Tecnologías populares. Hace referencia a aquellas que no carecen de complejidad, y que no son específicas a alguna materia de estudio (Expósito & Marsollier, 2020), tales como Facebook, Telegram, WhatsApp, Instagram, YouTube, entre otras redes sociales.

2.2.5.2. Tecnologías específicas. Son aquellas que requieren de conocimientos específicos, pues son herramientas más complejas y adecuadas a alguna área específica (Brasó & Arderiu, 2019)

2.2.5.3. Tecnología en situación de confinamiento. Son los medios tecnológicos a los cuales los maestros se acogieron para entrar en contacto con sus estudiantes y desarrollar el proceso de enseñanza/aprendizaje. A continuación, se observa algunas de los recursos empleados.

Tabla 2
Tecnología usada en pandemia

Tecnología	Puntajes
Plataformas virtuales (Moodle, Classroom, etc.)	4,17
Aula virtual Dirección General de Escuela	2,66
Videoconferencias (Zoom, Meet, Hangouts, etc.)	4,16
Grupos WhatsApp	8,83
Foros de debate online	2,11
Redes sociales (Instagram, Facebook, etc.)	3,54
Elaboración de Blog o páginas web con contenido de estudio	2,24
Distribución de Materiales Impresos	2,47

Nota: La información fue Adaptada de “*Virtualidad y educación en tiempos de COVID-19. Un estudio empírico en Argentina” por* Expósito & Marsollier, 2020, p.6.

Como se puede notar, la aplicación WhatsApp destaca por ser la de mayor puntaje por usabilidad, mientras que el uso de páginas web o blogs fueron las menos acogidas por los maestros. Y otros recursos que ofrece Google como Classroom, Forms, Gmail, Drive, Meet, entre otros, hicieron parte significativo en la educación virtual.

Tabla 3

Tecnologías usadas por niveles de formación durante la pandemia

	Plataformas	**Aulas DGE**	**Videocon-ferencias**	**WhatsApp**	**Foros**	**Redes Sociales**	**Blog o web**	**Material impreso**
Inicial	4,375	2,5	5	8,85	1,675	3,95	1,875	2,2
Primario	4,3	3,45	4,55	8,875	2,15	3,85	2,35	3,675
Secundario	4,8	2,05	3,625	8,675	2	2,925	2,175	2
Sup. No univ.	6,55	3,5	6,2	8,225	5,05	3,55	2,925	1,825
Universitario	8,1	0,775	6,85	7,025	4	4,225	2,45	1,5
Educ.Adultos	2,525	3,05	3,525	9,325	1,375	3,75	2,075	2,65
Educ. Especial	5	1,4	6,675	9,45	3,325	3,325	3,9	2,5

Nota: La información fue Adaptada de “*Virtualidad y educación en tiempos de COVID-19. Un estudio empírico en Argentina” por* Expósito & Marsollier, 2020, p.9.

2.2.5.3. Tecnología específica por nivel. Son aquellas que son puestas al alcance de los docentes y estudiantes, y dependen del nivel de estudio y el grado de dominio. Respecto a la tabla mostrada en la figura 2 las tecnologías más empleadas por los docentes en la secundaria fueron el WhatsApp y las plataformas virtuales específicas. Durante esta investigación, los más empleados fueron Meet y Zoom.

2.2.5.4. Recursos pedagógicos digitales. Corresponden a las estrategias pedagógicas empleadas por los maestros, tal como se muestra en la tabla 4.

Tabla 4

Lista de recursos pedagógicos digitales

Tecnologías	Puntaje
Dictado de clases online	5,23
Grabación digital de clases	5,61
Digitalización de Recursos didácticos preexistentes	7,40
Elaboración de guías de estudio digitales	7,27
Evaluación a distancia de los contenidos curriculares	5,92
Presentaciones estilo Power Point	5,33

Nota: La información fue Adaptada de "*Virtualidad y educación en tiempos de COVID-19. Un estudio empírico en Argentina" por* Expósito & Marsollier, 2020, p.11.

Según los estudios realizados por Expósito, la digitalización de recursos didácticos preexistentes y elaboración de guías de estudio digitales, fueron las más acogidas por los maestros.

2.2.5.5. Recursos pedagógicos en relación con el tipo de gestión institucional. En cuanto a los recursos empleados durante el confinamiento, según Expósito y Marsollier (2020), las instituciones privadas evidenciaron mayor apropiación de los recursos pedagógicos en comparación a las instituciones públicas o estatales. Aunque su estudio se realizó en Argentina, tiene inmensas similitudes con las experiencias vividas en la Institución Educativa "La Anunciación" (IELA), donde el nivel socioeconómico de los estudiantes presenta notaciones significativas con relación al uso de documentos como recursos pedagógicos. De lo anterior, Expósito concluye que "la situación de pandemia puso en evidencia la desigualdad de oportunidades educativas entre instituciones públicas y privadas, las diferencias entre quienes tuvieron mejor acceso a los recursos tecnológicos y a internet; las diferencias en el capital cultural de las familias” (p. 19).

2.2.6 Desarrollo del pensamiento geométrico.

2.2.6.1. El pensamiento. Ha sido descrito desde la psicología como la capacidad de planear y dirigir de forma “oculta” una conducta posterior. Según Jiménez y Jiménez (2017), el pensamiento es un don particular que poseen los seres humanos. Elementos como la razón, el razonamiento, la inferencia lógica y la demostración son aptitudes del pensamiento para reflejar de manera inmediata la realidad, los problemas y las necesidades del sujeto. Según la lógica formal, la estructura del pensamiento está compuesta de la siguiente manera: concepto, juicio, razonamiento y demostración (Izquierdo, 2006).

De la misma forma, Perkins asegura que se puede determinar al pensamiento como el concepto de estructuras del pensamiento; asimismo, el modelo de aprendizaje de una estructura a través de la adquisición, internalización y transferencia, y los principios fundamentales son estructuras del pensamiento, las que pueden organizar y catalizar el pensamiento en la enseñanza de este (Jara, 2012).

Por otro lado, para Jasper, también se puede generalizar al pensamiento como la polaridad de razón y existencia, y el *pensamiento existencial* es el que, en su constitutivo sentimiento de la trascendencia, tiende al ser verdadero, es el que engloba el mismo ser del entendimientos (Schaeffer, 1968). Los constructos se adquieren en el intercambio cotidiano con el medio y se van consolidando a lo largo de la existencia individual en el marco de la existencia colectiva. Son una mezcla de conocimiento, afectividad y acción. Para Kelly los constructos son permeables a las nuevas experiencias y acontecimientos (Jara, 2012).

Por su parte, Bergson afirma que el pensamiento que está dirigido a la ciencia –o a la vida práctica, al manejo de las cosas–, procede por medio de la lógica, de la observación y de los conceptos […]. Además, para Marías, el pensamiento busca las semejanzas, lo que hay de común en varios individuos; es generalizador(Jara, 2012).

Pensamiento Significativo. Ante el conductismo dominante, David P. Ausubel en 1963 propuso como alternativa la teoría del aprendizaje significativo, un modelo de enseñanza/aprendizaje basado en el descubrimiento. En su teoría, Ausubel privilegia el activismo y postula que se aprende aquello que se descubre (Moreira, 2012). Desde este enfoque, para incrementar y mantener los conocimientos, debe basarse en el aprendizaje receptivo significativo en todos los espacios donde existe interacción. Por ello, Ausubel aclara que no es necesario descubrirlo todo, la adquisición de conocimiento puede ser lenta y quizá poco efectiva (Ausubel, 1983; Moreira, 2012).

La característica más importante del aprendizaje significativo es que produce una influencia recíproca entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), haciendo que éstas adquieran un significado al ser integradas a la estructura cognitiva de manera sustancial, asistiendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsensores pre existentes y, consecuentemente, de toda la estructura cognitiva, lo que ocurrirá de manera no arbitraria (Ausubel, 1983).

En este sentido, el pensamiento significativo es aquél en el que ideas expresadas simbólicamente interactúan de manera sustantiva y no arbitraria con lo que el aprendiz ya sabe. Al decir “sustantiva” se refiere no literal, que no es al pie de la letra, y “no arbitraria” significa que la interacción no se produce con cualquier idea previa, sino con algún conocimiento específicamente relevante ya existente en la estructura cognitiva del sujeto que aprende (Ausubel, 1983).

De todo lo anterior, el pensamiento significativo se determina por la correlación recíproca entre conocimientos previos y conocimientos nuevos, y que esa correlación es no literal y no arbitraria. En ese proceso, los nuevos conocimientos adquieren significado para el sujeto y los conocimientos previos adquieren nuevos significados o mayor estabilidad cognitiva (Moreira, 2012). Por tanto, a fin de fortalecer el pensamiento significativo, es necesario relacionar el aprendizaje con conocimientos anteriores y situaciones cotidianas, con la propia experiencia. Esto se puede recrear perfectamente a través de interacciones con las diversas estrategias y recursos del entorno. De este modo se potencia el aprendizaje del sujeto y permite el desarrollo del espíritu crítico y se orienten hacia la autonomía.

2.2.6.2. El pensamiento geométrico. Desde un enfoque constructivista, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se enfoca en facilitar el desarrollo del pensamiento matemático. Este puede interpretarse de diferentes formas, la primera se le entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas.

La segunda, entiende al pensamiento matemático como parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y técnicas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas; finalmente, una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a múltiples tareas (Cantoral, 2008). En ese sentido, cuando el desarrollo del pensamiento matemático hace referencia a la geometría como rama de las matemáticas, es adecuado denominarla desarrollo del pensamiento geométrico, en el cual la visualización se constituye como uno de los procesos asociados más potentes desde el punto de vista didáctico. Cantoral (2008) la concibe como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual, y reconoce su amplio uso no sólo en la geometría, sino en las demás ramas de las matemáticas y aún en la ciencia en general.

Por ende, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos se conciben como una herramienta que se encuentra inherente en varias asignaturas, como la geometría, las ciencias naturales, la física, la química entre otras. El pensamiento espacial permite entender y analizar concepciones del espacio, sus diferentes transformaciones y como este puede interactuar o no con el medio circundante.

2.2.6.3. Desarrollo del pensamiento geométrico. Existen numerosas investigaciones en cuanto al desarrollo del pensamiento geométrico. Por un lado, Piaget sugiere dos hipótesis acerca de la competencia que tienen los niños en tareas de discriminar y representar figuras geométricas, construir sistemas de referencia en 2 y 3 dimensiones y justificar afirmaciones sobre hechos geométricos (Camargo, 2011). Estas comprenden:

Hipótesis constructivista. La representación del espacio depende de una organización progresiva de las acciones motoras y mentales que permiten el desarrollo de sistemas operacionales.

Hipótesis de la primacía topológica. La organización progresiva de ideas geométricas sigue un orden definido que es más lógico que histórico; inicialmente se desarrollan ideas topológicas, luego se construyen relaciones proyectivas y luego, surgen las relaciones euclídeas (Camargo, 2011).

Investigaciones posteriores a las realizados por Piaget e Inhelder (como se citó en Camargo, 2011) confirmaron la hipótesis constructivista, pero la hipótesis de la superioridad topológica se puso en cuestionamiento, ya que los resultados investigativos que le siguieron a Piaget e Inhelder no son concluyentes. En este sentido, la diferenciación de figuras geométricas parece ser un asunto que combina propiedades topológicas, proyectivas y euclidianas, más que una evolución en el reconocimiento de cada tipo de propiedades. Por tanto, la hipótesis de la supremacía topológica no se sostuvo, pero los intentos de confirmarla dieron lugar a la creación de diversos materiales que se han introducido en las clases de geometría para enriquecer las experiencias de los estudiantes con las formas bi y tridimensionales. Pero quizás la teoría más extendida y que ha impactado los currículos de geometría de diversos países, incluido Colombia, es el modelo de razonamiento de los esposos Pierre y Dina van Hiele, inspirado en el trabajo de Piaget.

Piaget plantea que el desarrollo cognitivo desde la infancia hasta la madurez se compone por cuatro estadios: sensomotor (0-2años), preoperacional (2-7 años), operaciones concretas (7-11 años) y operaciones formales (11 años en adelante) (De la Torre, 2003). Para Piaget (como se citó en Vargas & Gamboa, 2013) afirma que los niños nacen dotados de una estructura superior y sólo necesitan tomar consciencia de ello, no otorga gran importancia al lenguaje en el paso de un nivel a otro y el aprendizaje se considera como un proceso madurativo. El desarrollo de conceptos espaciales y geométricos es el desarrollo de una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos, hacia razonamientos deductivos y abstractos. La recursividad es fundamental en el paso de un nivel a otro. La teoría de Piaget enfoca su teoría en el desarrollo y no en el aprendizaje. Se considera a este último como un proceso madurativo en la persona, y por consiguiente, el valor de la enseñanza disminuye (Venegas, 2015).

Otra teoría relevante de aprendizaje de la geometría es la teoría de Vinner (Gutierrez, Jaime & Cáceres, 1992), que consiste en hacer la distinción entre las definiciones y las imágenes conceptuales, a través de ejemplos y contraejemplos para la comprensión y aprendizaje del estudiante. Este modelo consta de un gran apoyo gráfico, argumentando que cuando un individuo lee o escucha un concepto conocido se forma en su mente una *imagen de concepto*, y es deber del educador dar pautas concretas sobre como analizar y mejorar las imágenes respectivas mediante ejemplos y contraejemplos. Según esto, una imagen de un concepto es correcta cuando le permite al estudiante discriminar sin errores todos los ejemplos de ese concepto y cuando las propiedades que lleva asociadas son todas relevantes (Guillén, 1997).

También se notará al comparar ejemplos diferentes para identificar las diferencias más significativas, pues la contraposición hará ver que existen propiedades en una figura que no existen en la otra. Este modelo se enfoca en la necesidad de la separación del concepto y de la imagen que el estudiante crea en su mente, de manera que los docentes hagan correcciones y evitar aprendizajes equivocados (Venegas, 2015). Una de las teorías más acogidas en la enseñanza de la geometría es la teoría de van Hiele, que consiste en un aprendizaje logrado a lo largo de 5 niveles, donde el docente, a través de 5 fases o secuencias didácticas y 5 propiedades de cada nivel, ayuda al aprendizaje y desarrollo del pensamiento geométrico en el estudiante. A continuación, se desglosa la teoría.

2.2.6.4. Desarrollo del pensamiento geométrico según van Hiele. Este modelo tiene sus orígenes en las tesis doctorales presentadas por los esposos Pierre M. van Hiele y Dina van Hiele-Geldof en 1957, en la Universidad de Utrecht (Holanda). Los esposos van Hiele, ambos profesores de matemáticas en secundaria, mostraron un modelo de enseñanza y aprendizaje de la geometría que ha tenido gran repercusión en el desarrollo e implantación de los currículos, tanto en países europeos, como en Norteamérica y países latinos. Actualmente existen infinidad de trabajos de investigación que difunden este modelo, el cual establece una evolución del constructivismo puro por descubrimiento, muy centrado en el estudiante, semejante al del descubrimiento dirigido, en la que también se presta atención a la aportación de los otros, en especial al papel del docente (Guillén, 2000).

2.2.6.5. Niveles del pensamiento geométrico según van Hiele. Según los esposos van Hiele, el pensamiento geométrico se desarrolla en 5 niveles de razonamiento, los cuales estas clasificados a continuación.

Nivel 1: Reconocimiento o visualización. Llamado también de familiarización, en el que el estudiante percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Los estudiantes están conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos, aunque puede identificar y reproducir un cuadrado, un rombo, un rectángulo, o recordar de memoria sus nombres. Sin embargo, no es capaz de considerar que el cuadrado es un tipo especial de rombo, o que este es un paralelogramo particular; para él son formas distintas y aisladas, sin establecer categorías.

Nivel 2: Análisis. El estudiante elabora un análisis del conocimiento de los componentes y propiedades básicas de las figuras. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos, como mediciones, dibujos, construcción de modelos, etc. Por ejemplo, el estudiante ve que un rectángulo tiene cuatro ángulos rectos, que las diagonales son de la misma longitud, y que los lados opuestos también son de la misma longitud. Reconoce la igualdad de los pares de lados opuestos del paralelogramo general, pero el estudiante es todavía incapaz de ver el rectángulo como un paralelogramo particular; es decir, el estudiante no concibe aun las interrelaciones entre las figuras, y no son capaces de construir definiciones formales, pero sí de entender las definiciones matemáticas que presentan un bajo nivel de complejidad lógica.

Nivel 3: Ordenación o clasificación. Los estudiantes interrelacionan lógicamente propiedades de los conceptos, construyendo o siguiendo argumentos informales. En este nivel es posible formular definiciones abstractas, es decir, señalar las condiciones necesarias y suficientes que debe satisfacer una clase de figuras geométricas, además de reconocer cómo unas propiedades de los objetos geométricos se derivan de otras, estableciendo relaciones entre sus características y las consecuencias de esas relaciones. Por ejemplo, los estudiantes son capaces de determinar que un triángulo con tres lados iguales también tiene tres ángulos iguales. Ellos son capaces de formular justificaciones informales de resultados matemáticos, al justificar por qué un cuadrado es un rectángulo o por qué la suma de los ángulos en cualquier triángulo es igual a 180°. En este nivel el significado intrínseco de la deducción, en cuanto al papel de los axiomas, definiciones y teoremas, no se comprende completamente (van Hiele, 1999).

Nivel 4: Deducción formal. En este nivel se realizan deducciones y demostraciones. Se entiende la naturaleza axiomática y se comprenden las propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos. Van Hiele llama a este nivel la esencia de la matemática. Por ejemplo, se demuestra de forma sintética o analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio. Este nivel de pensamiento geométrico es logrado por estudiantes egresados de la secundaria y niveles superiores. Incluso, muchos docentes de matemáticas no han desarrollado este nivel (Guillén, 1997).

Nivel 5: Rigor. En esta etapa se trabaja la geometría sin necesidad de objetos geométricos concretos. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se puede analizar y comparar. Se aceptará una demostración contraria a la intuición y al sentido común si el argumento es válido. Cabe señalar investigaciones con estudiantes de secundaria, que alcanzan los tres primeros niveles, en el caso de estudiantes universitarios pueden llegar al nivel 4, mientras que el razonamiento del nivel 5 es el más elevado y avanzado, tan solo ha sido posible en aquellos matemáticos adelantados. Por ello, es muy iluso pretender que un estudiante de secundaria logre tales alcances, pues tan solo alcanzaría a afianzar el pensamiento geométrico del nivel 3 (Guillén, 1997). Con todo lo anterior, la presente investigación centra su atención en los niveles 1, 2 y 3, pues son los niveles acordes al grado 8° de IELA.

2.2.6.6. Propiedades de los niveles de van Hiele. Para Van Hiele (1986), cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior, es decir, no es posible desarrollar el segundo nivel de aprendizaje sin la capacidad de razonamiento del primer nivel; razonar según el tercer nivel no es posible sin la capacidad del segundo nivel, y así sucesivamente. Además, es indispensable que en primer lugar los estudiantes adquieran de manera comprensiva los conocimientos básicos necesarios (nuevos conceptos, propiedades, vocabulario, etc.) con los que tendrán que trabajar para después centrar su actividad en aprender a utilizarlos y combinarlos. Los niveles cuentan con cinco propiedades, las cuales se enuncian a continuación.

Propiedad 1 (Secuencia fija). Un estudiante no puede estar en el nivel de van Hiele n, si no ha pasado por el nivel n-1.

Propiedad 2 (Adyacencia). En cada nivel de pensamiento, lo que era intrínseco en el nivel anterior se vuelve extrínseco en el nivel actual.

Propiedad 3 (Distinción). Cada nivel tiene sus propios símbolos lingüísticos y su propia red de relaciones que conectan esos símbolos.

Propiedad 4 (Separación). Dos personas que razonan en diferentes niveles pueden tener dificultades para entenderse mutuamente.

Propiedad 5 (Logro). El proceso de aprendizaje que lleva a un entendimiento completo, es decir al siguiente nivel más alto se compone de cinco fases (Usiskin, (1982).

Las propiedades mencionadas deben ser complementadas por el trabajo del docente, quien debe asumir 5 pasos para ayudar a los estudiantes a subir al siguiente nivel de razonamiento. Estos pasos son conocidos como “fases de aprendizaje” y son etapas de una secuencia didáctica, las cuales deben ser realizadas por el estudiante, a fin de adquirir las experiencias que le lleven al nivel de razonamiento superior.

2.2.6.7. Fases de aprendizaje según van Hiele. Las fases o secuencia didáctica de aprendizaje propuestas por van Hiele son cinco:

Fase de información: aquí se realiza una primera toma de contacto con la materia que se va a estudiar. La tarea del docente es informar a los estudiantes sobre lo que se va a trabajar. Asimismo, los estudiantes aprenderán a manejar el material y tendrán que adquirir unos conocimientos básicos para poder comenzar el trabajo correspondiente. Esta fase sirve para dirigir la atención de los estudiantes y permitirles que sepan qué tipo de trabajo van a hacer, y para que el docente descubra qué nivel de razonamiento tienen sus estudiantes en el nuevo tema.

Fase de orientación dirigida: donde el docente suministra al estudiante un material formado por actividades dirigidas al descubrimiento, comprensión, y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales del área de la geometría en estudio. Estas actividades han de ser seleccionadas de modo que los conceptos y estructuras características sean presentados de forma gradual y progresiva. En esta fase se construirán los elementos básicos de la red de relaciones del nuevo nivel.

Fase de explicitación: la finalidad de esta fase es hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo dentro de un contexto de diálogo en el grupo. Esta fase no es de aprendizaje, sino de hace una revisión de lo realizado anteriormente, de organizar ideas y conclusiones y de afinar el nuevo vocabulario para poder expresarse con precisión.

Fase de orientación libre: en esta fase los estudiantes deben aplicar los conocimientos y el lenguaje adquiridos con anterioridad a nuevas situaciones con el fin de afianzar, perfeccionar y completar el tema de estudio. Esto se consigue mediante el planeamiento de problemas por el docente que puedan desarrollarse de diferentes formas o que puedan llevar a diferentes soluciones.

Fase de integración: en esta fase el docente ha de resumir de forma global los conocimientos y formas de razonamiento que el estudiante ha adquirido en las anteriores fases, de modo que le proporcione una visión general de lo aprendido. Una vez completada esta fase, el estudiante habrá adquirido un nivel superior de razonamiento.

Este modelo enfatiza que el aprendizaje debe ser personal (cada estudiante avanza por sí mismo), y el alumno busca su información, y el papel del docente es guiarlo y coordinar con él su aprendizaje. El docente prepara todo para que se cree un ambiente propicio de aprendizaje. Completadas estas fases, los estudiantes tendrán a su disposición una nueva red de relaciones mentales, más amplia que la anterior y que la sustituye, y habrán adquirido un nuevo nivel de razonamiento.

2.2.7 Programa educativo para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Por *programa educativo* se entiende una herramienta pedagógica que brinda a los docentes pautas teóricas y prácticas que pueden ser utilizadas en el diseño y la implementación de estrategias orientadas al desarrollo del pensamiento geométrico. Se puede considerar como un conjunto de actividades planificadas sistemáticamente, que inciden en diversos ámbitos de la educación dirigidas a la consecución de objetivos diseñados institucionalmente y orientados a la introducción de novedades y mejoras en el sistema educativo.

Esto permite indagar más sobre el término *programa educativo*, que puede consistir en un documento que permite organizar y detallar un proceso pedagógico. El programa brinda orientación al docente respecto a los contenidos que debe impartir, la forma en que tiene que desarrollar su actividad de enseñanza y los objetivos a conseguir. También podemos definir un programa educativo a aquel documento que contiene todos los elementos necesarios para que un docente y un estudiante realicen un curso educativo.

Antes de presentar las definiciones de *programa educativo*, es importante comprender que éste es la concreción de una planificación con mayor alcance que el proyecto. Si el proyecto se institucionaliza y tiene continuidad se convierte en programa (Gento & Pina, 2011). Además, el programa educativo es la unidad básica en un sistema educativo.

En cuanto a la definición de *programa educativo*, Roldan (2000) señala que constituye un recurso fundamental, a través del cual se prevé, planea y organiza el proceso de enseñanza/aprendizaje. Por lo tanto, es evidente que los programas educativos deben poseer una estructura coherente y organizada.

De otro lado, un programa educativo puede ser empleado para llevar a cabo actividades y contenidos específicos junto con una serie de recursos y estrategias particulares. Al hacer alusión a un programa educativo se toma en cuenta una serie de instrumentos que permiten la organización de actividades de enseñanza/aprendizaje de forma que el profesor pueda tener una orientación en su práctica relacionada con los objetivos deseados, asimismo con las actividades y contenidos a implantar todo para lograr la meta establecida.

Martínez (2012), afirma que un programa educativo consiste en una serie de actividades de aprendizaje y recursos dirigidos a la gente para que mejore su vida; es decir, que un programa educativo debe ser diseñado para brindar una mejora con respecto a este ámbito. Los programas educativos suelen contar con ciertos contenidos obligatorios, que son fijados por el estado. De esta manera, se espera que todos los ciudadanos de un país dispongan de una cierta base de conocimientos que se considera imprescindible por motivos culturales, históricos o de otro tipo.

Por ende, el presente trabajo de investigación intenta distinguir el concepto de “programa educativo” que se está empleando, al que se asocia con un software, GeoGebra, el cual sirve como apoyo en los procesos de enseñanza/aprendizaje. En este caso, se trata de un programa informático interactivo que tiene como finalidad difundir conocimientos de manera didáctica para que el estudiante pueda asimilar y aprender. Debido a que el programa constituye un conjunto de proyectos y fases de aprendizaje de van Hiele que persiguen los mismos objetivos, se establece las prioridades de intervención, identificando y ordenando los proyectos, definiendo el marco institucional y asignando los recursos que se van a utilizar (anexo 6).

2.3 Hipótesis

2.3.1 Hipótesis principal.

El programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia durante la pandemia por COVID-19.

2.3.2 Hipótesis específicas.

- El programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la visualización de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia durante la pandemia por COVID-19.
- El programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del análisis de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia durante COVID-19.
- El programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la clasificación de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia durante COVID-19.

Capítulo III. Materiales y Métodos

Este capítulo detalla la planificación del proceso investigativo, que fue la guía operativa de la investigación, pero enfatiza los elementos que condujeron a tomar decisiones que contribuyen a la adecuación del diseño, a la concepción del estudio y la posición que se asumirá con respecto al tema de estudio.

3.1. Tipo de investigación

Una vez planteado el problema delimitado y concreto, se procede a revisar la literatura y construir el marco teórico. Se han derivado algunas hipótesis, las cuales fueron sometidas a prueba mediante un diseño de prueba que implica la recolección de datos probatorios con base en la medición numérica y el análisis estadístico; de este modo se establecen pautas de comportamiento y prueba de teorías (Hernandez, Fernandez & Baptista, 2010). Por tanto, se determina que esta es una investigación aplicada preexperimental de enfoque cuantitativo con pre test y post test.

3.2. Diseño de la investigación

Teniendo en cuenta que, mediante el diseño de esta investigación, se analizó la certeza de las hipótesis formuladas en el contexto IELA, el estudio fue elaborado bajo el planteamiento metodológico del enfoque cuasiexperimental, debido a la manipulación de la variable independiente para observar los efectos que produce en la variable dependiente en un grupo experimental. Los datos obtenidos del pre y post test, junto a las sesiones del programa de manera conjunta aplicados por la misma docente, fueron analizados mediante criterios estadísticos, con el propósito de contrastar la hipótesis. De acuerdo con lo anterior, el diseño gráfico se definió como:

GE O1 X O2

GE: Grupo Experimental

X: Variable Experimental

O1: Pre test

O2: Post test

3.3. Población y muestra

3.3.1. Población

La población de estudio consistió en 80 estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa *La Anunciación*, sede Principal, ubicada en el distrito Aguablanca de la ciudad de Cali, Colombia. Las edades comprenden entre 12 y 15 años. Fueron organizados en dos grupos, 8°-1 y 8°-2. Esta comunidad de estudiantes pertenece a la comuna 14. En cuanto a la estratificación de las viviendas de esta comuna, según la alcaldía de Santiago de Cali, el estrato más común es el 1 (estrato moda), mientras que el estrato moda para toda la ciudad es el 3. Aunque muchas de estas familias puede considerarse que pertenecen al estrato 0 (Planeación, 2021).

Debido a la pandemia y confinamiento obligatorio, solo 17 estudiantes aseguraron disponer de los recursos como un computador, celular y conectividad a internet; 32 solo disponen de celular y/o computador sin conexión a internet; 18 estudiantes no poseen herramientas tecnológicas, a ellos se hace entrega de guías en físico (dejadas en la portería de la institución), y 13 estudiantes no se reportaron durante el año escolar, ni fue posible ubicarlos por algún medio.

3.3.2. Muestra.

Según Hernandez et al. (2010) la muestra a trabajar es intencionada, no probabilística. Para la investigación se contó con estudiantes que cumplen ciertas características: que pertenezcan al 8° año de básica secundaria, entre las edades de 12 a 15 años. Además, que posean acceso a internet con velocidad mediana, y tener un dispositivo como computador, tablet o smartphone, como iPhone o Android. La muestra consistió en 17 estudiantes, quienes a través de la encuesta aplicada (ver anexo 13), aseguraron tener los recursos y disposición del tiempo necesarios en horas de la tarde. Inicialmente se presentaron 25 estudiantes, pero, por dificultades de conexión a wifi, y/o daños de equipos, se consolidó el total de estudiantes mencionado.

3.4. Operacionalización de variables

Tabla 5
Operacionalización de variables

OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES						
				DEFINICIÓN OPERACIONAL		
VARIABLES	**DIMENSIONES**	**INDICADORES**	**DEFINICIÓN INSTRUMENTAL**	*Tipo de respuesta*	*Descripción del Ponderado*	*Ponderado numérico*
VARIABLE DEPENDIENTE Desarrollo del Pensamiento Geométrico	Nivel 1: Reconocimiento o Visualización	a. Reconoce y describe los atributos físicos del cuerpo sólido tales como posición, forma y tamaño	Ítem: 1 A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F,1G, 1H, 1I, 3 A, 6D, 10C	1	Ítems sin respuesta o con respuestas no codificables. Respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de razonamiento, pero no proporcionan información alguna acerca de los niveles inferiores.	0
				2	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	20
		b. Formula definiciones mediante listado de propiedades físicas del cuerpo Geométrico.	Ítem: 3 B, 3C, 3D, 3E, 3F, 3G, 6D	3	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	25
		c. Clasifica a los cuerpos geométricos exclusivamente basado en sus atributos físicos.	Ítem: 1 A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F,1G, 1H, 1I, 3 A, 3 B, 3C, 3D, 3E, 3F, 3G, 6D, 10 C	4	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	50

Nivel 2: Análisis	a. Reconoce y describe las características de los sólidos mediante propiedades matemáticas. b. Define con estructura simple el análisis de sólidos geométricos. c. Formula definiciones empleando listado de propiedades matemáticas. d. Clasifica exclusivamente a los cuerpos geométricos basándose en atributos matemáticos. e. Verifica propiedades con ejemplos y/o demostraciones empíricas.	Ítem: 2 B, 4C, 4D, 5 A, 5B Ítem: 2 A, 2 B, 4 A, 4B, 4C, 5 A, 5B Ítem: 2B, 4D, 6 A, 6B, 7E Ítem. 2 A, 4 A, 4B, 4C, 5 A, 5B Ítem: 2 B, 4D, 6 A, 6B, 7E	5	Respuestas bastante completas pero incorrectas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. La incorrección de las respuestas puede deberse a errores matemáticos o a que siguen líneas que no llevan a la solución del problema planteado.	.75
Nivel 3: Clasificación	a. Usa definiciones con estructuras matemáticas complejas. b. Formula conjunto de propiedades necesarias y suficientes. c. Clasificar con diferentes definiciones Exclusiva e Inclusiva	Ítem: 5C, 6E, 6F, 8B, 8D, 8F, 8H, 9B Ítem: 5C, 6C, 6E, 6F, 7 A, 7B, 7C, 7D, 8 A, 8C, 8E, 8G, 9 A, Ítem: 5C, 6C, 6E, 6F, 7 A, 7B, 7C, 7D, 8 A, 8C, 8E, 8G	6	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, porque hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, porque tienen pequeños errores, etc.	.80

	d. Construye demostraciones lógicas informales	Ítem: 5C, 6E, 6F, 8B, 8D, 8F, 8H, 9 A, 9B			
Nivel 4: Deducción Formal	a. Acepta definiciones equivalentes.	Ítem: 10 A, 10D	7	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, porque hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, porque tienen pequeños errores, etc.	100
	b. Prueba la Equivalencia de definiciones.	Ítem: 10 B, 10C			
	c. Construye demostraciones matemáticas formales.	Ítem 10 A, 10B, 10C			

3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

3.5.1. Técnicas de recolección de datos.

A partir del Discurso sobre el Espíritu Positivo de Comte (como se citó en Julián, 1934), se da inicio al paradigma positivista en la presente investigación, en cuanto a la intervención del positivismo en aspectos sociales. La metodología de generación del conocimiento se basa en procedimientos de análisis de datos como los establecidos en las ciencias exactas (Hernández et al., 2010). El plan detallado del procedimiento que condujo a reunir los datos necesarios para los propósitos específicos de la investigación son los siguientes:

-Gestión de solicitud de permiso para la aplicación del "Programa de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra en entornos virtuales para el desarrollo del pensamiento geométrico durante COVID-19" en la IELA, dirigido a las directivas de la institución.

-Aplicación de encuesta, que constó de 8 preguntas aplicadas mediante Google Forms, a los estudiantes del grado octavo de forma virtual con el fin de determinar quiénes cumplen con las condiciones necesarias para participar de la investigación (ver anexo 12).

-Gestión de autorización y consentimiento a los 17 padres de familia, donde se determinó quiénes de los encuestados disponen de herramientas y medios para la aplicación del programa. Inicialmente, 25 padres de familia dieron su consentimiento; sin embargo, 8 estudiantes se retiraron del programa manifestando dificultades de conectividad y/o daños en sus equipos (ver anexo 7).

-Organización de grupos de WhatsApp, GeoGebra online e inducción a través de Zoom con los estudiantes.

-Aplicación del pre test (ver anexo 10).

-Desarrollo del programa: “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra”, desde la construcción de figuras planas a cuerpos sólidos.

-Aplicación de la prueba post test (ver anexo 11).

-Reunión final a través de Zoom, para agradecimientos y reconocimientos a quienes participaron siendo parte del grupo experimental.

3.5.2. Validez y confiabilidad.

El instrumento utilizado fue el cuestionario tal cual lo sugiere Hernández et al. (2010). Para su validación se envió a los expertos el instrumento, así como el cuadro de operacionalización de variables (ver tabla 5), claves de respuestas, las respectivas instrucciones para validar el instrumento, matriz instrumental, matriz de consistencia, formato de validación del instrumento, y la rúbrica del grado de adquisición y ponderados, (ver anexos 1, 2, 3, 4 y 5). En función a sus observaciones, se procedió con las debidas correcciones en cuanto al contenido, pertinencia, ambigüedad, redacción, claridad y otros aspectos que se consideraron necesarios.

Al cumplirse este proceso, las observaciones y sugerencias de los expertos permitieron el rediseño del instrumento de medición, para someterlo posteriormente al análisis de confiabilidad. En este sentido Hernández y Villalba (2001) señala que “la confiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce iguales resultados” (p. 243).

La validación del instrumento por los jueces arrojó un coeficiente de α= 0,94. Según George y Mallery (1995) este valor se interpreta como un instrumento de medición excelente. Fueron los mismos jueces quienes determinaron al instrumento como objetivo a los propósitos de estudio. Por otro lado, la medida de congruencia interna denominada coeficiente Alfa de Cronbach fue de μ= 0,88. Según esta escala, el instrumento es descrito como de excelente confiabilidad. De esta forma se constató su validez, confiabilidad y objetivo para ser aplicado a la muestra de estudio.

3.6. Procesamiento y análisis de datos

Las variables que se incluyeron en esta investigación son: Construcción de sólidos geométricos, Software GeoGebra, Entornos virtuales y Desarrollo del pensamiento geométrico. Las variables independientes fueron tratadas con la Teoría de los niveles de pensamiento geométrico según van Hiele.

Para el análisis de datos obtenidos por medio de las técnicas e instrumentos aplicados, se procede antes con el procesamiento de datos de ambas variables, usando el software estadístico de SPSS.23.0 para Windows y el software Excel. Asimismo, luego de realizar el vaciado de la información a la base de datos del software SPSS. 23.0 y Excel, se elaboró el análisis de datos correspondiente a los objetivos de la investigación. Para el procesamiento estadístico y el análisis descriptivo del comportamiento de las variables, se usaron tablas de frecuencia y/o gráficos, en tanto que en la hipótesis se empleó la Prueba estadística de Wilcoxon.

3.6.1. Asignación del grado de desarrollo de los niveles de van Hiele.

Los resultados obtenidos tras la aplicación del pre y post test se organizaron siguiendo el Método de evaluación de los grados de adquisición de los niveles de Van

Hiele. La asignación de los niveles del desarrollo del pensamiento geométrico a cada estudiante es un proceso de varias etapas; para ello, se siguió el método de Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991), así como de Corberán et al. (1994), además del trabajo de Guillén (1997). Como ya se ha mencionado, en esta investigación se realiza el estudio básicamente de los niveles 1, 2 y 3 de van Hiele. Para precisar los datos se abordaron algunos ítems del nivel 4, teniendo en cuenta que el estudio se realizó a estudiantes de tercer año de Secundaria, grado octavo, quienes generalmente logran únicamente hasta el razonamiento de nivel 3 (Guillén, 2010).

3.6.2. Codificación de los ítems.

El primer paso consistió en determinar los indicadores a los que pertenecen cada ítem de la prueba. La prueba aplicada como pre y post test consta de 10 puntos (ver anexo 3), cada uno de ellos tiene otros ítems (i), para un total de 50. Los ítems se categorizaron según los indicadores (I) de cada nivel de pensamiento geométrico. Los tales se visualizan en las tablas 6, 7, 8 y 9. Con la salvedad de que algunos ítems fueron válidos para evaluar dos o más indicadores, o incluso, dos o tres niveles, observar las siguientes tablas descriptivas.

Tabla 6
Ítems según indicadores del nivel 1 de van Hiele

	Nivel 1			
Indicadores	I(a)	I(b)	I(c)	TOTAL

Ítems(*i*)	1A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F,1G, 1H, 1I, 3 A, 6D, 10C	3 B, 3C, 3D, 3E, 3F, 3G, 6D	1 A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F,1G, 1H, 1I, 3 A, 3 B, 3C, 3D, 3E, 3F, 3G, 6D, 10 C	
No. Ítems	12	7	18	37

Tabla 7
Ítems según indicadores del nivel 2 de van Hiele

	Nivel 2					
Indicadores	I(a)	I(b)	I(c)	I(d)	I(e)	TOTAL
Ítems (*i*)	2 B, 4C, 4D, 5 A, 5B	2 A, 2 B, 4 A, 4B, 4C, 5 A, 5B	2B, 4D, 6 A, 6B, 7E	2 A, 4 A, 4B, 4C, 5 A, 5B	2 B, 4D, 6 A, 6B, 7E	
No. Ítems	5	7	5	6	5	28

Tabla 8
Ítems según indicadores del nivel 3 de van Hiele

	Nivel 3				
Indicadores	I(a)	I(b)	I(c)	I(d)	TOTAL
Ítems(*i*)	5C, 6E, 6F, 8B, 8D, 8F, 8H, 9B	5C, 6C, 6E, 6F, 7 A, 7B, 7C, 7D, 8 A, 8C, 8E, 8G, 9 A	5C, 6C, 6E, 6F, 7 A, 7B, 7C, 7D, 8 A, 8C, 8E, 8G	5C, 6E, 6F, 8B, 8D, 8F, 8H, 9 A, 9B	
No. Ítems	8	13	12	9	42

Tabla 9
Ítems según indicadores del nivel 4 de van Hiele

	Nivel 4			
Indicadores	I(a)	I(b)	I(c)	TOTAL

Ítems(*i*)	10 A, 10D	10 B, 10C	10 A, 10B, 10C	
No. Ítems	2	2	3	7

3.6.3. Ponderación de cada Ítem.

El siguiente paso radicó en asignar la ponderación a cada respuesta de ítem. En algunos casos tan solo fue observar la clave de respuesta (ver anexo 4), para el resto de las respuestas de ítems, se pasó a sintetizar el método de análisis que se utiliza para el test según Guillén (1997), es decir, se determinó un tipo de respuesta en función de la calidad matemática de la misma y de la claridad con que aparece reflejado el nivel de razonamiento correspondiente. Por tanto, planteado un ítem a un estudiante, la forma como éste responde determinó su respectivo ponderado numérico, tal como se observa en la tabla 10.

Tabla 10

Ponderado del proceso de evaluación de cada ítem del nivel de pensamiento

Tipo de respuesta	Descripción del ponderado	Ponderado numérico

1	Ítems sin respuesta o con respuestas no codificables. Respuestas que indican que el estudiante no se encuentra en un determinado nivel de razonamiento, y no proporciona información alguna acerca de los niveles inferiores.	0
2	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o no contestan directamente a la pregunta planteada.	20
3	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	25
4	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	50
5	Respuestas bastante completas pero incorrectas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. La incorrección de las respuestas puede deberse a errores matemáticos o a que siguen líneas que no conducen a la solución del problema planteado.	75
6	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, porque hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, tienen pequeños errores, etc.	80
7	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, tienen pequeños errores, etc.	100

Nota: Tabla diseñada a partir de propuesta de Guillén (1997)

3.6.4. Grado de adquisición del indicador según cada indicador.

El siguiente paso fue determinar el grado de adquisición de cada indicador; para ello, en la tabla 11 se resume las tablas 6, 7, 8 y 9, donde se observa cada nivel (N) con sus respectivos indicadores(I). Como se ha aclarado, se tuvo en cuenta el nivel 4 tan solo para confirmar el desarrollo del nivel 3. Además, se denota el total de ítems que conformaron cada indicador. Es válido recalcar que algunos ítems fueron parte de dos o más indicadores o incluso de dos o más niveles de van Hiele.

Tabla 11
Total de ítems según los indicadores y niveles de van Hiele

	Nivel 1			Nivel 2					Nivel 3				Nivel 4		
Indicadores (I)	a	b	c	a	b	c	D	e	a	b	c	d	a	b	c
#ítems	12	7	18	5	7	5	6	5	8	13	12	9	2	2	3

El grado de adquisición según el nivel de van Hiele, de cada indicador (I), se halló mediante la media aritmética de las ponderaciones de todos los ítems que corresponden a ese indicador. Por ejemplo, Si en el Nivel 2, el indicador I(***a)*** consta de 5 ítems, cuyas ponderaciones sean: 75%, 20%, 0%, 75% y 80%, el grado de adquisición del Indicador ***a*** pertenecientes al nivel 2 del estudiante es el promedio de las 5 ponderaciones.

$$I_{(\boldsymbol{a})} = \frac{75 + 20 + 0 + 75 + 80}{5} = 50\%$$

En nuestro ejemplo, el grado de adquisición del nivel 2 (GN_2), del indicador (I_a), es: $GN_{2(\boldsymbol{a})}$ =50%, responde a una adquisición intermedia de este indicador, tal cual lo proponen Jaime (1993) y Guillen (1997) en la siguiente tabla.

Tabla 12
Grados de adquisición de los nieles de van Hiele

Intervalos	**Grado de adquisición**	**Porcentajes asignados %**

	(cualitativo)	(cuantitativos)
85 a 100	Adquisición completa	85% - 100%
60 a 85	Adquisición alta	60% - 85%
40 a 60	Adquisición intermedia	40% - 60%
15 a 40	Adquisición baja	15% - 40%
0 a 15	Adquisición nula	0% - 15%

Al realizar el cálculo anterior a todos los indicadores de cada nivel de razonamiento, se obtuvo por cada estudiante, 3 ponderados numéricos para el nivel 1, 5 para el nivel 2, 4 ponderados para el nivel 3 y 3 ponderados numéricos para el nivel 4, pues son las cantidades de indicadores de cada nivel.

3.6.5. Grado de adquisición de los niveles de Van Hiele.

Para determinar el grado de adquisición del estudiante de los niveles de van Hiele (GN_n), a partir del promedio de cada indicador, se halló la media aritmética de todos los indicadores del nivel según Guillen (1997). Por ejemplo, en el caso del nivel 2, que está formado por los 5 promedios (promedios de cada indicador), se tendría:

$$GN_2 = \frac{I_{(a)} + I_{(b)} + I_{(c)} + I_{(d)} + I_{(e)}}{5}$$

El resultado final de la evaluación de un estudiante fue un conjunto de cuatro valores, que corresponden a los grados de adquisición de los niveles 1, 2, 3 y 4 de van Hiele. Con ello, el proceso de evaluación de un nivel de razonamiento se completó observando el ponderado (entre 0 y 100) para cada nivel, según la siguiente tabla 12.

Los valores obtenidos para cada nivel de razonamiento mediante el paso anterior reflejaron la adquisición del estudiante de los niveles de van Hiele. Por ejemplo, en la tabla 12, un estudiante puede mostrar en una prueba grados de adquisición como: del 100% (completa), 82% (alta), 30% (baja) y 5% (nula) de los niveles 1 a 4 respectivamente.

