UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación

Una Institución Adventista

APLICACIÓN DEL MÉTODO BREL: SU EFICACIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS, EN LOS ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICO PÚBLICO “NUESTRA SEÑORA DE LOURDES” DE AYACUCHO, 2016

Tesis

Presentada para optar el grado de Maestro en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

Por

Milton Orihuela Sosa

Asesor:

Dr. Bernardo Raúl Acuña Casas

Lima, Perú

2018

Aplicación del método BREL: Su eficacia en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora Lourdes" de Ayacucho, 2016

TESIS

Presentada para optar el Grado Académico de Maestro en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

JURADO DE SUSTENTACIÓN

Dr. Salomón Vásquez Villanueva
Presidente

Mg. Néstor Roger Apaza Apaza
Secretario

Dr. Bernardo Raúl Acuña Casas
Asesor

Mg. Rafael Calla Mercado
Vocal

Mg. Josué Arturo Morán Condezo
Vocal

Lima, 14 de febrero de 2018

ANEXO 07 DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIA DE LA TESIS

Yo, **BERNARDO RAÚL ACUÑA CASAS**, identificado con DNI N° 06810223, dictaminadora y asesora de la UPG Ciencias Humanas y Educación de la Universidad Peruana Unión;

DECLARO:

Que la tesis titulada: *Aplicación del método BREL: Su eficacia en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho, 2016,* constituye la memoria que presenta **MILTON ORIHUELA SOSA**, para obtener el grado académico de Maestro en Educación con mención en Investigación y docencia universitaria., cuya tesis ha sido desarrollada en la Universidad Peruana Unión con mi asesoría.

Asimismo, dejo constancia de que las opiniones y declaraciones registradas en la tesis son de entera responsabilidad del autor. No comprometen a la Universidad Peruana Unión.

Para los fines pertinentes, firmo esta declaración jurada, en la cuidad de Ñaña (Lima), a los veintiséis días del mes de enero de 2018.

DR. BERNARDO RAÚL ACUÑA CASAS

Asesor

DEDICATORIA

A mis hijos Nathaly Cinthia y Omar Milton, por su apoyo afectivo en todo el proceso investigativo.

A mi esposa, por su constante motivación para lograr mi objetivo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por ser fuente de la toda sabiduría, por concederme la salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor

Al Doctor Raúl Acuña Casas, por su asesoría permanente, lo que ha permitido la concreción del trabajo de investigación.

A los docentes de la Universidad Peruana Unión, por ser guía para lograr mis propósitos.

A mis colegas Raúl Bravo Rodríguez, Jesús Luis Bolívar Villanueva y Rosa Aurora Galindo Galindo, quienes son los soportes para desarrollar el Método BREL en las diferentes áreas de la Matemática.

A los estudiantes de la carrera profesional de Educación Primaria EIB del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho, por haber colaborado comprometidamente en el desarrollo de la investigación.

CONTENIDO

DEDICATORIA iv
AGRADECIMIENTO v
ÍNDICE DE TABLAS viii
ÍNDICE DE ANEXOS x
RESUMEN xi
ABSTRACT xii
INTRODUCCIÓN xiii
EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN 1
1. Planteamiento del problema 1
1.1. Descripción de la situación problemática 1
1.2. Planteamiento y formulación del problema 4
2. Finalidad e importancia y viabilidad de la investigación 4
3. Objetivos de la investigación 6
3.1. Objetivo general 6
3.2. Objetivos Específicos 6
4. Hipótesis de estudio 7
4.1. Hipótesis principal 7
4.2. Hipótesis derivadas 7
CAPÍTULO II 8
FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN 8
1.Antecedentes de la investigación 8
2. Marco histórico 10
2.1. Marco histórico de la teoría de conjuntos 10
2.2. Historia de la resolución de problemas 12
3. Marco filosófico 13
4. Marco teórico 14
4.1.1. Bases axiomáticas del método BREL 14
5. Marco conceptual 15
5.1. Conceptuando conjuntos 15
5.2. Relación de pertenencia (ϵ) 16
5.3. Determinación de conjuntos 16
5.4. Conjuntos especiales 17