Estos valores reflejan que el estudiante muestra muy desarrollado el primer nivel, que está completando la adquisición del segundo nivel de razonamiento, pues es el nivel en el que se mueve habitualmente en su trabajo, aunque al mismo tiempo está empezando la adquisición del tercer nivel; esto es, sabe utilizar razonamientos de este nivel en problemas sencillos; mientras que el nivel 4 aún no ha empezado a desarrollarse.

Se complementó el análisis del grado de adquisición de los niveles de van Hiele $(\boldsymbol{GN_n})$, validando estos resultados con los procesos de razonamiento de cada nivel según la tabla 12, el cual presentan un análisis más fino en la descripción y adquisición del razonamiento de los estudiantes, al articular los niveles de razonamiento de los van Hiele con atributos distintivos en los procesos de razonamiento para cada uno de los niveles (Gutiérrez & Jaime, 1998)

Tabla 13
Atributos distintivos en los procesos de razonamiento en los niveles de van Hiele

Procesos	Nivel 1 *Visualización*	Nivel 2 *Análisis*	Nivel 3 *Clasificación*	Nivel 4 *Deducción formal*
Reconocimiento y Descripción	Atributos físicos (posición, forma, tamaño)	Propiedades matemáticas	---------------	--------------
Uso de definiciones	--------------	Definiciones con estructura simple	Definiciones con estructura matemática compleja	Aceptar definiciones equivalente

Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades necesarias y suficientes	Prueba la equivalencia de definiciones
Clasificación	Exclusiva basado en atributos físicos	Exclusiva basado en atributos matemáticos	Clasificar con diferentes definiciones Exclusiva e Inclusiva	--------------
Demostración	--------------	Verificación con ejemplos y demostraciones empíricas	Demostraciones lógicas informales	Demostración matemática formal

3.7. Aspectos éticos

Debido a que las investigaciones se pueden realizar a seres vivos, tanto animales como a humanos, (Shrader-Frechette, 1994) cita al Consejo sueco para la investigación de humanidades y ciencias sociales al indicar la existencia de estos principios éticos: consentimiento libre del sujeto experimental a la investigación, el derecho a decidir las condiciones por los investigados, la información recolectada no puede ser usada fuera de fines investigativos. El procedimiento que se aplique, dentro de un estudio, el cual sea éticamente aprobado, puede llegar alcanzar un mejor estándar ético entre los investigadores (Salazar, Icaza & Alejo, 2018).

Para el desarrollo del programa se solicitó el debido permiso a la Institución Educativa "La Anunciación", donde se llevará a cabo el experimento. Asimismo, se solicitó un consentimiento digital formal a los padres y estudiantes para la aplicación del proyecto a menores de edad.

Capitulo IV. Resultados y discusión

4.1. Resultados del Grado de adquisición del indicador según el nivel de razonamiento

Con el objetivo de lograr los objetivos específicos planteados se detalla a continuación los resultados de los grados de adquisición logrados por la muestra en cada indicador.

A continuación, se presenta el grado de adquisición ($\boldsymbol{GN_n}$) de los estudiantes de los niveles del desarrollo del pensamiento geométrico según van Hiele luego del tratamiento de la prueba pre test (prueba diagnóstica) y el post test (post diagnóstica) que consta de 10 preguntas aplicadas mediante Google Forms.

Los 17 estudiantes participantes del programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra en entornos virtuales” evidenciaron una abierta disposición, motivación, compromiso y creatividad, los cuales se vieron reflejados en la asistencia, puntualidad, participación y propuestas creativas tipo Steam. En fin, se observó mucha acogida del software GeoGebra por parte de los participantes.

4.1.1. Nivel 1: Reconocimiento o visualización.

4.1.1.1. Indicador (a). Reconoce y describe los atributos del cuerpo sólido tales como posición, forma y tamaño.

Tabla 14

Grado de adquisición nivel 1, indicador (a)

$GN_{1(a)}$	Pre test		Post test	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	15	88,2
Alta	4	23.5	2	11,8
Intermedia	6	35.3	0	0,0
Baja adquisición	7	41.2	0	0,0
Nula adquisición	0	0	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N1 = Nivel 1 de van Hiele; $(\boldsymbol{a})$ = indicador $\boldsymbol{a}$

En la tabla 14, en cuanto al indicador (*a*) del nivel 1 de van Hiele, la tabla muestra que los participantes obtuvieron altos porcentajes en el post test que en el pre test. Notoriamente se observa que, en el grado de adquisición completo, 0% en pre test y 88.2% en el post test. En el grado de adquisición alto, el pre test (23.5%) es mayor que el post test (11.8%). Por otro lado (35.3%) en pre test grado intermedio, y (0%) en el post test; mientras que en el pre test (41.2%) tienen baja adquisición, en el post test (0%), y (0%) en ambas pruebas. Luego del post test, ninguno se encuentra en el grado intermedio, baja adquisición ni nula, lo que significa que los estudiantes han alcanzado el indicador I(*a*) del nivel 1 de van Hiele en cuanto a: “Reconoce y describe los atributos físicos del cuerpo sólido tales como posición, forma y tamaño”.

4.1.1.2. Indicador (b). Formula de definiciones mediante listado de propiedades físicas del cuerpo geométrico.

Tabla 15

Grado de adquisición nivel 1, indicador (b).

$GN_{1(b)}$	Pre test		Post test	
	Fi	%	fi	%
Completa	2	11.8	12	70,6
Alta	2	11.8	5	29,4
Intermedia	3	17.6	0	0,0
Baja adquisición	4	23.5	0	0,0
Nula adquisición	6	35.3	0	0,0
Total	17	100.0	17	100.0

Nota: G = Grado de adquisición; N1 = Nivel 1 de van Hiele; (b) = Indicador b

En la tabla 15, con relación al indicador (b) del nivel 1, los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una mejor puntuación en el post test que en el Pre test. En el grado de adquisición completo, el pre test (11.8%) es menor que el post test (70.6%). Por otro lado, en el pre test (11.8%) tienen un grado alto, mientras que en el post test (29.4%) lo supera. En el aspecto intermedio, el pre test (17.6%) es mayor que el post test (0%); de la misma manera que en la baja adquisición, donde el pre test (23.5%) posee un mayor porcentaje que el post test (0%).

Asimismo, en la nula adquisición el pre test supera totalmente al post test (35.3%), lo que significa que los estudiantes han logrado el grado de adquisición del indicador I(b) del nivel 1 de desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: “Formula definiciones mediante listado de propiedades físicas del cuerpo geométrico”.

4.1.1.3. Indicador (c). Clasifica a los cuerpos geométricos exclusivamente basado en sus atributos físicos.

Tabla 16

Grado de adquisición nivel 1, indicador (c)

$GN_{1(c)}$	**Pre test**		**Post test**	
	Fi	%	fi	%
Completa	0	0	15	88,2
Alta	4	23.5	2	11,8
Intermedia	4	23.5	0	0,0
Baja adquisición	7	41.2	0	0,0
Nula adquisición	2	11.8	0	0,0
Total	17	100.0	17	100.0

Nota: G = Grado de adquisición; N1 = Nivel 1 de van Hiele; (c) = Indicador c

En la tabla 16, con relación al indicador (c) del Nivel 1, los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una mejor valoración en el post test que en el pre test. En el grado de adquisición completo, el pre test (0%) es nulo en comparación al post test (88.2%). Por otro lado, en el pre test (23.5%) se tiene en el aspecto alto un puntaje mayor que en el post test (11.8%). En el aspecto intermedio, el pre test (23.5%) supera al post test (0%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (41.2%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). De la misma forma, en la nula adquisición, el pre test (11.8%) sobrepasa totalmente al post test (0%); lo que significa que los estudiantes han mejorado el grado de adquisición del indicador I(c) del nivel 1 del desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: “Clasifica a los cuerpos geométricos exclusivamente basado en sus atributos físicos.”

4.1.2. Nivel 2: Análisis.

4.1.2.1. Indicador (a). Reconoce y describe las características de los sólidos mediante propiedades matemáticas.

Tabla 17

Grado de adquisición nivel 2, indicador (a)

$GN_{2(a)}$	**Pre test**	**Post test**

	fi	%	fi	%
Completa	0	0	6	35,3
Alta	3	17.6	9	52,9
Intermedia	8	47.1	2	11,8
Baja adquisición	5	29.4	0	0,0
Nula adquisición	1	5.9	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N2 = Nivel 2 de van Hiele; (a) = Indicador a

En la tabla 17, en cuanto al indicador (*a*), del nivel 2, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el aspecto "Completa", se tiene un pre test de (0%), superado por el post test (35.3). En el grado "Alto", el pre test (17.6%) es menor al post test (52.9%). Por otro lado, en el pre test se tiene (47.1%) en el aspecto "Intermedio" un puntaje superior que en el post test (11.8%). Del mismo modo, en la baja adquisición, el pre test (29.4%) supera al post test (0%). En el caso de la nula adquisición, el pre test (5.9%) tiene un menor porcentaje que el post test (0.0%).

4.1.2.2. Indicador (b). Define con estructura simple el análisis de sólidos geométricos

Tabla 18
Grado de adquisición nivel 2, indicador (b)

$GN_{2(b)}$	**Pre test**		**Post test**	
	Fi	%	fi	%

Completa	0	0	5	29,4
Alta	5	29.4	9	52,9
Intermedia	6	35.3	3	17,6
Baja adquisición	5	29.4	0	0,0
Nula adquisición	1	5.9	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N 2 = Nivel 2 de van Hiele; (b) = Indicador b

En la tabla, en cuanto al indicador (b) del nivel 2, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el grado de adquisición "Completa", el pre test (0%) es nulo en comparación al post test (29.4%). Por otro lado, en el pre test (29.4%) se tiene en el aspecto "Alto" un puntaje superior que en el post test (52.9%). En el aspecto "Intermedio", el pre test (35.3%) supera al post test (17.6%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (29.4%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (5.9%) mientras que en el post test (0%), lo que significa que los estudiantes han logrado el grado de adquisición del indicador I(b) del nivel 2 del desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: "Define con estructura simple el análisis de sólidos geométricos."

4.1.2.3. Indicador (c). Formula definición empleando listado de propiedades matemáticas.

Tabla 19

Grado de adquisición nivel 2, indicador (c)

$GN_{2(c)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	fi	%

Completa	0	0	7	41,2
Alta	0	0	9	52,9
Intermedia	3	17.6	1	5,9
Baja adquisición	11	64.7	0	0,0
Nula adquisición	3	17.6	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N 2 = Nivel 2 de van Hiele; (c) = Indicador c

En la tabla 19, con relación al indicador (c) del nivel 2, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el pre test (0%) se tiene en el grado de adquisición “Completa” y (41.2%) en el post test. En cuanto al grado “Alto”, un puntaje inferior (0%) que en el post test (52.9%). En el aspecto “Intermedia,” el pre test (17.6%) es menor al post test (5.9%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (64.7%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (17.6%) sobrepasa al post test (0%), lo que significa que los estudiantes han mejorado el grado de adquisición del indicador I(c) del nivel 2 de desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: “Formula definiciones empleando listado de propiedades matemáticas.”

4.1.2.4. Indicador (d). Clasifica exclusivamente a los cuerpos geométricos basándose en atributos matemáticos.

Tabla 20

Grado de adquisición nivel 2, indicador (d)

$GN_{2(d)}$	Pre test		Post test	
	fi	%	fi	%
Completa	1	5.9	6	35,3
Alta	5	29.4	6	35,3

Intermedia	6	35.3	5	29,4
Baja adquisición	5	29.4	0	0,0
Nula adquisición	0	0	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N 2 = Nivel 2 de van Hiele; (d) = Indicador d

En la anterior tabla, con respecto al indicador (d) del nivel 2, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el aspecto “Completo”, el pre test (5.9%) es inferior al post test (35.3%). Por otro lado, en el pre test (29.4%) se tiene en el aspecto “Alto” un puntaje superior que en el post test (35.3%). En el aspecto “Intermedio”, el pre test (35.3%) supera al post test (29.4%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (29.4%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (0%) es nulo al igual que el post test (0%), lo que significa que los estudiantes han mejorado el grado de adquisición del I(d) del nivel 2 del desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: “Clasifica exclusivamente a los cuerpos geométricos basándose en atributos matemáticos.” ***4.1.2.5. Indicador (e).*** Verifica propiedades con ejemplos y/o demostraciones empíricas.

Tabla 21

Grado de adquisición nivel 2, indicador (e)

	Pre test		Post test	
$GN_{2(e)}$	Fi	%	fi	%
Completa	0	0	7	41,2
Alta	0	0	9	52,9
Intermedia	2	11.8	1	5,9
Baja adquisición	11	64.7	0	0,0
Nula adquisición	4	23.5	0	0,0

Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N2 = Nivel 2 de van Hiele; (e) = Indicador e

En la tabla 21, indicador (e) del nivel 2, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el grado de adquisición “Completo”, se tiene (0%) y (41.2%) en el pre y post test respectivamente. En el nivel “Alto”, en el pre test (0%) se tiene un puntaje menor que en el post test (52.9%). En el aspecto “Intermedio”, el pre test (11.8%) es inferior al post test (5.9%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (64.7%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (23.5%) es mayor al post test (0%), lo que significa que los estudiantes han mejorado el grado de adquisición del indicador I(e) del nivel 2 del desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: *Verifica propiedades con ejemplos y/o demostraciones empíricas.*

4.1.3. Nivel 3, Clasificación.

4.1.3.1. Indicador (a). Usa definiciones con estructuras matemáticas complejas.

Tabla 22
Grado de adquisición nivel 3, indicador (a)

$GN_{3(a)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	0	0	6	35,3
Intermedia	0	0	6	35,3
Baja adquisición	10	58.8	5	29,4
Nula adquisición	7	41.2	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; n3 = Nivel 3 de van Hiele; (a) = Indicador a

En esta tabla, con relación al indicador (*a*) del nivel 3 de van Hiele, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido un porcentaje más alto en el post test que en el pre test. En el nivel "Alto", el pre test (0%) es nulo en comparación con el post test (35.3%). En el aspecto "Intermedio", el pre test (0%) es inferior al post test (35.3%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (58.8%) tiene un mayor porcentaje que el post test (29.4%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (41.2%) es mayor al post test (0%). Lo que significa que los estudiantes mejoraron el grado de adquisición del indicador I(*a*) del nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: *Usa definiciones con estructuras matemáticas complejas*.

4.1.3.2 Indicador (b). Formula conjuntos de propiedades necesarias y suficientes.

Tabla 23
Grado de adquisición nivel 3, indicador (b)

$GN_{3(b)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	3	17,6
Alta	1	5.9	9	52,9
Intermedia	0	0	5	29,4
Baja adquisición	15	88.2	0	0,0
Nula adquisición	1	5.9	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; n3 = Nivel 3 de van hiele; (b) = Indicador b

Según la tabla, teniendo en cuenta el indicador (b) del nivel 3, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el grado “Completo” se tiene un (0%) en pre test y (17.6%) en post test. En el grado “Alto”, el pre test (5.9%) es menor al post test (52.9%). En el aspecto “Intermedio”, el pre test (0%) es inferior al post test (29.4%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (88.2%) tiene un porcentaje superior al post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (5.9%) es mayor al post test (0%). Lo que significa que los estudiantes muestran un mayor grado de adquisición del indicador I(b) del nivel 3 del nivel de desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: *Formula conjuntos de propiedades necesarias y suficientes*.

4.1.3.3. Indicador (c). Clasificar con diferentes definiciones exclusivas e inclusivas.

Tabla 24

Grado de adquisición nivel 3, indicador (c)

$GN_{3(c)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	3	17,6
Alta	1	5.9	9	52,9
Intermedia	2	11.8	5	29,4
Baja adquisición	12	70.6	0	0,0
Nula adquisición	2	11.8	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; n3 = Nivel 3 de van Hiele; (c) = Indicador c

En la tabla se analiza el indicador (c) del nivel 3 de van Hiele, donde se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el aspecto “Completo”, el pre test (0%) es inferior al post test (17.6%). Por otro lado, en el pre test (5.9%) se tiene en el aspecto “Alto” un puntaje menor que en el post test (52.9%). En el aspecto “Intermedio”, el pre test (11.8%) es bajo en comparación al post test (29.4%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (70.6%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (11.8%) es superior al post test (0%). Lo que significa que los estudiantes muestran un grado de adquisición del Indicador I(c) del nivel 3 de van Hiele del desarrollo de pensamiento geométrico en cuanto a: *Clasificar con diferentes definiciones exclusiva e inclusiva*.

4.1.3.4. Indicador (d). Construye demostraciones lógicas informales.

Tabla 25

Grado de adquisición nivel 3, indicador (d)

$GN_{3(d)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	Fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	0	0	7	41,2
Intermedia	1	5.9	6	35,3
Baja adquisición	11	64.7	4	23,5
Nula adquisición	5	29.4	0	0,0

Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; N3 = Nivel 3 de van Hiele; (d) = Indicador *d*

En la tabla 25, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento para determinar el grado de adquisición del indicador (d) del nivel 3, han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el nivel “Alto”, el pre test (0%) es menor al post test (41.2%). En el aspecto “Intermedio”, el pre test (5.9%) es inferior al post test (35.3%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (64.7%) tiene un porcentaje superior al post test (23.5%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (29.4%) es mayor al post test (0%), lo que significa que los estudiantes han logrado un mayor grado de adquisición del indicador I(d) del nivel 3 relacionado al desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: *Construye demostraciones lógicas informales*.

4.1.4. Nivel 4, Deducción formal.

4.1.4.1. Indicador (a). Acepta definiciones equivalentes

Tabla 26
Grado de adquisición nivel 4, indicador (a)

$GN_{4(a)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	2	11.8	0	0,0
Intermedia	3	17.6	1	5,9
Baja adquisición	6	35.3	11	64,7

Nula adquisición	6	35.3	5	29,4
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; n4 = Nivel 4 de van Hiele; (*a*) = Indicador *a*

En la tabla, en referencia al indicador (*a*) del nivel 4, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento para determinar el grado de adquisición del indicador I(*a*) del nivel 4 han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el grado de adquisición "Completo", se tiene un pretest y post test de (0%). Por otro lado, en el pre test (11.8%) se tiene en el aspecto "Alto" un puntaje menor que en el post test (0%). En el aspecto "Intermedio", el pre test (17.6%) es igual en comparación al post test (5.9%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (35.3%) tiene un mayor porcentaje que el post test (64.7%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (35.3%) es superior al post test (29.4%).

Lo que significa que los estudiantes han incrementado el grado de adquisición del indicador I(a) del nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico en cuanto a: "Acepta definiciones equivalentes". Sin embargo, como lo afirma Guillen (1997), puede ocurrir casos en los que algunos estudiantes pueden mostrar haber alcanzado el nivel, pero no necesariamente implica tener el nivel 4 ya adquirido.

4.1.4.2. Indicador (b). Prueba de equivalencia de definiciones.

Tabla 27
Grado de adquisición nivel 4, indicador (b)

$GN_{4(b)}$	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	Fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	0	0	0	0,0
Intermedia	0	0	2	11,8

Baja	0	0	14	82,4
Nula Adquisición	17	100	1	5,9
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; n4 = Nivel 4 de van Hiele; (b) = Indicador b

En la tabla 27, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación mayor en el post test que en el pre test, (11.8%) y (82.4%) en los grados “Intermedio” y “Bajo”, en tanto que (5.9%) en “Nulo”, lo que significa que gran número de estudiantes han mantenido el nivel bajo de desarrollo de la competencia en cuanto a: *Prueba la Equivalencia de definiciones.*

4.1.4.3. Indicador (c). Construye demostraciones matemáticas formales.

Tabla 28
Grado de adquisición nivel 4, indicador (c)

$GN_{4(c)}$	Pre test		Post test	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	0	0	0	0,0
Intermedia	0	0	1	5,9
Baja adquisición	1	5.9	15	88,2
Nula adquisición	16	94.1	1	5,9
Total	17	100.0	17	100,0

Nota: G = Grado de adquisición; n4 = Nivel 4 de van Hiele; (c) = Indicador c

En la tabla 28, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento de grado de adquisición del indicador (c) del nivel 4, han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el grado intermedio se tiene (5.9%) de estudiantes en el post test. En el caso de la baja adquisición, el pre test (5.9%) tiene un menor porcentaje que el post test (88.2%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (94.1%) es superior al post test (5.9%), lo que significa que los estudiantes han mejorado el nivel de desarrollo de la competencia en cuanto a: *Construye demostraciones matemáticas formales.*

4.2. Resultados del grado de adquisición de los niveles de van Hiele

4.2.1. Nivel 1: Reconocimiento o visualización.

Tabla 29
Nivel 1: Reconocimiento o visualización

(GN_1)	Pre test		Post test	
	fi	%	Fi	%
Completa	0	0	14	82,4
Alta	4	23.5	3	17,6
Intermedia	4	23.5	0	0,0
Baja adquisición	7	41.2	0	0,0
Nula adquisición	2	11.8	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

En la tabla 29, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el aspecto “Completo”, el pre test (0%) es inferior al post test (82.4%). Por otro lado, en el pre test (23.5%) se tiene en el aspecto “Alto” un puntaje menor que en el post test (17.6%). En el aspecto “Intermedio”, el pre test (23.5%) es mayor al post test (0%). En el caso de la baja adquisición, el pre test (41.2%) tiene un mayor porcentaje que el post test (0%). Del mismo modo, en la nula adquisición, el pre test (11.8%) es superior al post test (0%). Lo que significa que los estudiantes han mejorado el nivel de desarrollo de la competencia en cuanto al nivel 1 sobre: Reconocimiento y visualización.

4.2.2. Nivel 2: Análisis.

Tabla 30
Nivel 2: Análisis

(GN_2)	Pre test		Post test	
	fi	%	Fi	%
Completa	0	0	5	29,4
Alta	1	5.9	11	64,7
Intermedia	7	41.2	1	5,9
Baja adquisición	8	47.1	0	0,0
Nula adquisición	1	5.9	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

En la tabla 30, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el grado de adquisición "Completo" se observa (0%) en el pre test y un (29.4%) en el post test. En el nivel "Alto", el pre test (5.9%) es menor al post test (64.7%). En el aspecto "Intermedio", el pre test (41.2%) es superior al post test (5.9%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (47.1%) tiene un porcentaje superior al post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (5.9%) es mayor al post test (0%). Lo que significa que los estudiantes han mejorado el nivel de desarrollo de la competencia en cuanto al nivel 2 sobre "análisis".

4.2.3. Nivel 3: Clasificación.

Tabla 31
Nivel 3: Clasificación

(GN_3)	Pre test		Post test	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	0	0	10	58,8
Intermedia	1	5.9	7	41,2

Baja adquisición	13	76.5	0	0,0
Nula adquisición	3	17.6	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

En la tabla 31, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el nivel "Alto", el pre test (0%) es menor al post test (58.8%). En el aspecto "Intermedio", el pre test (5.9%) es inferior al post test (41.2%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (76.5%) tiene un porcentaje superior al post test (0%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (17.6%) es mayor al post test (0%). Lo que significa que los estudiantes han mejorado el nivel de desarrollo de la competencia en cuanto al nivel 3 sobre "clasificación".

4.2.4. Nivel 4: Deducción formal

Tabla 32
Nivel 4: Deducción formal

(GN_4)	**Pre test**		**Post test**	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	0	0,0
Alta	0	0	0	0,0
Intermedia	0	0	3	17,6
Baja adquisición	6	35.3	12	70,6
Nula adquisición	11	64.7	2	11,8
Total	17	100.0	17	100,0

Evidentemente, en la tabla 32, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test. En el aspecto "Intermedio", el pre test (0%) es inferior al post test (17.6%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (35.3%) tiene un porcentaje menor al post test (70.6%). Asimismo, en la nula adquisición, el pre test (64.7%) es mayor al post test (11.8%), lo que significa que los estudiantes han mejorado el nivel de desarrollo de la competencia en cuanto al nivel 4 sobre la "deducción formal". Aunque evidentemente en su mayoría está en un grado de adquisición "Nula".

4.3 Resultados del desarrollo del pensamiento geométrico

4.3.1. Alcances del programa.

Tabla 33
Pensamiento geométrico (nivel 1 a nivel 3)

	Pre test		**Post test**	
	fi	%	fi	%
Completa	0	0	3	17,6
Alta	0	0	13	76,5
Intermedia	3	17.6	1	5,9
Baja adquisición	13	76.5	0	0,0
Nula adquisición	1	5.9	0	0,0
Total	17	100.0	17	100,0

En la tabla 33, se observa que los estudiantes que participaron en el experimento han obtenido una puntuación más alta en el post test que en el pre test en cuanto al desarrollo del pensamiento geométrico de los niveles 1, 2 y 3. En el nivel "Completo" el pre test tiene (0%) en cambio el post test (17.6%). En el nivel "Alto", el pre test (0%) es menor al post test (76.5%). En el aspecto "Intermedio", el pre test (17.6%) es inferior al post test (5.9%). Con respecto a la baja adquisición, el pre test (76.5%) tiene un porcentaje superior al post test (0%). De la misma manera, en la nula adquisición, el pre test (5.9%) es mayor al post test (0%), lo que significa que los estudiantes han mejorado el nivel de desarrollo de la competencia en cuanto al "Pensamiento geométrico".

4.3.2. Prueba no paramétrica de Wilcoxon.

Tabla 34
Prueba de Kolmogorov-Smirnov

	N	Sig. asintótica (bilateral)
Nivel1 PRE	17	,006
Nivel1 POST	17	,000
Nivel2 PRE	17	,005
Nivel2 POST	17	,001
Nivel3 PRE	17	,000
Nivel3 POST	17	,007
Nivel4 PRE	17	,000
Nivel4 POST	17	,000
PensamG PRE	17	,000
PensamG POST	17	,004

En la tabla 34, se observa que Prueba de Kolmogorov-Smirnov arroja al valor p = 0.000 < α (0.05)., lo que indica que ninguna variable presenta datos homogéneos, por lo cual el modelo estadístico a seguir es la prueba no paramétrica para muestras relacionadas como Wilcoxon.

Tabla 35

Estadístico de contraste Test de Wilcoxon con los resultados del pre test y post test

		N	Rango promedio	Suma de rangos	z	Sig asintótica (bilateral)
Post test Pretest	Rangos negativos	0[a]	0.00	0.00	-3.622[b]	.000
	Rangos positivos	17[b]	9.00	153.00		
	Empates	0[c]				
	Total	17				

4.3.3. Prueba de hipótesis.

4.3.3.1. Hipótesis principal.

Ho, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales no es eficaz para el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación”, Cali.

Ha, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación”, Cali.

4.3.3.1.1. Regla de decisión.

Si $p < \alpha$ (0.05) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis principal

Si $p \geq \alpha$ (0.05) se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis principal

Tabla 36
Prueba de hipótesis de diferencia de medianas del pensamiento geométrico

Rangos		
		Rango promedio
pensamiento geométrico PRE - pensamiento geométrico POST	Rangos negativos	0.00
	Rangos positivos	9.00
	Empates	
	Total	
	Z	-3,623[b]
	Sig. asintótica (bilateral)	.000

En la tabla 36 se observa la diferencia de medianas entre el pre test y post test se observa que la puntuación de los rangos negativos (9) es mayor a la puntuación de rangos positivos (0) lo que indica que los estudiantes obtuvieron mejor puntuación en el post test que en el pre test. Por otro lado, el valor p_ (0.000) < α (0.05). Es decir, existen evidencias estadísticas suficientes para rechazar la hipótesis nula; por lo tanto, con la aplicación del programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales” mejora el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación”, Cali.

4.3.3.2. Hipótesis específica 1

Ho, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales no es eficaz para el desarrollo de la visualización de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación”, Cali.

Ha, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la visualización de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación”, Cali.

4.3.3.2.1. Regla de decisión

Si p < α (0.05) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis principal

Si p ≥ α (0.05) se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis principal

Tabla 37
Prueba de hipótesis de diferencia de medianas del desarrollo del razonamiento visual geométrico.

Rangos		
		Rango promedio
Razonamiento visual geométrico PRE - Rrazonamiento visual geométrico POST	Rangos negativos	0.00
	Rangos positivos	9.00
	Empates	
	Total	
	Z	-3,622[b]
	Sig. asintótica (bilateral)	.000

En la tabla 37, de diferencia de medianas entre el pre test y post test se observa que la puntuación de los rangos negativos (9) es mayor a la puntuación de rangos positivos (0) lo que indica que los estudiantes obtuvieron mejor puntuación en el post test que en el pre test. Por otro lado, el valor p_ (0.000) < α (0.05); es decir, existen evidencias estadísticas suficientes para rechazar la hipótesis nula. Por este motivo, con la aplicación del programa *Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales* mejora el desarrollo de la visualización en entornos virtuales de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.3.3.3. Hipótesis específica 2

Ho, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales no es eficaz para el desarrollo del análisis de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

Ha, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del análisis de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.3.3.3.1. Regla de decisión.

Si $p < \alpha$ (0.05) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis principal

Si $p \geq \alpha$ (0.05) se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis principal

Tabla 38
Prueba de hipótesis de diferencia de medianas del desarrollo del análisis geométrico.

Rangos		
		Rango promedio
Análisis Geométrico PRE – Análisis Geométrico POST	Rangos negativos	0.00
	Rangos positivos	9.00
	Empates	
	Total	
	Z	-3,622[b]
	Sig. asintótica (bilateral)	.000

En la tabla 38, de diferencia de medianas entre el pre test y post test se observa que la puntuación de los rangos negativos (9) es mayor a la puntuación de rangos positivos (0), lo que indica que los estudiantes obtuvieron mejor puntuación en el post test que en el pre test. Por otro lado, el valor p (0.000) < α (0.05); es decir, existen evidencias estadísticas suficientes para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis principal. Por tanto, la aplicación del programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales mejora el desarrollo del análisis en entornos virtuales de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.3.3.4. Hipótesis específica 3

Ho, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales no es eficaz para el desarrollo de la clasificación de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

Ha, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la clasificación de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.3.3.4.1. Regla de decisión

Si $p < \alpha$ (0.05) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis principal

Si $p \geq \alpha$ (0.05) se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis principal

Tabla 39
Prueba de hipótesis de diferencia de medianas del desarrollo del razonamiento clasificatorio o abstracción geométrico.

Rangos		
		Rango promedio
Razonamiento clasificatorio o abstracción Geométrico PRE – Razonamiento clasificatorio o abstracción Geométrico POST	Rangos negativos	0.00
	Rangos positivos	9.00
	Empates	
	Total	

	Z	-3,625[b]
	Sig. asintótica (bilateral)	.000

En la tabla 39, de diferencia de medianas entre el pre test y post test se observa que la puntuación de los rangos negativos (9) es mayor a la puntuación de rangos positivos (0) lo que indica que los estudiantes obtuvieron mejor puntuación en el post test que en el pre test. Por otro lado, el valor p_ (0.000) < α (0.05); es decir, existen evidencias estadísticas suficientes para rechazar la hipótesis nula.

De esta manera, con la aplicación del programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales" mejora el desarrollo del razonamiento de clasificación en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.3.3.5. Hipótesis específica 4

Ho, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales no es eficaz para el desarrollo de la deducción formal de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

Ha, el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de la deducción formal de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.3.3.5.1. Regla de decisión.

Si $p < \alpha$ (0.05) se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis principal

Si $p \geq \alpha$ (0.05) se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis principal

Tabla 40

Prueba de hipótesis de diferencia de medianas del desarrollo de la deducción formal.

Rangos

		Rango promedio
Deducción formal PRE – Deducción formal POST	Rangos negativos	0.00
	Rangos positivos	9.00
	Empates	
	Total	
	Z	-3,623b
	Sig. asintótica (bilateral)	.000

En la tabla 40, de diferencia de medianas entre el Pre test y post test se observa que la puntuación de los rangos negativos (9) es mayor a la puntuación de rangos positivos (0) lo que indica que los estudiantes obtuvieron mejor puntuación en el post test que en el pre test. Por otro lado, el valor p_ (0.000) < α (0.05), es decir, existen evidencias estadísticas suficientes para rechazar la hipótesis nula. De esta manera, con la aplicación del programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales" se mejora el desarrollo de la deducción formal en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.

4.4. Discusiones

En esta sección se elaboran las discusiones de los hallazgos específicos, limitaciones, y descubrimientos centrales que sobresalieron del programa, a partir del cumplimiento de los objetivos trazados, del problema de investigación y la justificación; teniendo en cuenta la influencia de la construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra, en el desarrollo del pensamiento geométrico durante la pandemia por COVID-19.

En términos de los indicadores de cada nivel, el estudio partió del nivel 1 con 3 indicadores, del nivel 2 con 5 indicadores, nivel 3 de 4 indicadores y nivel 4 de 3 indicadores (este último se tuvo en cuenta para confirmar el grado de adquisición del nivel 3). Para que los estudiantes alcancen el nivel de razonamiento superior al que tenga se utilizaron las 5 fases de van Hiele que constituyeron un esquema de enseñanza. En la prueba final, del total de 10 preguntas subdivididas en ítems, se distribuyeron así: nivel 1 con 37 ítems, nivel 2 con 28 ítems, nivel 3 con 42 ítems, y nivel 4 con 7 ítems.

El objetivo de este programa fue determinar en qué medida es eficaz la construcción de sólidos en GeoGebra para el desarrollo del pensamiento geométrico, y se ha adoptado la postura de diferentes autores, tales como Guillén (1997) y de Gutiérrez et al. (1991), quienes han aportado de manera fundamental la actual concepción de los niveles de van Hiele en el estudio de los sólidos. Como se ha descrito a lo largo de la investigación, los niveles de razonamiento de Van Hiele alcanzados por el estudiante, equivalen al desarrollo del pensamiento geométrico, los cuales están determinados por el grado de adquisición de cada nivel de van Hiele. A continuación, la discusión expone el grado de adquisición de cada nivel, que a su vez corresponden a los objetivos de esta investigación, según los resultados del pre test y post test, evidencias que establecen la medida de su eficacia.

4.4.1. Discusiones con respecto al Objetivo general.

Establecer en qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra en entornos virtuales” es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19.

Mediante los resultados obtenidos de cada nivel y el análisis en el capítulo 4.3, es evidente la eficacia del programa para el desarrollo del razonamiento de los tres niveles de van Hiele: visualización, análisis y clasificación. Con los datos obtenidos se demostró en qué medida el programa es eficaz según los grados de adquisición de van Hiele.

4.4.2. Discusiones con respecto a los Objetivos específicos.

Durante la ejecución del programa en modalidad virtual, se utilizaron videos, construcciones 3D, imágenes, y mención de objetos comunes del estudiante. Mediante GeoGebra se dio a conocer la abstracción de los objetos reales a representaciones generales de cuerpos sólidos. Se inició con la utilización de términos para los verbos de actuación en el software; luego, se mencionaron comandos y su secuencia. La construcción de cuerpos sólidos en GeoGebra obtuvo una muy favorable aceptación por los estudiantes, porque puso a prueba su creatividad al usar comandos de rotación, color, deslizadores, entre otros.

Asimismo, fue el momento más apropiado para emplear los términos y propiedades básicas y propias de cada sólido. Aunque todo se realizó de forma virtual (mediante la plataforma Zoom), los participantes tuvieron oportunidad de compartir pantalla y mostrar sus productos al final de las 5 fases. Al finalizar, se socializaron los producidos donde evidentemente se mostró mayor creatividad. Para completar el último nivel, se propuesto una prueba de 5 ítems, con el fin de concretar, aclarar dudas, y afianzar ideas de los indicadores correspondientes a este nivel.

En la prueba post test del nivel 1, es evidente el progreso de todos los estudiantes, pues se observó el logro de un grado de adquisición alta (60%-85%), y completa (85%-100%). Se pensaría que este nivel, por ser tan básico, debe ser alcanzado por la totalidad de estudiantes; sin embargo, el 17,6% de estudiantes no están en el grado completo, lo que puede ocasionar que los estudiantes hayan logrado las características asociadas al nivel 1 para algunas familias de sólidos, pero no para otras (Guillén, 1997).

Por tanto, luego de aplicar el programa, se puede afirmar que se logró el objetivo, pues se determinó en qué medida es eficaz el programa para desarrollar el Nivel 1 de van Hiele, visualización, en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” durante la pandemia por COVID-19.

En cuanto al nivel 2, la plataforma GeoGebra fue ideal para representar las características y propiedades de los sólidos según sus familias. Conceptos como vértice, aristas, cara, bases, cúspide, etc., no fueron tan difíciles de asimilar y manejar, puesto que el software posee comandos con tales términos, de tal forma que el estudiante —en su afán por construir algo novedoso y colorido, tan solo siguiendo los pasos para su construcción— fue memorizando y asimilando sus términos. Igualmente, cada vez que solicita ayuda o explicaciones a la maestra sobre algún paso olvidado o confuso para la ejecución o construcción del sólido, es inevitable el uso del vocabulario propio de este nivel.

En ese sentido, GeoGebra fue de gran ayuda para que los participantes desarrollen la capacidad de distinguir y describir los sólidos, las formas de sus bases, contornos, caras, etc., pues el uso repetitivo de los comandos permite relacionar, describir y clasificar a sólidos según los atributos matemáticos y las familias a las que pertenecen.

Cabe resaltar que, mediante la orden de rotación, GeoGebra facilita la generación de un listado de propiedades del cuerpo; en especial con los sólidos de revolución, los que fueron de mucho interés y novedad para los participantes del programa. Además, el uso de las rotulaciones, la aplicación de color a los vértices, aristas y caras, los desarrollos, y los deslizadores, fueron de gran estímulo y curiosidad para trabajar este nivel.

Debido a la modalidad virtual durante la pandemia, muchos maestros tuvieron pocos encuentros y una relación distanciada y algo fría en muchos casos con sus estudiantes, lo que fue la mejor excusa para complementar este nivel, agregando juegos, retos, humor y concursos, de tal manera que los alumnos siempre estén motivados, concentrados y atentos a las indicaciones. En la quinta fase de este nivel, se socializó las construcciones, haciendo énfasis a las familias que pertenece, sus características, sus propiedades, etc. Finalmente, una pequeña prueba en el que se justificó cuales relaciones determinadas entre familias son verdaderas y o falsas, como también delimitar algunas formulas sencillas que dan el número de caras, aristas y vértices.

En los resultados se pudo notar que el 29% de los estudiantes evidencian el grado de adquisición completo. En su mayoría lograron el grado alto (64%) y un (5.9%) en grado intermedio. Una de las posibles causas por las que la mayoría de los estudiantes no se encuentra en el grado completo es la complejidad y extensión de las familias de los cuerpos sólidos, sólidos de revolución y poliedros, y otros. El estudiante en este nivel ya comprende los ejemplos como representantes de clases, pero es posible que no los elija adecuadamente para que la respuesta apoyada en ellos sea matemáticamente correcta (Guillén, 1997).

Por otro lado, las 5 sesiones programadas en este nivel no fueron suficientes para lograr la generalización de pequeñas fórmulas, pues el estudiante debe tratar los resultados obtenidos a partir de ejemplos concretos de manera generalizada y comprobada para familias muy específicas. En las próximas investigaciones será necesario abordar estos temas haciendo énfasis en estos aspectos en determinadas familias, de tal manera que los estudiantes logren descubrir y utilizar explícitamente propiedades matemáticas de los sólidos, de sus familias y de sus elementos, como base de los juicios que desarrollan. Por tanto, se puede afirmar que se logró el objetivo, pues se determinó en qué medida es eficaz el programa para desarrollar el nivel 2 de van Hiele, el de “Análisis”, en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” durante la pandemia por COVID-19.

La tarea para este nivel 3 es ampliar los objetos mentales que los estudiantes han formado en las sesiones del nivel 1 y nivel 2, así como aumentar su capacidad de razonamiento geométrico. Para lograr que los participantes del programa desarrollen la capacidad de hacer clasificaciones lógicas de figuras y de relacionar familias en términos de propiedades, se abordó con la construcción de mapas mentales de las distintas familias de sólidos, haciendo énfasis en el planteamiento de definiciones y sacar deducciones de sus propiedades tras las construcciones de los sólidos de familias de sólidos más específicas y establecer clasificaciones inclusivas.

Es este nivel fue indispensable el análisis del sólido a partir de su desarrollo y viceversa, lo que permitió descubrir propiedades de varias familias de sólidos en comparación con otras.

En cuanto a los sólidos de revolución se abordó desde la rotación de polígonos, semicircunferencia, o círculos sobre un eje, con el fin deducir conceptos y plantear regularidad o igualdad de todas sus caras. En este sentido, GeoGebra permite la construcción de un sólido desde distintas formas, y es una ventaja para el estudiante, quien además de construir sólidos y clasificarlos con varios criterios, puede elaborar definiciones formales de familias de sólidos, incluso, aceptar o crear formas equivalentes de definiciones. Lo interesante también fue que los estudiantes crean sus propias definiciones, dependiendo de las experiencias en GeoGebra en las construcciones de los sólidos.

Al igual que en los anteriores niveles, la construcción de polígonos y la identificación de sus propiedades, fueron claves para lograr los indicadores de este nivel. En este nivel se hizo énfasis en la clasificación de los poliedros, y las diferentes clasificaciones que se trabajaron en el nivel 2, ahora se establece en términos de propiedades.

Por su parte, los resultados de la prueba post evidencian que ningún estudiante logró completamente este nivel, pues un (41.2%) terminó en grado intermedio (40%-60% de adquisición), y (58.8%) en grado alto (60%-85% de adquisición). Es claro que lograron un desarrollo del pensamiento geométrico en términos de clasificación; sin embargo, es visible que, en cuanto a este nivel, se requiere dedicarle especial atención, debido a la gran dificultad para los estudiantes. Según Guillen (1991), la clasificación está relacionada con la representación, descripción y definición a partir de las clasificaciones, como también de un trabajo inverso; aquí entran las definiciones, clasificaciones y propiedades que reflejan el tipo de clasificación que se está considerando, porque la idea no es que se memoricen las definiciones o las propiedades, pues estas reflejan el tipo de clasificación que se haya establecido.

En este caso, se puede afirmar que se logró el objetivo, pues se determinó en qué medida es eficaz el programa para desarrollar el nivel 3 de van Hiele (Clasificación), en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” durante la pandemia por COVID-19. Cabe señalar que el programa está diseñado para desarrollar el pensamiento geométrico con la intervención del modelo van Hiele de los tres primeros niveles; así como validar los ítems del grado de adquisición del nivel 3, diseñando una sesión adicional relacionada al nivel 4, donde el principal objetivo fue tratar el teorema de Euler deductivamente. Además, la pobreza de la prueba para evaluar el nivel 4 (sólo se incluyó 4 ítems), tan solo tuvo la finalidad de validar los ítems que se podrían responder de acuerdo con las características del tercer nivel de razonamiento.

En este orden de ideas, en el resultado obtenido se observa que (17.6%) de estudiantes lograron el grado intermedio del nivel 4; sin embargo, ocurre a veces, que los estudiantes se mueven más en los ítems de niveles altos que en los de niveles inferiores. Como señala Gutiérrez et al. (1991):

> Esto no implica un rechazo de la estructura jerárquica de los niveles, sino que sugiere más bien que deberíamos adaptar mejor la teoría de van Hiele a la complejidad del proceso de razonamiento humano; las

> personas no se comportan de una manera simple, lineal, que podría esperarse de la asignación de un nivel único (p.250).

Mediante los resultados obtenidos de cada nivel y el análisis en el capítulo 4.3, es evidente la eficacia del programa para el desarrollo del razonamiento de los tres niveles de van Hiele: visualización, análisis y clasificación. Con los datos obtenidos se demuestra en qué medida es eficaz según los grados de adquisición de van Hiele.

Otro aspecto importante de este programa es que se buscó cautivar la atención dispersa de los estudiantes al dinamizar y posibilitar la significación de objetos geométricos mediante las herramientas GeoGebra y, a su vez, identificar qué aprendizajes se evidenciaron; para ello, se abordó desde las premisas planteadas por van Hiele, según De la Torre (2003): a) Asegurar desde un principio el interés de los estudiantes hacia el problema planteado. b) El método fue efectivo en la medida que los estudiantes lograron solucionar el problema con su propio trabajo, es decir, el maestro no se precipitó dando la repuesta al problema. c) El docente dirigió el trabajo individual y colectivo, este último ayudó a los estudiantes que va a pasos lentos. d) La importancia de “calibrar acertadamente” el grado de dificultad de los problemas fue papel del docente, quien mantuvo el interés de los estudiantes hasta el final.

Siguiendo las reglas dadas por Hoffer (1973), este estudio presenta algunos aspectos que debe tenerse en cuenta para futuras investigaciones. Algunas de las sesiones se centraron más en el estudio de habilidades y destrezas para la construcción de sólidos en GeoGebra que en el desarrollo del pensamiento y el razonamiento de los aprendices.

Es de recalcar que el número de sesiones del programa afecta a la recolección de información de la relación existente entre un nivel dado y el lenguaje empleado por los estudiantes en cada nivel, las 16 sesiones aportaron de manera significativa, sin embargo, es necesario ahondar la construcción de sólidos en GeoGebra incrementando el número de clases.

En síntesis, el verdadero valor de este trabajo investigativo es notar la triada perfecta entre las Fases de aprendizaje de Van Hiele – Construcción de sólidos en GeoGebra – Desarrollo del pensamiento.

Finalmente, podemos decir que el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" aporta de manera eficaz al desarrollo del pensamiento geométrico.

Capitulo V. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

- El modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del pensamiento geométrico en entornos virtuales de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa

"La Anunciación", Cali, Siendo $p < \alpha$ (0.05) evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

- El modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento visual geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali, siendo $p < \alpha$ (0.05) evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.
- El modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del análisis geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali, siendo $p < \alpha$ (0.05), lo que muestra las evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula.
- El modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento clasificatorio o abstracción geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali, siendo $p < \alpha$ (0.05) evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.
- Las respuestas del post test no permiten apreciar si el modelo de construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra y entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de deducción formal geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación", Cali.
- Al comparar los resultados del pretest y post test, los estudiantes han incrementado considerablemente el grado de adquisición en todos los niveles.

En las respuestas del post test continúan sin apreciarse de manera significativa razonamientos del nivel 4.

- Para la geometría de sólidos los estudiantes pueden dominar rápidamente el nivel 1 de van Hiele; sin embargo, se requiere mucho tiempo y atención para que los estudiantes logren el grado alto o completo de adquisición del nivel 2 y 3. En cuanto a los niveles 3 y 4 un programa de corto tiempo no es suficiente, pues en opinión de Guillen (1997), eso requiere años. Lamentablemente, algunos quizás no lleguen a dominar los contenidos.
- Las hipótesis que se han aceptado tan solo son conjeturas que necesitan ser confirmadas o rechazadas con investigaciones posteriores, puesto que es necesario tener en cuenta el contexto en el que desarrolló el programa. Esto ocurrió durante la pandemia y de forma virtual. Hubo otras variables que no se midieron, pues no era el objetivo del presente estudio confirmar o refutar tales existencias. Tampoco se hizo un estudio previo de los conocimientos en matemáticas a los participantes del programa, por tanto, la hipótesis solo puede considerarse como punto de partida para futuros trabajos.

- Aspectos como una buena señal de conectividad, disponibilidad de equipos eficientes, estado de ánimo debido el aislamiento obligatorio, entre otros, pueden considerarse como factores determinantes para el desarrollo de programas como este.
- El software GeoGebra es un recurso que, además de permitir el desarrollo del pensamiento geométrico, fortalece e incentiva la creatividad. Los

razonamientos utilizados por los estudiantes que fueron partes de la investigación se basaron concretamente en las construcciones y observaciones 3D, las rotaciones y desarrollos, y con ellos lograron creaciones y animaciones novedosas.

- El dominio del vocabulario geométrico no es fácil para el estudiante, sin embargo, con la ayuda de las construcciones en GeoGebra, se permitió asimilar y adoptar esos contenidos a su lenguaje, especialmente cuando se trata de conceptos y definiciones.
- Los estudiantes tienen facilidad para determinar el número de vértices, caras, aristas, pero si se trata de enumerar propiedades comunes a varias familias o propiedades de una familia que no lo sean de otra, requiere de más tiempo; de allí que el nivel 2 se vuelve extenso, y más aún el nivel 3.
- El rol del maestro afectó a los resultados del estudio, pero ello corresponde a un estudio posterior.
- GeoGebra tiene las mismas ventajas que cualquier otro software educativo, sin embargo, es evidente que favoreció al estudiante el aprendizaje autónomo al permitir la utilización de principios heurísticos, tales como la movilidad, la inducción, la generalización, entre otros.
- Los entornos digitales para la enseñanza de la geometría no solo enriquecen y ayudan a la búsqueda del conocimiento matemático, sino que facilitan al alumno al reconocimiento de la existencia de determinadas relaciones entre entes matemáticos que requieren de precisión y exactitud, que sin la ayuda de estos

los cálculos tendrían un margen de imprecisión e inexactitud al igual que las mediciones en sólidos concretos.

- Teniendo en cuenta que el modelo Van Hiele aporta significativamente a la enseñanza – aprendizaje de la geometría, el sistema educativo deberían considerarlo como el eje central de la metodología de la enseñanza, con el fin de alcanzar el desarrollo del pensamiento geométrico del educando.

5.2. Recomendaciones

Este trabajo basado en la utilización del software GeoGebra, viene a complementar un vacío existente respecto al uso de nuevas alternativas de diseño y propone a los maestros una estrategia para desarrollar las clases. En la web existen innumerables programas y plataformas al respecto, pero desaprovechadas por los docentes por desconocimiento, falta de estos recursos en las instituciones, o simplemente temor, y es ahí donde esta investigación pretende convertirse en un aporte en el campo.

También es viable extender el uso del software a otros grados —inferiores y superiores— a fin de promover el desarrollo del pensamiento geométrico, procurando transversalizar con la modalidad STEM, lo cual se lograría al agregar en la planeación del área de matemáticas el uso del software GeoGebra en todos los grados. Para ello es menester incentivar al docente a apropiarse del uso de las herramientas tecnológicas.

A modo de proyecciones futuras, resulta pertinente la continuación de este estudio aplicando la secuencia didáctica, a fin de comprobar los avances reales en el nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de básica secundaria en ambientes GeoGebra. Además, se espera que se siga profundizando en cuanto a la metodología de van Hiele, y que el presente trabajo apoye nuevas investigaciones sobre el tema. Con los resultados obtenidos, se hace necesario realizar otras exploraciones posteriores con el fin de determinar posibles errores o aspectos que complementarían este programa: diseño de ítems, errores de falta de tiempo para desarrollar los niveles que así lo requieren, falta de tiempo para responder las pruebas, falta de conocimiento necesarios en geometría, etc.

Referencias

Ancer, J., Rogelio, U., Rivera, G., Manuel, J., González, A., Académico, S., . . . Hernández, H. (2014). Políticas Sociales Sectoriales. *Políticas Sociales Sectoriales, 1*(1), 160–168.

Arantza, S. (2016). *Desarrollo y evaluación de las habilidades espaciales de los estudiantes de ingeniería. Actividades y estrategias de resolución de tareas espaciales (Tesis de licenciatura).* Recuperado de https://upcommons.upc.edu/handle/2117/96294

Arboleda, A. (2011). Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele , con los estudiantes de 6 ° grado del colegio San José de la comunidad marista. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, (págs. 40–48). Colombia.

Ávila, O. (2019). *Aprendizaje Significativo en Geometría Para el Grado Octavo (Tesis de maestría).* Recuperado de https://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/2729

Barrantes, H., & Ruiz, Á. (1998). *La Historia del Comité Interamericano de Educación Matemática.* Costa Rica: Academia Colombiana.

Bielka, R. (2021). *Icosaedro*. Recuperado de GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/vkzkyjsu

Blandón, E., Gulfo, J., & Marín, W. (2016). *Los Sólidos Platónicos en Origami para la Comprensión de la Fórmula de Euler en el Contexto de Van Hiele (Tesis de maestría).*

Borsoi, C. (2016). Geogebra 3D no Ensino Médio: Uma Possibilidade para a Aprendizagem da Geometria Espacial. *Encontro Brasileiro de Estudantes de*

Pós Graduação em Educação Matemática. Recuperado de http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6_caroline_borsoi.pdf

Brasó, R., & Arderiu, M. (2019). Herramientas tecnológicas para el seguimiento del alumnado en la FP dual. *Revista Practicum, 4*(2), 77–94. Recuperado de https://revistas.uma.es/index.php/iop/article/view/7805

Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación, 41*(60). Recuperado de https://doi.org/10.17227/01203916.840

Cannon-Brookes, M., & Farquhar, S. (2018). *Historia De La Geometria - Matemáticas.* Valle Del Oja: Space. Recuperado de https://xdoc.mx/documents/tema-historia-de-la-geometria-matematicas-en-el-ies-valle-del-oja-5ea9e53135a65#

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 11*(2), 171–194. Recuperado de https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002&lng=es&tlng=es

Colina, J. (2018). *Favorecimiento de las habilidades espaciales de orientación, rotación y visualización, a través de una ate, en los estudiantes de grado décimo (Tesis de Maestría).* Recuperado de https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/14874

Congreso de Colombia. (30 de julio de 2009). Decreto de Ley 1341. *Diario Oficial, 144*(47426), 1-42. Recuperado de https://colombiatic.mintic.gov.co/679/articles-620_doc_norma.pdf

Corberán, R., Gutiérrez, Á., Huerta, M., Jaime, A., Pastor, A., Margarit, J., . . . Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele.* Recuperado de http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/CorOtr94

De la Torre Gómez, A. (2003). El método socrático y el modelo de Van Hiele. *Lecturas Matemáticas, 24*(2), 99–121. Recuperado de https://studylib.es/doc/4704207/el-m%C3%A9todo-socr%C3%A1tico-y-el-modelo-de-van-hiele

Expósito, C., & Marsollier, R. (2020). Virtualidad y educación en tiempos de COVID-19. Un estudio empírico en Argentina. *Educación y Humanismo, 22*(39), 1–22. Recuperado de https://doi.org/10.17081/eduhum.22.39.4214

Gardner, H. (1994). *Frames of mind: Theories of Multiple Inteligences.* USA: Basic Books.

Gento, S., & Pina, J. (2011). *Gestión, dirección y supervisión de instituciones y programas de tratamiento educativo de la diversidad.* Madrid: UNED, estudios. Recuperado de https://www.casadellibro.com/ebook-gestion-direccion-y-supervision-de-instituciones-y-programas-de-tratamiento-educativo-de-la-diversidad-ebook/9788436262100/2018382

George, D., & Mallery, P. (1995). *SPSS/PC +step by step: A simple guide and reference.* Belmont, CA. EE.UU: Wadsworth Publishing Company.

George, K., & Mallery , J. (1995). *Método de investigación.*

Godino, J. (2002). *Geometría y su Didáctica para Maestros.* Granada: La Educación.

González, B. (2021). *Estudio de la Geometria Tridimensional Mediante Software de Modelado 3D (Tesis de maestría).* Recuperado de https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/22976

González-Zamar, M., Abad, E., & Belmonte, L. (2020). Aprendizaje significativo en el desarrollo de competencias digitales. Análisis de tendencias. *Revista Internacional de Investigación e Innovación, 1*(14), 91-110. doi:https://doi.org/10.46661/ijeri.4741

Grisales, A. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *La Educación, 14*(2), 198–214. Recuperado de https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751

Guillén, G. (1997). *El Modelo Van Hiele Aplicado a la Geometría de los Sólidos. Observación de procesos de Aprendizaje (Tesis de maestría).* Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=9178

Guillén, G. (2000). Sobre el Aprendizaje de Conceptos Geométricos relativos a los sólidos. Ideas Erróneas. *Investigación Didáctica, 18*(1), 35–53. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/21874/1/Guillen2000Sobre.pdf

Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría? ¿y en la investigación? *Investigación en Educación Matemática*, 21 – 68. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1681/

Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 20*(3), 27–46.

Gutierrez, Á., Jaime, A., & Cáceres, M. (1992). *La enseñanza de la geometría de sólidos (Tesis de maestría).* Recuperado de https://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/GutOtr92.pdf

Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. (1991). An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 237-251. Recuperado de https://www.jstor.org/stable/749076?origin=crossref

Gutiérrez, W. (2014). *Escalera de Caracol*. Recuperado de GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/fvFfrBsJ

Hernandez, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2010). *Definición del alcance de la investigación a realizar: exploratoria, descriptiva, correlacional o explicativa. En Metodología de la investigación.* México: Mc Graw Hill.

Hernández, V., & Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la Enseñanza de la geometría para el siglo XXI.* Chicago: PMME-UNISON.

Hoffer, A. (1973). *Acquisition of mathematical concepts.* Nueva York: R. L. & M.Landau.

Instituto Colombiano para el fomento de la Educación [ICFES]. (2021). Reporte de resultados ICFES - Resultados Prueba Saber. *Ministerio de Educación Nacional, 37*(11). Obtenido de https://www.icfes.gov.co/resultados-examen-saber-11%C2%B0

Izquierdo, H. (2006). *Desarrollo del pensamiento.* Ecuador: Cámara Ecuatoriana del Libro.

Jaime, A. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento (Tesis de doctorado). Recuperado de https://roderic.uv.es/handle/10550/37994

Jara, V. (2012). Development of thinking and cognitive theories for teaching thought and generating knowledge. *Colección de Filosofía de la Educación, 12*(12), 53–66. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/318615270_Desarrollo_del_pensamiento_y_teorias_cognitivas_para_ensenar_a_pensar_y_producir_conocimientos_Development_of_thinking_and_cognitive_theories_for_teaching_thought_and_generating_knowledge

Jiménez, J., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad, 4*(7). Recuperado de https://redib.org/Record/oai_articulo1121371-geogebra-una-propuesta-para-innovar-el-proceso-ense%C3%B1anza-aprendizaje-en-matem%C3%A1ticas

Julián , M. (1934). *Discurso sobre el Espríritu Positivo.* Madrid: Alianza editorial.

Knight, G. (2002). *Filosofía y EDucación.Una Introducción en la perspectiva cristiana.* Miami: APA.

Lechón, D. (2019). *Diseño de Actividades en el Marco Conceptual de Enseñanza de la Geometría del Modelo de Van Hiele (Tesis de maestría).* Recuperado de https://ebuah.uah.es/dspace/handle/10017/43608

Londoño, J. (2020). *El desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos : estrategias metodológicas en estudiantes de grado séptimo de la institución educativa (Tesis de maestría).* Recuperado de http://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/78081/1053808508.2020.pdf?sequence=7

Martínez, J. (2012). *Guía de evaluación Guía de evaluación.* España: Iosu Madar.

Mazzini, T., & Dos Santos, M. (2021). Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino fundamental. *Revista de Casos y Consultoría, 12*(1), 13-27. Recuperado de https://periodicos.ufrn.br/casoseconsultoria/article/view/27013

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). Serie lineamientos curriculares Matemáticas. *Matemáticas Lineamientos Curriculares*, 1-103. Recuperado de https://mineducacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2002). *Estándares curriculares para las áreas de matemáticas , lengua castellana y ciencias naturales y educación ambiental para la educación preescolar , básica y media*. Recuperado de GOV.CO: https://www.mineducacion.gov.co/portal/

Moreira, M. (2012). ¿Al final, qué es Aprendizaje Significativo? *Revista Qurriculum, 1*(25), 29–56. Recuperado de https://riull.ull.es/xmlui/handle/915/10652

Nieto, J. (2018). *Recursos Educativos Digitales para el manejo de GeoGebra (Tesis de Licenciatura).* Recuperado de http://repository.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/9756

Noviana, W., Hadi, W., & Handayani, I. (2020). the Effectiveness of Geogebra-Based Van Hiele Model on Mathematical Disposition Assessed From Early Mathematics Ability. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika, 5*(2), 167-180. Recuperado de http://www.kalamatika.matematika-uhamka.com/index.php/kmk/article/view/444

Pabón, J. (2014). Las TICs y la lúdica como herramientas facilitadoras en el aprendizaje de la matemática. *Ecomatemático, 5*(1), 1-48. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/339638157_Las_TICs_y_la_ludica_como_herramientas_facilitadoras_en_el_aprendizaje_de_la_matematica

Patiño, J. (2021). *Estrategia pedagógica mediada por GeoGebra para el aprendizaje del pensamiento geométrico (Tesis doctoral).* Recuperado de https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/8446

Peña, C. (2015). *Cuerpos Geométricos*. Recuperado de GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/y9egtbM7

Pizarro, R. (2009). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas . Aplicación al caso de metodos numéricos (Tesis de maestría).* Recuperado de https://app.amanote.com/v4.0.21/research/note-taking?resourceId=cKPo4nMBKQvf0Bhik2io

Pujawan, I., Pasek, I., & Ari, D. (2020). The Effect of Van Hiele Learning Model on Students ' Spatial Abilities. *International Journal of Instruction, 13*(3), 461–474.

Rey, L., & Rodríguez, L. (2016). *Uso de herramientas informáticas como estrategia lúdica para el fortalecimiento matemático de los conceptos básicos del pensamiento espacial y geométrico en el grado quinto de educación básica* *primaria del colegio Juan Lozano I.E.D. (Tesis Especialidad).* Recuperado de https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/4512/Rey_Rodriguez_2016.pdf?sequence=1

Ruiz, N. (2018). Medios y recursos para la enseñanza de la geometría en la educación obligatoria. *Revista de Didáctia Específicas, 1*(3), 8–25. Recuperado de https://www.academia.edu/36377271/MEDIOS_Y_RECURSOS_PARA_LA_ENSE%C3%91ANZA_DE_LA_GEOMETR%C3%8DA_EN_LA_EDUCACI%C3%93N_OBLIGATORIA

Salazar, M., Icaza, M., & Alejo, O. (2018). La importancia de la ética en la investigación. Universidad y Sociedad. *Revista Científica de la Universidad de Cienfuegos, 10*(1), 2218–2620.

Schaeffer, F. A. (1968). *Escape from Reason.* Barcelona, España: Grau.

Shrader-Frechette, K. (1994). *Ethics of scientific research.* Maryland: Rowman & Littlefield.

Soto, I. (2020). La relación estudiante-docente en tiempos de cuarentena: desafíos y oportunidades del aprendizaje en entornos virtuales. *Saberes Educativos, 5*(1), 70–99. Recuperado de https://www.academia.edu/43491275/LA_RELACI%C3%93N_ESTUDIANTE_DOCENTE_EN_TIEMPOS_DE_CUARENTENA_DESAF%C3%8DOS_Y_OPORTUNIDADES_DEL_APRENDIZAJE_EN_ENTORNOS_VIRTUALES

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry.* Chicago: ERIC. Obtenido de https://eric.ed.gov/?id=ED220288

Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education. Academic press.* Michigan: Creative Education. doi:https://openlibrary.org/books/OL2856090M/Structure_and_insight

Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia, 27*(1), 74–94. Recuperado de www.revistas.una.ac.cr/uniciencia

Vargas, S. (2021). *Modelo de Van Hiele en un ambiente digital de aprendizaje basado en problemas para el fortalecimiento del componente espacial geométrico aplicando gamificación, estudiantes de grado noveno del colegio Marruecos y Molinos (Tesis de maestría).* Recuperado de https://repositorio.unicartagena.edu.co/handle/11227/13543

Vásquez, P. (2019). *Material didáctico, facilitador en el desarrollo de competencias básicas en el área de Matemáticas (Tesis de maestría).* Recuperado de https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/75654

Venegas, M. (2015). *Niveles De Razonamiento Geométrico De Van Hiele Al Resolver Problemas Geométricos : Un Estudio Con Alumnos De 13 a 16 Años En Cantabria (Tesis de maestría).* Recuperado de https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6837/VenegasPerezIrene.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Wengle, G. (2014). *3D-Oberfläche*. Recuperado de GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/vJGteksc

White, E. (1971). *Consejos Para Los Maestros, Padres Y Alumnos.* Argentina: ACES.

White, E. (1989). *Consejos sobre la salud.* New York: Libros On line. Obtenido de http://ellenwhiteaudio.org/ebooks/sp/ellenwhite/Consejos Sobre la Salud.pdf

White, E. (2012). *Sermones Escogidos Tomo 1.* Argentina: ACES.

Anexos

Anexo 1. Matriz instrumental

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	DEFINICIÓN INSTRUMENTAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL		
				Tipo de respuesta	*Descripción del ponderado*	*Ponderado numérico*
VARIABLE DEPENDIENTE Desarrollo del pensamiento geométrico	Nivel 1: Reconocimiento o visualización	a. Reconoce y describe los atributos físicos del cuerpo sólido tales como posición, forma y tamaño.	Ítem: 1 A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F,1G, 1H, 1I, 3 A, 6D, 10C	1	Ítems sin respuesta o con respuestas no codificables. Respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de razonamiento, pero no proporcionan información alguna acerca de los niveles inferiores.	0
				2	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	20
		b. Formula definiciones mediante listado de propiedades físicas del cuerpo Geométrico.	Ítem: 3 B, 3C, 3D, 3E, 3F, 3G, 6D	3	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	25
		c. Clasifica a los cuerpos geométricos exclusivamente basado en sus atributos físicos.	Ítem: 1 A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F,1G, 1H, 1I, 3 A, 3 B,	4	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	50

			3C, 3D, 3E, 3F, 3G, 6D, 10 C			
	Nivel 2: Análisis	a. Reconoce y describe las características de los sólidos mediante propiedades matemáticas.	Ítem: 2 B, 4C, 4D, 5 A, 5B	5	Respuestas bastante completas pero incorrectas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. La incorrección de las respuestas puede deberse a errores matemáticos o a que siguen líneas que no llevan a la solución del problema planteado.	.75
		b. Define con estructura simple el análisis de sólidos geométricos.	Ítem: 2 A, 2 B, 4 A, 4B, 4C, 5 A, 5B			
		c. Formula definiciones empleando listado de propiedades matemáticas.	Ítem: 2B, 4D, 6 A, 6B, 7E			
		d. Clasifica exclusivamente a los cuerpos geométricos basándose en atributos matemáticos.	Ítem. 2 A, 4 A, 4B, 4C, 5 A, 5B			
		e. Verifica propiedades con ejemplos y/o demostraciones empíricas.	Ítem: 2 B, 4D, 6 A, 6B, 7E	6	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas –pero incompletas— porque no llegan a resolver el problema por completo, hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, tienen pequeños errores, etc.	.80
	Nivel 3: Clasificación	a. Usa definiciones con estructuras matemáticas complejas.	Ítem: 5C, 6E, 6F, 8B, 8D, 8F, 8H, 9B			

		b. Formula conjunto de propiedades necesarias y suficientes.	Ítem: 5C, 6C, 6E, 6F, 7 A, 7B, 7C, 7D, 8 A, 8C, 8E, 8G, 9 A,			
		c. Clasificar con diferentes definiciones Exclusiva e Inclusiva	Ítem: 5C, 6C, 6E, 6F, 7 A, 7B, 7C, 7D, 8 A, 8C, 8E, 8G			
		d. Construye demostraciones lógicas informales.	Ítem: 5C, 6E, 6F, 8B, 8D, 8F, 8H, 9 A, 9B			
	Nivel 4: Deducción formal	a. Acepta definiciones equivalentes.	Ítem: 10 A, 10D	7	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas —pero incompletas— porque no llegan a resolver el problema por completo, hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, tienen pequeños errores, etc.	100
		b. Prueba la Equivalencia de definiciones.	Ítem: 10 B, 10C			
		c. Construye demostraciones matemáticas formales.	Ítem 10 A, 10B, 10C			

Anexo 2. Matriz de consistencia

TÍTULO	PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	DISEÑO /TIPO	CONCEPTOS BÁSICOS
Programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales para el desarrollo del pensamiento geométrico durante la	PROBLEMA GENERAL: ¿En qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia durante la pandemia por COVID-19? PROBLEMAS ESPECÍFICOS: ¿En qué medida el programa	OBJETIVO GENERAL: Establecer en qué medida el programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia durante la pandemia por COVID-19. OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Determinar en qué medida el programa	HIPÓTESIS GENERAL: El programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra” en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa “La Anunciación” en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS: El programa “Construcción de	TIPO: PREEXPERIMENTAL APLICADA. DISEÑO: EXPERIMENTAL CON PRE TEST Y POST TEST $O_{1E} \longrightarrow X \longrightarrow O_{2E}$ Donde: O_{1E}: Grupo experimental con pre test. X: Variable experimental. O_{2E}: Grupo experimental con post test.	*VARIABLE INDEPENDIENTE* *Programa “Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra* *DEFINICIÓN:* Pérez y Merino (2013) refieren que “programa” es un conjunto de sesiones que permite organizar y detallar un proceso pedagógico. El programa brinda orientación al docente respecto a los contenidos que debe impartir, la forma en que tiene que desarrollar su actividad de enseñanza y los objetivos a conseguir.

pandemia por COVID-19", Cali, 2020	"Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de visualización o reconocimiento de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia durante la pandemia por COVID-19? ¿En qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de análisis de los estudiantes de grado octavo de la	"Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de visualización o reconocimiento de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa la Anunciación en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19. Determinar en qué medida el Programa "Construcción de Cuerpos Sólidos en Ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de análisis de los estudiantes de grado octavo de la	cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de visualización o reconocimiento de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19. El programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de análisis de los estudiantes de grado octavo de la	O_{2C}: Grupo control con post test.	✓ CUERPOS SÓLIDOS: Un sólido o cuerpo geométrico es una figura geométrica de tres dimensiones (largo, ancho y alto), que ocupa un lugar en el espacio y en consecuencia, tiene volumen. ✓ GEOGEBRA: Es un software de matemáticas para todo nivel educativo que reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo. VARIABLE DEPENDIENTE Desarrollo del pensamiento geométrico DEFINICIÓN: Se refiere a los niveles de razonamiento expuesto por van

	Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19? ¿En qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de ordenación y clasificación de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19?	Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19. Determinar en qué medida el programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de ordenación y clasificación de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19	Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19. El programa "Construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo del razonamiento de ordenación y clasificación de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa "La Anunciación" en Cali, Colombia, durante la pandemia por COVID-19.		Hiele los cuales son adquirido por el individuo (Guillén, 2007). Los niveles, según van Hiele, son los siguientes: ✓ Nivel 1: Reconocimiento o visualización. ✓ Nivel2: Análisis ✓ Nivel 3: Clasificación ✓ Nivel4: Deducción formal ✓ Nivel 5: Rigor lógico. Fases de los niveles de van Hiele 1. Información o diagnóstico. 2. Orientación dirigida 3. Explicitación 4. Orientación libre 5. Integración.

<u>**Anexo 3. Pre test y Post-test**</u>

Guía de observación para evaluar el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de grado 8° de secundaria.

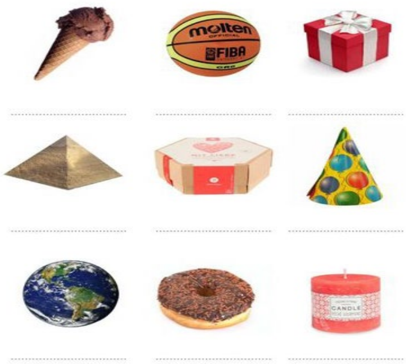
Prueba Pre test - Post test

Nombres y apellidos:____

Sólidos geométricos

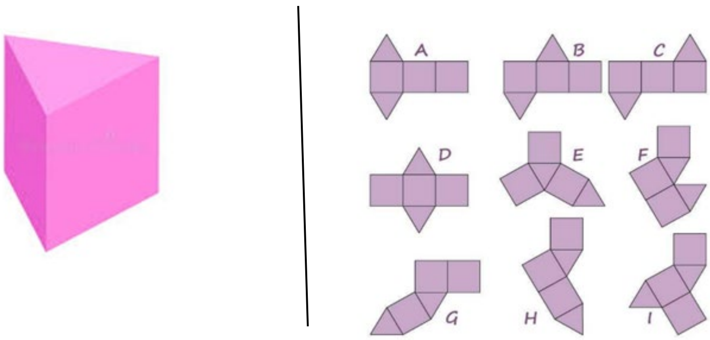
¡Hola amigo(a)! Te invito a leer la instrucción de cada pregunta y responder a las actividades planteadas. ¡Buena suerte!

1. ¿Cuál es el nombre del cuerpo geométrico al que se asemejan los objetos? Escribe debajo de cada uno.



2. Observa detenidamente las imágenes de la derecha y responde.

   A. De los nueve (9) desarrollos planos de la derecha, hay dos (2) que no son válidos para la formación del prisma. ¿Sabrías identificarlos? Elije las respuestas.

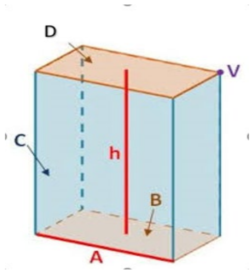


__A __B __C __D __E __F __H
__I

B. En la pregunta anterior, ¿por qué elegiste esas respuestas? Escribe tu justificación.

3.

A. Escribe cómo se llama el sólido geométrico representado abajo: ___________________



B. ¿Qué representa la letra "V" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio.________

C. Ahora, ¿Qué representa la letra "C" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio.______

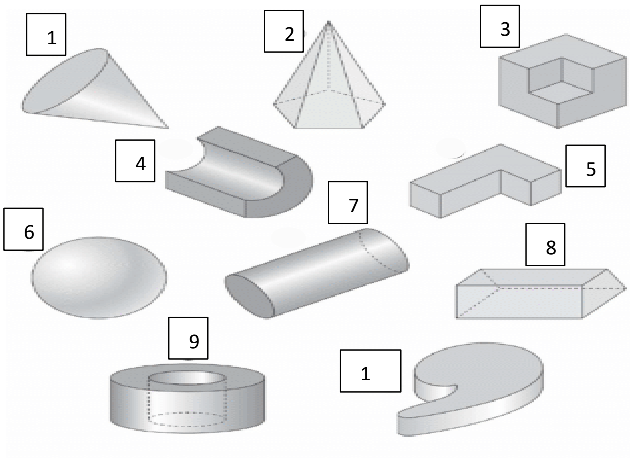
D. ¿Qué representa la letra "h" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio.___________

E. ¿Qué representa la letra "A" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio.___________

F. ¿Qué representa la letra "B" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio. __________

G. Ahora, ¿Qué representa la letra "D" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio.______

4. Clasifica los siguientes cuerpos geométricos.



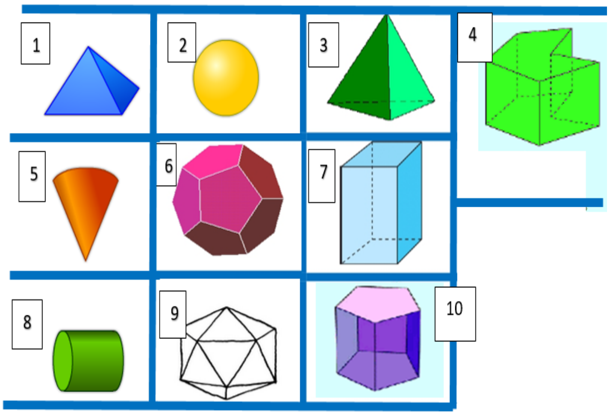
A. Observa las imágenes y marca en la lista inferior aquellos números que están junto a las figuras que son poliedros.
__1 __2 __3 __4 __5 __6 __7 __ 8 __9 __10

B. Observa las imágenes y marca en la lista inferior aquellos números que están junto a los que son cuerpos de revolución.
__1 __2 __3 __4 __5 __6 __7 __ 8 __9 __10

C. Observe las imágenes y marca en tabla inferior aquellos números que están junto a los sólidos que no son poliedros ni cuerpos de revolución.
__1 __2 __3 __4 __5 __6 __7 __ 8 __9 __10

D. ACERTIJO: “Es un sólido que no tiene caras ni aristas curvas”. ¿A qué sólido nos podemos referir? Por favor, explica tu respuesta.

5. Analiza los siguientes sólidos y responde cada pregunta planteada marcando las opciones de la lista.

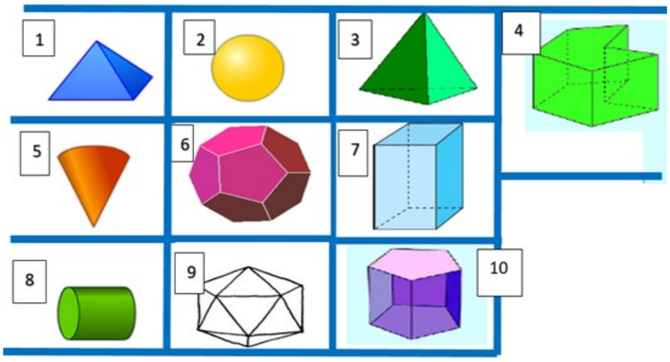


A. Según la imagen, ¿cuáles pertenecen al conjunto de los sólidos de revolución?
__1 __2 __3 __4 __5 __6 __7 __ 8 __9 __10

B. Según la imagen, ¿cuáles pertenecen al conjunto de los poliedros?
__1 __2 __3 __4 __5 __6 __7 __ 8 __9 __10

C. Según la imagen, ¿cuáles pertenecen al conjunto de los prismas?
__1 __2 __3 __4 __5 __6 __7 __ 8 __9 __10

6. Observa las imágenes para responder las siguientes preguntas. No importa lo largo de tu respuesta. Procura explicar todo.



A. ¿En qué características te fijas para señalar CUÁLES son SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN?

____

____

____

B. ¿Qué características son fundamentales para señalar CUÁLES son POLIEDROS?

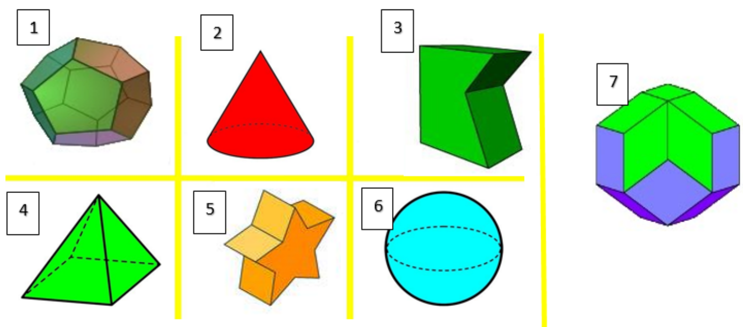
C. ¿En qué características te fijas para señalar aquellos cuerpos que son PRISMAS?

D. La figura N°5 ¿es un cono? ¿Por qué?

E. La figura N°9 ¿es un prisma? ¿Por qué?

F. La figura N°10 ¿es un prisma? ¿Por qué?

7. Clasifica los siguientes sólidos según sus características o atributos.



A. Analiza los cuerpos geométricos y has una lista de los números que están junto a los SOLIDOS REGULARES (escribe los números separados por una coma).

____

B. De los cuerpos geométricos, haz una lista de los números que están junto a los SÓLIDOS IRREGULARES (escribe los números separados por una coma).

____

C. De los cuerpos geométricos, haz una lista de los números que están junto a los POLIEDROS CÓNCAVOS (escribe los números separados por una coma).

____

D. De los cuerpos geométricos, haz una lista de los números que están junto a los POLIEDROS CONVEXOS (escribe los números separados por una coma).

____

E. De los cuerpos geométricos, haz una lista de los números que están junto a los CUERPOS REDONDOS (escribe los números separados por una coma).

____

8. Responde teniendo en cuenta las imágenes y las respuestas anteriores.

A. ¿Qué atributos se observa en el cuerpo geométrico N°1? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos.

__Poliedro cóncavo __Poliedro convexo __Poliedro regular

__Poliedro irregular __Cuerpo redondo __ Sólidos platónicos

B. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones o por qué no has elegido ninguna.

____

C. ¿Qué atributos observas en el cuerpo geométrico N°3? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos.

__Poliedro cóncavo __Poliedro convexo __Poliedro regular

__Poliedro irregular __Cuerpo redondo __ Sólidos platónicos

D. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones al sólido N°, 3 o por qué no has elegido ninguna.

____
____

E. ¿Qué atributos observas en el cuerpo geométrico No 4? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos.

__Poliedro cóncavo __Poliedro convexo __Poliedro regular

__Poliedro irregular __Cuerpo redondo __ Sólidos platónicos

F. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones a la figura 4 o por qué no has elegido ninguna.

____
____

G. ¿Qué atributos observas en el cuerpo geométrico N°6? Marca en la lista inferior a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos.

__Poliedro cóncavo __Poliedro convexo __Poliedro regular

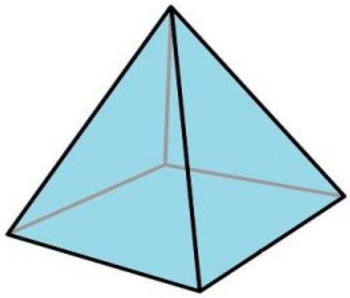
__Poliedro irregular __Cuerpo redondo __ Sólidos platónicos

H. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones a la figura 6 o por qué no has elegido ninguna.

____
____
____
____

9. Observa la figura y responde las dos preguntas de este ítem.

A. ¿Cuál de las siguientes respuestas, referidas a la figura, NO es correcta? Marca la respuesta.



__Es una pirámide
__Es un tetraedro
__Poliedro irregular
__Tiene una base cuadrada.
__No puede ser todo lo anterior a la vez.

B. Explica con detalles, cuáles fueron las razones por las que elegiste en la pregunta anterior esa respuesta.

10. Analiza con detenimiento la figura y responde.

A. En el espacio inferior, escribe de forma ordenada los pasos para dibujar el "desarrollo" del siguiente hexaedro (cubo). Enfatiza las propiedades que debe cumplir el desarrollo plano.

B. ¿Existe alguna relación entre el anterior cuerpo geométrico y los sólidos platónicos? ¿Qué opinas? Escribe a continuación tus argumentos geométricos.

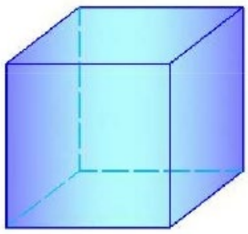
____
___

____
___

____
___

C. ¿Cuántas CARAS, ARISTAS y VÉRTICES tiene el poliedro?

D. De acuerdo con tu respuesta anterior, ¿existe relación entre el número de vértices, aristas y caras? Explica con detalles y modelos matemáticos.



Anexo 4. Clave de respuesta de los ítems de la prueba según el ponderado

– Ponderación según tipo de respuesta -

Pregunta 1 A-B-C-D-E-F-G-H-I-J

❖ Nivel 1: Reconocimiento o visualización			
ITEMS	**FIGURA**	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
1 A	Helado	Cono	Ver tabla de ponderación
1B	Balón	Esfera	
1C	Regalo	Cubo o tetraedro	
1D	Pirámide	Pirámide de base cuadrada	
1E	Caja de dulce	Prisma hexagonal	
1F	Gorro	Cono	
1G	Planeta tierra	Esfera	
1H	Dona	Cilindro	
1I	Velón	Cilindro	

Pregunta 2 A

❖ Nivel 1: Análisis		
ITEMS	**RESPUESTA**	**PONDERACIÓN (100%)**
2 A	**F, H**	**100**

Pregunta 2 B.

❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ Nivel 2: Análisis		
ITEMS 2 B	**RESPUESTAS BASE (El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
Regla del desarrollo	-No serán aquellos que tengan cinco o seis cuadrados en línea. -Tampoco lo serán aquellos que tengan cuatro cuadrados en línea y los otros dos en el mismo lado.	Ver tabla de ponderación

Pregunta 3 A

❖ Nivel 1: Reconocimiento o visualización			
ÍTEM	**DESCRIPCIÓN**	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
3A	**Nombre**	Prisma rectangular o paralelepípedo	Ver tabla de ponderación

Pregunta 3B-C-D-D-F-G

❖ Nivel 1: Reconocimiento o visualización		
ITEMS	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
3B	(v)Vértice	
3C	(C)Cara lateral	
3D	(h)Altura	
3E	(A)Arista	
3F	(B)Base	
3G	(D) Cara superior	

Pregunta 4 A -B-C

❖ Nivel 2: Análisis			
ITEMS	**DESCRIPCIÓN**	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
4A	**Poliedros**	2,3,5,8,	
4B	**Cuerpos de revolución**	1,4,6,7,9,	
4C	**Otros**	10	

Pregunta 4D

❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ Nivel 2: Análisis		
ITEMS 4 D	**RESPUESTAS BASE (El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
Acertijo	ES UNA ESFERA	Ver tabla de ponderación

Pregunta 5 A-B-C

❖ Nivel 2: Análisis		
ITEMS	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
5A	2,5,8	
5B	1,3,4,6,7,9,10	
5C	4,7,10	

Pregunta 6 (A, B, C, D, E, F)

❖ Nivel 2 Y 3			
ITEMS 6	**Nivel Van Hiele**	**RESPUESTAS BASE (El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
6A	2	Está limitado por al menos una superficie (cara) curva debido a la rotación de una superficie plana.	Ver tabla de ponderación
6B	2	Todas sus caras son polígonos.	
6C	3	Consta de dos caras iguales y paralelas llamadas bases, y de caras laterales que son paralelogramos (rectángulos).	
6D	2	Si, está limitado una superficie curva (cara lateral) y por una cara plana circular (base).	
6E	3	No, el prisma consta de dos caras iguales y paralelas llamadas bases, y de caras laterales que son paralelogramos (rectángulos). Es un icosaedro.	
6F	3	Si, consta de dos caras iguales y paralelas llamadas bases, y de caras laterales que son paralelogramos (rectángulos).	

Pregunta 7 A-B-C-D-E

❖ Nivel 2: Análisis ❖ Nivel 3: Clasificación			
ITEMS	**NIVEL VAN HIELE**	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
7A	3	1,2,4,6	
7B	3	3,5,7	
7C	3	3,5,7	
7D	3	1,4	
7E	2	2,6	

Pregunta 8 (A, B, C, D)

- Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ **Nivel 2: Análisis** ❖ **Nivel 3: Clasificación**			
ITEMS	**NIVEL VAN HIELE**	**DESCRIPCIÓN (El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
8A	**3**	**Poliedro convexo, regular y platónico**	
8B	**3**	Porque sus aristas unen dos puntos del poliedro está contenido en el poliedro. Es regular porque todas sus caras son polígonos regulares congruentes y en cada vértice concurre el mismo número de caras. Pertenece a las familias de los platónicos según sus propiedades.	Ver tabla de ponderación
8C	**3**	**Poliedro cóncavo e irregular**	
8D	**3**	Porque algún segmento que une dos puntos del poliedro NO está contenido en el poliedro. Es un poliedro irregular por la forma de sus caras y la ubicación sus caras.	
8E	**3**	**Poliedro convexo irregular**	
8F	**3**	Es convexo porque todas sus aristas están contenidas por el poliedro, Es irregular porque sus caras no son los mismos polígonos	
8G	**2**	**Cuerpo redondo**	
8H	**3**	Porque tiene al menos, una de sus caras o superficies de forma curva, se pueden obtenerse a partir de una figura que gira alrededor de un eje.	

Pregunta 9 A

Nivel 2: Análisis		
ITEMS	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
9ª	Tetraedro	100
TOTAL		**100**

Pregunta 9 B

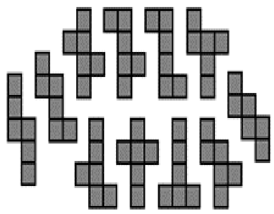
❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ **Nivel 3: Clasificación**		
ITEMS	**RESPUESTAS BASE** **(El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
9B	Es una pirámide de base cuadrada, EQUIVALE A un tetraedro, PERTENECE a la familia del poliedro irregular.	Ver tabla de ponderación

Pregunt

a 10 A

❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ **Nivel 4: Deducción formal**			
10 A POSIBILIDADES (11)	**CONDICIONES** **RESPUESTAS BASE** **(El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**HEXAMINÓS /DESARROLLO CUBO**	**PONDERACIÓN (100%)**
	-No serán aquellos que tengan cinco o seis cuadrados en línea. -Tampoco lo serán aquellos que tengan cuatro cuadrados en línea y los otros dos en el mismo lado.	**Cualquiera de las 11 posibilidades.**	Ver tabla de ponderación

Pregunta 10 B

❖ **Nivel 4: Deducción formal**		
ITEMS **10 B**	**RESPUESTAS BASE** **(El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
Relación	• Pertenece a la familia de los sólidos platónicos. • Las caras de un sólido platónico son polígonos regulares iguales. • Los sólidos platónicos tienen caracterizaciones simétricas.	Ver tabla de ponderación

	• En todos los vértices de un sólido platónico concurren el mismo número de caras y de aristas. • Todas las aristas de un sólido platónico tienen la misma longitud. • Todos los ángulos diedros que forman las caras de un sólido platónico entre sí son iguales. • Todos sus vértices son convexos a los del icosaedro.	

❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

Pregunta 10 C

❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ **Nivel 1: Visualización**		
ITEMS 10 C	**RESPUESTAS**	**PONDERACIÓN (100%)**
CARAS	6	30
ARISTAS	12	40
VÉRTICE	8	30
Total		**100**

Pregunta 10 D

❖ Para identificar el ponderado de la respuesta ver tablas 4 y 5

❖ **Nivel 4: Deducción formal**		
ITEMS 10 D	**RESPUESTAS BASE (El nivel van Hiele depende del lenguaje utilizado en la respuesta)**	**PONDERACIÓN (100%)**
Elementos del sólido	La Relación de Euler establece que, en poliedros convexos, el número de caras, más el número de vértices es igual al número de aristas más dos.	Ver tabla de ponderación

Anexo 5. Rúbrica de grado de adquisición y ponderados

Tabla 1

Niveles de razonamiento y características

Niveles	Características
Nivel 1: Reconocimiento o visualización	• Es el nivel más elemental de razonamiento, los estudiantes perciben los sólidos geométricos en su totalidad, pudiendo incluir atributos irrelevantes en las descripciones que hacen. • Los reconocimientos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realizan, se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas.
Nivel 2: Análisis	• Es en este nivel donde se presenta por primera vez un tipo de razonamiento, que podría llamarse “matemático”. • Los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y la manipulación
Nivel 3: Clasificación	• En este nivel los estudiantes pueden entender que unas propiedades pueden deducirse de otras y adquieren la habilidad de conectar lógicamente diversas propiedades de esta o de diferentes sólidos. • Son capaces de clasificar diferentes sólidos geométricos y dar definiciones matemáticas.
Nivel 4: Deducción formal	• El estudiante logra la capacidad de razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que se esté estudiando. • Esto les permite realizar demostraciones formales de aquellas propiedades que antes habían “demostrado informalmente”, como también, descubrir y demostrar nuevas propiedades.