5.5. Cardinal de un conjunto: 18
5.6. Relaciones entre conjuntos 18
5.7. Conjunto potencia 19
5.8. Operaciones entre conjuntos 20
5.9. Leyes de algebra de conjunto 20
5.10. Resolución de Problemas Matemáticos 21
5.11. Marco conceptual 64
Definición de términos usados en la investigación 64
CAPÍTULO III: 66
MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN 66
1. Tipo de estudio 66
2. Diseño de la investigación 66
3. Población 67
4. La Muestra 67
5. Muestreo 67
6. Variables *de estudio* 67
7. Operacionalización de variables 68
8. Recolección de datos y procesamiento 71
8.1. Instrumentos de recolección de datos 71
8.2. Procesamiento de datos 71
CAPÍTULO IV 72
RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN 72
4.1 Análisis de los datos generales 72
CONCLUSIONES 98
RECOMENDACIONES 100
ANEXO 104
Guía didáctica de intervención del trabajo de investigación 111

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Distribución de frecuencias del sexo de la población de estudio. 72

Tabla 2. Distribución de frecuencias de la edad de la población de estudio72

Tabla 3. Distribución comparativa pre y post prueba de teoría de conjuntos entre el promedio y el sexo de los estudiantes........................ 73

Tabla 4. Distribución comparativa pre y post prueba de teoría de conjuntos entre el promedio y la edad de los estudiantes 75

Tabla 5. Pruebas de normalidad de la prueba de entrada 80

Tabla 6. De normalidad de la prueba de salida 82

Tabla 7. Estadísticas de muestras emparejadas 84

Tabla 8. Correlaciones de muestras emparejadas.................................. 84

Tabla 9. Prueba de muestras emparejadas 85

Tabla 10. Estadísticas de muestras emparejadas 87

Tabla 11.Correlaciones de muestras emparejadas................................. 88

Tabla 12. Prueba de muestras emparejadas 88

Tabla 13. Estadísticas de muestras emparejadas 90

Tabla 14.Correlaciones de muestras emparejadas................................. 91

Tabla 15. Prueba de muestras emparejadas 92

Tabla 16. Estadísticas de muestras emparejadas 94

Tabla 17. Correlaciones de muestras emparejadas................................ 95

Tabla 18. Prueba de muestras emparejadas 95

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Gráfico Q-Q normal delpromedio de notas de la prueba de entrada.. 93

Figura 2. Gráfico Q-Q normal sin tendencia del promedio de notas de la prueba de entrada 94

Figura 3. Gráfico Q-Q normal del promedio de notas de la prueba de salida 96

Figura 4. Gráfico Q-Q normal sin tendencia del promedio de notas de la prueba de salida 96

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo Nº 1 Matriz de consistencia.. 134

Anexo Nº 2 Prueba de conocimiento (pretest) 135

Anexo Nº 3 Prueba de conocimiento (postest).. 136

Anexo Nº 4 Plan de sesión de aprendizaje 139

Anexo N° 5 Fotos de la aplicación del método BREL con estudiantes del Instituto de Educaciòn Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes”... 149

RESUMEN

La presente investigación realizada en el campo de la didáctica de la matemática, cuyo objetivo principal fue medir la eficacia de la aplicación de las tablas bidimensionales BREL en la resolución de problemas formulados en el dominio de la teoría de conjuntos de los estudiantes del primer semestre del Instituto de Educación Superior “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho. El diseño fue preexperimental con preprueba y posprueba, aplicando “el uso de la tabla BREL”. Para el contraste de hipótesis de investigación se utilizó la prueba **t** para muestras relacionadas. Los resultados corroboraron las hipótesis; pues las notas del examen de salida superaron significativamente a las notas del examen de entrada: para la dimensión organización de los conjuntos en las tablas BREL ($t=16.462$ con 29 gl y $p= 0.00 < 0.05$), análisis de la secuencia lógica de operaciones con conjuntos en la tabla BREL ($t=20.544$ con 29 gl y $p= 0.00 < 0.05$) y visualización de las operaciones con conjuntos en la tabla BREL ($t=20.603$ con 29 gl y $p= 0.00 < 0.05$). Así, la tabla BREL es un instrumento matemático que facilita el trabajo con conjuntos tales como: operaciones, simplificaciones, demostraciones y resolución de problemas.

Palabras clave: teoría de conjuntos, tabla BREL; resolución de problemas.

ABSTRACT

The present research in the field of Didactics of mathematics, whose main objective was to measure the effectiveness of the implementation of the two-dimensional tables BREL in the resolution of problems formulated in the domain of the theory of sets of the students in the first semester of the higher education Institute “Nuestra Señora de Lourdes” of Ayacucho. The design was month with pre-test and post-test, applying "using the table BREL". The contrast of research hypothesis used was the t-test for related samples. The results corroborated the hypothesis; as the exit exam notes significantly outperformed the entrance exam notes: for dimension organization of a in BREL tables ($t = 16.462$ with 29 gl and $p = 0.00 < 0.05$), analysis of the logical sequence of operations with sets in the table BREL ($t = 20.544$ with 29 gl and $p = 0.00 < 0.05$) and visualization of operations with sets the table BREL ($t=20.603$ con 29 gl y $p= 0.00 < 0.05$). Thus, BREL table is a mathematical tool that facilitates work with ensembles such as: operations, simplifications, demonstrations and problem solving.