Fuente: *Niveles de razonamiento*, Jaime y Gutiérrez (1996)

Tabla 2

Atributos distintivos en los procesos de razonamiento de cada uno de los niveles de van Hiele

Procesos	Nivel 1 *Visualización*	Nivel 2 *Análisis*	Nivel 3 *Clasificación*	Nivel 4 *Deducción formal*
Reconocimiento y descripción	Atributos físicos (posición, forma, tamaño)	Propiedades matemáticas	---------------	--------------
Uso de definiciones	--------------	Definiciones con estructura simple	Definiciones con estructura matemática compleja	Aceptar definiciones equivalente
Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades necesarias y suficientes	Prueba la equivalencia de definiciones
Clasificación	Exclusiva basado en atributos físicos	Exclusiva basado en atributos matemáticos	Clasificar con diferentes definiciones exclusiva e inclusiva	--------------
Demostración	--------------	Verificación con ejemplos y demostraciones empíricas	Demostraciones lógicas informales	Demostración matemática formal

Nota: Matriz de atributos distintivos de los procesos de razonamiento en cada nivel descrito por Gutiérrez y Jaime (1998).

Tabla 3

Ítems según nivel de Van Hiele

Tabla de ítems según niveles de van Hiele

Niveles que se evalúa en cada ítem

Ítems	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
1 A	*			
1B	*			
1C	*			
1D	*			
1E	*			
1F	*			
1G	*			
1H	*			
1I	*			
2 A		*		
2 B		*		
3 A	*			
3 B	*			
3C	*			
3D	*			
3E	*			
3F	*			
3G	*			
4 A		*		
4 B		*		
4C		*		
4D		*		
5 A		*		
5B		*		
5C			*	
6 A		*	*	

6 B		*		
6 C			*	
6 D		*		
6 E			*	
6 F			*	
7[a]			*	
7B			*	
7C			*	
7D			*	
7E		*		
8 A			*	
8 B			*	
8 C			*	
8 D			*	
8E			*	
8F			*	
8G		*		
8H			*	
9 A		*		
9 B			*	
10 A				*
10 B				*
10 C	*			
10 D				*
TOTAL (50) items	18	14	16	3

Tabla 4

Ponderado del proceso de evaluación de cada nivel de razonamiento

Tipo de respuesta	Descripción del ponderado	Ponderado numérico
1	Ítems sin respuesta o con respuestas no codificables. Respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de razonamiento, pero no proporcionan información alguna acerca de los niveles inferiores.	0
2	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	20
3	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	25
4	Respuestas incorrectas e incompletas en las que se pueden reconocer indicios de un cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.	50
5	Respuestas bastante completas pero incorrectas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. La incorrección de las respuestas puede deberse a errores matemáticos o a que siguen líneas que no llevan a la solución del problema planteado.	75
6	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, hay "saltos" en el razonamiento deductivo seguido, tienen pequeños errores, etc.	80
7	Respuestas bastante completas y correctas que reflejan claramente un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero incompletas, porque no llegan a resolver el problema por completo, hay "saltos" en el razonamiento deductivo seguido, tienen pequeños errores, etc.	100

Nota: Tabla diseñada a partir de propuesta de Guillén-Soler (1997)

Nota: Tabla diseñada a partir de propuesta de Guillén-Soler (1997)

Tabla 5

Grados de adquisición de los niveles de van Hiele

Grado de adquisición	**%**	**Nivel 1**	**Nivel 2**	**Nivel 3**	**Nivel 4**
Completa	85% - 100%	*			
Alta	60% - 85%		*		
Intermedia	40% - 60%				
Baja adquisición	15% - 40%			*	
Nula adquisición	0% - 15%				*

Tabla 6

Niveles y procesos evaluativos por temas en el diagnóstico

	Niveles y procesos evaluativos por tema								
Tema	*Niveles que abarca cada tema*				*Atributos que abarca cada tema en los procesos de razonamiento*				
	Nivel 1	*Nivel 2*	*Nivel 3*	*Nivel 4*	*Reconocimiento y descripción*	*Uso de definiciones*	*Formulación de definiciones*	*Clasificación*	*Demostración*
Sólidos geométricos	*	*			*	*	*	*	
Poliedros	*	*	*		*	*	*	*	
Cuerpos redondos	*	*	*		*	*	*	*	
Cono	*	*			*	*			*
Cilindro	*	*			*	*			*
Esfera	*	*			*	*			*
Poliedros cóncavos	*	*	*	*	*	*	*		
Poliedros convexos	*	*	*		*	*	*	*	*
Poliedros irregulares	*	*	*		*	*	*	*	*
Prismas	*	*			*	*		*	
Pirámides	*	*			*	*		*	
Poliedros regulares	*	*	*		*	*	*	*	*
Desarrollo de los sólidos geométricos	*	*	*	*	*	*			*
Construcción de sólidos					*	*			*

Nota: Tabla diseñada a partir de propuesta de Guillén-Soler (1997)

Anexo 6. Programa educativo

I. DATOS INFORMATIVOS:

1.1. Denominación: Programa Educativo: "Construcción de Cuerpos Sólidos en Ambientes GeoGebra"

1.2. Autora: María Salomé Allaica Aucanshala

1.3. Usuarios: Estudiantes de grado 8° de la Institución Educativa la Anunciación.

1.4. Lugar: Cali, Colombia

1.5.Duración: 2 meses.

II. FUNDAMENTACIÓN:

A la luz de los resultados de la Prueba Saber en Matemáticas, se evidencia una marcada falencia del pensamiento Espacial y geométrico, resultado del descuido en las planeaciones del docente, poca presencia de recursos, herramientas y estrategias en cuanto a la enseñanza de la geometría, en especial, los cuerpos sólidos en los distintos grados de enseñanza.

Al reflexionar sobre la importancia de la enseñanza de la geometría, siendo imprescindible potenciar las habilidades de visión espacial, se entiende que esta destreza al ser trabajado adecuadamente puede llegar a desarrollar el razonamiento hacia un pensamiento geométrico y cómo esta, la geometría activa, puede ser abordada con recursos y software complementarios como GeoGebra, que permiten las representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional.

En este programa, mediante la construcción de cuerpos sólidos en ambientes GeoGebra, pretendemos comprobar el desarrollo de la capacidad espacial, pilar fundamental de la formación académica basándonos en el uso y aplicación del modelo de razonamiento según Van Hiele.

III. OBJETIVOS:

3.1. Objetivo General:

- Definir estrategias didácticas del programa “Construcción de Sólidos geométricos en Ambientes GeoGebra” para promover el desarrollo del pensamiento geométrico.

3.2. Objetivos Específicos:

- Seleccionar y clasificar los Objetos de Aprendizaje como herramientas didácticas que se ajustan al programa.

- Diseñar la estructura de la planeación articuladas con el DBA y el modelo Van Hiele.

- Integrar GeoGebra y los objetos de aprendizajes complementarios como herramientas didácticas de las sesiones mediante las fases del desarrollo del pensamiento de Van Hiele.

- Aplicar las sesiones para fortalecer los niveles de razonamiento, y aumentar la motivación hacia el pensamiento matemático y geométrico.

- Aplicar un Pre y Post test para la verificación de la eficacia del Programa.

- Indagar e inspeccionar los progresos relacionados al desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de grado 8° en cada una de las construcciones de sólidos en GeoGebra.

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES				
SESIÓN No.	**NIVEL No.**	**DENOMINACIÓN**	**FECHA**	**DURACIÓN**
		Aplicación el Pre-test	16 noviembre	2 H
1	Nivel 1: Reconocimiento o visualización	Fase 1: Información	18 noviembre	2 H
2		Fase 2: Orientación	20 noviembre	2 H
3		Fase 3: Explicitación	23 noviembre	2 H
4		Fase 4: Orientación Libre	25 noviembre	2 H
5		Fase 5: Integración	27 noviembre	2 H
6	Nivel 2: Análisis	Fase 1: Información	30 noviembre	2 H
7		Fase 2: Orientación	2 diciembre	2 H
8		Fase 3: Explicitación	3 diciembre	2 H
9		Fase4: Orientación Libre	4 diciembre	2 H
10		Fase 5: Integración	7 diciembre	2 H
11	Nivel 3: Clasificación	Fase 1: Información	9 diciembre	2 H
12		Fase 2: Orientación	11 diciembre	2 H
13		Fase 3: Explicitación	14 diciembre	2 H
14		Fase4: Orientación Libre	16 diciembre	2 H
15		Fase 5: Integración	18 diciembre	2 H
16	Nivel 4: Deducción Formal	Fase 1: Información (introducción)	21 diciembre	2 H
		Aplicación Post test	22 diciembre	2 H

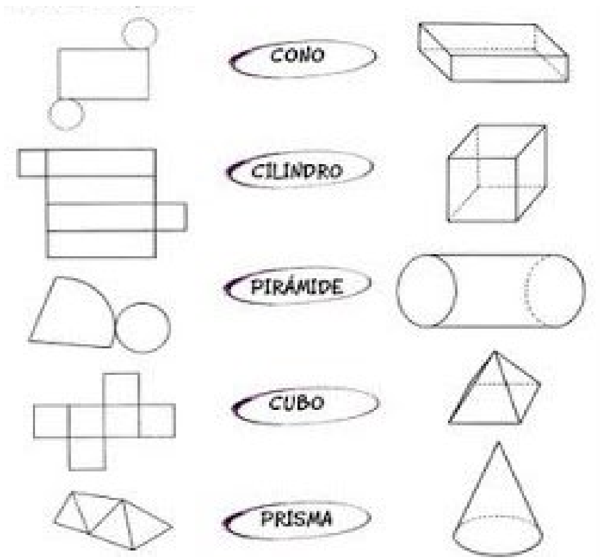
DATOS GENERALES					
TÍTULO	“Construcción de Cuerpos Sólidos en Ambientes GeoGebra”	GRADO	Octavo	ÁREA	MATEMÁTICA (Geometría)
DOCENTE:	Lic. María Salomé Allaica Aucanshala	MODALIDAD DE FORMACIÓN		Virtualidad	
EDAD	12 A 15 AÑOS	DURACIÓN	15 sesiones de 120 Min c/u		

ESTÁNDARES, BÁSICOS DE COMPETENCIA MATEMÁTICA	
PROGRAMA DE FORMACIÓN	Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos
ESTÁNDAR	Reconoce e Identifica las propiedades de los cuerpos sólidos (esferas, cilindros, conos, primas y pirámides)
COMPETENCIAS	Comunicación, representación y modelación; Razonamiento y Argumentación; y Planteamiento y resolución de problemas
DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE (DBA)	Usa representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales para solucionar problemas geométricos. Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico.

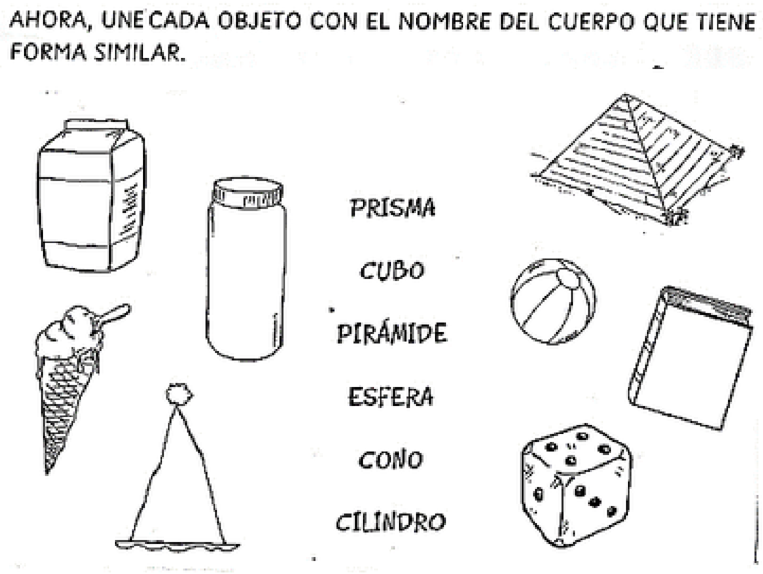
INDICADORES DE DESEMPEÑO MODELO VAN HIELE		
NIVEL 1: Reconocimiento de Sólidos	**NIVEL 2: Análisis de los elementos de los sólidos geométricos.**	**NIVEL 3: Clasificación de los sólidos geométricos.**
• Reconoce y Describe atributos físicos del cuerpo sólido tales como posición, forma y/o tamaño. • Formula definiciones mediante Listado de propiedades físicas del cuerpo Geométrico. • Clasifica a los cuerpos geométricos exclusivamente basado en sus atributos físicos.	• Reconoce y describe las características de los sólidos mediante propiedades matemáticas. • Usa definiciones con estructura simple en el análisis de sólidos geométricos. • Formula definiciones creando listado de propiedades matemáticas. • Clasifica a los cuerpos geométricos de forma exclusiva en atributos matemáticos. • Verifica propiedades con ejemplos y/o demostraciones empíricas.	• Usa definiciones con estructuras matemáticas complejas. • Formula conjunto de propiedades necesarias y suficientes. • Clasificar con diferentes definiciones Exclusiva e Inclusiva. • Construye demostraciones lógicas informales.

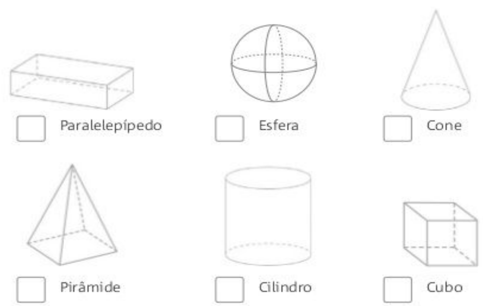
SECUENCIA DIDÁCTICA

NIVEL 1: Razonamiento de visualización o reconocimiento			
FASE No. (sesión o clase)	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y DE MEJORAMIENTO (Inicio, desarrollo y cierre)**	**ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACION Y/O NIVELACIÓN**	**OBSERVACIONES**
SESIÓN 1 FASE 1: “Información o diagnóstico”	**INICIO** a. Socialización de objetivo del modelo van Hiele b. Se comparte los materiales y recurso de trabajo: - Guía Pdf - Classroom GeoGebra. - Grupos WhatsApp - GeoGebra - Videos tutoriales - Videoconferencias mediante Zoom. **DESARROLLO** a. Permitir la VISUALIZACIÓN de objetos reales, video de grandes construcciones arquitectónicas, fenómenos naturales, etc., relacionados a SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. b. Demostrar la relación entre un poliedro y un balón de fútbol. - Relación del Centro Cultural Tijuana (Cecut) y una esfera. - Torre pisa y el cilindro - La Escuela Andaluza de Salud Pública y la pirámide. - Entre otros objetos. c. A medida que se demuestra las relaciones de las construcciones arquitectónicas y sólidos en GeoGebra, se	Manejo de comando en GeoGebra tales como colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica,	El centro de esta fase es: - dirigir la atención de los estudiantes. - permitirles que sepan qué tipo de trabajo va hacer. -Descubrir qué nivel de razonamiento tiene los estudiantes en este tema, qué saben del mismo y cuánto conocen de los comandos en GeoGebra los que se requiere en este nivel.

	solicita a los estudiantes que determinen en términos geométricos las características que las conviertes en similares, o parecidos, idénticas, etc. d. A partir de lo anterior, se hace necesario el uso de términos correctos que describan al objeto: caras, aristas, vértices, altura, cúspide, contorno, lados, etc. Estos no se definen, se utilizan para nombrar en las construcciones y representaciones de los sólidos. **CIERRE** ***Reto: Se desarmaron los cuerpos geométricos, piensa cómo quedaría si los volvemos a armar.***  	deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	
SESIÓN 2	**INICIO** a. Tras la visualización se incentivará a RECONOCER la información contenida en un dibujo.	Manejo de comandos en GeoGebra tales como colores, rotulación, exportar e	En esta fase 2: - Se suministra al estudiante un material formado

FASE 2: “Orientación dirigida”	b. b. A partir del video e imágenes bosquejadas a los estudiantes de las relaciones entre los objetos concretos y sólidos geométricos, se planteará nuevos interrogantes para iniciar la asociación del nombre correcto de figuras dadas. c. c. Preguntas: - ¿A qué se refiere el término “cuerpo geométrico”? - ¿Cuándo hablamos de sólidos geométricos? - ¿Con qué podemos relacionar los objetos concretos? - ¿Qué instrumentos se requiere para la construcción de sólidos geométricos? - ¿Cuál es el rol de GeoGebra? - ¿Qué otras aplicaciones conocen para la construcción de cuerpos geométricos? - ¿Qué herramientas de trabajo emplean los arquitectos, ingeniero y diseñadores para elaborar sus maquetas y propuestas? **DESARROLLO** e. Haciendo uso de la aplicación GeoGebra, demostrar relación de semejanza entre objeto concreto y sólido en GeoGebra de sólidos como: - Cuerpos redondos - Prismas y cubo - Pirámides - Poliedros cóncavos y convexos - Poliedros regulares e irregulares. d. Los únicos términos, afines al tema, que indiscutiblemente se emplea en esta fase son: caras,	importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	por actividades dirigidas al descubrimiento, comprensión, y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales de este proyecto. -Los conceptos y estructuras características son presentados de forma gradual y progresiva. -En esta fase se construirán los elementos básicos de la red de relaciones del nuevo nivel.

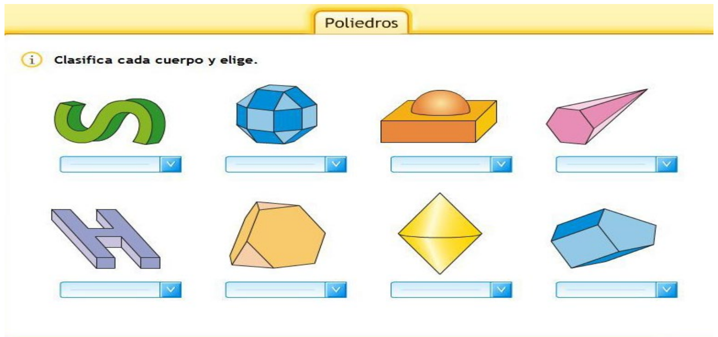
	aristas, vértice, poliedros, superficie, curvas, esfera, cono, cilindro, prisma, cubo, pirámide, altura, base. **CIERRE** **Reto:** Construcción en GeoGebra de algunos sólidos semejantes a objetos cotidianos.  		
SESIÓN 3 FASE 3:	**INICIO** a. Ahora se invita a los estudiantes a ingresar a GeoGebra, no hay tutoriales previos. Tan solo deben seguir la intuición y retomar lo que comprendió en la fase 2, además deben mencionar las características que observan.	Comando en GeoGebra tales como colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre,	La finalidad de esta fase es: - Que los estudiantes intercambien sus experiencias, que comenten las

“Explicitación”	b. Aquí los estudiantes puedes preguntar, proponer, justificar, expresar experiencias. Por tanto, es muy participativa. **DESARROLLO** a. Construir cuerpo geométrico semejante a una bola de billar. b. Construir la representación de un empaque de celular, a la cual llamaremos prisma. Terminaremos la construcción socializando las partes de cada figura. c. Se propondrá que construyan sólidos, luego se solicitará colocar en rotación, tales como: - “Cuerpo de seis caras cuadradas” - Se solicitará cambiar color del sólido, caras, vértice - Haciendo uso de imágenes construirán sólidos ocultado los nombres de los vértices, lados, caras, etc. e. Se explicará cómo publicar y compartir sus trabajos. **CIERRE** *Reto:* Asigna una X a los cuerpos geométricos cuyas caras son superficies curvas, una Y a aquellas de caras planas.  	partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático - geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo dentro de un contexto de diálogo en el grupo. -Se hace una revisión de lo realizado anteriormente, de organizar ideas y conclusiones y de afinar el nuevo vocabulario para poder expresarse con precisión.

<u>SESIÓN 4</u> FASE 4: “Orientación Libre”	**INICIO** a. De manera muy creativa se construirá en GeoGebra conjunto de sólidos geométricos formando figuras abstractas o representaciones de objetos reales. El objetivo es motivar a los estudiantes a usar GeoGebra de forma creativa e ingeniosa. b. Es esta fase se brinda el espacio para que el estudiante explore y ponga en acción su creatividad. **DESARROLLO** ***a.*** Cada estudiante debe crear un pequeño ***diseño arquitectónico*** empleando los sólidos trabajados, y colocar un nombre a su trabajo, basándose en el problema ***“Qué relación hay entre el arte y sólidos geométricos según mi imaginación”*** b. Se pone a disposición de ellos los comando, DESARROLLO, ROTACIÓN, colores, imágenes y deslizadores para desarrollar su creatividad e imaginación. c. Cada estudiante de publicar y compartir sus trabajos. d. A medida que diseña sus construcciones el estudiante estará familiarizándose con las diferencias y similitudes entre figuras, como también que las figuras se conservan en diferentes situaciones, eso lo podrán observar en las rotaciones y desarrollos. **CIERRE** Cada estudiante explica, justifica, y cuenta su experiencia de trabajo en GeoGebra.	Comando en GeoGebra tales como colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	En esta fase los estudiantes: -Deben aplicar los conocimientos y el lenguaje adquiridos anteriormente a nuevas situaciones con el fin de afianzar, perfeccionar y completar el tema de estudio. Esto se consigue mediante el planeamiento de problemas por el docente
	INICIO Reflexión:	Comando en GeoGebra tales como	Finalmente, en esta fase:

SESIÓN 5 FASE 5: “Integración”	“La geometría es el alma y la luz de naturales, es el reflejo de las emociones del hombre en sus diseños”. **DESARROLLO** En esta fase se socializará las trabajando en las anteriores FASES, así: a. Socializar los trabajos realizados en GeoGebra por los estudiantes. b. Cada estudiante dará a conocer el motivo de su inspiración en su diseño con los cuerpos geométricos. c. Se identificará: - las formas de construir - Combinación de comandos - Combinación de polígonos - Relación entre sólidos y objetos. - Creatividad. d. Reconocer y representar los objetos reales con los sólidos. **CIERRE** ***Test 1*** 1. De los objetos observados percibe los objetos en su totalidad. 2. De los objetos observados percibe los objetos como unidades. 3. Describe los objetos por su aspecto físico 4. De los objetos observados diferencia o clasifica en base a semejanzas físicas globales entre ellos. De los objetos observados diferencia o clasifica en base diferencias físicas globales entre ellos.	colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	-Se busca resumir de forma global los conocimientos y formas de razonamiento que el estudiante ha adquirido en las anteriores fases, de modo que le proporcione una visión general de lo aprendido.

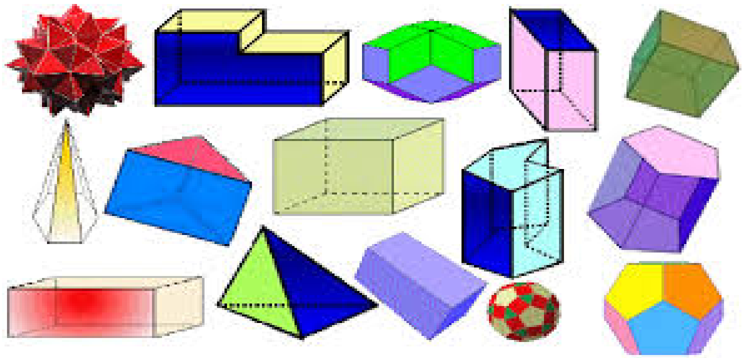
NIVEL 2: Razonamiento de análisis			
FASE No. (sesión o clase)	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y DE MEJORAMIENTO (Inicio, desarrollo y cierre)**	**ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACION Y/O NIVELACIÓN**	**OBSERVACIONES**
SESIÓN 6 FASE 1: "Información o diagnóstico"	**INICIO** Reto: Cuerpos de revolución. Generar cuerpos de revolución. https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/dhKDWkUB **DESARROLLO** A medida que se hacen las construcciones en GeoGebra se afianza el uso de lenguaje geométrico de sólidos. **f.** Demostraciones en GeoGebra de construcción y desarrollo de sólidos, según forma de sus caras: superficies curvas y superficies planas. https://www.GeoGebra.org/m/etd87kcu#material/PARYTHhR **a.** ¿Cuántas caras tiene cada uno de ellos? g. Demostraciones de algunos sólidos, los que requieren de radio de circunferencia para su construcción: Cono, esfera y cilindro. **b.** ¿Por qué sucede eso? **c.** ¿Cuáles son sus partes? h. Demostraciones de sólidos de caras planas. d. ¿Qué diferencia existe con respecto a los anteriores sólidos? **CIERRE**	Manejo de comando en GeoGebra tales como colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar de los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	En esta fase, los estudiantes perciben los componentes y propiedades de los sólidos a partir de la observación en GeoGebra.

	Comprobemos jugando: “Cuerpos de revolución” https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/Qcw6zwsf Exploración Cuerpos redondos https://www.youtube.com/watch?v=AVSU_BZn5nY&ab_channel=EstudianteMLI		
SESIÓN 7 FASE 2: “Orientación dirigida”	**INICIO** Reto: ¿Cuántas baldosas hacen falta para recubrir esta figura? https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/r9N7Yyg2 **DESARROLLO** Construcción dirigida en GeoGebra con deslizadores: a. Construir prismas variando su base y altura. b. Construir pirámides variando sus bases y altura. c. Construir cubos variando la medida de su arista. d. Evaluémonos: cuerpos redondos o poliedros. 	Manejo de comandos en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	En esta fase los estudiantes de una manera informal deben describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría

	CIERRE *Reto: ¿Cuántos cubitos hay en cada figura?* *¿Es necesario contar uno a uno los cubitos de cada figura para saber cuántos contiene?* https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/Ngnrpjmw Reflexiona sobre estas cuestiones... ¿Habrá más ortoedros que contengan ese mismo número de cubitos? ¿cuántos hay en total? ¿Cuántos ortoedros distintos pueden construirse con 5 cubitos? ¿Y con 7? ¿Por qué será? Con 4 cubitos sólo pueden construirse 2 ortoedros. ¿Sabrías encontrar más ejemplos en los que sólo puedan construirse 2 ortoedros? ¿Podrías dar una regla general? Con 8 cubitos sólo pueden construirse 3 ortoedros y con 16 cubitos, 4 ortoedros. Pero ¿qué ocurre con 32 cubitos? EXPLOREMOS: Se invita a explorar en GeoGebra la construcción de diversos sólidos. https://www.GeoGebra.org/search/solidos Revisar tutoriales en YouTube acerca de construcciones de sólidos en GeoGebra. Sólidos platónicos https://www.youtube.com/watch?v=8vUpKbyNgCM&ab_channel=CamiloQuijada		se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
SESIÓN 8 FASE 3:	**INICIO** RETO: e. Elementos de poliedros. https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/bqvnyjkr f. Anatomía del cono. https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/bvkn5wzw	Comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes.	La finalidad de esta fase es que los estudiantes intercambien sus experiencias, que

“Explicitación”	**DESARROLLO** c. Ahora se invita a los estudiantes a ingresar a GeoGebra, no hay tutoriales previos, tan solo deben seguir la intuición y retomar lo que comprendió en la fase 2, además deben mencionar las características que observan. Aquí los estudiantes puedes preguntar, proponer, justificar y expresar experiencias. Por ello, es muy participativa. d. Analicemos: g. Pirámides en movimiento https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/AMur5CWF h. Pirámide truncada https://www.GeoGebra.org/m/etd87kcu#material/t5s7fKkX i. Prismas en movimiento https://www.GeoGebra.org/m/wrhhdm5u#material/pU4yRdWR j. Primas rectos https://www.GeoGebra.org/m/etd87kcu#material/YmFh66tX k. Paralelepípedo https://www.GeoGebra.org/m/etd87kcu#material/yDCYtmt8 l. Sólidos platónicos https://www.GeoGebra.org/m/etd87kcu#material/c4sfsfsb https://www.GeoGebra.org/m/zNrsFrU9 m. Poliedros cóncavos https://www.GeoGebra.org/m/etd87kcu#material/gw7s8vpq https://www.GeoGebra.org/m/Hd9BPmMd e. Evaluémonos: n. ¿Qué tienen en común cada uno de los siguientes cuerpos geométricos?	Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	comenten las regularidades que han observado, que expliquen cómo han resuelto las actividades, todo dentro de un contexto de diálogo en el grupo. Se hace una revisión de lo realizado anteriormente, de organizar ideas y conclusiones y de afinar el nuevo vocabulario para poder expresarse con precisión.

o. Observar las formas de sus caras y formar dos grupos de acuerdo a características comunes.



CIERRE

Reto: A explorar.
Se invita a explorar en GeoGebra la construcción de diversos sólidos.
https://www.GeoGebra.org/search/solidos
Revisar tutoriales en YouTube acerca de construcciones de sólidos en GeoGebra.
Sólidos platónicos
https://www.youtube.com/watch?v=8vUpKbyNgCM&ab_channel=CamiloQuijada
Prismas
https://www.youtube.com/watch?v=CjqZscd4yzc&ab_channel=CamiloQuijada
Esfera
https://www.youtube.com/watch?v=6Ic3tSFKEfc&ab_channel=JamesParra

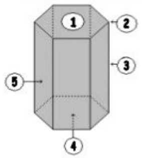
	Creativos https://www.youtube.com/watch?v=6WEGlmeEBjI&ab_channel=PaulinaP%C3%A9rez Cuerpos redondos https://www.youtube.com/watch?v=AVSU_BZn5nY&ab_channel=EstudianteMLI		
SESIÓN 9 FASE 4: “Orientación libre”	**INICIO** c. De manera muy creativa se construirá en GeoGebra conjunto de sólidos geométricos. El objetivo es motivar a los estudiantes a usar GeoGebra de forma creativa e ingeniosa. d. Es esta fase se brinda el espacio para que el estudiante explore y ponga en acción su creatividad. **DESARROLLO** ***e.*** Cada estudiante debe crear un pequeño ***diseño arquitectónico*** empleando los sólidos trabajados, y colocar un nombre a su trabajo, basándose en un ***problema abierto.*** f. Trabajarán en equipo, para interactuar e intercambiar opiniones y ordenar ideas. g. Se pone a disposición de ellos los comando, DESARROLLO, ROTACIÓN, colores, imágenes y deslizadores para desarrollar su creatividad e imaginación. h. Se solicita que se aplique un color distinto para cada grupo de sólidos. Azul: Para sólidos de superficies curvos Verde: para sólidos de caras planas Café: Para sólidos de caras planas que son dentadas o cóncavas. i. Cada estudiante de publicar y compartir sus trabajos.	Comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento.	En esta fase los estudiantes deben aplicar los conocimientos y el lenguaje adquiridos anteriormente a nuevas situaciones con el fin de afianzar, perfeccionar y completar el tema de estudio. Esto se consigue mediante el planeamiento de problemas por el mismo estudiante.

	j. A medida que diseña sus construcciones el estudiante estará familiarizándose con las diferencias y similitudes entre figuras, como también que las figuras se conservan en diferentes situaciones, eso lo podrán observar en las rotaciones y desarrollos. **CIERRE** Conclusiones: A partir de lo experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades. **¡A modo de reto-reto! Para su rato libre: "Cuerpos de Kepler-Poinsot"** https://www.youtube.com/watch?v=TjgrBv3FaNE&ab_channel=RafaelP%C3%A9rezLaserna **Construcción de casas en GeoGebra** https://www.youtube.com/watch?v=nGAS3BoD9Rk&ab_channel=BernatANCOCHEAMILLET **Animando con GeoGebra** https://www.youtube.com/watch?v=K_lxS3M5e6E&ab_channel=JuanFranciscoHern%C3%A1ndez	Promover el aprendizaje a partir del error.	Asimismo, en esta fase se promueve la interacción entre los estudiantes. Aunque se trabajan en parejas, cada uno debe proponer su diseño.
SESIÓN 10 FASE 5: "Integración"	**INICIO** GeoGebra 3D https://www.youtube.com/watch?v=Uyo0p4Lwi98&ab_channel=BrzezinskiMath Se pretende motivar a ser creativos y exploradores, para evidenciar, deben publicar en el grupo una construcción en GeoGebra 3D. **DESARROLLO** En esta fase se socializará los trabajos de la anterior fase, así: e. Cada estudiante explica, justifica, y cuenta su experiencia de trabajo en GeoGebra.	Comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: Nombre, partes,	Finalmente, en esta fase se busca resumir de forma global los conocimientos y formas de razonamiento que el estudiante ha adquirido en

	f. Socializará los trabajos realizados en GeoGebra por los estudiantes. g. Cada estudiante dará a conocer el motivo de su inspiración en su diseño con los cuerpos geométricos. h. Se identificará: p. Reconocer y clasificar según los colores dados. q. Formar otros grupos de sólidos según características que logren hallar u observar. **CIERRE** ***Coevaluación*** 5. Percibe los objetos como formados por partes y dotados de propiedades, aunque no identifica las relaciones entre ellas. 6. Describe los objetos de manera informal, mediante el reconocimiento de sus componentes y propiedades, sin hacer clasificaciones lógicas. 7. Deduce nuevas propiedades a partir de la experimentación. TEST, NIVEL 2 - VAN HIELE	características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	las anteriores fases, de modo que le proporcione una visión general de lo aprendido. Asimismo, el estudiante establece nuevas propiedades tras la experimentación en GeoGebra con sólidos. De igual manera, no se realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades

PRISMAS Y PIRÁMIDES L.M. pág. 57

I.- Identifica los elementos de un prisma:



( ) Base superior

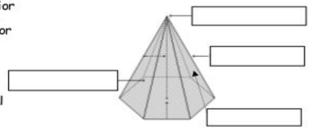
( ) Base inferior

( ) Arista

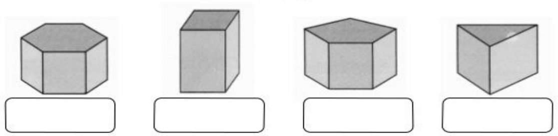
( ) Vértice

( ) Cara lateral

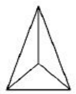
II.- Escribe el nombre de los elementos de una pirámide



II.- Escribe el nombre de los siguientes cuerpos geométricos:



III.- Analiza los siguientes cuerpos geométricos, ilumina y contesta

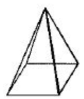


1.- Nombre del cuerpo: ______________________________

2.- Número de aristas: ______________________________

3.- Número de vértices: ______________________________

4.- Número de caras laterales: ________________________



1.- Nombre del cuerpo: ______________________________

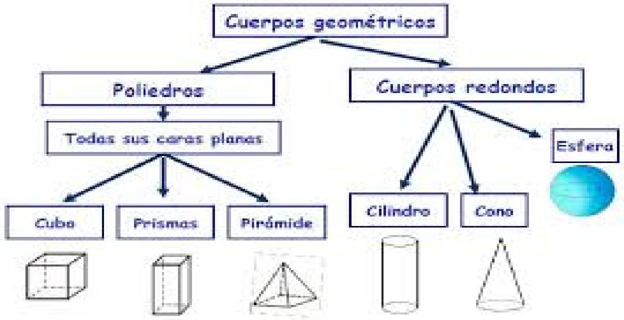
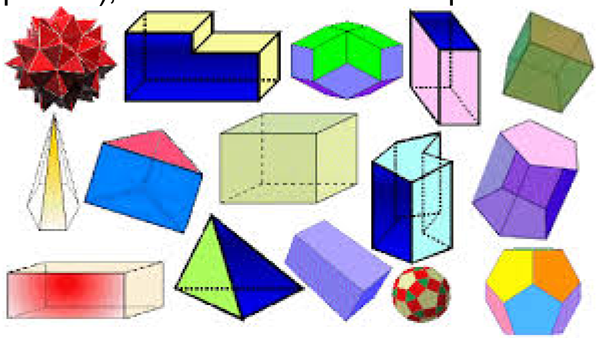
2.- Número de aristas: ______________________________

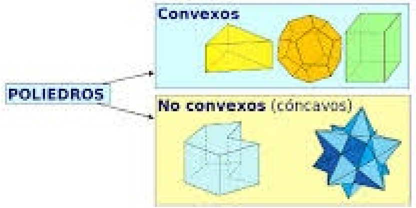
3.- Número de vértices: ______________________________

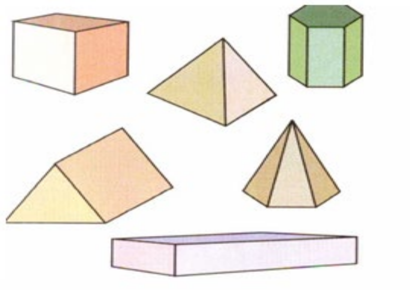
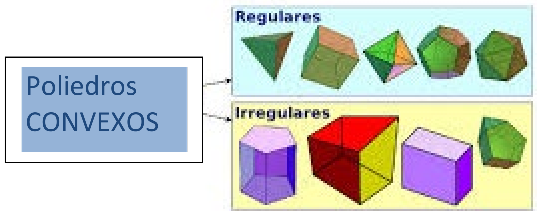
4.- Número de caras laterales: ________________________

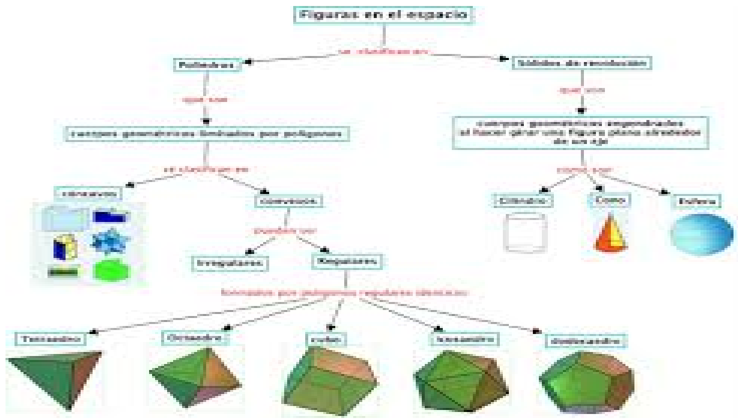
107

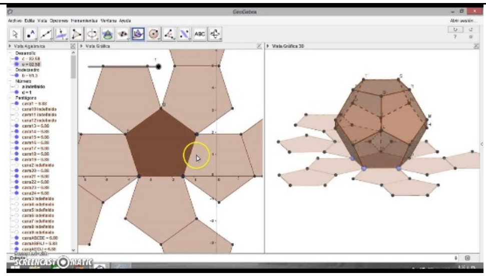
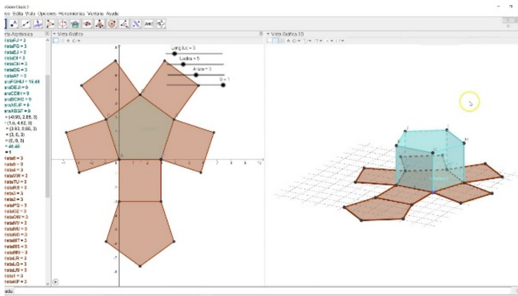
NIVEL 3: Razonamiento de clasificación			
FASE No. (sesión o clase)	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y DE MEJORAMIENTO (Inicio, desarrollo y cierre)**	**ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACION Y/O NIVELACIÓN**	**OBSERVACIONES**
<u>SESIÓN 11</u> FASE 1: "Información o diagnóstico"	**INICIO** Reto: Se organiza el total de estudiantes en dos grupos. Grupo1: Construir un sólido geométrico con 1 o más de sus caras de superficie curva. Grupo2: Construir un sólido geométrico con todas sus caras planas. **DESARROLLO** A medida que se hacen las construcciones en GeoGebra se afianza el uso de lenguaje geométrico de sólidos. a. Se procede a analizar las propuestas del reto y mencionar las características a manera de definiciones. b. Asignar los términos geométricos a cada grupo: cuerpos redondos o de revolución y poliedros. c. Elaboración de un mapa mental:	Manejo de comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar de los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	En esta fase los estudiantes describen las figuras de manera formal, es decir, señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir.

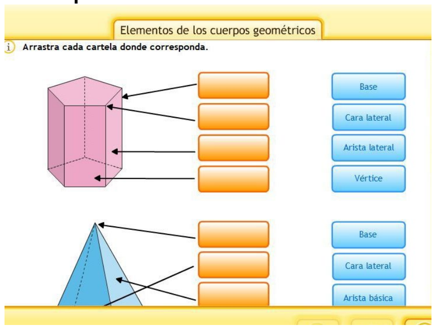
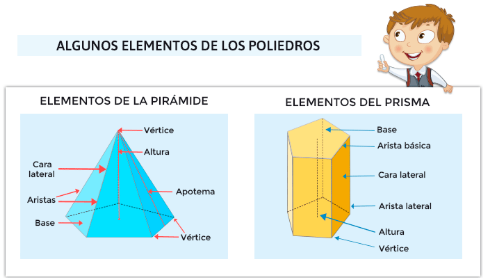
	 d. Juguemos con los poliedros: Escribe poliedros cóncavos: a los poliedros (de caras planas) pero dentados o astillados, con hendiduras, con caras atravesadas. Escribe poliedros convexos: A los poliedros (de caras planas), sus caras no cortan al poliedro. 		

	CIERRE Ahora construyamos el mapa conceptual para la clasificación de los poliedros.  		
SESIÓN 12 FASE 2: “Orientación dirigida”	**INICIO** Reto: a. Dividamos en grupo de los **poliedros convexos** en dos grupos. Para ellos el total de estudiantes se dividen en dos grupos. Grupo 1: Construyen poliedro convexo (también llamado solo poliedros) donde todas sus caras sean iguales. Grupo 2: Construyen poliedro convexo (también llamado solo poliedros) donde todas sus caras no sean todos iguales. b. Socializar los resultados. **DESARROLLO** e. Evaluémonos: r. Grupo 1: Caras iguales = poliedros regulares s. Grupo 2: Distintas formas de caras = poliedros irregulares.	Manejo de comandos en GeoGebra tales como colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento.	Esta fase es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.

	 f. Ahora diseñamos otro mapa mental para los poliedros.  **CIERRE** Reto: Organizamos toda la información en un solo mapa mental.	Promover el aprendizaje a partir del error.	

			
SESIÓN 13 FASE 3: “Explicitación”	**INICIO** Reto: a. Diseñar en GeoGebra un poliedro regular y un poliedro irregular con su respectivo desarrollo. b. Identificar sus partes: vértices, aristas, caras, altura, cúspide, base, cara lateral, arista lateral y arista básica c. Agregar deslizadores.	Comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación, imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra.	La finalidad de esta fase es permitir que los estudiantes realicen clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. A medida que hacen las construcciones en GeoGebra observan con claridad los elementos de los cuerpos geométricos lo

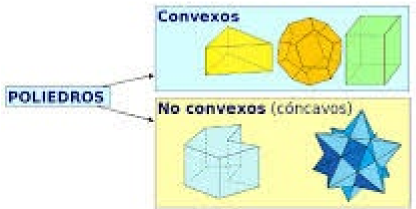
	
	
	
	DESARROLLO
	
	f. Ahora se invita a los estudiantes a ingresar a GeoGebra para que realicen construcciones y determinen sus características.
	g. Identificar los vértices mediante colores.
	h. Identificar las caras con determinados colores.
	i. Nombrar las aristas.
	    t. Pirámides en movimiento
	    u. Prismas en movimiento
	    v. Primas rectos
	    w. Paralelepípedo
	    x. Sólidos platónicos
		Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento.
		
		Promover el aprendizaje a partir del error.
			que facilita la definición de sus elementos.

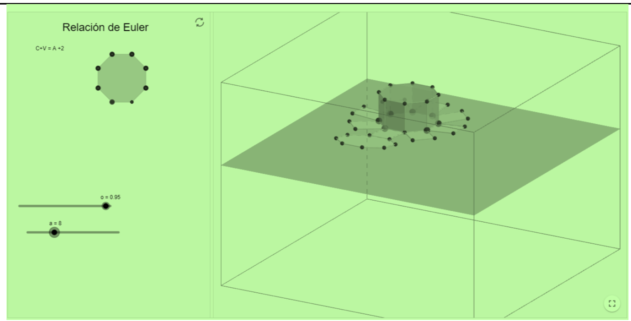
	y. Poliedros cóncavos **CIERRE** *Mediante intercambio de experiencias y preguntas sacar conclusiones y definiciones de: vértices, aristas, caras, altura, cúspide, base, cara lateral, arista lateral y arista básica.*		
<u>SESIÓN 14</u> FASE 4: “Orientación libre”	**INICIO** Completar:   **DESARROLLO** Aquí los estudiantes ponen a prueba su creatividad, para ello se propone construir solidos inscritos. **CIERRE**	Comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación e imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras.	En esta fase los estudiantes reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

	Conclusiones: A partir de las construcciones y propuestas de cada estudiante. Para la próxima fase cada estudiante debe presentar diseños mediante construcciones de solidos haciendo uso de todas las clasificaciones y su máxima creatividad.		
SESIÓN 15 FASE 5: “Integración”	**INICIO** Agradecer y resaltar el trabajo de cada estudiante en ambientes GeoGebra. **DESARROLLO** En esta fase se socializará los trabajos de la anterior fase, así: i. Cada estudiante explica, justifica, y cuenta su experiencia de trabajo en GeoGebra. j. Socializará los trabajos realizados en GeoGebra por los estudiantes. k. Cada estudiante dará a conocer el motivo de su inspiración en su diseño con los cuerpos geométricos. l. Se identificará: z. Reconocer y clasificar según los colores dados. aa. Formar otros grupos de sólidos según características que logren hallar u observar. **CIERRE** **Cuestionario de cierre.** 8. Realiza clasificaciones lógicas de los objetos en base a propiedades o relaciones ya conocidas. 9. Describe las figuras de manera formal evidenciando que comprende el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.	Comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación e imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción y razonamiento. Promover el aprendizaje a partir del error.	Finalmente, en esta fase siguen las demostraciones, pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que sus niveles de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento, pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría. *En los siguientes años escolares debe trabajarse el fortalecimiento del nivel 3 según van Hiele; que permita la deducción formal y quizá, en algunos casos, se logre el razonamiento geométrico del nivel 4. En este programa solo se abordará la fase 1 del nivel 4, ya que este nivel, no es parte de nuestro estudio*

	10. Comprende los pasos individuales de un razonamiento lógico de forma aislada, pero no comprende el encadenamiento de estos pasos ni la estructura de una demostración. 11. No es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, ni siente su necesidad. Por este motivo, tampoco comprende la estructura axiomática de las matemáticas.		

Nivel 4: Razonamiento de deducción formal			
FASE No. (sesión o clase)	**ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE Y DE MEJORAMIENTO (Inicio, desarrollo y cierre)**	**ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACION Y/O NIVELACIÓN**	**OBSERVACIONES**
SESIÓN 16 FASE 1: “Información o diagnóstico”	***(Solo se desarrollará la fase 1 de este nivel, pues este no es parte del estudio de este programa)*** **INICIO** Reto: construir poliedros con sus respectivos desarrollos, agregar color, rotación, e identificar sus partes. **DESARROLLO** -A medida que se hacen las construcciones en GeoGebra se afianza el uso de lenguaje geométrico de sólidos y la identificación de sus partes. -Se procede a analizar las propuestas del reto y mencionar las características a manera de definiciones. -Asignar en cada poliedro sus rotulaciones en: caras, aristas, vértices.	Manejo de comando en GeoGebra tales como: colores, rotulación, exportar e importar, rotación e imágenes. Identificar en los sólidos: nombre, partes, características, número de caras. Uso del lenguaje matemático/geométrico en ambientes GeoGebra. Incentivar y fortalecer la observación, crítica, deducción, razonamiento.	En esta fase los estudiantes describen las figuras de manera formal, es decir, señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir.

	-Organizar a lado de cada cuerpo sólido el total de sus caras, aristas, vértices, a la vez, nombrar C, A, V. -¿Qué ocurre si aplicamos las operación aditiva en cada conjunto de datos obtenidos de los sólidos? C+V-A=? -Realizar esa operación a cada sólido. C+V-A=2 -Verificar que se cumple con cada sólido convexo. -Verificar si se cumple en los sólidos cóncavos. -Hacer un listado de sólido y sus familias en los que sí se cumple.  -Ahora construyamos una conclusión de la relación de Euler mediante deslizadores, variando el número de aristas de la base de un prisma.	Promover el aprendizaje a partir del error.	

	 CIERRE: 1) Verifica que la relación se cumple en el prisma de base triangular 2) Mueve el deslizador dando los valores 3, 4, 5, 6, 8, 10. 3) Verifica que la relación es válida para prismas de base cuadrada, pentagonal y hexagonal. 3) ¿Es válida para prismas cuya base tenga 30 aristas?		

Anexo 7. Solicitudes y consentimientos para la aplicación del programa

Santiago de Cali, 04 de septiembre de 2020.

Rectora:
Mg. LILIANA ARTEAGA
Institución Educativa la Anunciación

Asunto: Ejecución de Modelo de Estudio Investigativo

Respetada Rectora,

Por medio de la presente, solicito respetuosamente Autorización para la aplicación del "*Modelo de Construcción de Sólidos Geométricos en Ambientes Geogebra, para el Desarrollo del Aprendizaje Significativo en Entornos Virtuales*", el que irá en directo beneficio de los estudiantes de los grados 7° (1, 2 y 3), 8° (1 y 2) y 9° (1 y 2) de la institución que usted atiende.

El proyecto mencionado obedece al requerimiento para la obtención del título de Master en Investigación y docencia Universitaria, con la Universidad Peruana Unión (Upeu).

El Proyecto se ejecutará utilizando el muestreo "Causal Intencionado", entre los meses de octubre, noviembre y diciembre del presente año.

Desde ya agradezco su disposición y su colaboración.

Salome Allaica Aucanshala

MARÍA SALOMÉ ALLAICA AUCANSHALA
C.E. 260233 de Bogotá
Li. Matemáticas

4143.060.22.2.00045

Santiago de Cali, 7 de septiembre 2020

PARA: MARIA SALOMÈ ALLAICA AUCANSHALA –Docente Matemáticas

DE: LILIANA ARTEAGA MOSQUERA -Rectora

ASUNTO: RESPUESTA SOLICITUD DE FECHA 4 DE SEPTIEMBRE DE 2020

Cordial saludo,

Deseándole que se encuentre bien de salud y que cada día se cuide y cuide a los suyos.

Es importante que frente a los retos que tenemos día a día en nuestras aulas de clase, podamos innovar en las planeaciones con el objetivo de que los estudiantes sean más competentes en su quehacer diario. Razones por las que tu trabajo para la obtención del título de Master en Investigación y docencia Universitaria, con la Universidad Peruana Unión (Upeu), expone una propuesta metodológica con un muestreo no probabilístico Causal e Intencionado, para trabajar conceptos básicos de la geometría en los grados 7º. (1,2 y3), 8º. (1y2) y 9º. (1 y 2), incorporando las herramientas TIC, en este caso Geómetra, ya que es un recurso didáctico útil para trabajar en geometría, sencillo de usar, no necesita estar conectado a internet, y principalmente los estudiantes se motivan a diseñar figuras geométricas, a entender mejor los conceptos y la relación que hay con el entorno.

El requerimiento del Proyecto es poder ejecutarlo en la Institución, entre los meses de octubre, noviembre y diciembre del presente año, por lo cual se hace necesario e importante dialogarlo con su coordinadora, frente a la planeación y el plan de trabajo presentado y aprobado.

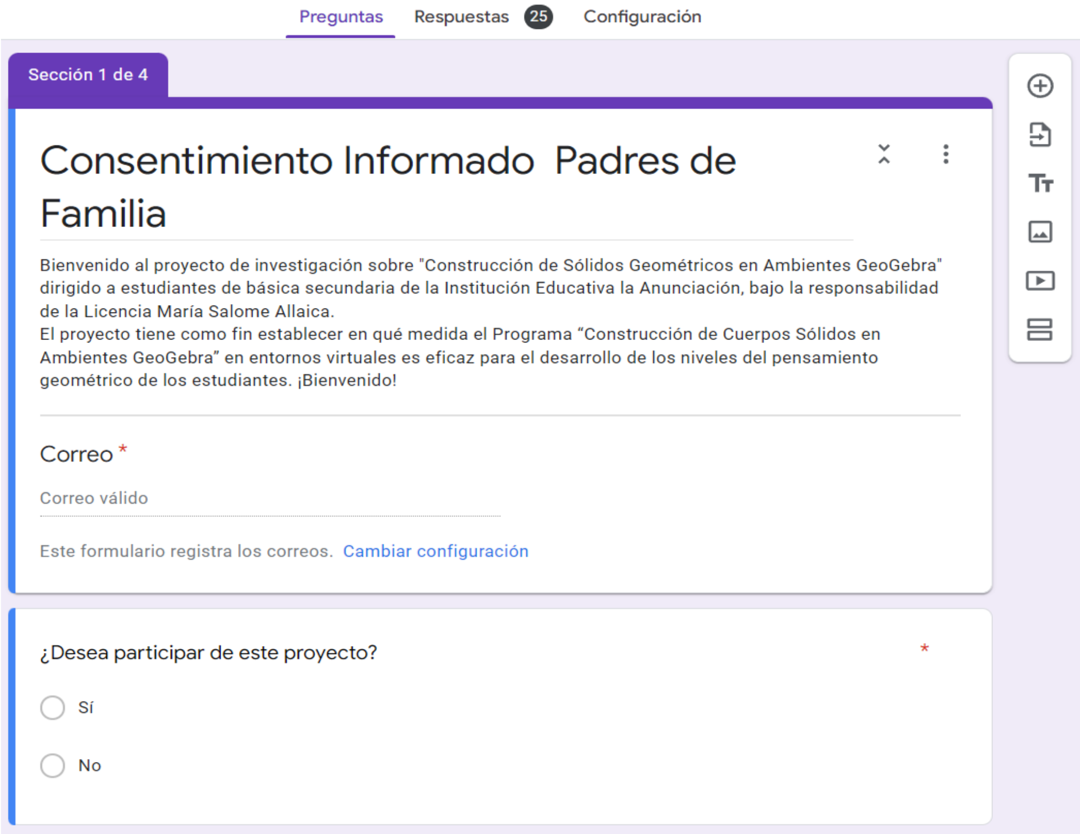
La propuesta advierte como objetivo específico el diseño y construcción de guías de trabajo, diseño de instrumentos pre test y pos test, además del uso del software Geómetra como recurso para mejorar la enseñanza – aprendizaje de los conceptos básicos de geometría, siendo esto último finalmente de mucha importancia para la institución.

Deseándole muchos éxitos y que los resultados de su investigación nos permitan educar a nuestros jóvenes de secundaria y por qué no, pensar en la extensión a la aplicación a la primaria. Tiene todo el aval de la rectora de la Institución Etnoeducativa de la Anunciación.

Atentamente,

Liliana Arteaga Mosquera
Rectora

Encuesta de autorización de padres de familia



Preguntas Respuestas 25 Configuración

Sección 1 de 4

Consentimiento Informado Padres de Familia

Bienvenido al proyecto de investigación sobre "Construcción de Sólidos Geométricos en Ambientes GeoGebra" dirigido a estudiantes de básica secundaria de la Institución Educativa la Anunciación, bajo la responsabilidad de la Licencia María Salome Allaica.
El proyecto tiene como fin establecer en qué medida el Programa "Construcción de Cuerpos Sólidos en Ambientes GeoGebra" en entornos virtuales es eficaz para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes. ¡Bienvenido!

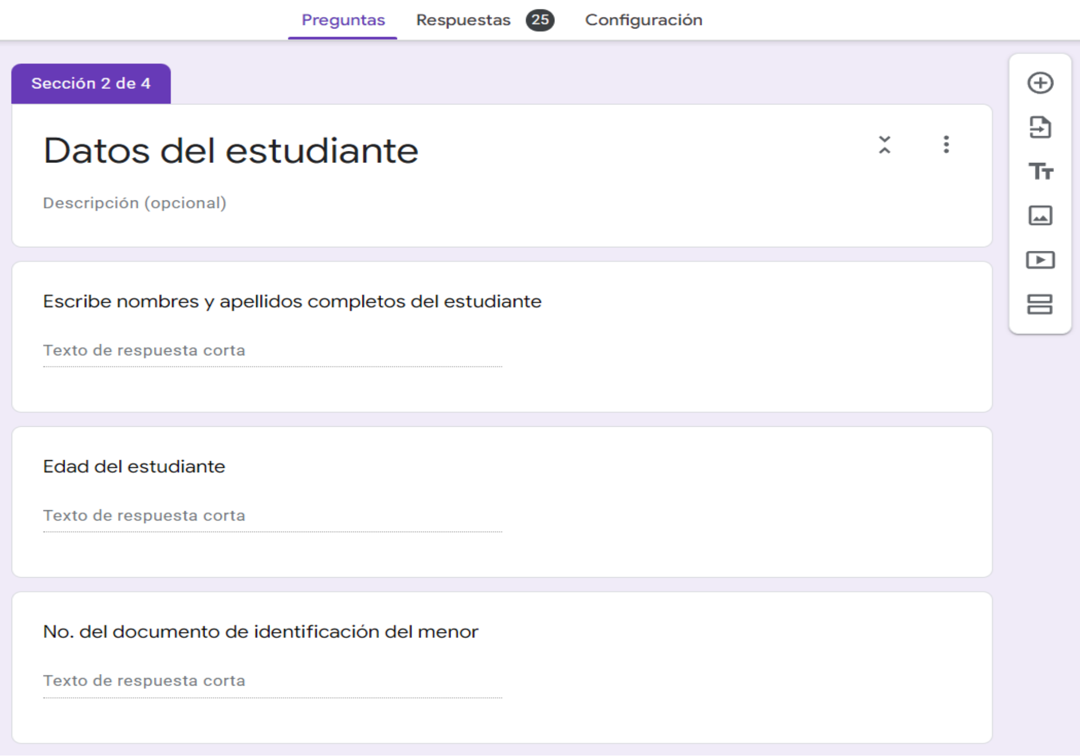
Correo *

Correo válido

Este formulario registra los correos. Cambiar configuración

¿Desea participar de este proyecto? *

- Sí
- No



Preguntas Respuestas 25 Configuración

Sección 2 de 4

Datos del estudiante

Descripción (opcional)

Escribe nombres y apellidos completos del estudiante

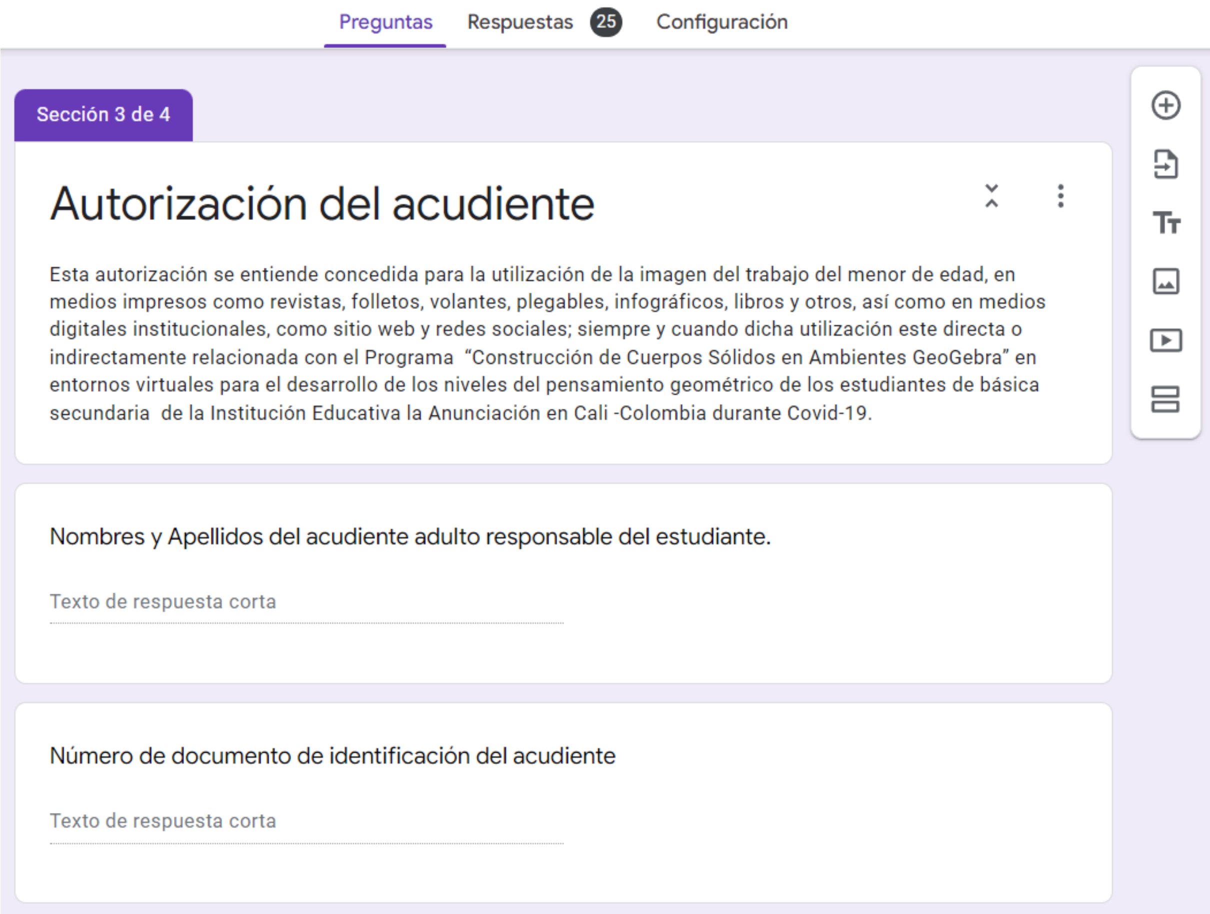
Texto de respuesta corta

Edad del estudiante

Texto de respuesta corta

No. del documento de identificación del menor

Texto de respuesta corta



Preguntas Respuestas 25 Configuración

Sección 3 de 4

Autorización del acudiente

Esta autorización se entiende concedida para la utilización de la imagen del trabajo del menor de edad, en medios impresos como revistas, folletos, volantes, plegables, infográficos, libros y otros, así como en medios digitales institucionales, como sitio web y redes sociales; siempre y cuando dicha utilización este directa o indirectamente relacionada con el Programa "Construcción de Cuerpos Sólidos en Ambientes GeoGebra" en entornos virtuales para el desarrollo de los niveles del pensamiento geométrico de los estudiantes de básica secundaria de la Institución Educativa la Anunciación en Cali -Colombia durante Covid-19.

Nombres y Apellidos del acudiente adulto responsable del estudiante.

Texto de respuesta corta

Número de documento de identificación del acudiente

Texto de respuesta corta

Edad del acudiente

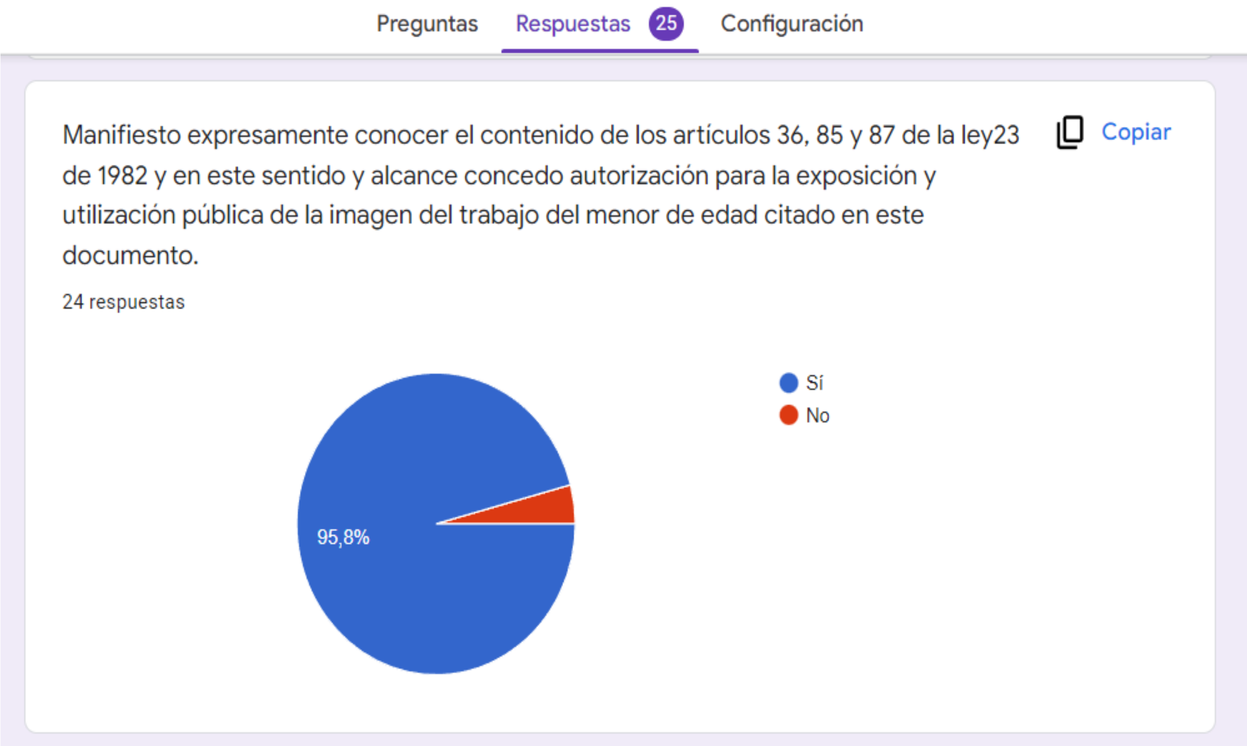
Texto de respuesta corta

Manifiesto expresamente conocer el contenido de los artículos 36, 85 y 87 de la ley23 de 1982 y *
en este sentido y alcance concedo autorización para la exposición y utilización pública de la imagen del trabajo del menor de edad citado en este documento.

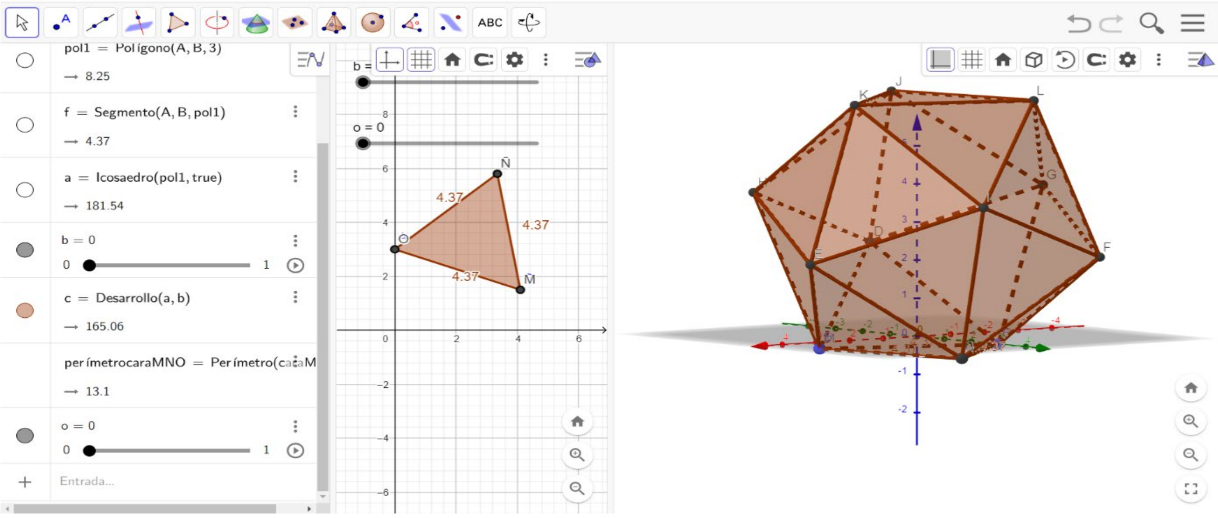
○ Sí

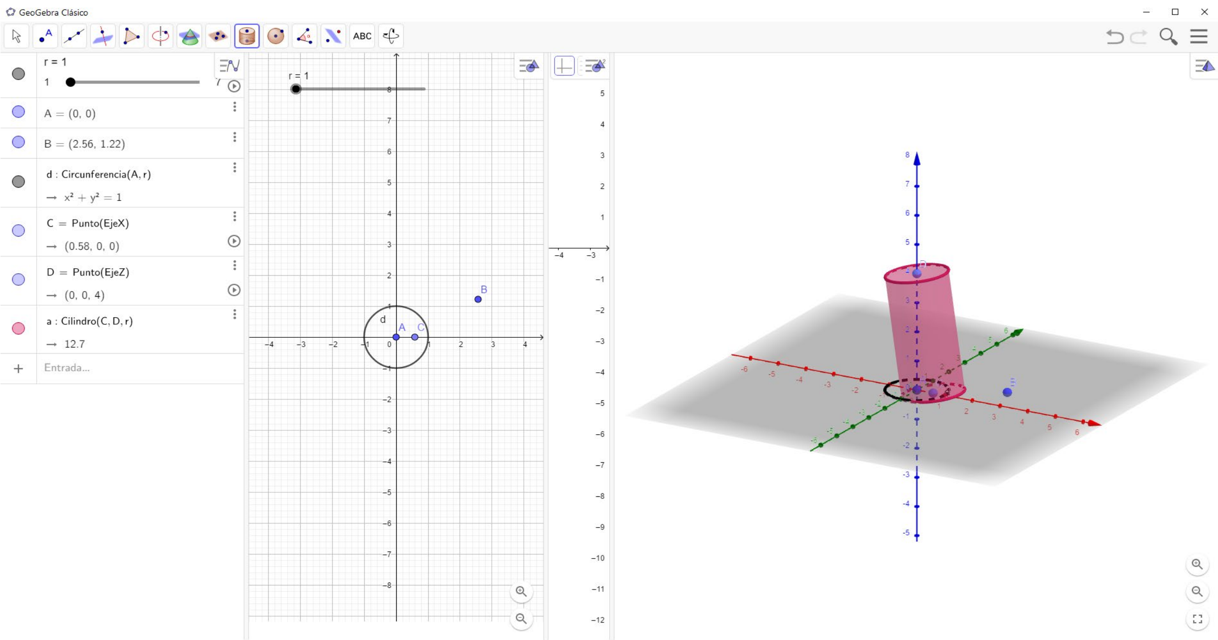
○ No

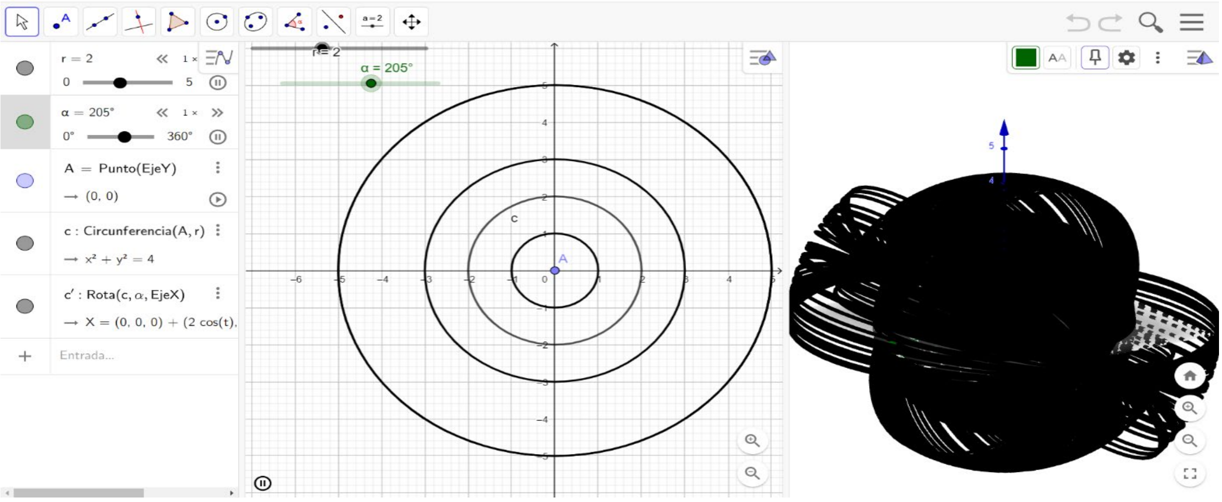
Consentimiento padres de familia

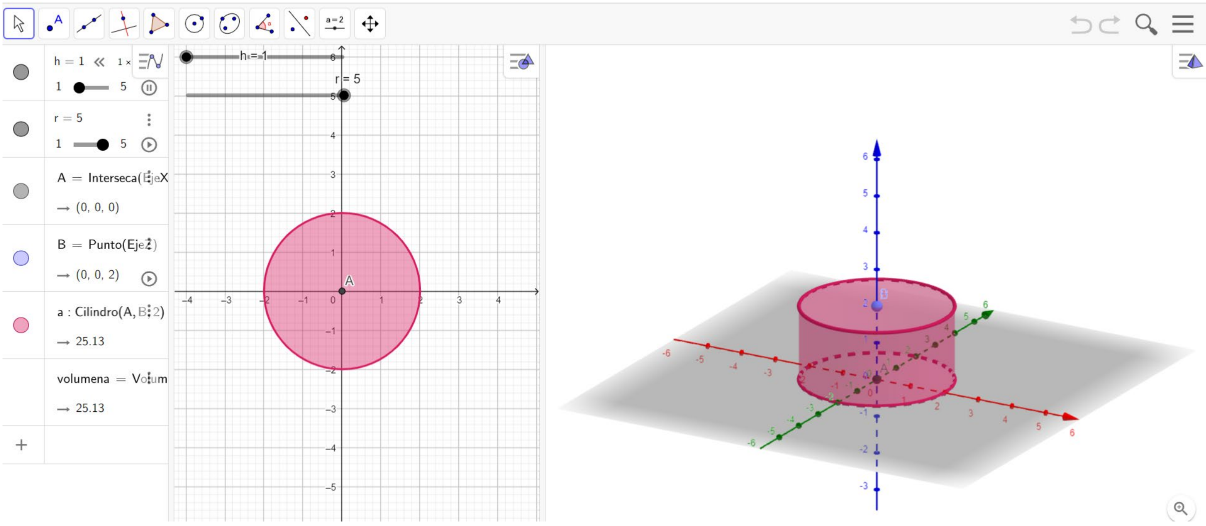


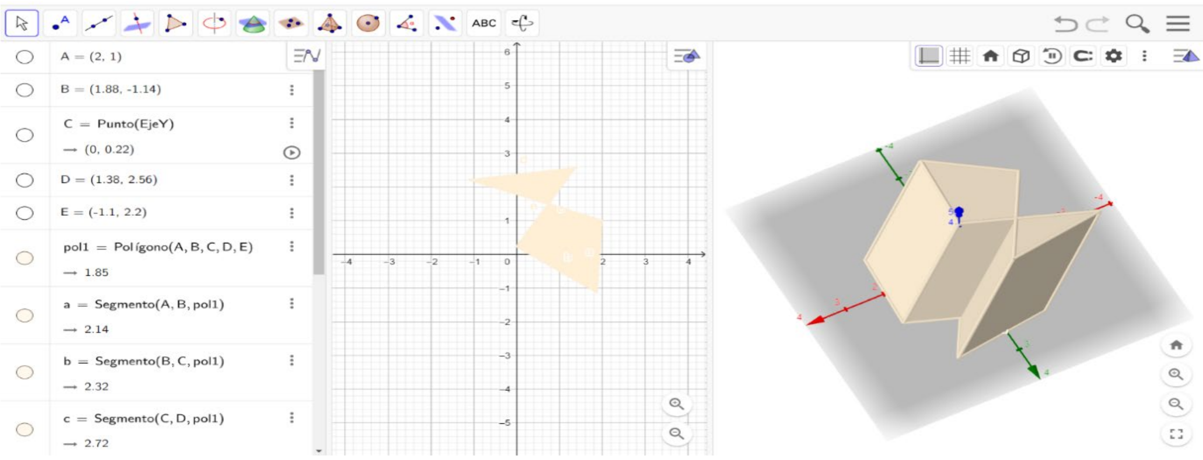
Anexo 8. Evidencias fotográficas

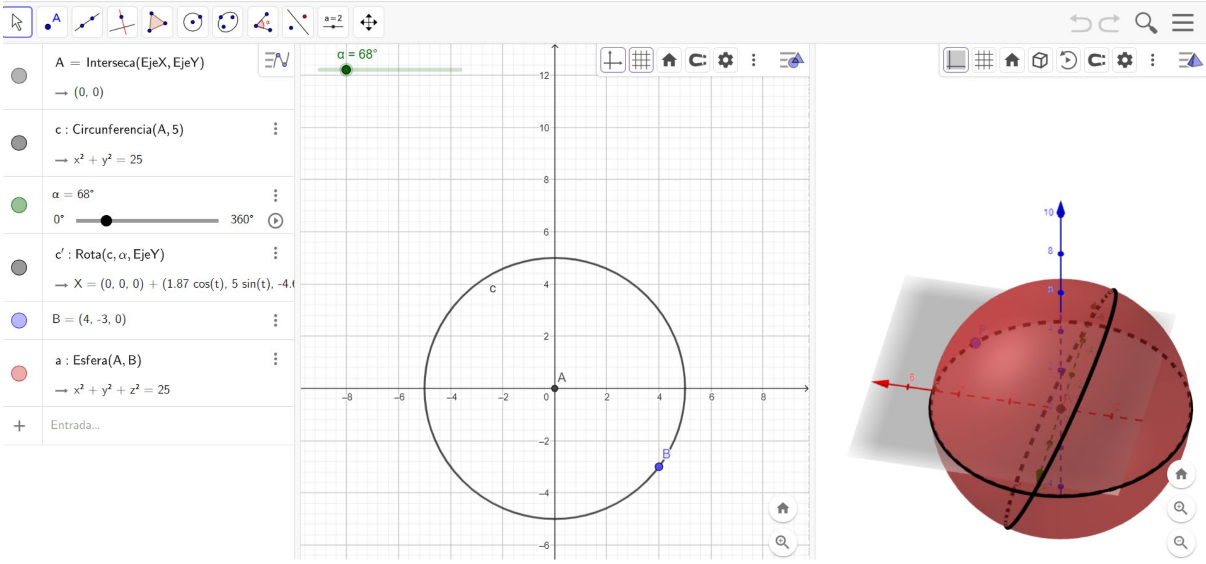


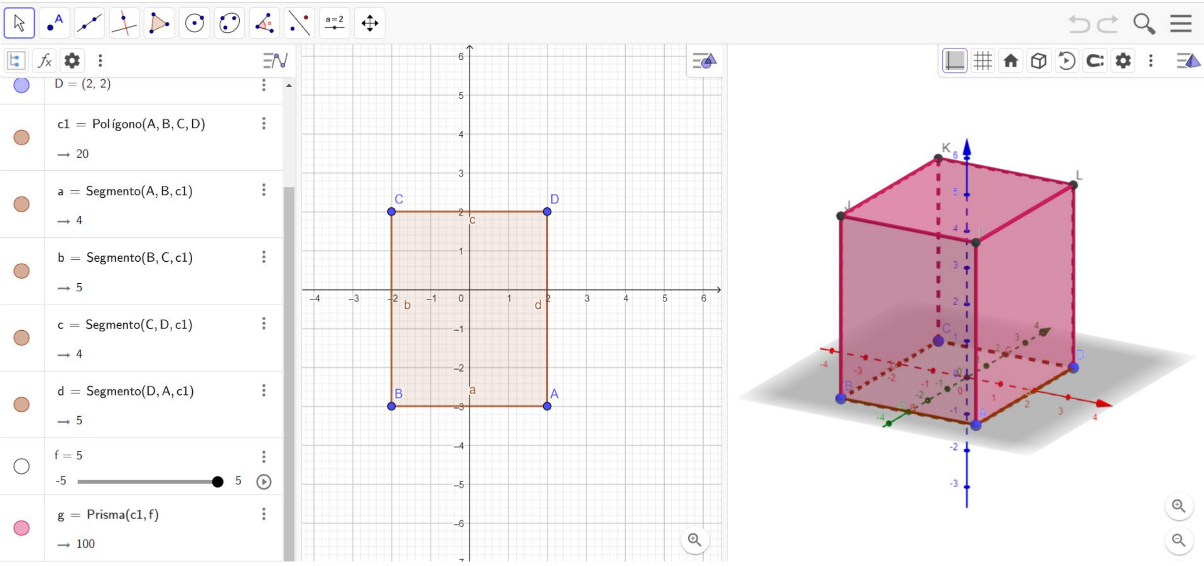


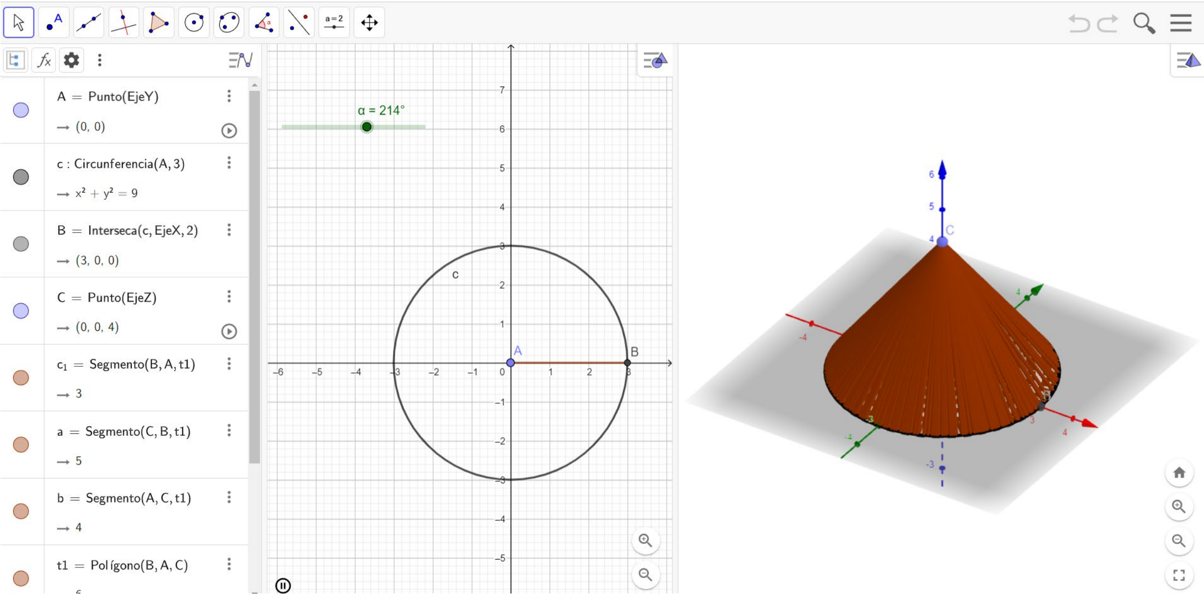

r = 2
α = 205°
A = Punto(EjeY)
→ (0, 0)
c : Circunferencia(A, r)
→ x² + y² = 4
c' : Rota(c, α, EjeX)
→ X = (0, 0, 0) + (2 cos(t),
Entrada...
r = 2
α = 205°

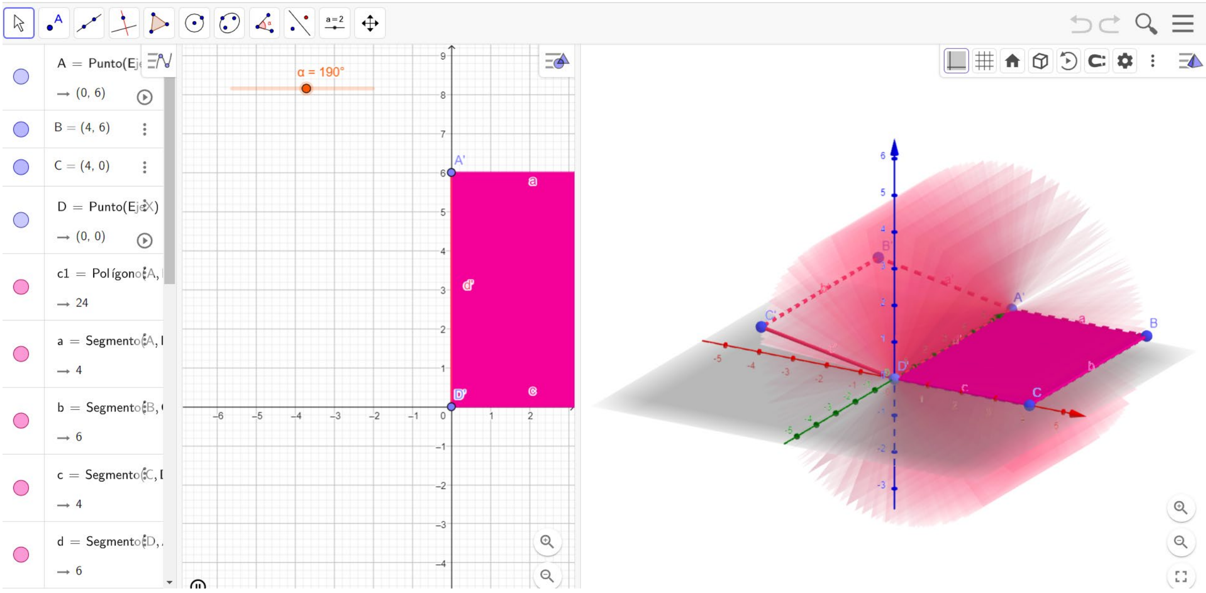

h = 1
r = 5
A = Interseca(EjeX
→ (0, 0, 0)
B = Punto(EjeZ)
→ (0, 0, 2)
a : Cilindro(A, B, 2)
→ 25.13
volumena = Volum
→ 25.13
h = 1
r = 5

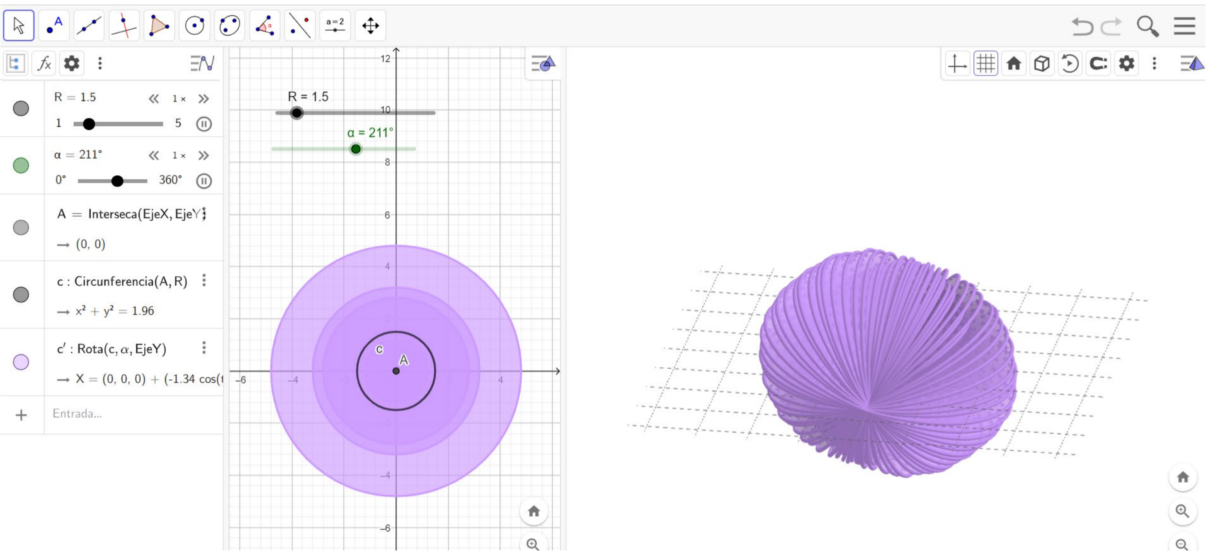

A = (2, 1)
B = (1.88, -1.14)
C = Punto(EjeY)
→ (0, 0.22)
D = (1.38, 2.56)
E = (-1.1, 2.2)
pol1 = Polígono(A, B, C, D, E)
→ 1.85
a = Segmento(A, B, pol1)
→ 2.14
b = Segmento(B, C, pol1)
→ 2.32
c = Segmento(C, D, pol1)
→ 2.72

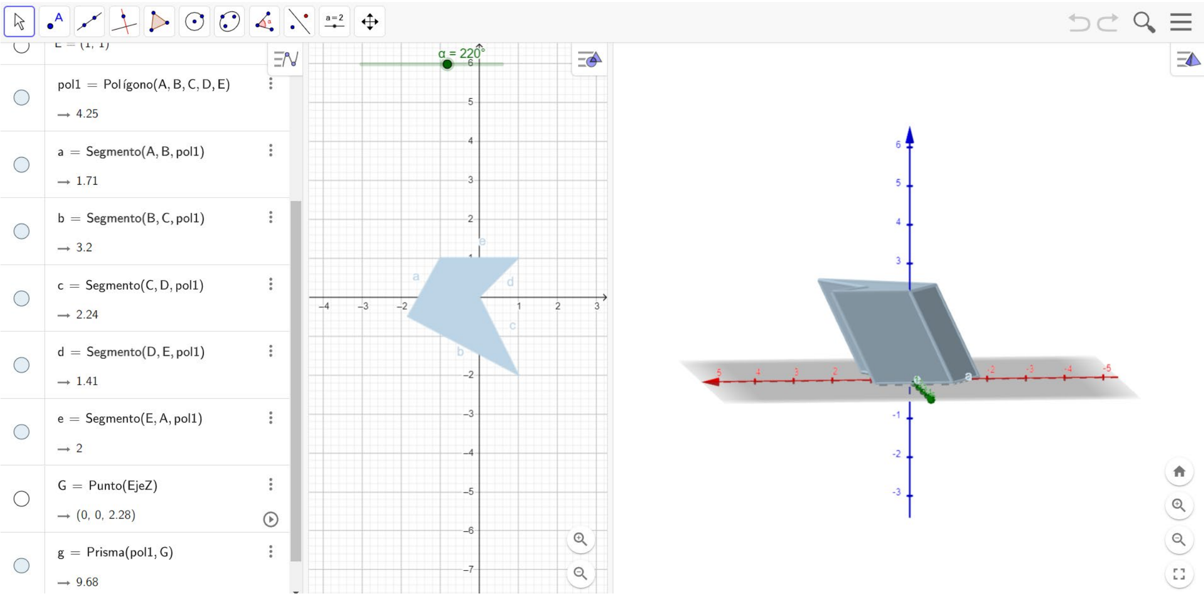

A = Interseca(EjeX, EjeY)
→ (0, 0)
c : Circunferencia(A, 5)
→ x² + y² = 25
α = 68°
0°
360°
c' : Rota(c, α, EjeY)
→ X = (0, 0, 0) + (1.87 cos(t), 5 sin(t), -4.
B = (4, -3, 0)
a : Esfera(A, B)
→ x² + y² + z² = 25
Entrada...