***Keyword**s*: set theory, BREL table; Problem resolution.

INTRODUCCIÓN

El motivo de la presente investigación, es el bajo rendimiento de los estudiantes que se registra en el Instituto de Educación Superior en el área de matemática por diferentes factores; sin embargo, los maestros tenemos la obligación de investigar nuevas estrategias y métodos para que nuestros educandos logren su perfil profesional.

El presente trabajo de investigación proporciona pautas, ¿para qué enseñar y cómo enseñar? ¿Qué enseñar relacionado con los contenidos y capacidades y el cómo enseñar a través del método BREL que te permitirán generar aprendizajes significativos en el estudiante? La matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se desarrolla en situaciones de la vida real. Los estudiantes desarrollarán aprendizajes significativos cuando vinculan sus experiencias y saberes con la realidad que lo circunda. Por ello, podríamos expresar una práctica matemática para la vida, el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.

El presente trabajo de investigación ha tenido como objetivo principal determinar la eficacia de la aplicación del Método BREL en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho con la intención de generalizar sus aportes a todos los estudiantes de las distintas carreras profesionales que la mencionada institución ofrece.

Para el desarrollo de la investigación, se ha utilizado el método pre experimental con el diseño de pre y pos prueba con un solo grupo de investigación.

El presente estudio consta de cuatro capítulos, las mismas que comprenden y guardan directa relación con las formalidades esquemáticas que la Universidad determina para estos casos.

El capítulo I tiene el título: el problema de investigación, contiene aspectos relacionados al planteamiento del problema, finalidad e importancia de la investigación, objetivos de la investigación, hipótesis de estudio y las variables de estudio.

El Capítulo II tiene consignado el título: fundamento teórico de la investigación, en la que se ha desarrollado los antecedentes de la investigación, marco histórico, Marco teórico, conceptual, tecnológico que corresponde a la investigación.

En el Capítulo III denominado: Metodología de la investigación, se ha considerado desarrollar todo lo referido al tipo de estudio de la investigación, diseño de la investigación, población y muestra, recolección de datos y procesamiento, instrumentos utilizados, recolección de datos y procesamiento, instrumentos utilizados y medición de las variables estudiadas.

En el Capítulo IV denominado: Resultados y análisis de la investigación en el que se consigna el análisis descriptivo de la población (cálculo de los indicadores y medidas de resumen), análisis comparativo mediante la prueba estadística específica y luego interpretación de resultados de la investigación.

Finalmente se registra las conclusiones y recomendaciones a las que se han arribado en todo el proceso investigativo.

Los sinceros reconocimientos a los autores de los diversos libros de teoría de conjuntos y matemática básica y los estudiantes del instituto los cuales sirvieron de base para realizar y ejecutar la presente investigación y aportar de manera decisiva a la mejora y avance de los métodos que permitan hacer una matemática “breve, rápida, elegante y lógica” y dejo constancia a los miembros del jurado y público lector para sus reflexiones y seguir investigando.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

En el contexto educativo peruano, uno de los cursos de mayor índice de reprobación es la matemática; en su desarrollo de esta asignatura ha predominado el modelo academicista propio de la enseñanza tradicional del siglo XIX y se mantiene en ciertos ámbitos académicos especialmente universitarios, trata de impartir la mayor cantidad de conocimientos, metódicamente dispuestos en una rígida planificación, en un ambiente ordenado y prolijo. El maestro, poseedor del conocimiento, debe transmitir al estudiante en forma pasiva y acrítica, siendo cada vez mejor cuánto más pueda reproducir en forma literal lo incorporado. Es un método no democrático, eficaz en cuanto al cumplimiento de objetivos, pero donde se responde en virtud de una motivación extrínseca que es la de evitar el castigo, y no por el deseo de saber, crear, descubrir, más dinámicas, centradas en el estudiante, al que le permiten un acercamiento más directo a su maestro que es orientador del estudiante en su proceso de aprendizaje activo. Las mayores dificultades para los estudiantes es la resolución de problemas. Son capaces de resolver mecánicamente las operaciones fundamentales básicas (adición, sustracción, multiplicación y división), pero no saben cómo aplicarlas para la solución de un problema, ya que sólo se les ha enseñado a actuar de forma mecánica, repetitiva sin innovaciones.

La falta de innovaciones por el estudio de la matemática y poco desarrollo de las habilidades, destrezas, estrategias, métodos y otros son obstáculos para el logro de esos propósitos, y constituyen dificultades a las cuales se deben enfrentar sistemáticamente los profesores de educación primaria cuando tienen que desarrollar el área de matemática, durante el desempeño de su profesión.

Minedu (ECE-2016) indica escolares logran avances en matemática. Según resultados evaluación censal de estudiantes 2016: Un avance de siete puntos porcentuales en conocimientos de matemática lograron los alumnos de segundo grado de primaria en la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) aplicada en 2016 por el Ministerio de Educación (Minedu).

Los resultados indican que se pasó de 26.6% en 2015 a 34.1% en 2016; mientras que, en el segundo grado de secundaria, el avance fue de 2 puntos porcentuales, de 9.5%, en 2015, a 11.5%, informó el citado portafolio.

En las regiones, la mejora en matemática en el segundo grado de primaria respecto al año anterior alcanzó los 18.5 puntos porcentuales en Ayacucho, 17.6 en Huancavelica y 17.5 en Apurímac. A pesar de que la brecha urbano-rural sigue siendo significativa, las escuelas rurales de primaria presentan mejoras importantes en matemática al elevarse de 12% a 17% el nivel Satisfactorio, como consecuencia, entre otras acciones, del fortalecimiento del Programa de Acompañamiento Pedagógico Multigrado.

La ECE se aplica anualmente desde 2007 en todas las escuelas públicas y privadas del país con el propósito de conocer qué y cuánto están aprendiendo los estudiantes con relación a lo que el currículo nacional dispone para cada grado.

Es muy importante señalar la justificación del Ministerio de Educación de los resultados de la evaluaciones censales a los estudiantes que se realiza en algunos grados de educación básica regular, que con la incursión de nuevos programas focalizados en que van desarrollando diferentes estrategias metodológicas con la participación activa de los agentes educativos en algunas regiones del país se van observando cambios a nivel de los docentes y en especial en los estudiantes que en su rendimiento académico van mejorando. Esto implica que una de las causas de este problema radica la falta de fortalecimiento de competencias y capacidades a los formadores por parte de los órganos correspondientes y el cambio de actitud de todos los agentes educativos para desarrollar una educación que corresponda a las necesidades e intereses de los educandos lo cual contribuya al desarrollo de la sociedad.

Ante este panorama, el presente trabajo de investigación ha estado orientado a la aplicación de otras formas de trabajo metodológico en el área de matemática, en lo que respecta a los contenidos de la teoría de conjuntos, en la carrera profesional de Educación Primaria, en ese sentido se aplicará el método BREL como una estrategia pertinente para el trabajo efectivo de esta área, hecho que ha de ser corroborado al ser relacionado con el rendimiento académico de los estudiantes.

1.2. PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1 Problema general:

- ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho?

1.2.2. Problemas específicos:

- ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho?
- ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la traducción y diseño de un plan de solución de problemas de teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico” Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho?
- ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la en la visualización y gráfica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho?

2. Finalidad e importancia y viabilidad de la investigación

La finalidad e importancia de la investigación realizada busca, mediante la aplicación del método BREL en el aprendizaje de la teoría de conjuntos en los estudiantes en la solución de problemas, encontrar explicaciones a la problemática del bajo rendimiento académico de los estudiantes de la carrera profesional de Educación Primaria, como una nueva estrategia muy práctica para solucionar los problemas de la teoría de conjuntos.

Los directos beneficiados con la realización del presente trabajo de investigación son los estudiantes de la carrera profesional de Educación Primaria de la Institución de formación docente tomado como área de estudio.

Asimismo, se menciona que los beneficiados indirectos son los niños y niñas del nivel primario, del departamento de Ayacucho, quienes a través de la práctica profesional experimentan otras formas de trabajo en el área de matemática, así como los profesores de aula que supervisan la práctica profesional.

Los métodos, procedimientos y técnicas e instrumentos empleados en la investigación pueden ser utilizados en otros trabajos de investigación, las mismas que deben estar orientadas a mejorar los niveles de aprendizaje e incrementar el rendimiento académico en el área de matemática.