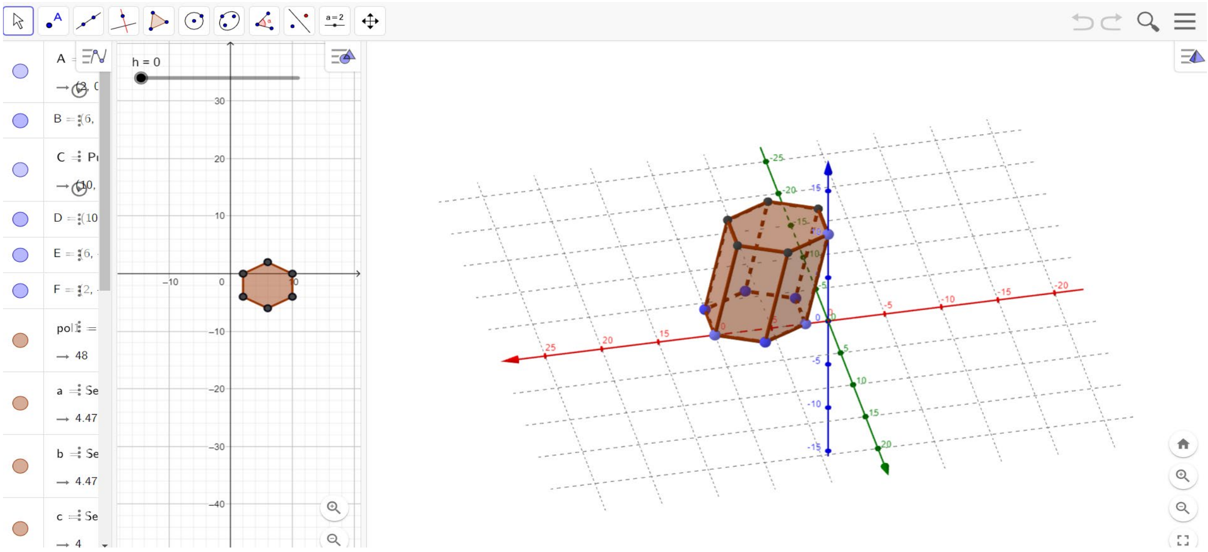

D = (2, 2)
c1 = Polígono(A, B, C, D)
→ 20
a = Segmento(A, B, c1)
→ 4
b = Segmento(B, C, c1)
→ 5
c = Segmento(C, D, c1)
→ 4
d = Segmento(D, A, c1)
→ 5
f = 5
-5
5
g = Prisma(c1, f)
→ 100

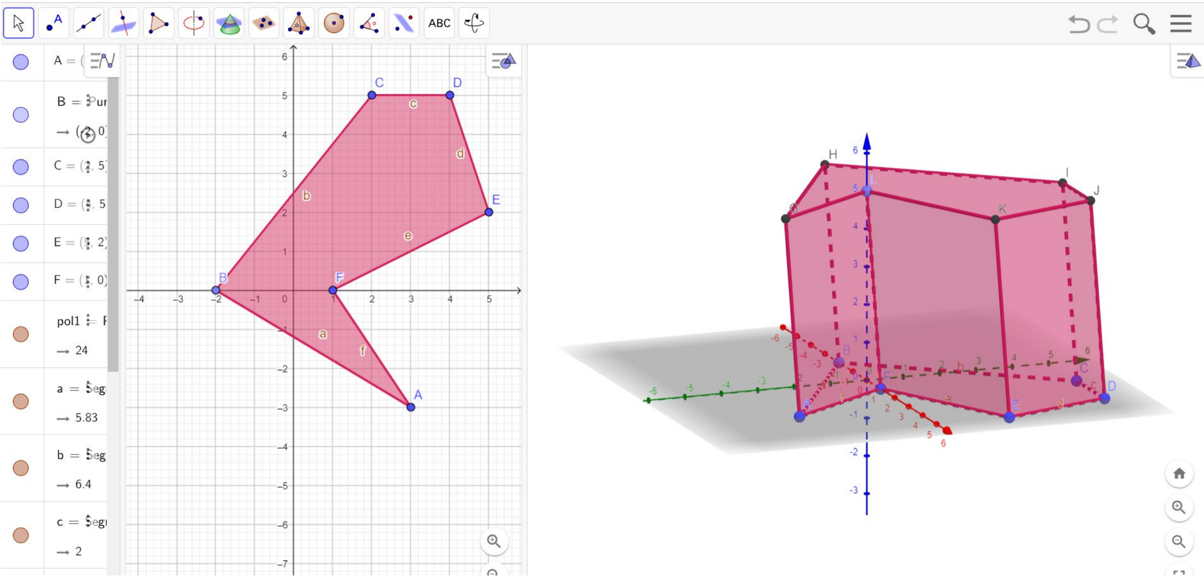

A = Punto(EjeY)
→ (0, 0)
c : Circunferencia(A, 3)
→ x² + y² = 9
B = Interseca(c, EjeX, 2)
→ (3, 0, 0)
C = Punto(EjeZ)
→ (0, 0, 4)
c₁ = Segmento(B, A, t1)
→ 3
a = Segmento(C, B, t1)
→ 5
b = Segmento(A, C, t1)
→ 4
t1 = Polígono(B, A, C)
α = 214°

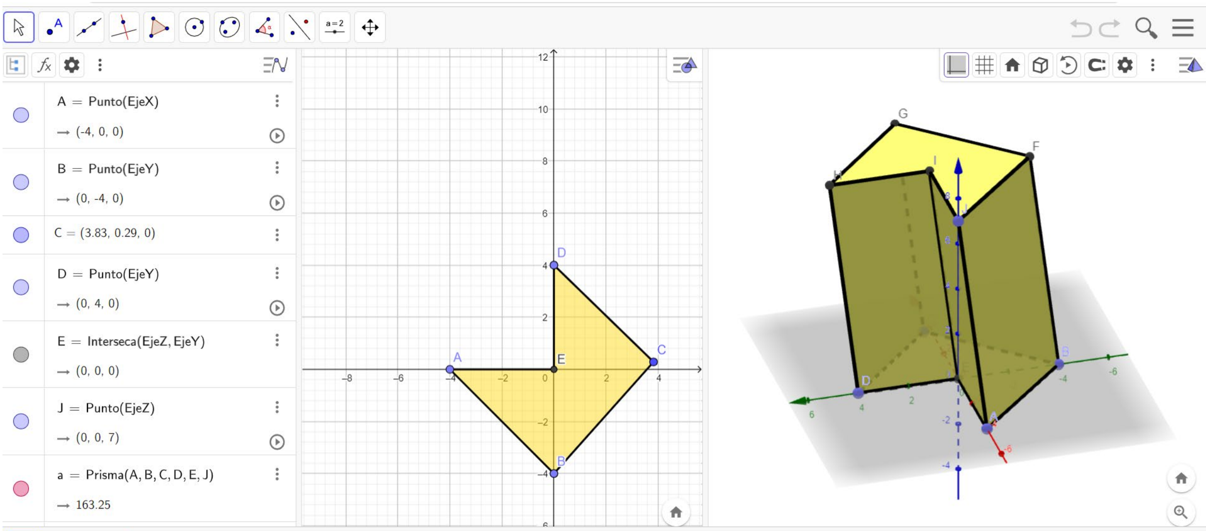

A = Punto(Ej
→ (0, 6)
B = (4, 6)
C = (4, 0)
D = Punto(EjeX)
→ (0, 0)
c1 = Polígono(A,
→ 24
a = Segmento(A,
→ 4
b = Segmento(B,
→ 6
c = Segmento(C,
→ 4
d = Segmento(D,
→ 6
α = 190°

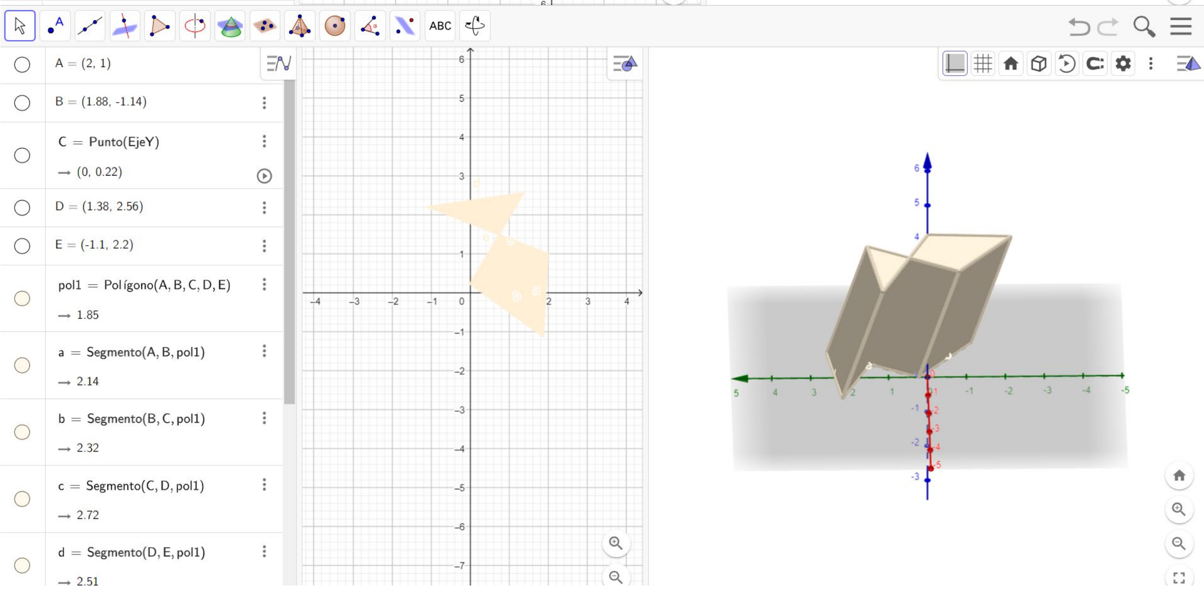

R = 1.5
α = 211°
A = Interseca(EjeX, EjeY)
→ (0, 0)
c : Circunferencia(A, R)
→ x² + y² = 1.96
c' : Rota(c, α, EjeY)
→ X = (0, 0, 0) + (-1.34 cos(
Entrada...

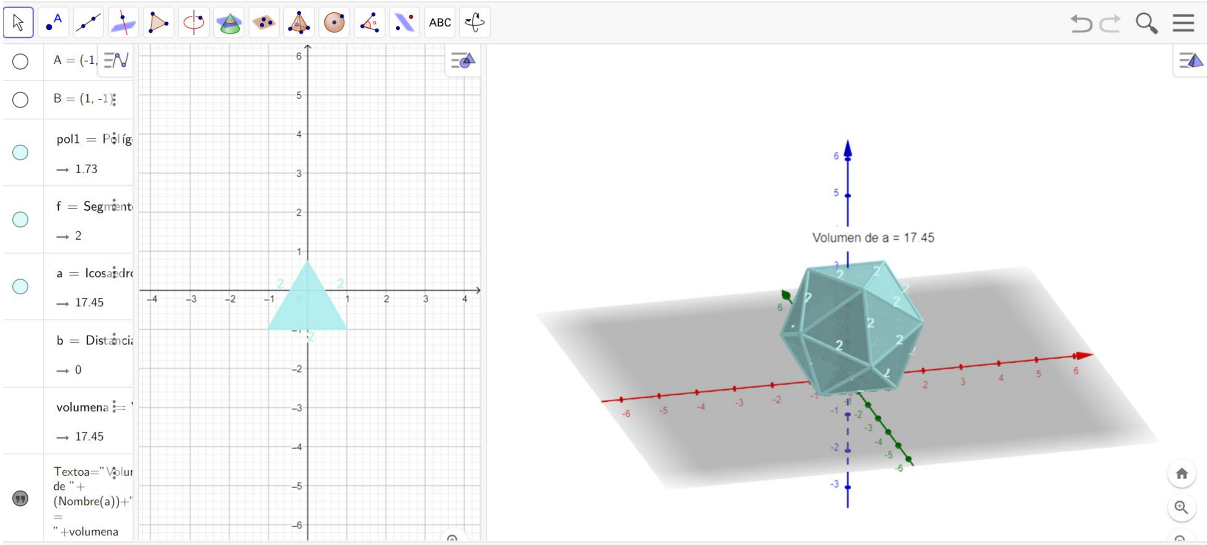

pol1 = Polígono(A, B, C, D, E)
→ 4.25
a = Segmento(A, B, pol1)
→ 1.71
b = Segmento(B, C, pol1)
→ 3.2
c = Segmento(C, D, pol1)
→ 2.24
d = Segmento(D, E, pol1)
→ 1.41
e = Segmento(E, A, pol1)
→ 2
G = Punto(EjeZ)
→ (0, 0, 2.28)
g = Prisma(pol1, G)
→ 9.68
α = 220°

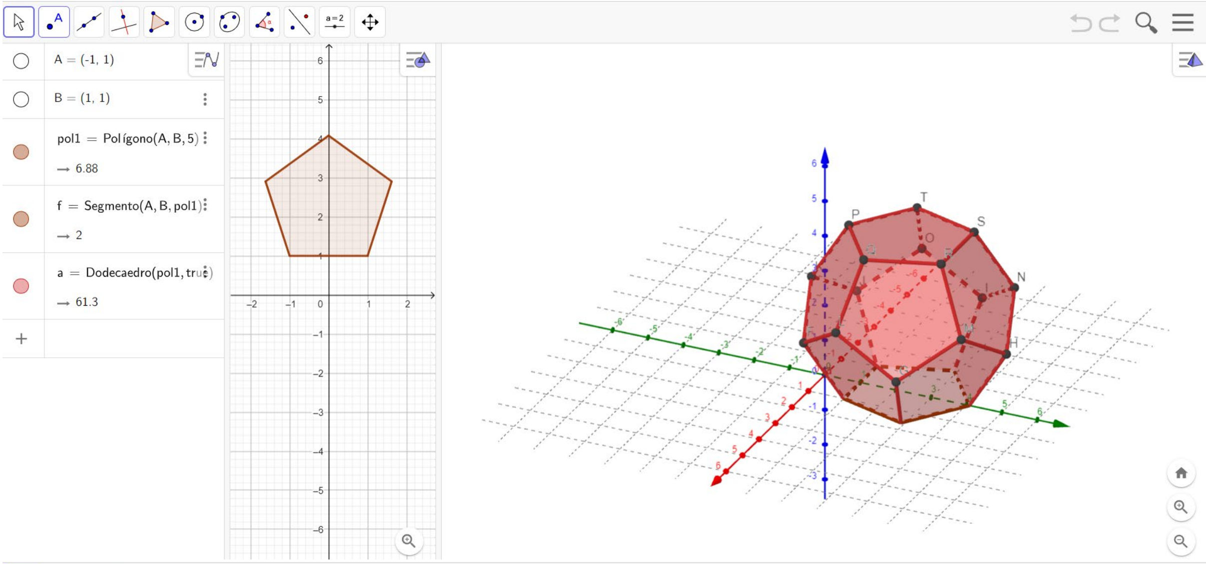

h = 0

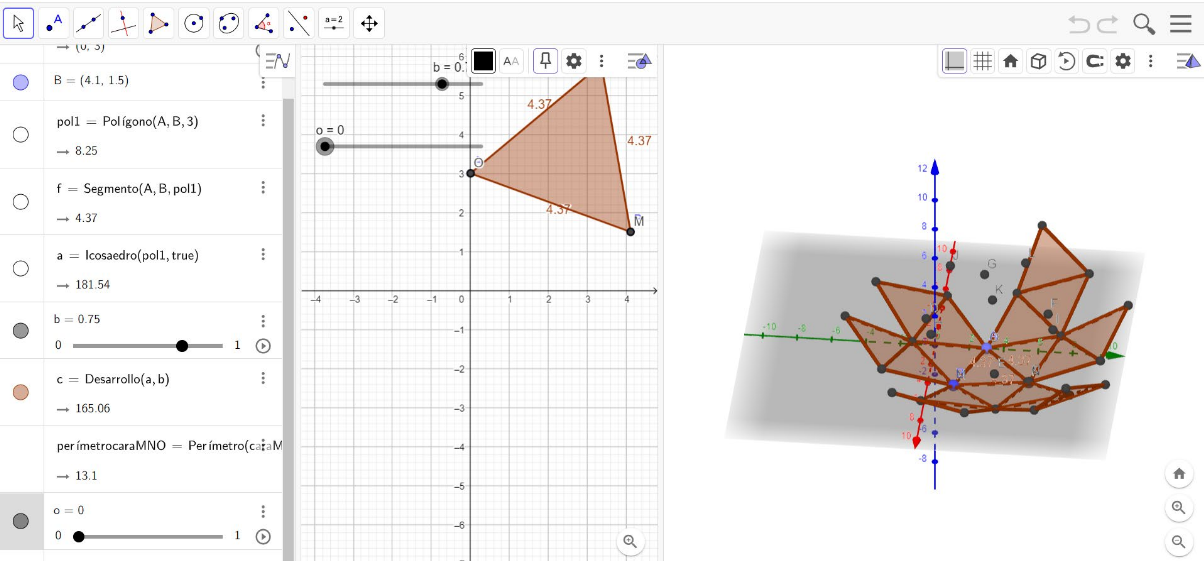

pol1
→ 24
a
→ 5.83
b
→ 6.4
c
→ 2

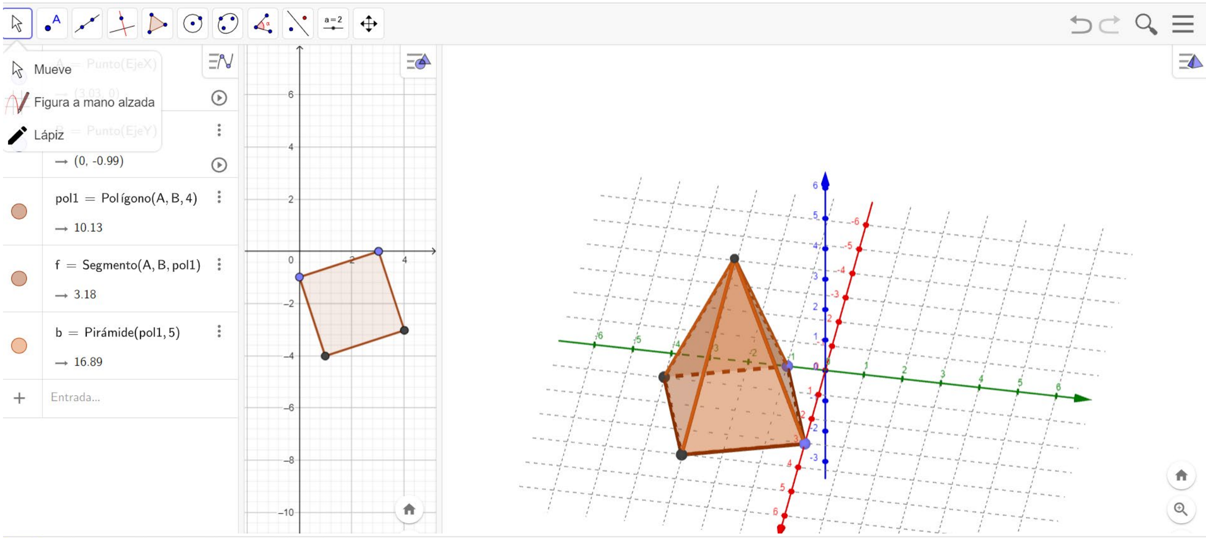

A = Punto(EjeX)
→ (-4, 0, 0)
B = Punto(EjeY)
→ (0, -4, 0)
C = (3.83, 0.29, 0)
D = Punto(EjeY)
→ (0, 4, 0)
E = Interseca(EjeZ, EjeY)
→ (0, 0, 0)
J = Punto(EjeZ)
→ (0, 0, 7)
a = Prisma(A, B, C, D, E, J)
→ 163.25

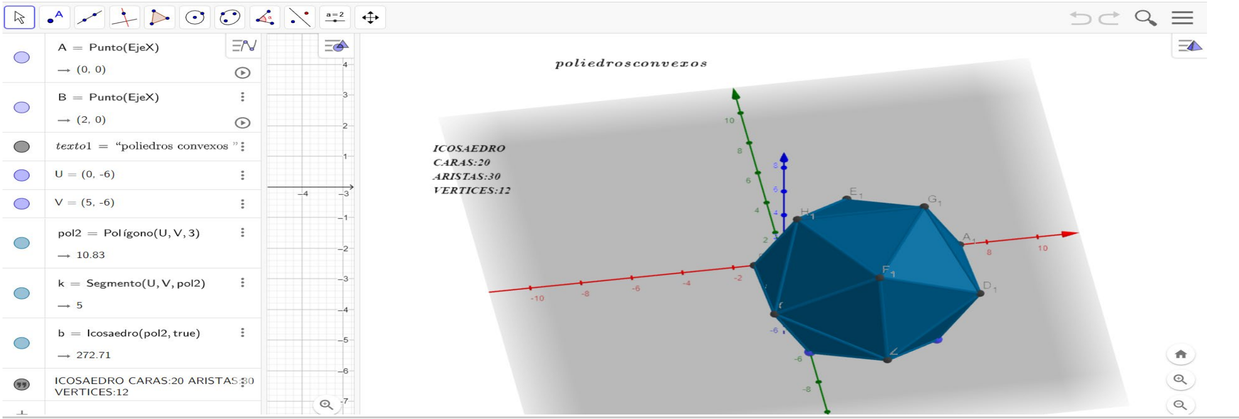

ABC
A = (2, 1)
B = (1.88, -1.14)
C = Punto(EjeY)
→ (0, 0.22)
D = (1.38, 2.56)
E = (-1.1, 2.2)
pol1 = Polígono(A, B, C, D, E)
→ 1.85
a = Segmento(A, B, pol1)
→ 2.14
b = Segmento(B, C, pol1)
→ 2.32
c = Segmento(C, D, pol1)
→ 2.72
d = Segmento(D, E, pol1)
→ 2.51

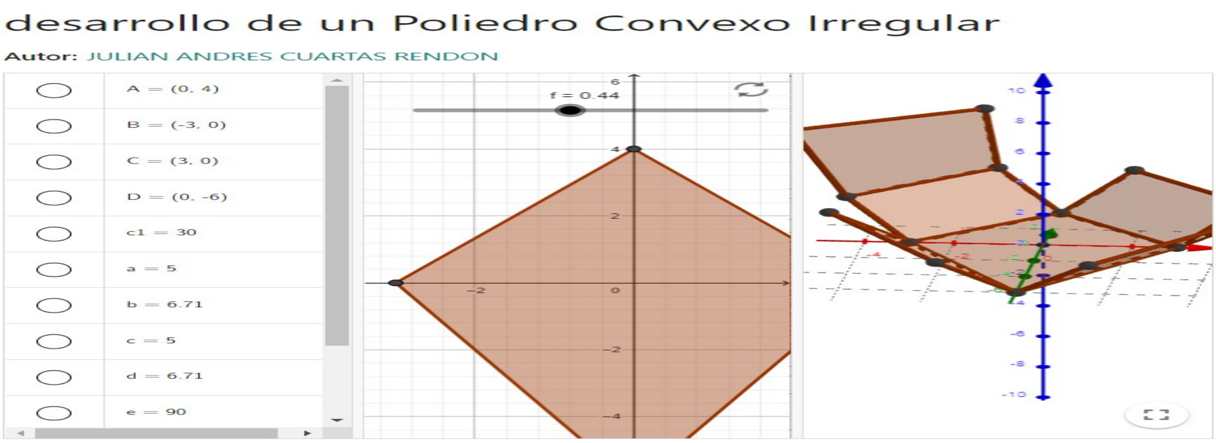

A = (-1,
B = (1, -1)
pol1 = Políg
→ 1.73
f = Segm
→ 2
a = Icosa
→ 17.45
b = Dist
→ 0
volumena
→ 17.45
Volumen de a = 17.45

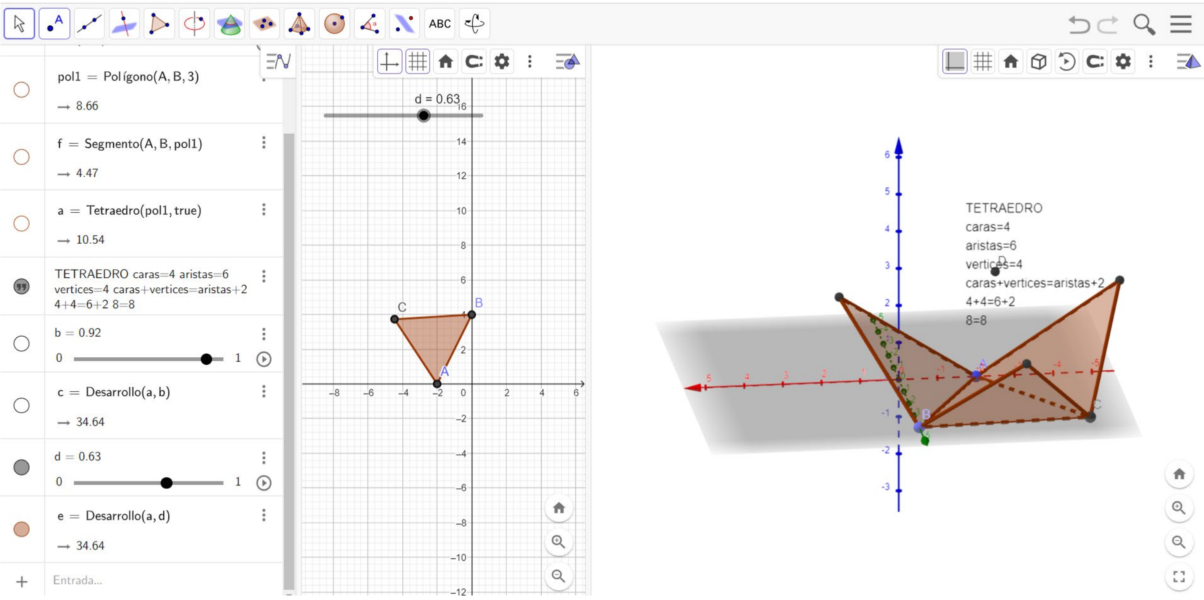

A = (-1, 1)
B = (1, 1)
pol1 = Polígono(A, B, 5)
→ 6.88
f = Segmento(A, B, pol1)
→ 2
a = Dodecaedro(pol1, true)
→ 61.3

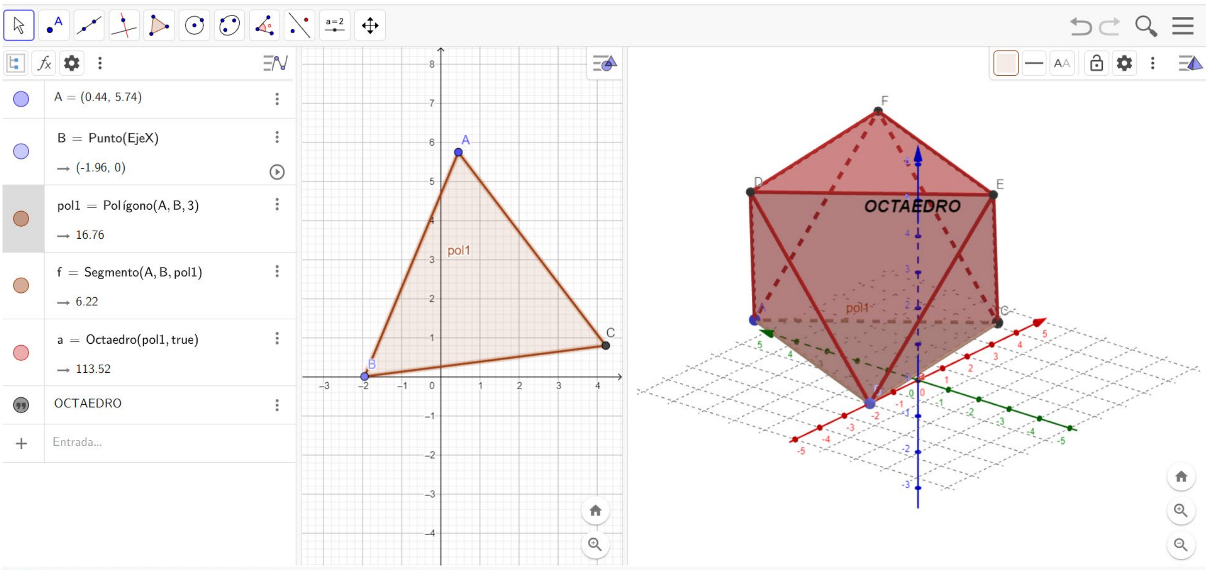

B = (4.1, 1.5)
pol1 = Polígono(A, B, 3)
→ 8.25
f = Segmento(A, B, pol1)
→ 4.37
a = Icosaedro(pol1, true)
→ 181.54
b = 0.75
c = Desarrollo(a, b)
→ 165.06
perímetrocaraMNO = Perímetro(ca
→ 13.1
o = 0
4.37
4.37
4.37

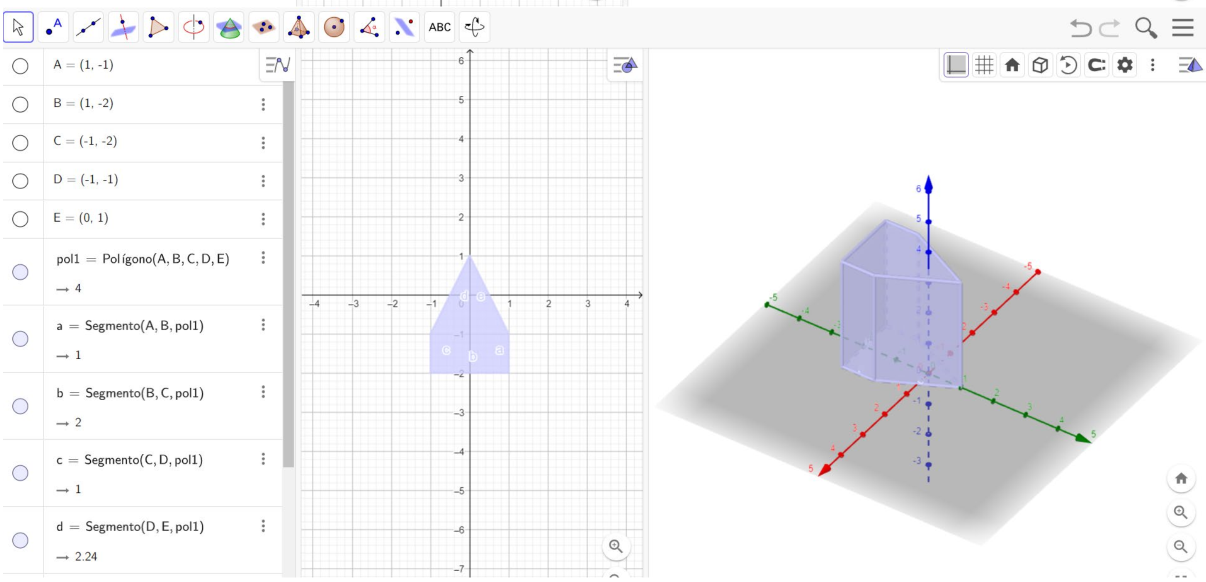

Mueve
Figura a mano alzada
Lápiz
→ (0, -0.99)
pol1 = Polígono(A, B, 4)
→ 10.13
f = Segmento(A, B, pol1)
→ 3.18
b = Pirámide(pol1, 5)
→ 16.89
Entrada...

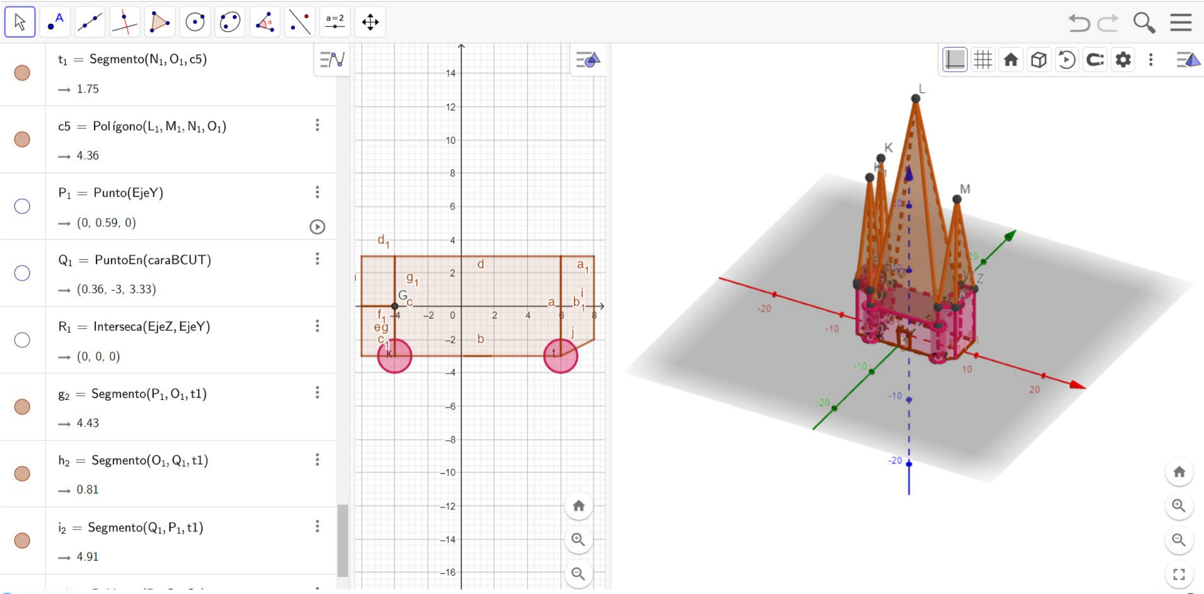

A = Punto(EjeX)
→ (0, 0)
B = Punto(EjeX)
→ (2, 0)
texto1 = "poliedros convexos"
U = (0, -6)
V = (5, -6)
pol2 = Polígono(U, V, 3)
→ 10.83
k = Segmento(U, V, pol2)
→ 5
b = Icosaedro(pol2, true)
→ 272.71
ICOSAEDRO CARAS:20 ARISTAS:30 VERTICES:12
poliedrosconvexos
ICOSAEDRO
CARAS:20
ARISTAS:30
VERTICES:12

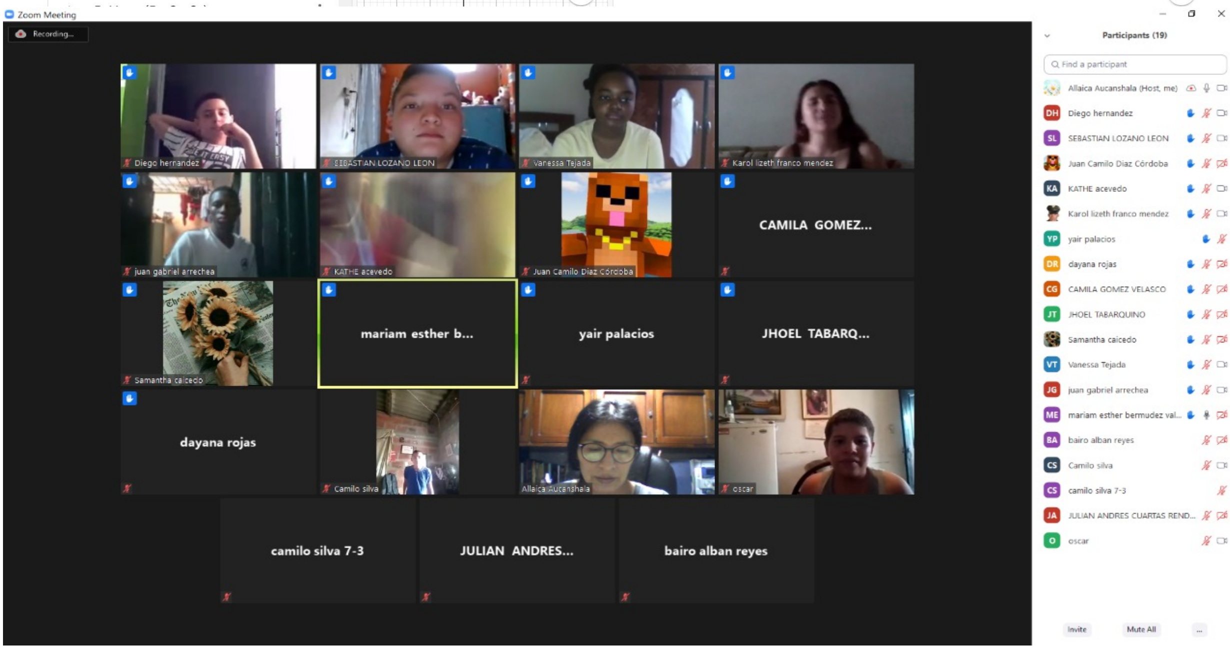

desarrollo de un Poliedro Convexo Irregular
Autor: JULIAN ANDRES CUARTAS RENDON
A = (0, 4)
B = (-3, 0)
C = (3, 0)
D = (0, -6)
c1 = 30
a = 5
b = 6.71
c = 5
d = 6.71
e = 90
f = 0.44

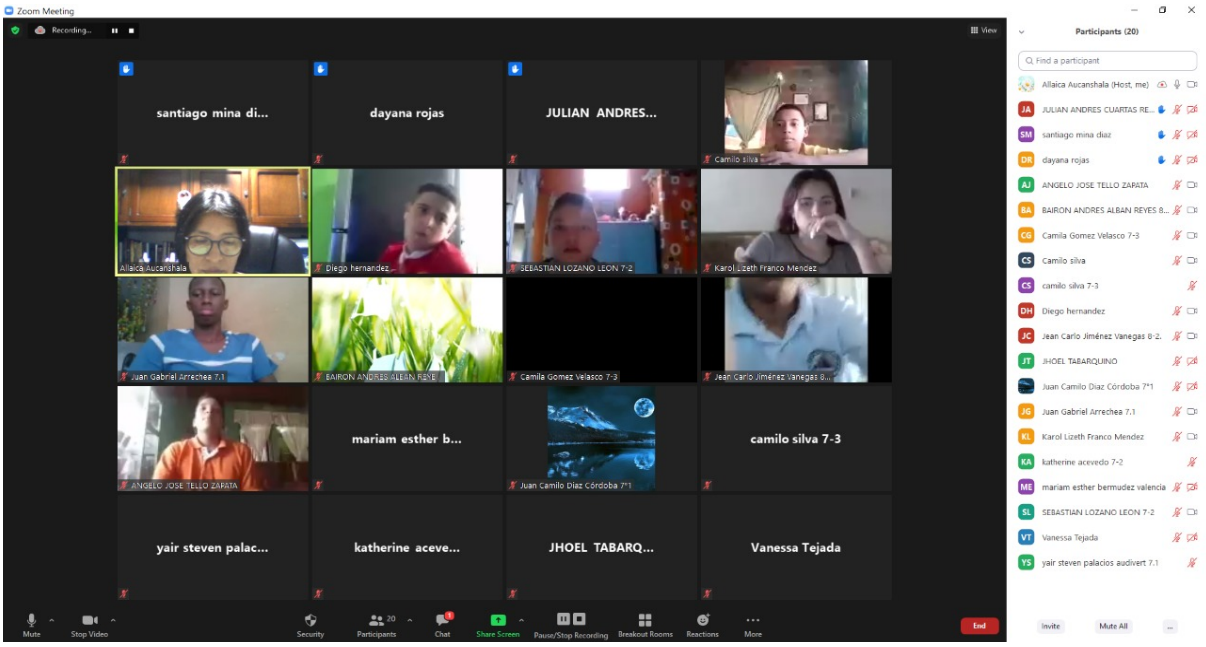

pol1 = Polígono(A, B, 3)
→ 8.66
f = Segmento(A, B, pol1)
→ 4.47
a = Tetraedro(pol1, true)
→ 10.54
TETRAEDRO caras=4 aristas=6 vertices=4 caras+vertices=aristas+2 4+4=6+2 8=8
b = 0.92
c = Desarrollo(a, b)
→ 34.64
d = 0.63
e = Desarrollo(a, d)
→ 34.64
Entrada...
d = 0.63
TETRAEDRO
caras=4
aristas=6
vertices=4
caras+vertices=aristas+2
4+4=6+2
8=8

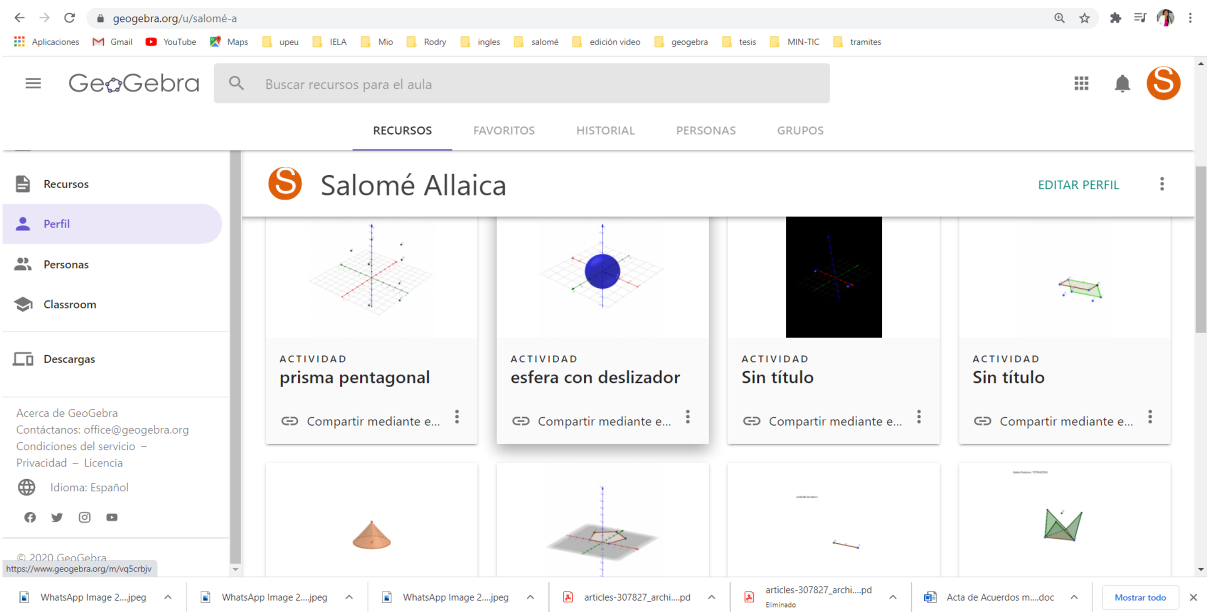

A = (0.44, 5.74)
B = Punto(EjeX)
→ (-1.96, 0)
pol1 = Polígono(A, B, 3)
→ 16.76
f = Segmento(A, B, pol1)
→ 6.22
a = Octaedro(pol1, true)
→ 113.52
OCTAEDRO
Entrada...
pol1
OCTAEDRO

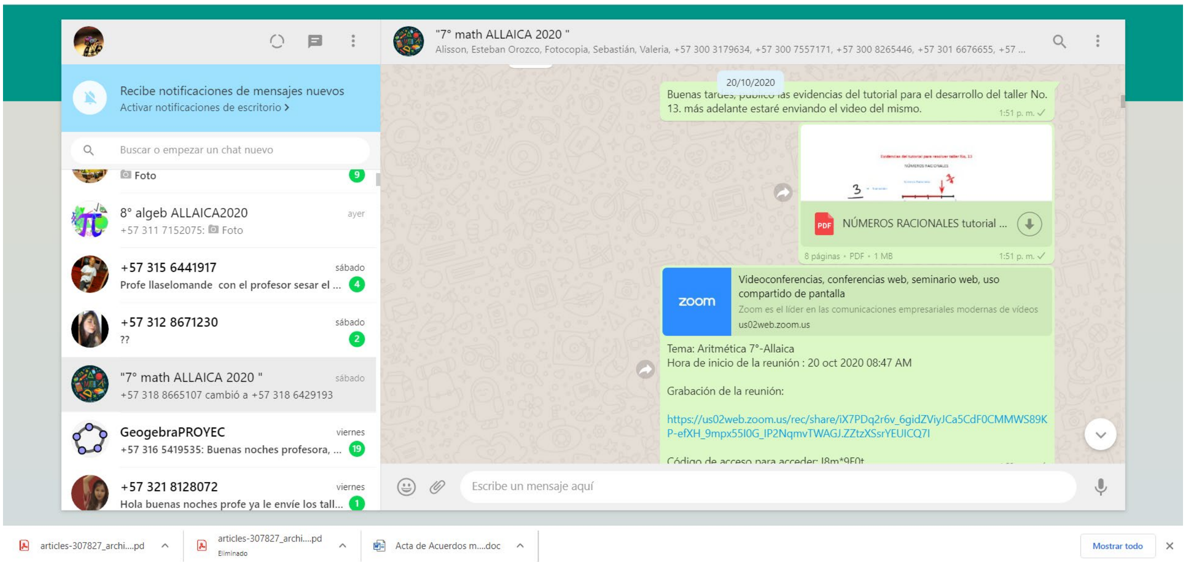

A = (1, -1)
B = (1, -2)
C = (-1, -2)
D = (-1, -1)
E = (0, 1)
pol1 = Polígono(A, B, C, D, E)
→ 4
a = Segmento(A, B, pol1)
→ 1
b = Segmento(B, C, pol1)
→ 2
c = Segmento(C, D, pol1)
→ 1
d = Segmento(D, E, pol1)
→ 2.24


t₁ = Segmento(N₁, O₁, c5)
→ 1.75
c5 = Polígono(L₁, M₁, N₁, O₁)
→ 4.36
P₁ = Punto(EjeY)
→ (0, 0.59, 0)
Q₁ = PuntoEn(caraBCUT)
→ (0.36, -3, 3.33)
R₁ = Interseca(EjeZ, EjeY)
→ (0, 0, 0)
g₂ = Segmento(P₁, O₁, t1)
→ 4.43
h₂ = Segmento(O₁, Q₁, t1)
→ 0.81
i₂ = Segmento(Q₁, P₁, t1)
→ 4.91