Respecto a la viabilidad del trabajo de investigación, ésta se lograra gracias a la colaboración de las autoridades del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho, así como a la comprometida participación de los estudiantes elegidos como muestra de estudio, quienes tienen toda la predisposición para el desarrollo de las sesiones de aprendizaje que se programen a través del método BREL sobre la teoría de conjuntos, así como las sesiones de aprendizaje donde se utilice los métodos tradicionales de enseñanza.

3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. OBJETIVO GENERAL

- ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del Método BREL en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.
- ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en el análisis de operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.
- ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en la visualización y gráfica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.

4. HIPÓTESIS DE ESTUDIO

4.1. HIPÓTESIS PRINCIPAL

- ✓ La aplicación del método BREL es eficaz en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.

4.2. HIPÓTESIS DERIVADAS

- ✓ La aplicación del método BREL es eficaz en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.
- ✓ La aplicación del método BREL es eficaz en el análisis de operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.
- ✓ La aplicación del método BREL es eficaz en la visualización y gráfica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Antecedentes de la investigación

Arrieche (2010) desarrolló su tesis doctoral titulada *La teoría de conjuntos en la formación de maestros: Facetas y factores condicionantes del estudio de una teoría matemática*, en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, estudio cognitivo realizado con una muestra de 122 estudiantes de magisterio, ha llegado a la conclusión de que las nociones básicas de teoría de conjuntos: subconjunto, conjunto vacío, conjunto unitario, elemento de un conjunto, relación, aplicación biyectiva no son triviales ni evidentes para los futuros maestros.

Esta faceta de la investigación ha aportado información sobre los aspectos que requieren una mayor atención por parte del docente y de los dicentes en el proceso enseñanza-aprendizaje de estos contenidos.

El análisis del proceso de estudio de las nociones indicadas por un grupo de alumnos ha permitido identificar algunos factores explicativos de los conflictos semióticos que plantea la comprensión de estas nociones. A su vez permitió contrastar que el empleo de la teoría de conjuntos es un tópico muy importante que contribuye al desarrollo de las potencialidades del escolar en cuanto al ordenamiento lógico de sus ideas en la solución de ejercicios y problemas, la independencia alcanzada y la racionalización del trabajo mental y práctico lo que nos conlleva a plantear la necesidad de la adopción de este estilo de trabajo por los maestros primarios como una alternativa para mejorar la calidad de la clase y el mejoramiento de las dificultades existentes relacionadas con los procesos de comprensión y aplicación de los conocimientos matemáticos a situaciones de la práctica social, no obstante, se ha hecho una interpretación de su empleo y cabe la posibilidad de iniciar otras investigaciones que profundicen en el tema.

Arrieche (2011) en su trabajo de investigación titulado: *Papel de la teoría de conjuntos en la formación de maestros: Un estudio exploratorio de aspectos epistemológicos, curriculares y cognitivos*, Trabajo de Investigación del Programa de Doctorado del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, se llega a las siguientes conclusiones: los maestros necesitan conocer las nociones elementales de la praxeología conjuntista, principalmente por sus relaciones con la praxeología numérica, y que su aprendizaje requiere tiempo de estudio, tanto dirigido como autónomo.

El estudio de la teoría de conjuntos en el currículo de formación de maestros se justificará en la medida en que desempeñe un papel instrumental en el estudio de los contenidos matemáticos propios del currículo de primaria.

El presente trabajo de investigación justifica que los maestros necesitan conocer las nociones elementales de la praxeología conjuntista, principalmente por sus relaciones con la praxeología numérica en la medida en que desempeñe un papel instrumental en el estudio de los contenidos matemáticos propios del currículo de educación primaria.

Para Borges (2012), Echevarría en su trabajo de investigación titulado: *Fundamentos teóricos para integrar los componentes organizacionales en las actividades docentes de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática en los Institutos Superiores Pedagógicos*, llega a la siguiente conclusión: Para integrar los componentes organizacionales en el desarrollo de los contenidos del área de matemática se debe tener en cuenta los criterios teóricos siguientes:

• Relación objetivo – tarea docente.

• Relación proceso – tarea docente.

• Relación actividad profesional – tarea docente.

• Relación integración de contenidos – tarea docente.

• Relación comunicación – tarea docente.

La tarea docente es la célula del proceso docente-educativo, siendo el proceso una serie sucesiva de tareas docentes; hay que lograr que esas tareas posibiliten la integración de los tres componentes en estudio y así el desempeño docente se convierte en una alternativa metodológica para la integración de los componentes organizacionales, para lo cual es necesario utilizar diferentes métodos y estrategias heurísticas.

2. Marco histórico

2.1. Marco histórico de la teoría de conjuntos

Teniendo en referencia http://fcasua.contad.unam.mx/2006/ 1138/ docs/ conjuntos.pdf indica que Georg Cantor nació el 3 de marzo de 1845 en San Petersburgo (Rusia). Fallece el 6 de enero de 1918 en Halle (ciudad del centro de Alemania, 1845-1918) fue quien prácticamente formuló de manera individual la teoría de conjuntos a finales del siglo XIX y principios del XX. Su objetivo era el de formalizar las matemáticas como ya se había hecho con el cálculo cien años antes. Cantor comenzó esta tarea por medio del análisis de las bases de las matemáticas y explicó todo basándose en los conjuntos (por ejemplo, la definición de función se hace estrictamente por medio de conjuntos). Este monumental trabajo logró unificar a las matemáticas y permitió la comprensión de nuevos conceptos. El problema apareció cuando se comenzaron a encontrar paradojas en esta teoría, siendo la más célebre la paradoja de Russell, y más tarde varios matemáticos encontraron más paradojas, incluyendo al mismo cantor. Russell descubrió su paradoja en 1901, y la publicó en un apéndice de su libro "principios de las matemáticas". Cuando los matemáticos supieron de esta paradoja, muchos se preguntaron si las matemáticas en realidad eran consistentes, y sobre todo verdaderas, ya que cualquier suposición matemática podía basarse en una teoría inconsistente. La primera propuesta para solucionar el problema de las paradojas provino de un matemático holandés llamado Brouwer, quien propuso una redefinición radical de todas las matemáticas y prometió una solución al conflicto. El programa de Brouwer se basaba en lo más simple de la intuición: el aceptaba los conceptos que son aparentes a la intuición general. Esta filosofía rechazaba muchos principios fundamentales de las matemáticas, pero en cambio, solucionaba satisfactoriamente el problema de las paradojas. Particularmente Brouwer rechazaba el principio del medio excluido, el cuál decía que los elementos de un conjunto o bien tienen una propiedad a o no la tienen, lo cuál sería la negación de la propiedad a. A esta corriente de pensamiento se le llamó intuicionismo

Por otro lado, David Hilbert se opuso al intuicionismo y aunque no toleraba las paradojas, no estaba dispuesto a ver las matemáticas mutiladas. En 1904 propuso la teoría de la prueba, la cual era una teoría de la lógica independiente del contexto y podría ser aplicada a las matemáticas sin encontrar paradojas. Russell a su vez desarrolló su teoría de los tipos para evitar las paradojas. El proponía que los enunciados se acomodaran jerárquicamente. Russell publicó sus resultados en 1908 con la colaboración de Alfred North Whitehead.

La cuarta respuesta a la paradoja fue de Ernst Zermelo en 1908 con la axiomatización de la teoría de conjuntos. La mejor prueba de que la teoría de conjuntos no ha logrado unificar a las matemáticas es que éstas se han ramificado en áreas muy diferenciadas, como la aritmética, el álgebra, la trigonometría y geometría; también se han separados distintos campos como el cálculo, la topología, la teoría de conjuntos, la teoría de los números y la estadística.

2.2. Historia de la resolución de problemas

Escalante (2015) en su tesis método Polya en la resolución de problemas matemáticos cita a Pérez (2006), describe que los egipcios a lo largo de toda la historia eran puntales en cobrar ciertos impuestos a cada agricultor de acuerdo con el área laborada en dicho plano o tierra. Esto significaba que cada faraón tenía que calcular con frecuencia ciertos porciones de tierra, y para dar solución a estos problemas prácticos surgieron las primeras fórmulas matemáticas las mismas se observaron en los famosos papiros hechos de arcilla que datan desde el año 2000 hasta 200 a.n.e.

Por otro lado, desde su origen, la humanidad ha luchado por comprender las leyes fundamentales del mundo físico a ciertos entendimientos sobre la realidad subyacente del mundo físico por tanto la resolución de ciertos problemas ha motivado la aparición de nuevas ramas de las Matemáticas que se basa en las normas, lenguajes con que fue escrito el universo desde el despertar hasta los temas más sofisticados de la realidad.

En el tiempo y espacio el hombre en función a sus necesidades empezó a idear que podía contar, medir, relacionar y ordenar del mundo que lo rodea; con todo esto se despierta el interés en resolver problemas matemáticos

3. Marco filosófico

La bendición de Dios para la familia es ésta: "Y los bendijo Dios, y les dijo: Fructificad y multiplicaos; llenad la tierra, y sojuzgarla, y señoread en los peces del mar, en las aves de los cielos, y en todas las bestias que se mueven sobre la tierra" (Gén. 1:28).