Zoom Meeting
Recording...
Participants (19)
CAMILA GOMEZ...
mariam esther b...
yair palacios
JHOEL TABARQ...
dayana rojas
camilo silva 7-3
JULIAN ANDRES...
bairo alban reyes
Invite
Mute All

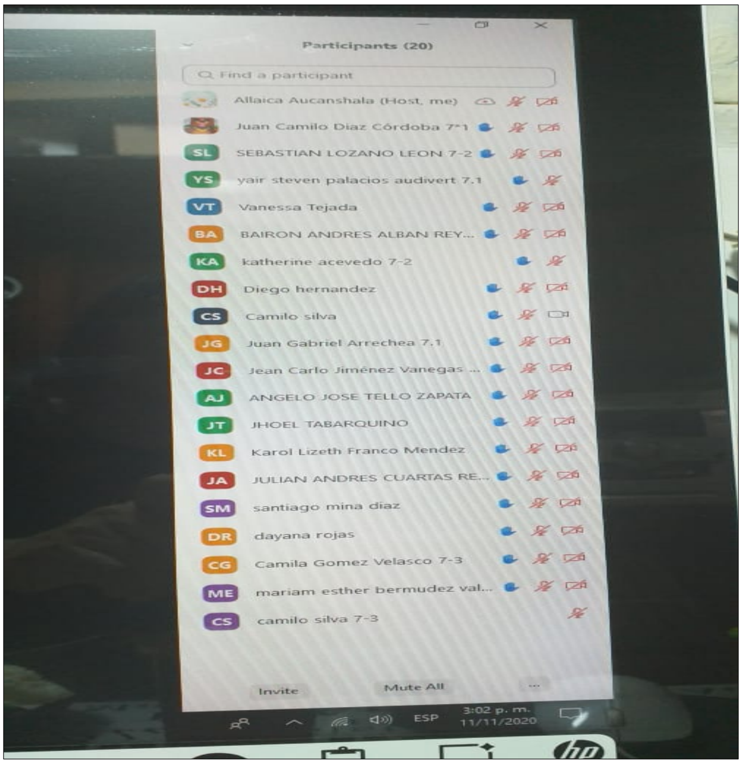

Zoom Meeting
santiago mina di...
dayana rojas
JULIAN ANDRES...
mariam esther b...
camilo silva 7-3
yair steven palac...
katherine aceve...
JHOEL TABARQ...
Vanessa Tejada
Participants (20)


geogebra.org/u/salomé-a
GeoGebra
Buscar recursos para el aula
RECURSOS
FAVORITOS
HISTORIAL
PERSONAS
GRUPOS
Recursos
Perfil
Personas
Classroom
Descargas
Salomé Allaica
EDITAR PERFIL
ACTIVIDAD
prisma pentagonal
ACTIVIDAD
esfera con deslizador
ACTIVIDAD
Sin título
ACTIVIDAD
Sin título



BD	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BM
11 A. Construye en GeoGebra	11B. Diseña un Prisn	11C. ¿Cuál es aquel	11D. ¿Cómo afecta l	11E. Observa el sigui	11 F. ¿Cuál es el nor	Comparte tus diseños más creativos realizados en GeoGebra. Puedes compar			
listo	Opción 1	poliedros irregulares	es importante que tan	listo	el icosaedro	listo			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/hy3nrvh2			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/mckbmaqv,https://www.geogebra.org/classic/			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	https://www.geogebra	al aumentar la altura s	https://www.geogebra	es el icosaedro. https	https://www.geogebra.org/classic/praq72my https://www.geogebra.org/classic/h			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	https://www.geogebra	si no aparece la figura	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/frgavfuu			
https://www.geogebra.org/m/v	Opción 1	https://www.geogebra	este lo puede afectar	https://www.geogebra	la respuesta es el ico	https://www.geogebra.org/m/wfmutyr9 , https://www.geogebra.org/m/h8x5jq7p ,			
https://www.geogebra.org/m/s	Opción 1	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/cjhgpbvf			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	https://www.geogebra	en la superficie que o	https://www.geogebra	icosaedro eSegún E	1 https://www.geogebra.org/classic/ 2 https://www.geogebra.org/classic/frcq9en			
https://www.geogebra.org/clas	https://www.geogebra	Dodecaedro,https://w	El volumen de un cilin	https://www.geogebra	Es el icosaedro,https:	https://www.geogebra.org/classic/dv9snvgz,https://www.geogebra.org/classic/p			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	https://www.geogebra	resulta de multiplicar	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/bupnrxbm , https://www.geogebra.org/m/usvpgj66			
link11A: https://www.geogebra	Opción 1	https://www.geogebra	EL VOLUMEN DE UN	https://www.geogebra	EL NOMBRE DE EL	1. https://www.geogebra.org/m/exkaupwe 2. https://www.geogebra.org/m/kx7dv			
https://www.geogebra.org/clas	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/harwbn3p			
https://www.geogebra.org/clas	https://www.geogebra	https://www.geogebra	el volumen depende	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/jngj8xvt https://www.geogebra.org/m/srm3z2fh http			
https://www.geogebra.org/clas	Opción 1	Un icosaedro es un p	El volumen de un cilin	https://www.geogebra	El ICOSAEDRO http	https://www.geogebra.org/classic/ https://www.geogebra.org/classic/bsucmqnu			
https://www.geogebra.org/clas	https://www.geogebra	https://www.geogebra	a mayor altura mayor	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/hgd3k733 https://www.geogebra.org/m/gxzvfrey htt			
https://www.geogebra.org/clas	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/uqjvrcen; https://www.geogebra.org/classic/z6			
https://www.geogebra.org/clas	https://www.geogebra	https://www.geogebra	En mucho ya que el v	https://www.geogebra	https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/qcvyxm6rhttps://www.geogebra.org/m/eeajssayhttp			

BI	BJ	BK	BL	BM	BN	BO	BP	BQ	BR	BS
11 F. ¿Cuál es el nor	Comparte tus diseños más creativos realizados en GeoGebra. Puedes compartir todos los enlaces que tengas, separados por espacios o (;).									
el icosaedro	listo									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/hy3nrvh2									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/mckbmaqv,https://www.geogebra.org/classic/qfbvqxpr,https://www.geogebra.org/classic/mygegxwa,https://www.geogebra.org/classic/fkbvxstv,https://www.geogebra.(									
es el icosaedro. https	https://www.geogebra.org/classic/praq72my https://www.geogebra.org/classic/https://www.geogebra.org/m/quam4cmn									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/frgavfuu									
la respuesta es el ico:	https://www.geogebra.org/m/wfmutyr9 , https://www.geogebra.org/m/h8x5jq7p , https://www.geogebra.org/m/dvcxp8qz									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/cjhgpbvf									
icosaedro eSegún Eı	1 https://www.geogebra.org/classic/ 2 https://www.geogebra.org/classic/frcq9ene 3https://www.geogebra.org/classic/frcq9ene 4https://www.geogebra.org/classic/frcq9ene 5 https://www.geogebra.org/(									
Es el icosaedro,https:	https://www.geogebra.org/classic/dv9snvgz,https://www.geogebra.org/classic/pxtwudaq,https://www.geogebra.org/classic/kqkajbnx,https://www.geogebra.org/classic/kjauk7vy,https://www.geogebra.org									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/bupnrxbm , https://www.geogebra.org/m/usvpgj66 , https://www.geogebra.org/m/byr9j3bn , https://www.geogebra.org/m/yxbenjhp									
EL NOMBRE DE EL :	1. https://www.geogebra.org/m/exkaupwe 2. https://www.geogebra.org/m/kx7dvd8m3. https://www.geogebra.org/m/fdsvmjkw4. https://www.geogebra.org/m/x6tybddk5. https://www.geogebra.org/m/n3r									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/harwbn3p									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/jngj8xvt https://www.geogebra.org/m/srm3z2fh https://www.geogebra.org/m/h5fveeyf https://www.geogebra.org/m/uds55pb8 https://www.geogebra.org/m/ha2kwrmn									
El ICOSAEDRO http	https://www.geogebra.org/classic/ https://www.geogebra.org/classic/bsucmqnu https://www.geogebra.org/classic/dn9acckr https://www.geogebra.org/classic/nnuddpdp									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/hgd3k733 https://www.geogebra.org/m/gxzvfrey https://www.geogebra.org/m/gxzvfrey https://www.geogebra.org/m/yxes733y https://www.geogebra.org/m/gr8nzeff https://v									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/classic/uqjvrcen; https://www.geogebra.org/classic/z6srfsbh; https://www.geogebra.org/classic/x5atubrt									
https://www.geogebra	https://www.geogebra.org/m/qcvyxm6rhttps://www.geogebra.org/m/eeajssayhttps://www.geogebra.org/m/zmud2ufphttps://www.geogebra.org/m/hhcmtqpfhttps://www.geogebra.org/m/axj7rwbj									



Anexos 9. Validación de instrumentos por juicio de expertos

JUEZ No.1

Mg. Esther Acuña Huamán

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

DICTAMINADO POR EL JUEZ

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X)　　　　NO ( )

Observaciones:……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………

Sugerencias:………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………..

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X)　　　　NO ( )

Observaciones:……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………

Sugerencias:………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………..

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( )　　　　NO (X)

Observaciones:……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………

Sugerencias:………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:………

Sugerencias:……

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones: El instrumento corresponde a un constructo complejo pertinente de la Matemática lo que lo hace diferente de otros tipos de instrumentos. Sin embargo, los ítems estás muy bien redactado con mucha eficacia y adaptación. Por lo cual, recomiendo su aplicación.

Sugerencias: Lo antes dicho, me permite sugerir a otros expertos que tomen en cuenta que el instrumentos es propio de la matemática para evitar confusiones de validación.

Mg Esther Acuña Huamán
Firma del Juez

JUEZ No.2
Dr. Luis Eduardo Córdova Carranza

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

DICTAMINADO POR EL JUEZ

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X)   NO ( )

Observaciones:……………………………………………………………………………………………...……
……

Sugerencias:……………………………………………………………………………………………………
………..

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X)   NO ( )

Observaciones:……………………………………………………………………………………………...……
……

Sugerencias:……………………………………………………………………………………………………
………..

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( )   NO (X)

Observaciones:……………………………………………………………………………………………...……
……

Sugerencias:……………………………………………………………………………………………………
………..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( )   NO (X)

Observaciones:……………………………………………………………………………………………...……
…………………………...………………………………………………………….………………………..

Sugerencias:…………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………..…………………………………………..

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X)   NO ( )

Observaciones: El instrumento corresponde a un constructo complejo pertinente de la Matemática lo que lo hace diferente de otros tipos de instrumentos. Sin embargo, los ítems estás muy bien diseñados. Por lo cual, recomiendo su aplicación.

Sugerencias: Lo antes dicho, me permite sugerir a otros expertos que tomen en cuenta que el instrumentos es propio de la matemática para evitar confusiones de validación.

Dr. Luis Eduardo Córdova Carranza
Firma del Juez

JUEZ No.3
Mg. Carlos Orlando Acevedo

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO DICTAMINADO POR EL JUEZ

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (x) NO ( )

Observaciones:……………………………………………………………………………………
…....………………………………...……………………………………………………………………
………………..

Sugerencias:……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………..

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI ( ) NO (x)

Observaciones: En las preguntas que propone hay preguntas que no corresponde al nivel de Razonamiento de Van Hiele

Sugerencias: Mejorar, redactar bien las preguntas y ubicarlas en cada nivel respectivo. Recuerda que el nivel 4 ya es la formalización, el estudiante genera un conocimiento forma como definiciones, identidades.

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:……………………………………………………………………………………
…....………………………………...……………………………………………………………………
………………

Sugerencias:……………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( )   NO (x)

Observaciones:……………………………………………………………………………………
…...…………………………..……………………………………………………………………
……………….

Sugerencias:………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
………………..

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (x)   NO ( )

Observaciones: Hay que mejorar para su aplicación.

Sugerencias:

Mg. Carlos Orlando JARA ACEBEDO
DNI. 4215555

Firma del Juez

Anexo 10, Un modelo de respuestas pre test en Google Forms

Preguntas | Respuestas 19 | Configuración | Puntos totales: 190

100 de 190 puntos | *Puntuación sin publicar* | Publicar puntuación

PRE test " SÓLIDOS GEOMÉTRICOS"

¡Hola amigo!
Te invito a leer la instrucción de cada pregunta y responder a las actividades planteadas.
¡Buena suerte!

*Obligatorio

Correo *

reyescube2309@gmail.com

Datos del estudiante | **0 de 0 puntos**

Nombre y Apellidos Completos | / 0

JULIAN ANDRES CUARTAS RENDON

Preguntas | Respuestas 19 | Configuración | Puntos totales: 190

ÍTEM No. 1 | **0 de 90 puntos**

¿Cuál es el nombre del cuerpo geométrico al que se asemejan los objetos? Escribe debajo de cada uno.

A. Helado * | 0 / 10

CONO INVERTIDO

Respuestas correctas

cono

esfera y cono

B. Balón de Fútbol

/ 10

ESFERA

C. Caja de Regalo

/ 10

CUBO

- [ ] C
- [ ] D
- [ ] E
- [x] F
- [ ] G
- [x] H
- [ ] I

Añadir comentarios a una respuesta individual

2B. En la pregunta anterior, ¿por qué elegiste esas respuestas? Escribe tu justificación. / 0

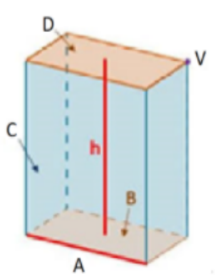
ELEGI ESTAS POR QUE FUERAN LAS QUE MAS LOGICAS ME PARECIERON ELEGIR

Añadir comentarios a una respuesta individual

ÍTEM No. 3 **0 de 0 puntos**

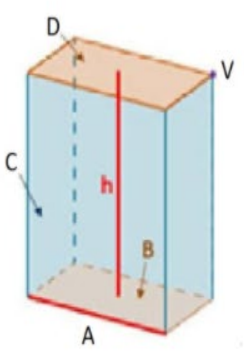
Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta el cuerpo geométrico de la imagen.

3A. Escribe cómo se llama el sólido geométrico representado abajo. / 0



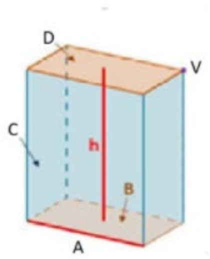
RECTANGULO VERTICAL

3B. ¿Qué representa la letra "V" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio. / 0



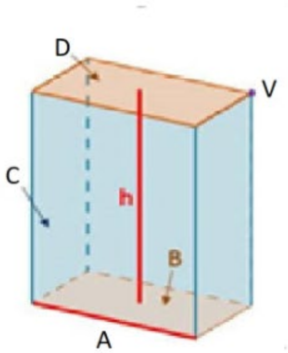
UNA VERTICE

× 3C. Ahora, ¿Qué representa la letra "C" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio. / 0



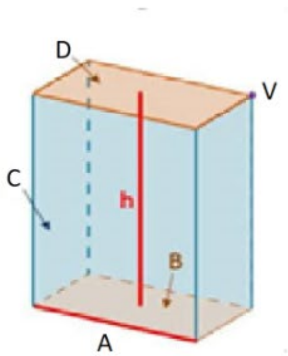
UNA CARA ×

× 3D. ¿Qué representa la letra "h" que aparecen en el sólido? Escribe en el espacio. / 0



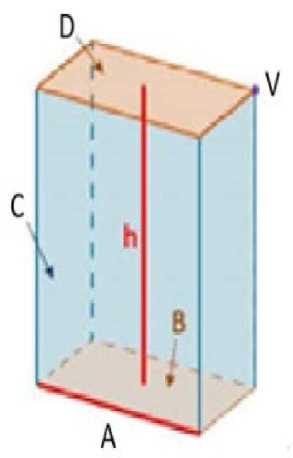
LA ALTURA ×

× 3E. ¿Qué representa la letra "A" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio. / 0



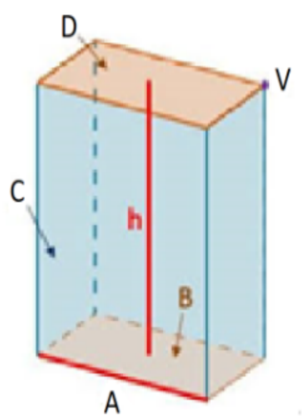
UNA ARISTA DE LA BASE ×

X 3F. ¿Qué representa la letra "B" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio. / 0



LA BASE X

3G. Ahora, ¿Qué representa la letra "D" que aparece en el sólido? Escribe en el espacio. / 0



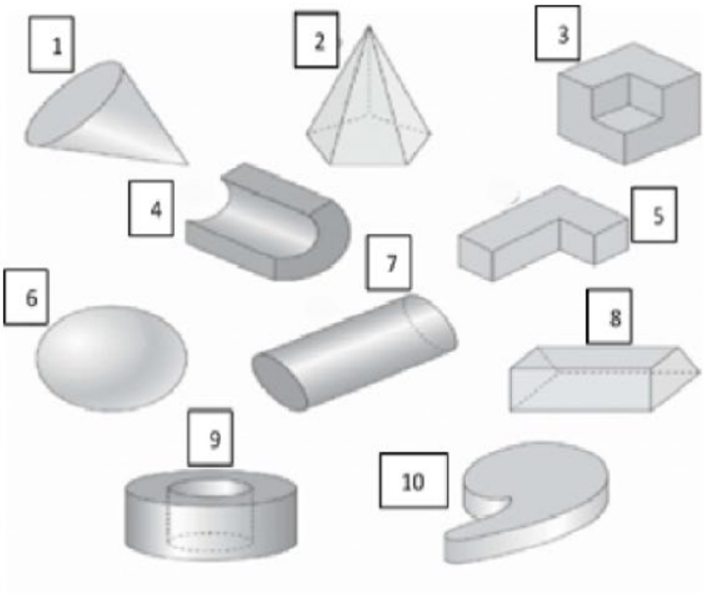
LA BASE SUPERIOR

Añadir comentarios a una respuesta individual

ÍTEM No. 4 **0 de 0 puntos**

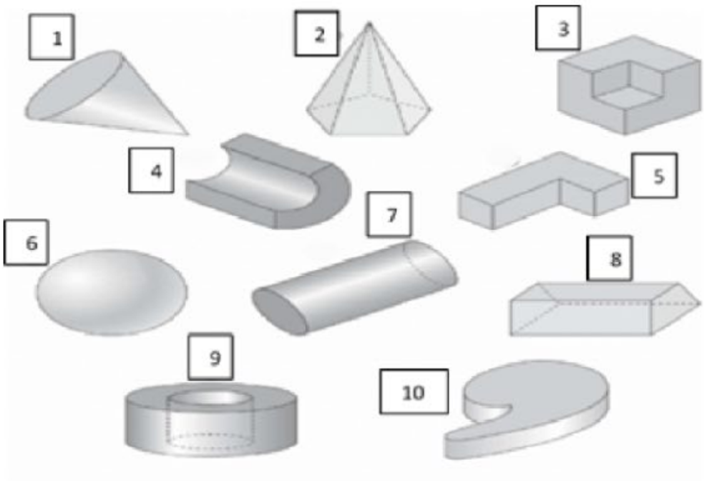
Clasifica los siguientes cuerpos geométricos.

✓ 4A. Observa las imágenes, luego, marca en lista inferior aquellos números que están junto a las figuras que son Poliedros. 0 / 0



- [ ] 1
- [x] 2 ✓
- [x] 3 ✓
- [ ] 4
- [x] 5 ✓
- [ ] 6
- [ ] 7
- [x] 8 ✓
- [ ] 9
- [ ] 10

4B. Observa las imágenes, luego, marca aquellos números que están junto a los que son Cuerpos de Revolución. 0 / 0

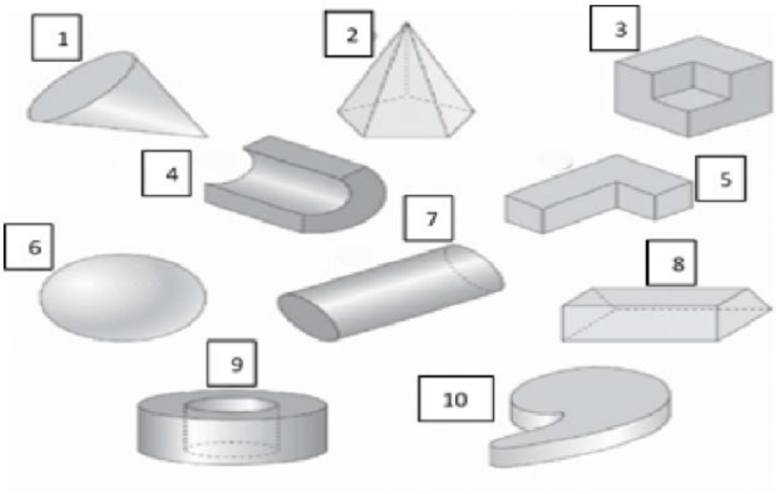


- [x] 1
- [ ] 2
- [ ] 3
- [ ] 4
- [ ] 5
- [x] 6
- [x] 7
- [ ] 8
- [x] 9
- [ ] 10

Respuesta correcta

- [x] 1
- [x] 4
- [x] 6
- [x] 7
- [x] 9

4C. Observe las imágenes, luego, marca aquellos números que están junto a los Sólidos que No son Poliedros Ni Cuerpos de Revolución. 0 / 0



- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] 3
- [x] 4
- [ ] 5
- [ ] 6
- [ ] 7
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10

Respuesta correcta

- [x] 10

Añadir comentarios a una respuesta individual

4D. ACERTIJO: "Es un sólido que no tiene caras ni aristas curvas". ¿A qué sólido nos podemos referir? Por favor, explica tu respuesta. / 0

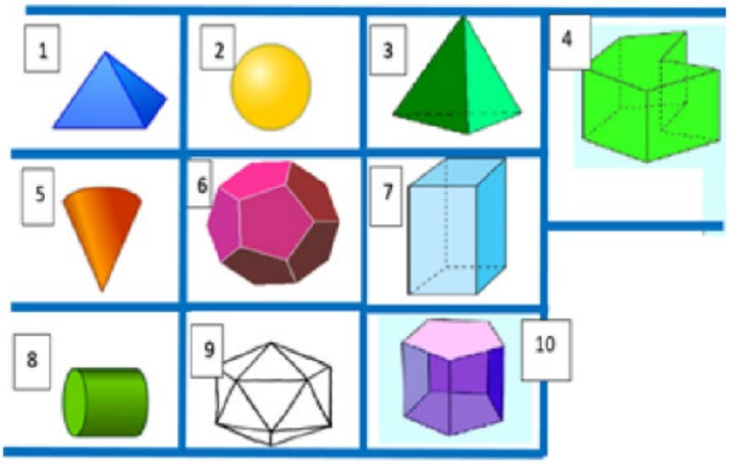
EL CUBO

Añadir comentarios a una respuesta individual

ÍTEM No. 5 **0 de 0 puntos**

Analiza los siguientes sólidos y responde cada pregunta planteada.

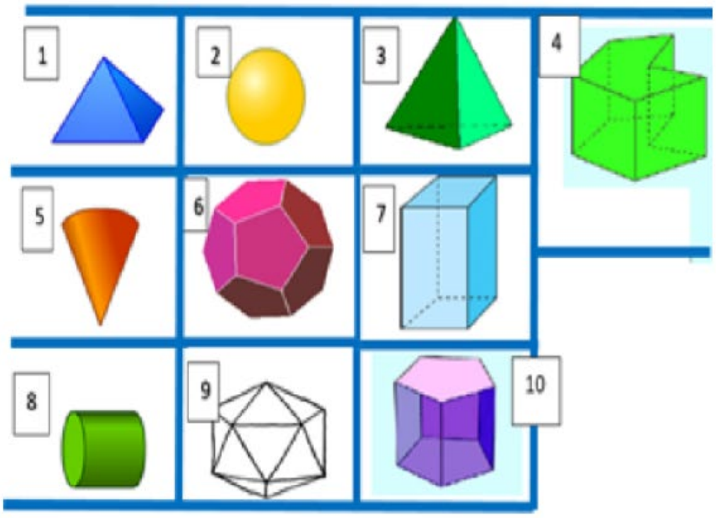
✓ 5A. Según la imagen, cuáles pertenecen al conjunto de los Sólidos de Revolución. 0 / 0



- [ ] 1
- [x] 2 ✓
- [ ] 3
- [ ] 4
- [x] 5 ✓
- [ ] 6
- [ ] 7
- [x] 8 ✓
- [ ] 9
- [ ] 10

Añadir comentarios a una respuesta individual

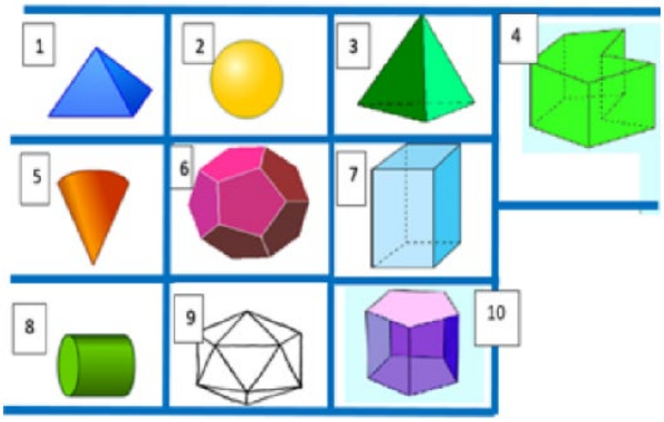
✓ 5B. Según la imagen, cuáles pertenecen al conjunto de los Poliedros. 0 / 0



- [x] 1 ✓
- [ ] 2
- [x] 3 ✓
- [x] 4 ✓
- [ ] 5
- [x] 6 ✓
- [x] 7 ✓
- [ ] 8
- [x] 9 ✓
- [x] 10 ✓

Añadir comentarios a una respuesta individual

5C. Según la imagen, cuáles pertenecen al conjunto de los Prismas. 0 / 0



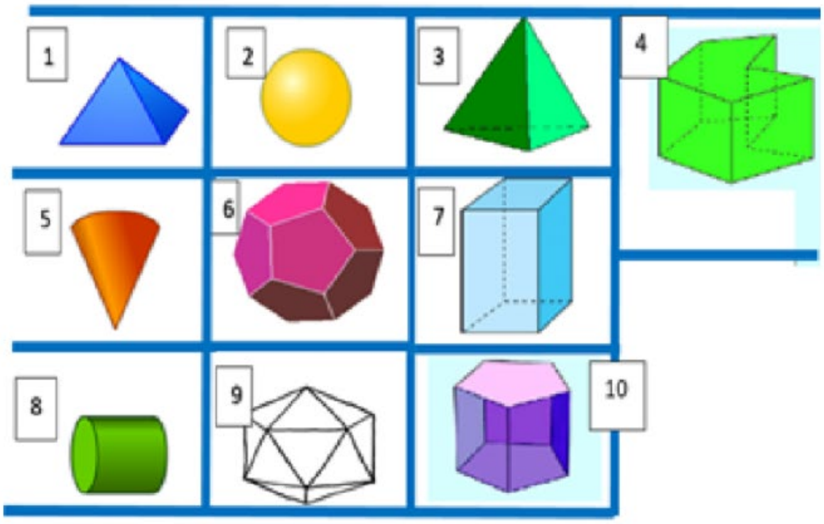
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] 3
- [x] 4
- [ ] 5
- [ ] 6
- [x] 7
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10

Añadir comentarios a una respuesta individual

ÍTEM No. 6 **0 de 0 puntos**

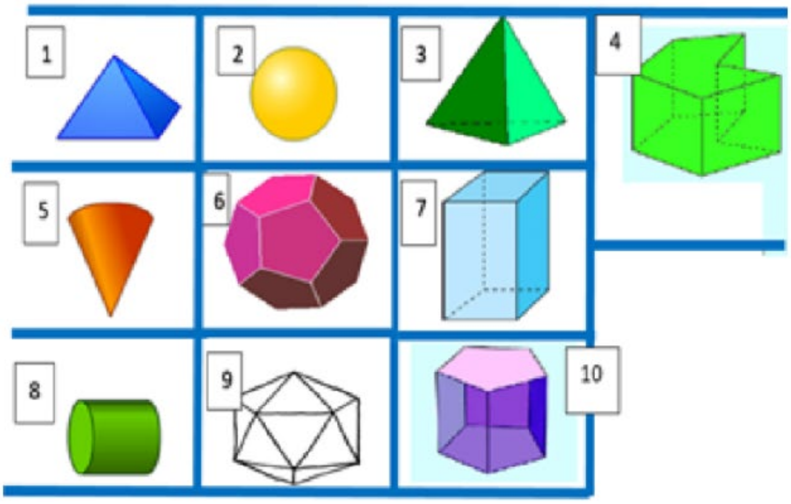
Observa las imágenes para responder las siguientes preguntas. No importa lo largo de tu respuesta. Procura explicar todo.

6A. ¿En qué características te fijas para señalar CUÁLES son SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN? / 0



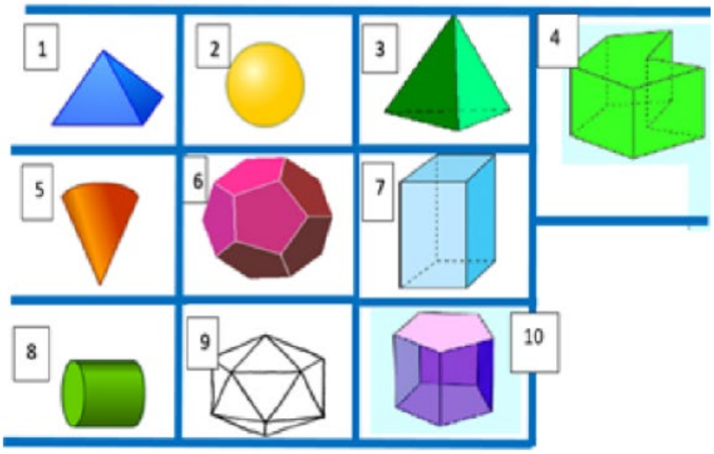
EN LAS CARACTERISTICAS QUE ME FIJO SON: QUE SEA UNA FIGURA PLANA QUE GIRA SOBRE UN EJE FORMANDO UNA FIGURA, Y QUE SUS CARAS SEAN CIRCULARES O ESFERICAS.

6B. ¿Qué características son fundamentales para señalar CUÁLES son POLIEDROS? / 0



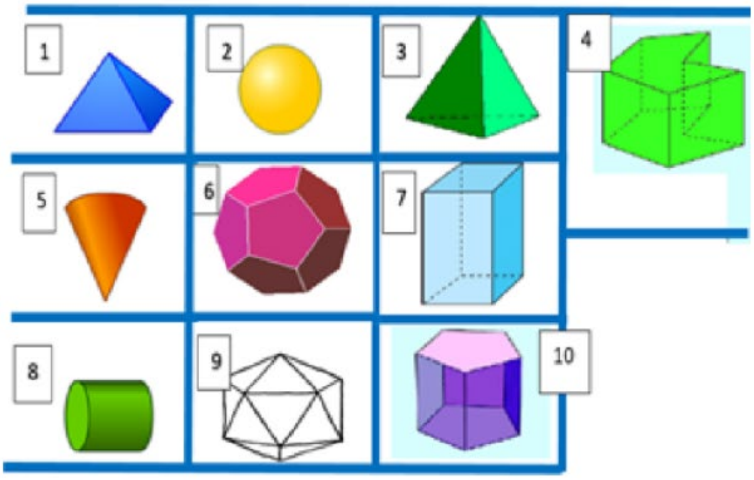
LAS CARACTERISTICAS EN LAS QUE FIJO SON: QUE SUS CARAS SEAN PLANAS Y SE ENCIERRREN EN UN VOLUMEN FINITO.

6C. ¿En qué características te fijas para señalar aquellos cuerpos que son PRISMAS? / 0



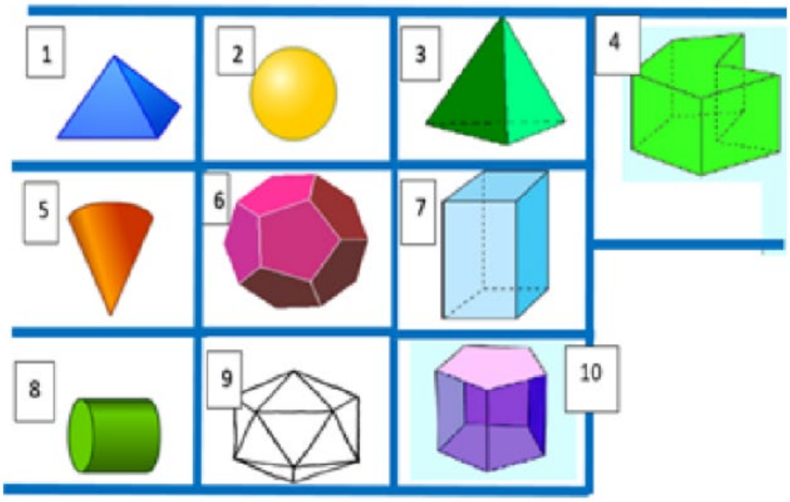
LAS CARACTERISTICAS EN LAS QUE ME FIJO SON: QUE SU ESTRUCTURA ESTE EN BASE A SU BASE, Y QUE SE FORMEN LINEAS PARALELAS

6D. La Figura No. 5 ¿es un cono? ¿Por qué? / 0



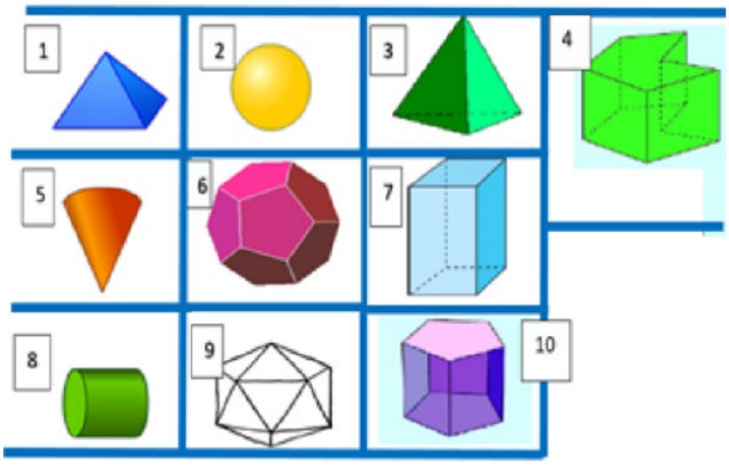
RELATIVAMENTE ES UN CONO PERO QUE ESTA INVERTIDO, LO CUAL HACE QUE BASICAMENTE NO SEA UN CONO SINO UN CONO INVERTIDO.

6E. La Figura No. 9 ¿es un Prisma? ¿Por qué? / 0



LA FIGURA NUMERO 9 NO ES UN PRISMA POR QUE SU ESTRUCTURA NO VIENE DESDE LA BASE Y TAMPOCO ESTA FORMADA A BASE DE LINEAS PARALELAS

6F. La Figura No.10 ¿es un Prisma? ¿Por qué? / 0

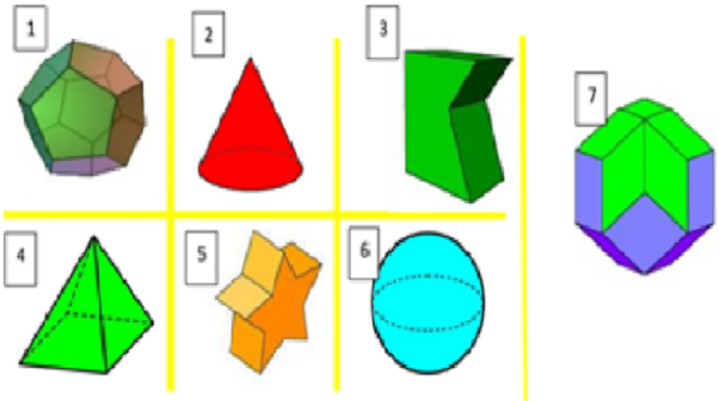


LA FIGURA NUMERO 10 SI ES UN PRISMA POR QUE SU ESTRUCTURA VIENE DESDE LA BASE Y ESTA FORMADA A BASE DE LINEAS PARALELAS

ÍTEM No. 7 **0 de 0 puntos**

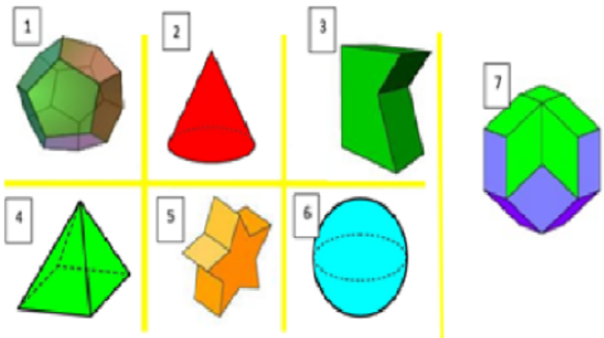
Clasifica los siguientes sólidos según sus características o atributos.

7A. Analiza los siguientes cuerpos geométricos y has una lista de los números que están junto a los SOLIDOS REGULARES. (Escribe los números separados por una coma) / 0



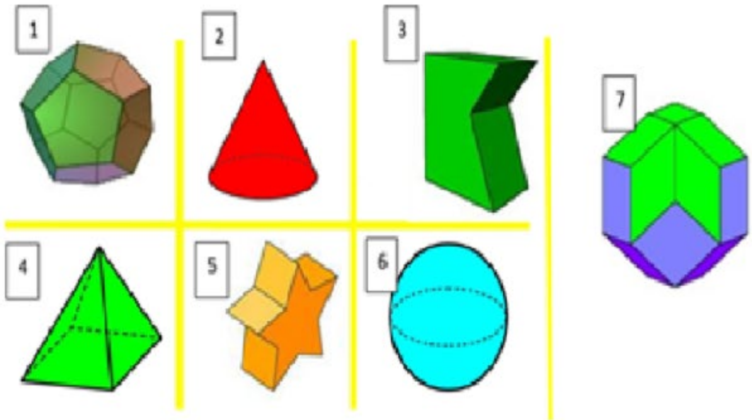
1, 4, 5, 7,

7B. De los siguiente cuerpos geométricos, has una lista de los números que están junto a los SÓLIDOS IRREGULARES, (Escribe los números separados por una coma) / 0



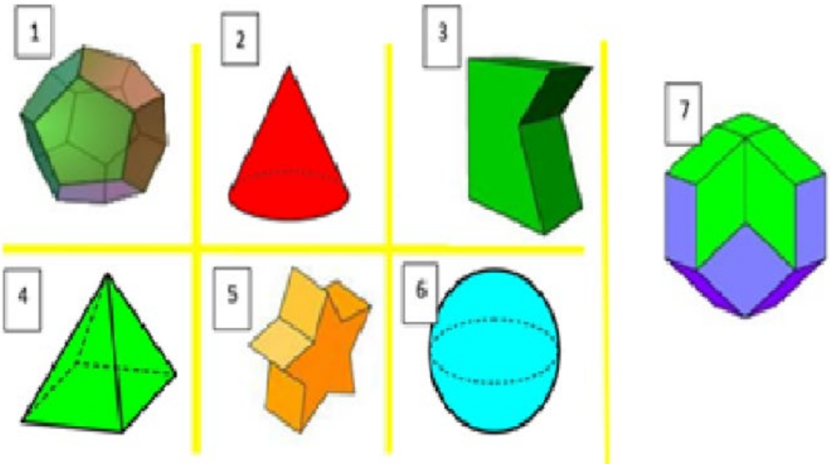
3,

7C. De los siguiente cuerpos geométricos, has una lista de los números que están junto a los POLIEDROS CÓNCAVOS, (Escribe los números separados por una coma) / 0



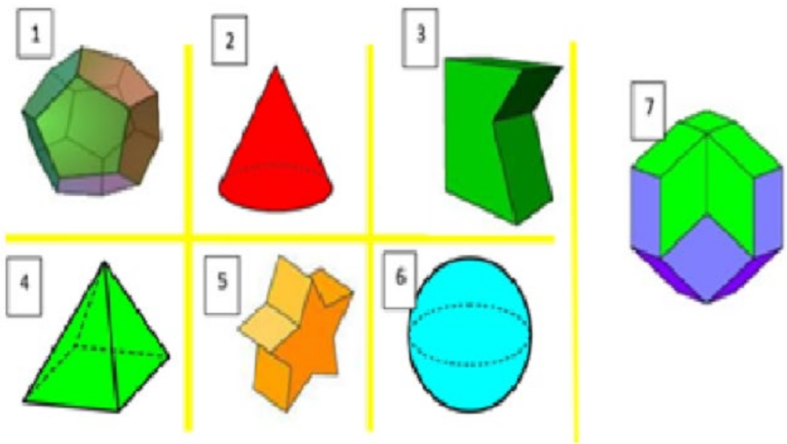
3, 5,

7D. De los siguiente cuerpos geométricos, has una lista de los números que están junto a los POLIEDROS CONVEXOS, (Escribe los números separados por una coma) / 0



1, 4, 7,

7E. De los siguiente cuerpos geométricos, has una lista de los números que están junto a los CUERPOS REDONDOS, (Escribe los números separados por una coma) / 0

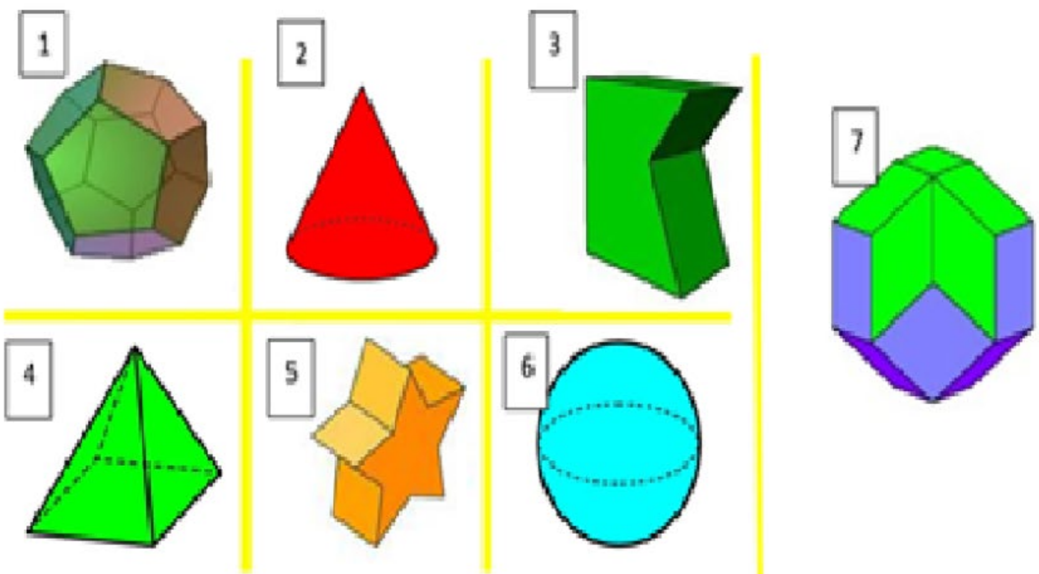


6,

ÍTEM No. 8 **0 de 0 puntos**

Responde teniendo en cuenta las imágenes y las respuestas anteriores.