Además, Dios entrega un regalo a la familia: "El mundo en el cual vivimos es una dádiva de amor de parte del Dios creador, que hizo el cielo y la tierra, el mar y las fuentes de las aguas (Apoc. 14:7; 11:17, 18). En medio de esta creación, Dios colocó a los seres humanos, creados intencionalmente para relacionarse con él, con otras personas y con el mundo que los rodeaba. Por consiguiente, se debe promover una educación integral del estudiante como en los aspectos físico, mental, social, emocional y espiritual, además con el estudio del método BREL el propósito es ponderar el desarrollo cognitivo a través del pensamiento lógico matemático que nos permite cultivar una serie de valores culturales como la armonía, la exactitud y la sincronización de la creación de Dios.

4. MARCO TEÓRICO

4.1.1. Bases axiomáticas del método BREL

El método BREL que es una innovación para la resolución de problemas de la teoría de conjuntos se sustenta con el primer estudio axiomático formal sobre el tema que fue realizado por el matemático alemán Georg Cantor en el siglo XIX. La teoría de conjuntos es una división de las matemáticas que estudia los conjuntos.

GALDOS (2000) sobre el tema menciona: La teoría de conjuntos es uno de los pilares sobre los que se asienta todo el edificio matemático.

El diccionario de matemáticas Abedul (2001, pág.362) nos dice: La teoría de conjuntos es la parte de la matemática cuyo objetivo son los conjuntos, las relaciones y operaciones entre ellos y, las propiedades dichas operaciones , la enciclopedia libre de la internet agrega: La teoría de conjuntos es una teoría matemática, que estudia básicamente a un cierto tipo de objetos llamados conjuntos y algunas veces, a otros objetos denominados no conjuntos, así como a los problemas relacionados con estos.

Intuitiva e informalmente los objetivos de estudio de la teoría de conjuntos quedan descritos así:

1) Si “X” no tiene elementos, entonces “X” es un objeto de la teoría de conjuntos.
2) Si “X” es un conjunto, entonces “X” es un objeto de la teoría de conjuntos.
3) Los únicos objetivos de la teoría de conjuntos son los descritos en 1 y 2.

La importancia de la teoría de conjuntos radica en que a partir de ella se puede definir los conceptos y aprobar todas sus propiedades: par ordenado, relación, función, partición, orden estructuras algebraicas, los números, los enteros, los racionales, los reales, los complejos, etc. Para dar solución los problemas de la teoría de conjuntos a través del método BREL se toma en referencia el libro “Cómo Plantear y Resolver Problemas” (Polya, 1984).

5. MARCO CONCEPTUAL

5.1. Conceptuando conjuntos

El término conjunto es aceptado en matemáticas como un “concepto primitivo”, es decir, se acepta sin definición. Intuitivamente, un conjunto es una colección o agrupación de objetos llamados elementos.

Ejemplos:

i) El conjunto de los meses del año

ii) El conjunto de niños del Perú

iii) El conjunto de los números 4; 5; 6; 7; 8

1. Notación:

Generalmente los conjuntos se denotan por letras mayúsculas A, B, C,…etc. y los elementos por letras minúsculas, mayúsculas u otros símbolos, separados por punto y coma y encerrado entre llaves.

Ejemplos:

A= {Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado, Domingo}

C= {3, 5, 12, 18}

5.2. Relación de pertenencia (є)

Si un elemento está en un conjunto o es parte de él, diremos que "pertenece" a dicho conjunto y lo denotaremos con el símbolo "Є", en el caso de no pertenecer por "Є".

Ejemplo:

Dado el conjunto, A = {5; 7; 8}

Entonces:

→5 ЄA →4ЄA →7ЄA

5.3. Determinación de conjuntos

Existen dos formas de determinar un conjunto:

a) Por extensión:

Cuando se nombran todos los elementos que conforman el conjunto.

Ejemplos:

A= {p; a; z}

B= {1; 3; 5; 7; 9}

b) Por comprensión:

Cuando se menciona una o más características comunes a todos los elementos del conjunto.