× 8A. ¿Qué atributos se observa en el cuerpo geométrico No. 1? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos. 0 / 0



- [ ] Poliedro Cóncavo
- [x] Poliedro Convexo ✓
- [x] Poliedro Regular ✓
- [ ] Poliedro Irregular
- [ ] Cuerpo Redondo
- [x] Sólidos Platónicos ×

Respuesta correcta

- [x] Poliedro Convexo
- [x] Poliedro Regular

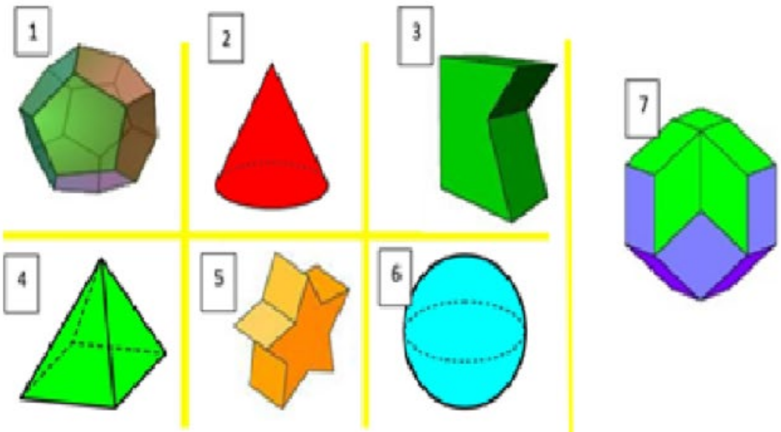
Añadir comentarios a una respuesta individual

8B. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones o por qué no has elegido ninguna. / 0

POR QUE SEGUN LA GEOMETRIA ESTE SOLIDO POSEE ESTOS ATRIBUTOS

Añadir comentarios a una respuesta individual

✕ 8C. ¿Qué atributos observas en el cuerpo geométrico No. 3? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos. 0 / 0



- [ ] Poliedro Cóncavo
- [x] Poliedro Convexo ✕
- [ ] Polígono Regular
- [x] Polígono Irregular ✕
- [ ] Cuerpo Redondo
- [ ] Sólido Platónico

Respuesta correcta

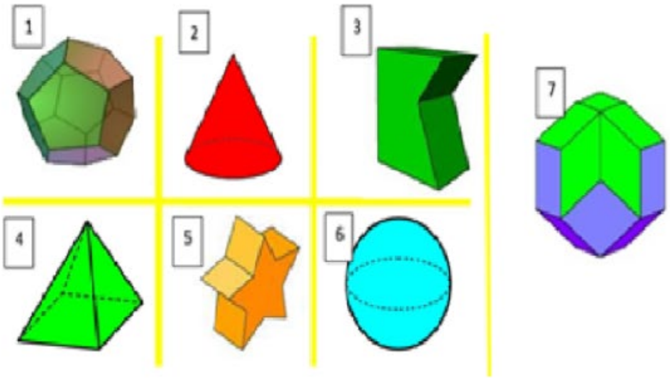
- [x] Poliedro Cóncavo

Añadir comentarios a una respuesta individual

8D. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones al Sólido No, 3 o por qué no has elegido ninguna. / 0

POR QUE SEGUN LA GEOMETRIA ESTE SOLIDO POSEE ESTOS ATRIBUTOS

✕ 8E. ¿Qué atributos observas en el cuerpo geométrico No. 4? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos. 0 / 0



- [ ] Poliedro Cóncavo
- [x] Poliedro Convexo ✓
- [x] Poliedro Regular ✕
- [ ] Poliedro Irregular
- [ ] Cuerpo Redondo

- [ ] Poliedro Irregular
- [ ] Cuerpo Redondo
- [ ] Sólido Platónico

Respuesta correcta

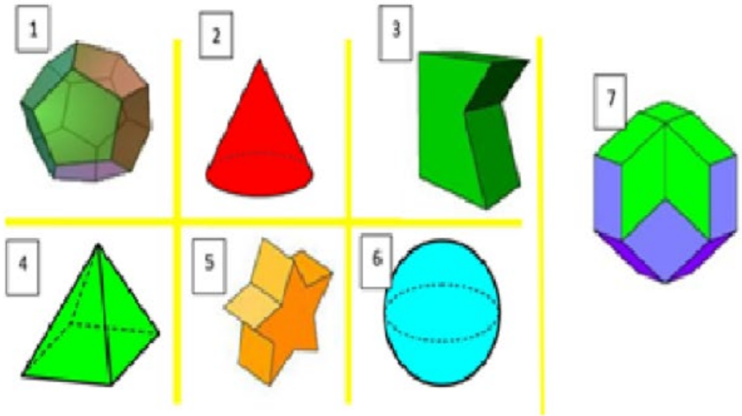
- [x] Poliedro Convexo
- [x] Poliedro Irregular

Añadir comentarios a una respuesta individual

8F. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones a la figura 4 o por qué no has elegido ninguna. / 0

POR QUE SEGUN LA GEOMETRIA ESTE SOLIDO POSEE ESTOS ATRIBUTOS

✓ 8G. ¿Qué atributos observas en el cuerpo geométrico No. 6? Marca en la lista inferior, a qué grupo o grupos pertenece según esos atributos. 0 / 0



- [ ] Poliedro Cóncavo
- [ ] Poliedro Convexo
- [ ] Poliedro Regular
- [ ] Poliedro Irregular
- [x] Cuerpo Redondo ✓
- [ ] Sólido Platónico

Añadir comentarios a una respuesta individual

8H. Según la pregunta anterior, explica por qué le has marcado esas opciones a la figura 6 o por qué no has elegido ninguna. / 0

POR QUE SEGUN LA GEOMETRIA ESTE SOLIDO POSEE ESTOS ATRIBUTOS

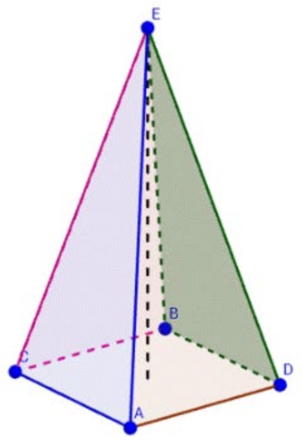
Añadir comentarios a una respuesta individual

ÍTEM No. 9 **0 de 0 puntos**

Observa la figura y responde las dos preguntas de este ítem.

9A. ¿Cuál de las siguientes respuestas, referidas a la figura, NO es correcta? Marca la respuesta.

0 / 0



- Es una Pirámide
- Es un tetraedro
- Poliedro Irregular
- Tiene una base cuadrada.
- No puede ser todo lo anterior a la vez.

Respuesta correcta

- No puede ser todo lo anterior a la vez.

Añadir comentarios a una respuesta individual

9B. Explica con detalles, cuáles fueron las razones por las que elegiste en la pregunta anterior esa Respuesta.

/ 0

POR QUE SEGUN LA GEOMETRIA ESTE CUERPO GEOMETRICO POSEE ESTOS ATRIBUTOS

Añadir comentarios a una respuesta individual

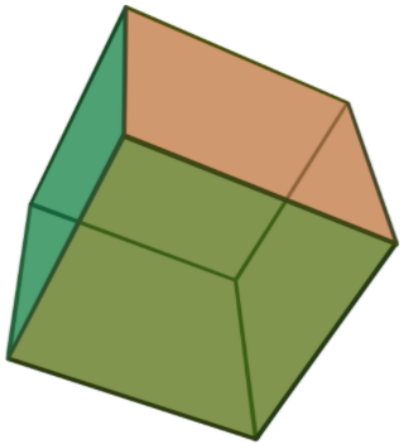
ÍTEM No. 10

0 de 0 puntos

Analiza con detenimiento la figura y responde.

10A. En el espacio inferior, escribe de forma ordenada los pasos para dibujar el "desarrollo" del siguiente Hexaedro(cubo). Enfatiza las propiedades que debe cumplir el desarrollo plano.

/ 0



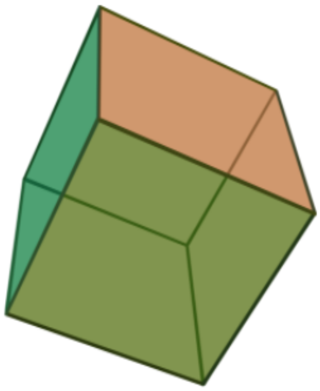
1. DIBUJAR UN CUADRADO
2. DIBUJAR LINEAS CON LA MITAD DE LONGITUD DE LAS ARISTAS DEL CUADRADO CON UN ANGULO DE 45° O 35°
3. REALIZAZR OTRO CUADRADO IGUAL PERO A BASE DE LAS LINEAS QUE ACABAMOS DE REALIZAR UNIENDO SUS VERTICES.
4. ESTA LISTO :D

10B. ¿Existe alguna relación entre el anterior cuerpo geométrico y los sólidos platónicos? ¿Qué opinas? Demuestra a continuación con argumentos geométricos. / 0

LOS CUBOS SON SOLIDOS PLATONICOS POR QUE TODAS SUS CASA SON POLIGONOS REGULARES IGUALES ENTRE SI, Y TAMCIEN SUS ANGULOS SON IGUALES.

Añadir comentarios a una respuesta individual

10C. ¿Cuántas CARAS, ARISTAS y VÉRTICES tiene el Poliedro? / 0



CARAS:6
ARISTAS: 12
VERTICES: 8

10D. De acuerdo a tu respuesta anterior, ¿Existen relación entre el número de vértices, aristas y caras? Explica con definiciones y modelos matemáticos. / 0

LA RELACION QUE EXISTE ENTRE EL NUMERO DE CARAS Y EL NUMERO DE ARISTAS ES QUE LAS ARISTAS SON EL DOBLE QUE LAS CARAS, ESTO CREO QUE PASA SOLAMENTE EN UN CUBO (YA PROBE CON OTRAS FIGURAS), Y EL NUMERO DE VERTICES ES UN NUMERO QUE SIMPLEMENTE CORRESPONDE A LAS VERTICES DE ESTE CUBO, PERO QUE EN SI NO TIENE RELACION CON LOS OTROS NUMEROS. :D

Añadir comentarios a una respuesta individual

Anexos 11, Respuestas del post test en hoja de cálculo.

	A	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Marca temporal	A. Helado	B. Balón de Fútbol	C. Caja de Regalo	D. Museo de Gran Lo	E. Caja de regalo	F. Gorro de fiesta	G. Planeta	H. Dona	I. Velón
2	12/9/2020 11:51:27	cono	esfera	cubo	piramide	cilindro	cono	esfera	cilindro	cilindro
3	12/9/2020 12:11:17	cono y esfera	esfera	cubo	piramide	hexagono	cono	esfera	cilindro	cilindro
4	12/9/2020 12:41:04	cono	esfera	poliedro	piramide	exagono	cono	esfera	circulo	cilindro
5	12/9/2020 12:41:22	cono	esfera	cubo	piramide	hexagono	cono	esfera	cilindro	cilindro
6	12/9/2020 12:43:17	cono	esfera	cubo	piramire	prisma hexgonal	cono	esfera	cilindro	cilindro
7	12/9/2020 12:47:34	cono y esfera	esfera	cubo	piramide	hexagono	cono	esfera	cilindro	cilindro
8	12/9/2020 13:10:59	Cono y Esfera	Esfera	Cubo o Hexaedro	Piramide Cuadrangu	Hexagono	Cono	Esfera	Cilindro	Cilindro
9	12/9/2020 13:43:59	cono y esfera	esfera	cuadrangular	pirámide	hexagono	cono	esfera	cilindrico	cilíndrico
10	12/9/2020 13:46:02	Cono	Esfera	Cubo	Pirámide	Hexagono	Cono	Esfera	Esfera	Cilindro
11	12/9/2020 13:51:41	cono	esfera	cubo	piramide	hexagono	cono	esfera	esfera	cilindro
12	12/9/2020 13:57:41	CONO Y ESFERA (CI	ESFERA	CUBO	PIRAMIDE CUADRAN	OCTAEDRO (2D: HE)	CONO	ESFERA (ES UN GE(	CUERPO DE REVOL	CILINDRO
13	12/9/2020 14:04:40	cono	esfera	cuadrado	piramide	pectangono	cono	esfera	circulo	cilindro
14	12/9/2020 14:53:09	cono	esfera	cuatro	piramide	pentagono	cono	esfera	esfera	cilindro
15	12/9/2020 17:27:03	cono	esfera	cubo	piramide	pentagono	cono	esfera	toroide	cilindro
16	12/9/2020 18:19:08	cono	esfera	cubo	piramide	primas hexagonal	cono	esfera	toroide	cilindro
17	12/10/2020 12:25:53	Cono y esfera	esfera	cubo	piramide	primas	cono	esfera	cilindro	cilindro
18	12/10/2020 12:44:51	Cono	Esfera	Cubo	Piramide	Prisma Hexagonal	Cono	Esfera	Esfera	Cilindro

	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
1	2A. De los nueve Des	2B. En la pregunta a	3A.Escribe cómo se l	3B. ¿Qué represent	3C. Ahora, ¿Qué rep	3D. ¿Qué represent	3E. ¿Qué representa	3F. ¿Qué represent	3G. Ahora, ¿Qué rep
2	C	se hace la figura des	cara inferior	vertices	cara	aristas	aristas	cara	cara
3	D	por las aristas	base	vertices	radio	altura	aristas	base	base
4	F, I	sus caras no pueden	prisma cuboid	vertices	cara	altura	aristas	base	cara
5	F, G	para ser validas debe	prisma rectangular.	vertices	caras	altura	aristas	las bases	
6	F, H	1las bases deben ter	prisma rectangular	la V representa un ve	la C representa la c e	la h representa la rec	la letra A es represer	la letra B representa (	la letra D es una cara
7	B, F	deben tener 2 triangu	prisma rectangular o	vertices	caras	altura	aristas	base de abajo	base de arriba
8	E, F	las bases deben est	Prisma Rectangular	Vertices	Caras	Altura	aristas	Bases	Base Superior
9	F, H	las bases tiene que e	base inferior	vertice	caras	altura	aristas	base	cara superior
10	A, B, C, D, E, G, I	En la F y H las bases	Rectángulo	Vértices	Caras	Altura	Aristas	Base inferior	Base superior
11	F, H	debe tener en cuenta	prisma	vertices	caras	altura	aristas	plano	plano
12	F, H	YO DETERMINE LOS	HEXAEDRO IRREGU	LA LETRA V REPRES	LA LETRA C REPRES	LA LETRA H REPRES	LA LETRA A REPRES	LA LETRA B REPRES	LA LETRA D REPRES
13	A, D	por que armandolose	cuadrado	volumen	caras	haltura	aristas	base	nolo se
14	F, H	que las dos caras es	cuadrado	vértices	cara lateral	sementó	sementó	cara abajo	cara superior
15	B, D, H	en las caras aristas (	prisma	vertice	caras				
16	F, H	la bases tienen que e	prisma rectangular	vertices	caras laterales		aristas	base inferior	base superior
17	F, H	las caras laterales s(	prisma	Vertice	Caras	Altura	Arista	Base inferior	Base superior
18	F, H	Las bases deben est	Prisma Cuadroangul	Vértice	Cara	Altura	Arista	Base inferior	Base superior

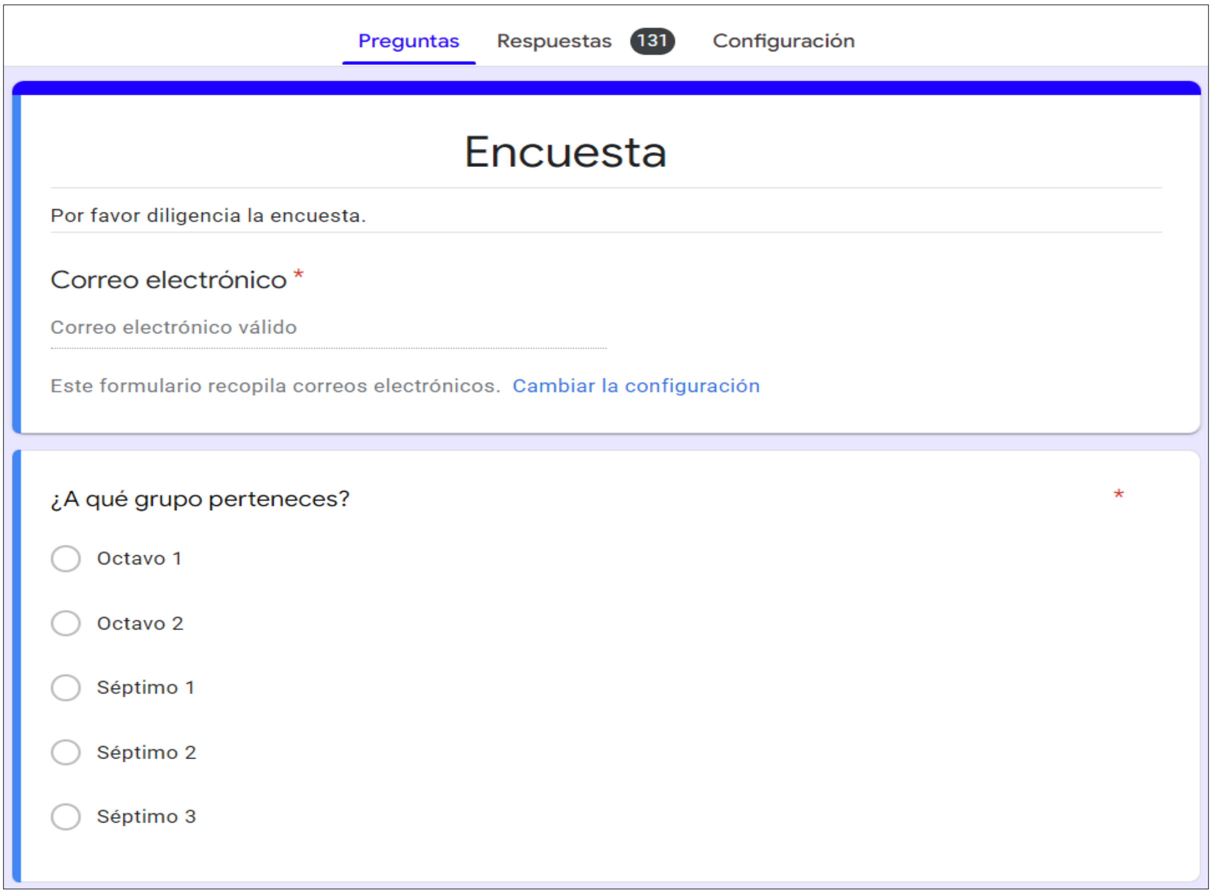
	AE	AF	AG	AH	AI	AJ
1	6A. Observa las siguientes imágen	6B. Analiza los siguientes Poliedr	6C. ¿En qué aspe	6D.La Figura No. 5 ¿es un cono? ¿Por qué?	6E.La Figura No. 9 ¿	6F.La Figura No.10 ¿
2	por que tienen caras curbas	por que sus aristas son rectas	por que ninguno ti	es un icosaedro	por que tienen much	por que sus caras so
3	Se debe poner a rotar un polígono	sus caras son polígonos	Todas las caras la	TIENE LADOS REDONDOS, Y TIENE BASE PLANAARISTAS REDON	No es un prisma, ya (	Si es un prisma, ya q
4	necesita un eje de rotación figura p	solido todas sus medidas son igu	caras, bases igual	vista curva, cara plana cara lateral curva tiene cúspide y sus arista e	por que todas sus ca	porque su caras son
5	las propiedades matemáticas que	los aspectos o propiedades geom	las características	porque sus caras son curvas, y se consideran sólidos de revolución	no cumple las condic	si porque todas sus (
6	son las propiedades debe tener un	sus caras son polígonos	la características a	5 si por que es un cuerpo redondo tiene que tener un cuerpo redonc	no es un prisma por (	si es un prisma pent
7	se debe poner a rotar un polígono :	sus caras son polígonos	sus bases tienen (	si es un cono, por que tiene una carabase plana y una cara redonda	no es un prisma, ya c	si es un prisma, ya q
8	Se debe poner a rotar un polígono	Son tener caras planas y coincidir	Todas las caras d	TIENE LADOS REDONDOS,TIENE BASE PLANA, ARISTA REDONDA	No es un prisma, ya (	Si es un prisma, ya q
9	que tenga un radio para poner a ro	sus caras son polígonos	que podemos calc	si por que y que la cara lateral en una curva i la cara inferior es plan	no es un prisma por (	si por que sus caras
10	Los sólidos de revolución se pued	caras en forma de figuras planas y	Que sus bases de	Si porque es un cuerpo redondo ademas esta al revés y su base es	si porque no tiene ca	Si porque tiene caras
11	tiene que rotar sobre su propio eje	que tenga superficie plana y un vo	que tengan dos ca	si es un cono por que constan de dos superficie, la base, que es pla	si es un prima por qu	es un prima por que (
12	LAS PROPIEDADES MATEMATICAS	sus caras son polígonos	ASPECTOS PARA	LA FIGURA NUMERO #5 ES UN CONO (INVERTIDO) YA QUE TIENE	LA FIGURA #9 NO ES	LA FIGURA NUMERO
13	nolose profe	que nole falten nigun pedazo	cara lateral curva y	es un icosaedro	no	si
14	son aquellos que giran en un mism	que tiene sus caras planas	que tiene dos cara	icosaedro	no	si es un primas porq
15	por que tienen caras curbas	sus caras son polígonos	que tiene dos caras iguales y paralelas		no	si
16	EJE DE ROTACION es un pligono (	son poliedros porque tiene todas :	porque tiene base	si porque tiene una base plana circular , tiene cara lateral curva, tien	no porque debe estar	si porque tiene bases
17	Para crear un solido de revolución	son figuras plana tridimensionales	los prismas son fi	Si, porque no tiene caras ni aristas curvas pero si una vértice.	si, ya que no tiene su	si, ya que tienen base
18	Que le solido tenga una o dos cara	Que tengan todas y cada una de s	Que tengan dos ba	si, porque su base es circular y dicha figura se obtiene girando un tr	si porque un prisma t	Si, es un prisma pent

	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD
1	4A. Observa las imá	4B. Observa las imá	4C. Observe las imá	4D. ACERTIJO: "Es un sólido que no tiene caras ni aristas curvas". ¿A qué sóli	5A. Observa cada un	5B. Observa cada un	5C. Observa cada un
2	2, 3, 5, 8	2, 3, 5, 8	10	esfera	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
3	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9	1, 4, 6, 10	ay muchas posibilidades, puede ser la esfera	3, 4, 7	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
4	2, 3, 5, 7	1, 6, 7, 9, 10	10	esfera porque no tiene caras, no tiene aristas y no tiene vertices	2, 5, 8	4, 6, 9, 10	1, 3, 7, 10
5	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9, 10	10	esfers	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
6	2, 3, 4, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9, 10	10	esfers	2, 5, 8	1, 3, 6, 9	4, 7, 10
7	2, 3, 4, 5, 8, 10	1, 4, 6, 7, 9	10	la esfera	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
8	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9, 10	10	Cubo, Hexaedro Porque este solido no tiene aristas ni caras curvas.	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
9	1, 3, 4, 5	2, 4, 5, 7, 8, 10	10	cuadrangular por que no tiene caras curvas el cilindro también no tiene caras c	1, 3, 5, 9	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
10	2, 4, 6, 8	1, 4, 6, 7, 9, 10	10	esfera	2, 5, 8	1, 3, 6, 7, 9	4, 7, 10
11	3, 4, 5, 6, 8, 9, 10	3, 4, 5, 8, 9, 10	3, 4, 5, 8, 9, 10	esfera	2, 5, 8	4, 5, 8, 10	2, 4, 5, 6, 9
12	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9	10	esfera	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
13	2, 3, 5, 8	2, 3, 5, 8	4, 10	nolose	1, 3, 6, 7, 9	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
14	2, 3, 5, 8	4, 5, 8, 9, 10	2, 5, 7, 10	un prismas porque todas sus caras son rectas	2, 5, 8	2, 5, 7, 9	2, 5, 7, 9
15	2, 3, 5, 8	4, 8, 9, 10	10	esfera	1, 6, 8	1, 5, 8	3, 9, 10
16	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9	10	esfera	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 9, 10	4, 7, 10
17	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9, 10	10	LA ESFERA	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10
18	2, 3, 5, 8	1, 4, 6, 7, 9	10	la esfera	2, 5, 8	1, 3, 4, 6, 7, 9, 10	4, 7, 10

	AK	AL	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS
1	7A. Analiza los siguie	7B. De los siguiente	7C. De los siguiente	7D. De los siguiente	7E. De los siguiente	8A. Observa el cuerp	8B. Observa la(s) res	8C. Observa el cuerp	8D. Observa la(s) res
2	1,2,4,6	3,5,7	3,5,7	1,4	2,6	Poliedro Regular	por que cuando son i	Polígono Irregular	por que le falta un pe
3	1,5,3,7	2,3,6	3,5,7	1	2,6	Poliedro Convexo	regular	Poliedro Cóncavo	irregular
4	1,2,6	3,4,7	3,5	4	2,6	Poliedro Convexo, Po	todos solidos platóni	Poliedro Cóncavo, Pc	porque los cóncavo l
5	1,4.	7,3,5	5,3,7	1,4	2,6	Poliedro Convexo, Po	porque aquella figura	Poliedro Cóncavo, Pc	porque esta figura pe
6	1, 3, 4, 5, 7	3,5,7	3, 5, 7	1, 4	2, 6	Poliedro Convexo, Po	por eso es lo que tier	Poliedro Cóncavo, Pc	por que es un prisma
7	1,4	3,5,7	3,5,7	1,4	2,6	Poliedro Cóncavo, Só	los concavos son los	Poliedro Cóncavo	es cóncavo ya que le
8	1, 2, 6	3, 5, 7	3, 5, 7	1, 4	2, 6	Poliedro Convexo, Po	Es un poliedro regula	Poliedro Cóncavo, Pc	Es un poliedro cónca
9	2,6,7 que todas s	3,5,7	2,6,7es cuando una	1 4	1,3,5,7	Poliedro Convexo, Po	por que no le falta nir	Poliedro Cóncavo, Pc	es cóncavo por que
10	1,2,3,4,5	4,7	3,5,7	1,4	2,6	Poliedro Convexo, Po	Si las doce caras de	Poliedro Cóncavo, Pc	Es un poliedro cónca
11	1,2,4,6	1,2,3,5,6	1,2,4,6,7	3,7,5	3,1,4,7,5	Poliedro Regular	es un cuerpo geomét	Poliedro Cóncavo	on aquellos poliedros
12	1, 2, 6,	3, 4, 5, 7,	3, 5, 7,	1, 4, 5,	2, 6,	Poliedro Convexo, Po	POR QUE SEGUN LA	Poliedro Cóncavo, Pc	POR QUE SEGUN LA
13	1,2,4,6	3,5,7	3 5 7	1 4	2,6	Poliedro Cóncavo, Poliedro Convexo, Polie		Poliedro Cóncavo, Pc	irregular
14	2,4	2,6,4	2,5	2,6,4	2,6	Poliedro Cóncavo, Pc	porque no le falta nin	Poliedro Convexo, Po	es irregular porque le
15	1,2,4,6	3,5,7	3,5,7	1 4	2,6	Poliedro Irregular	p. regular	Poliedro Convexo	irregular
16	1,2,4,6	4,5,7,3	7,5,3	4,1	2,6	Poliedro Convexo, Po	es convexo porque tie	Poliedro Cóncavo, Pc	es cóncavo porque p
17	1,2,4,6	son los que pueden	3,5,7	los poliedros convex	2, 6	Poliedro Regular, Sól	es un poliedro regula	Poliedro Cóncavo	ya que le falta una pa
18	2, 4	2, 6, 1	2, 4, 6	1 4	1, 5, 3, 7	Poliedro Convexo, Po	Poliedro Convexo por	Poliedro Cóncavo	Poliedro Cóncavo por

	AT	AU	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC
1	8E. Observa el cuerp	8F. Observa la(s) res	8G. Observa el cuerp	8H. Observa la(s) res	9A.¿Cuál de los sigu	9B. En la pregunta ar	10A. En el espacio i	10B. ¿Existe alguna	10C. ¿Cuántas CAF	10D. De acuerdo a tu
2	Poliedro Regular	por que su cara inferi	Cuerpo Redondo	por que no tienen car	Tiene una base cuad	por que si te fijas en l	debes entrar en geog	si, por que el cubo es	tienen 4 caras, 12 ari	no, por que cada verti
3	Poliedro Irregular	convexo	Cuerpo Redondo	cuerpo redondo	Es una Pirámide	por que tiene la forma	haciendo las formas	si	caras=6aristas=25ve	jum
4	Poliedro Convexo, Po	es convexo porque n	Cuerpo Redondo	la esfera pertenece a	Es un tetraedro	porque sus caras no	primero se arma el c	si porque la figura es	caras=6vertices=8ari	caras+verticea=arista
5	Poliedro Convexo, Po	porque este solido g	Cuerpo Redondo	esta figura se consid	Es un tetraedro	porque no tiene todas	al estar en la creació	si, en fin este objeto	6 caras, 12 aristas, 8	si, al hacer la formula
6	Poliedro Convexo, Po	por que esuna piram	Cuerpo Redondo	por es quesun cuerp	Es una Pirámide	porque la figura es u	1 primero hacer el di	si es un hexaedro si t	tiene 6 caras, tiene 1	si por que caras+vert
7	Poliedro Irregular	es irregular ya que n	Cuerpo Redondo	es cuerpo redondo y	Es un tetraedro	no es un tetraedro ya	principalmente tenen	si, ya que este tambi	tiene 6 cara 8 vertices	si, ya que si sumamo
8	Poliedro Convexo, Po	Pertenece a los Conv	Poliedro Convexo, Cu	tiene caras redondas	No puede ser todo lo	Es una pirámide si, p	1. Dibuja un cuadrad	si, ya que todos sus l	Caras 6Aristas 12 vé	Si, por la formula de E
9	Poliedro Convexo, Po	ese pertenece al poli	Poliedro Convexo, Cu	es convexo por que n	Es un tetraedro	no es tetraedro por q	1paso hay que esco	si Los sólidos platón	caras 6 12 aristas vé	Según Euler, la suma
10	Poliedro Convexo, Po	Es un poliedro conve	Poliedro Convexo, Cu	La esfera es un poliedro convexo porque n		el tetraedro es una pi	Debemos activar plar	Si porque tiene las m	Caras 6, Aristas 12, V	Si con la formula de E
11	Poliedro Convexo	si se encuentra por c	Cuerpo Redondo	la ralacion es que tie	Es un tetraedro	por que un tetraedro t	e deben seleccionar	la relacion que existe	caras = 6 _ vértices=	La fórmula de Euler p
12	Poliedro Convexo, Po	POR QUE SEGUN LA	Cuerpo Redondo	POR QUE SEGUN LA	Es un tetraedro	POR QUE SEGUN LA	PASOS PARA DIBUJA	LA RELACION QUE F	UN CUBO (HEXAEDF	LA RELACION QUE H
13	Poliedro Cóncavo, Pc	convexo	Poliedro Cóncavo, Pc	resulta de la rotacion	Es un tetraedro	piramide	cubo lineas oblicuo y	si	8 vertices 12 aristas	nolo se
14	Poliedro Cóncavo, Pc	porque tiene caras ig	Poliedro Convexo, Cu	redondo porque gira	No puede ser todo lo	no es un tetraedro po	barra de herramienta	si porque para forma	caras 5 aristas 12 vé	con la forma de Euler
15	Poliedro Regular	convexo	Cuerpo Redondo	por que es una esfer	Es un tetraedro	por que la que no concuerda		sólido platónico	En cada vértice de ur	si
16	Poliedro Convexo, Po	es convexo porque al	Cuerpo Redondo	porque tiene caras pl	Es un tetraedro	porque sus caras no	elegir en la barra de l	si porque tiene todas	caras=6aristas=12ve	segun EULER: CARA
17	Poliedro Irregular	ya no todas sus cara	Cuerpo Redondo	no tienen caras ni ari	Es un tetraedro	un tetraedro una una	en la parte le las herr	si ya que son figuras	caras + vértices= aris	si, ya que siempre tie
18	Poliedro Convexo, Po	Poliedro Convexo por	Cuerpo Redondo	Cuerpo redondo porc	Es un tetraedro	No es un tetraedro pc	1. Activamos la vista 2	Si, ya que este solido	Caras 6Vértices 8Aris	Si, ya que si aplicamo

Anexos 12, Encuesta de disponibilidad de equipos y conectividad



Preguntas Respuestas 131 Configuración

Encuesta

Por favor diligencia la encuesta.

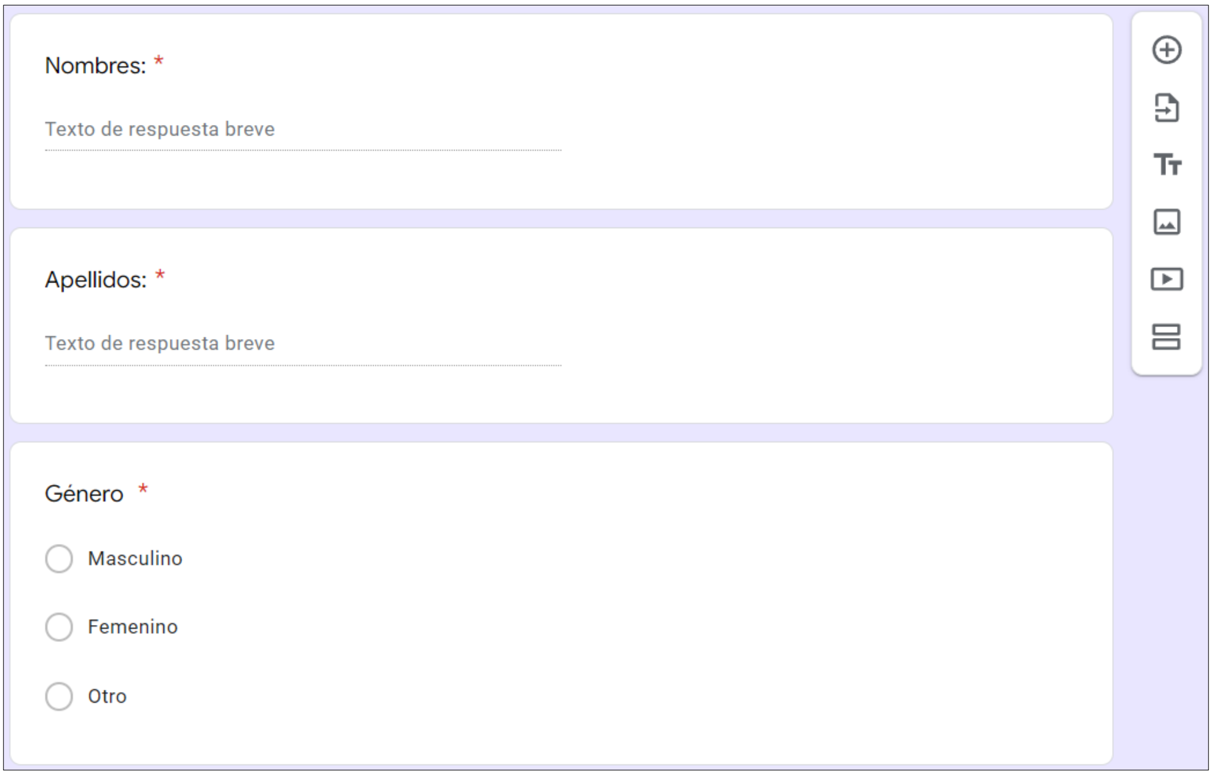
Correo electrónico *

Correo electrónico válido

Este formulario recopila correos electrónicos. Cambiar la configuración

¿A qué grupo perteneces? *

- Octavo 1
- Octavo 2
- Séptimo 1
- Séptimo 2
- Séptimo 3



Nombres: *

Texto de respuesta breve

Apellidos: *

Texto de respuesta breve

Género *

- Masculino
- Femenino
- Otro

¿Durante este receso, cada cuánto tiempo de conectas a Internet? *

- Casi nunca
- Solo cuando tengo tareas
- Una vez a la semana
- Día de por medio
- Cada Dia
- En todo momento

¿Cuáles son tus medios preferidos? *

- Facebook
- Instagram
- Whatsapp

☐ Youtube

☐ Otro

¿Qué tipo de equipo dispones en casa para acceder a Internet? *

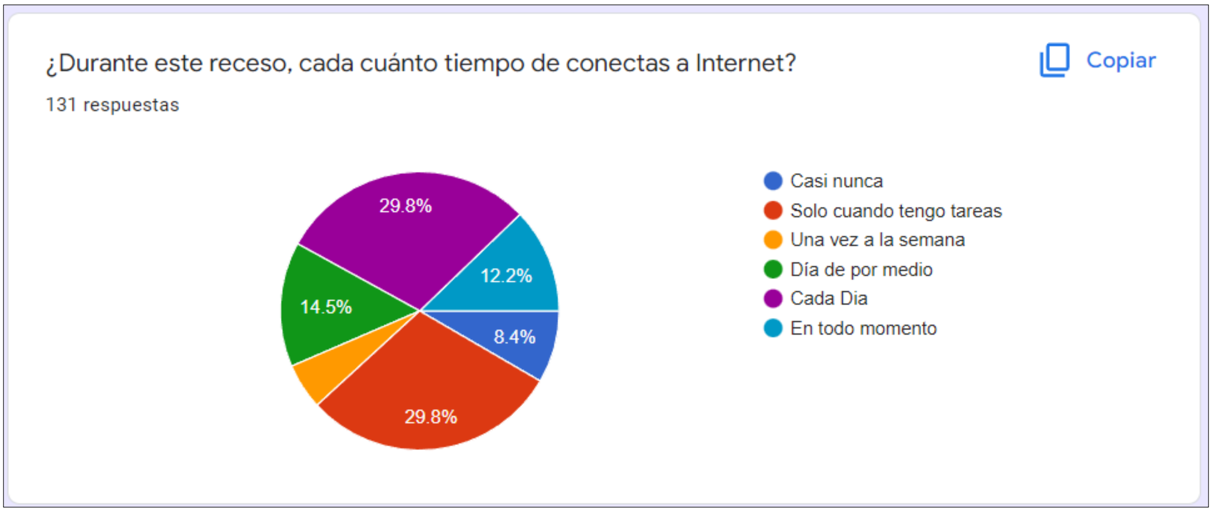
○ Computador de mesa

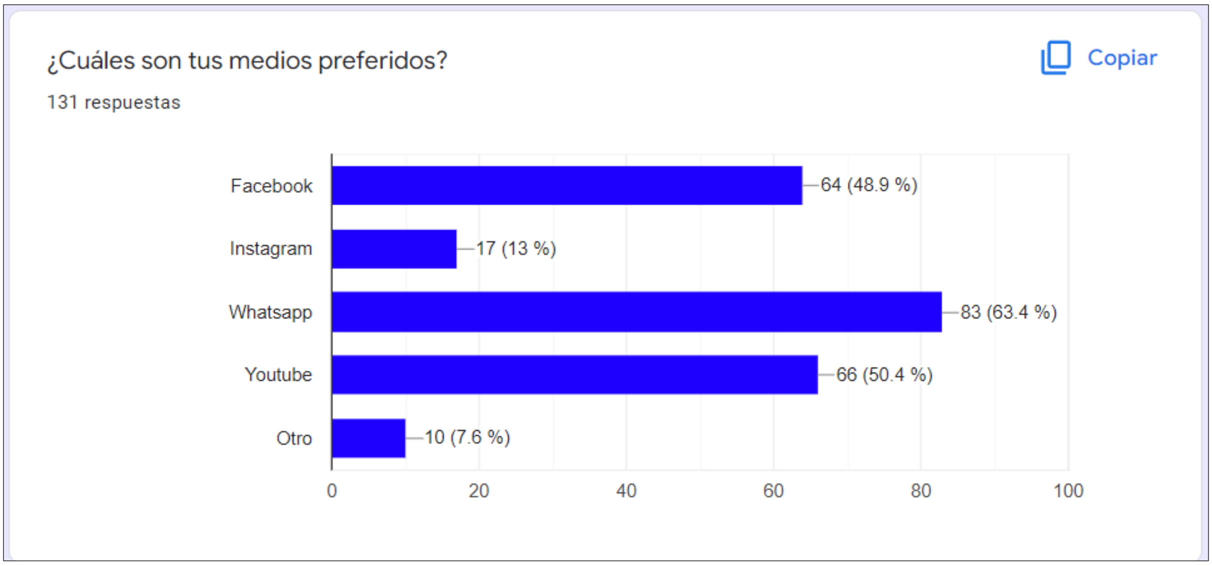
○ Portátil

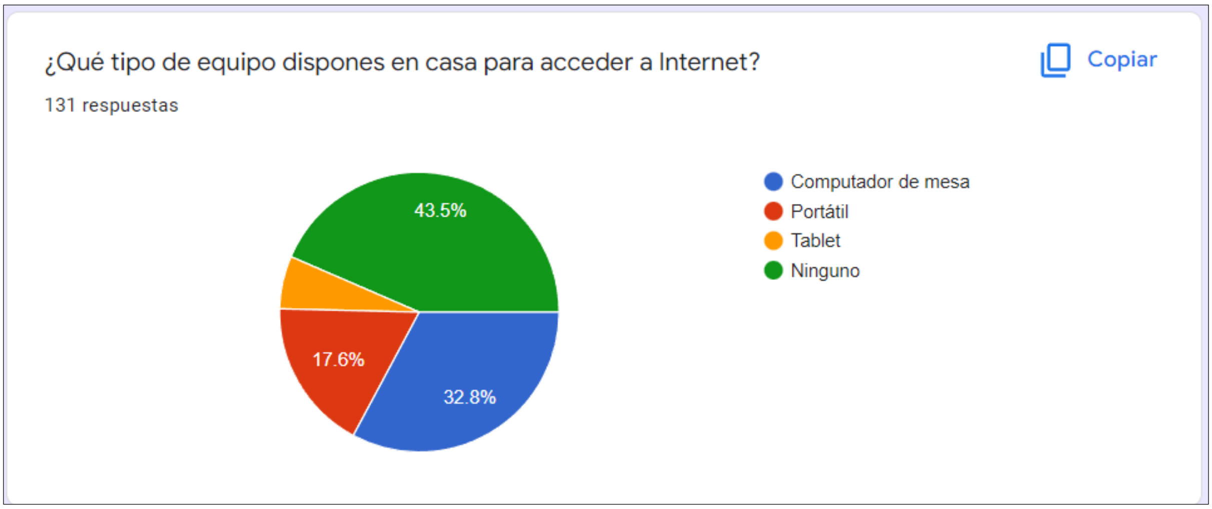
○ Tablet

○ Ninguno

Anexo 13. Resultados de encuesta de conectividad







Anexo 14.. Validación de jueces y confiabilidad

Coeficiente de Confiabilidad de CROMBACH		
$\alpha=$	Coeficiente de confiabilidad	0,886811187
k=	Número de item del Instrumento	50
$\sum_{I01}^{K} S_I^2$	Sumatoria de las variables de items	51987,17666
S_I^2	Varianza total de Instrumento	397075,9

VALIDACIÓN DE JUECES

No.		ÍTEM	CÓRDOVA JUEZ 1	JARA JUEZ 2	ACUÑA JUEZ 3	INVESTIGADOR	DEFINITIVA	EQUIVALENCIA
1	A	1	A	A	A	A	A	1
	B	2	A	A	A	A	A	1
	C	3	A	A	A	A	A	1
	D	4	A	A	A	A	A	1
	E	5	A	A	A	A	A	1
	F	6	A	A	A	A	A	1
	G	7	A	A	A	A	A	1
	H	8	A	A	A	A	A	1
	I	9	A	A	A	A	A	1
2	A	10	A	C	A	A	A	1
	B	11	A	B	A	A	A	1
3	A	12	A	A	A	A	A	1
	B	13	A	C	A	A	A	1
	C	14	A	A	A	A	A	1
	D	15	A	A	A	A	A	1
	E	16	A	A	A	A	A	1
	F	17	A	A	A	A	A	1
	G	18	A	A	A	A	A	1
4	A	19	A	C	A	A	A	1
	B	20	A	A	A	A	A	1
	C	21	A	A	A	A	A	1
	D	22	A	A	A	A	A	1
5	A	23	B	A	A	A	A	1
	B	24	B	A	A	A	A	1
	C	25	B	A	A	A	A	1
6	A	26	A	B	A	A	A	1
	B	27	A	B	A	A	A	1
	C	28	A	B	A	A	A	1
	D	29	A	A	A	A	A	1
	E	30	A	A	A	A	A	1
	F	31	A	A	A	A	A	1
7	A	32	B	A	A	A	A	1
	B	33	A	A	A	A	A	1
	C	34	A	A	A	A	A	1
	D	35	A	A	A	A	A	1
	E	36	A	A	A	A	A	1
8	A	37	A	A	A	A	A	1
	B	38	A	A	A	A	A	1
	C	39	A	A	A	A	A	1
	D	40	A	A	A	A	A	1
	E	41	A	A	A	A	A	1
	F	42	A	A	A	A	A	1
	G	43	A	A	A	A	A	1
	H	44	A	A	A	A	A	1
9	A	45	A	A	A	A	A	1
	B	46	A	A	A	A	A	1
10	A	47	B	C	A	A	B	0
	B	48	A	C	A	B	B	0
	C	49	A	A	A	B	A	1
	D	50	A	C	A	B	B	0
CRITERIOS GENERALES	1	51	A	A	A	A	A	1
	2	52	A	C	A	A	A	1
	3	53	A	A	A	A	A	1
	4	54	A	A	A	A	A	1
	5	55	A	A	A	A	A	1
							TOTAL	52
							ÍNDICE	0,945454545