Ejemplos:

A= {x/x es una letra de la palabra paz}

B= {x/x es un número impar menor que 10}

5.4. Conjuntos especiales

a) Conjunto vacío o nulo:

Es aquel conjunto que carece de elementos. Se le denota por: Ø ó { }

Ejemplos:

A= {x/x es un número impar terminado en 2} → A = { }

B= {x/x es un hombre vivo de 700 años} → b = { }

b) Conjunto unitario:

Es aquel conjunto que tiene un sólo elemento

Ejemplos:

A= {x/x Є N 5<x>7} → A= {6}

B= {9; 9; 9} = {9}

c) Conjunto universal

Es aquel conjunto que se toma como referencia, para un determinado problema, y en el que encuentran todos los elementos con que se está trabajando .se le denota por la Ietra U.

Ejemplo:

Si: A= {1; 2; 3}

B= {-1; 0; 4}

Un conjunto universal para A y B ser:

U= {-1; 0; 1; 2; 3; 4}

Pues los elementos de A y B están en U.

5.5. Cardinal de un conjunto:

Sea A un conjunto finito, el cardinal de un conjunto es el número de elementos diferentes que posee dicho conjunto. Se denota por: n(A)

Ejemplos:

A= {1; 2; 3; 4; 7; 9; 13}

N (A) =7 se lee: “el cardinal de A es 7”

5.6. Relaciones entre conjuntos

a) Igualdad

Dos conjuntos A y B son iguales si y solo si tienen los mismos elementos. Se denota por A = B

Ejemplo:

A= {2; 3; 4}

B= {x/x Є N, 1<x>5}

A = B, puesto que, B= {2; 3; 4}

b) Inclusión

Diremos que A esta incluido en B o es subconjunto de B; si y solo si todos los elementos de A son también elementos de B. Se denota por:

A⊂B y se lee: “A esta incluido en B” o “A es un subconjunto de B”. La negación de A⊂B se escribe A$\not\subset$B

Ejemplo 1:

A= {1; 2; 3}

B= {0; 1; 2; 3; 4; 5}

$\rightarrow A \subset B$

Ejemplo 2: Dado el conjunto A= {3;{6}; 9; 10} entonces se cumple:

$\rightarrow \{3\} \subset A$ $\quad\quad$ $\rightarrow \{\{6\}\} \subset A$

$\rightarrow \{3; 9\} \subset A$ $\quad\quad$ $\rightarrow \{3; 6\} \not\subset A$

Propiedades

i) $A \subset A, \forall A$ ($\forall$ A, se lee: para todo conjunto A)

ii) $A \subset B$ y $B \subset A \rightarrow A \subset C$

iii) $\varnothing \subset A, \forall A$

5.7. Conjunto potencia

Dado el conjunto A, se denomina conjunto potencia de A y se denota por P(A), al conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de A.

Ejemplo: Si A = {2; 5}

Entonces:(A) = {Ø; {2}; {5};{2,5}}

Ø Siempre es un subconjunto A.

NOTA: Si un conjunto finito A, tiene como cardinal n(A)

Se cumple: $n\,[P(A)]=2^{n(A)}$

Donde: n [P(A)] = Es el número de elementos del conjunto potencia o número de subconjuntos del conjunto A.

Ejemplo: Si n(A) =5

$n\,[P(A)]= 2^{n(A)\,=}\,2^5 = 32$

Es decir, A, tiene 32 subconjuntos.

5.8. Operaciones entre conjuntos

a) Unión de conjuntos: La unión de dos conjuntos A y B es un conjunto cuyos elementos pertenecen a A o a B.

Notación: $A \cup B = \{x / x \in A \vee x \in B\}$

b) Intersección de conjuntos: La intersección de dos conjuntos A y B, es un conjuntos cuyos elementos son comunes a A y B.

Notación: $A \cap B = \{x / x \in A \wedge x \in B\}$

c) Diferencia de conjuntos: La diferencia de dos conjuntos A y B, es un conjunto, cuyos elementos son aquellos que están en el conjunto A, pero no en el conjunto B.

Notación: $A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$

d) Diferencia Simétrica: La diferencia simétrica de dos conjuntos A y B es un conjunto cuyos elementos son aquellos que están en A, pero no en B, unidos con aquellos que están en B, pero no en A.

Notación: $A \Delta B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\} \cup \{x / x \notin A \wedge x \in B\}$

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

e) Complemento: El complemento de un conjunto A, son todos los elementos que no están en el conjunto A y que están en el universo.

Notación: $A^c = \{x / x \in U \wedge x \notin A\}$

$$A^c = U - A$$

5.9. Leyes de algebra de conjunto

1.- **Asociatividad**:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

2.- **Conmutatividad**:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

3.- **Distributividad**:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

4.- **Absorción**:

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

5.- **Idempotencia**:

$$A \cup A = A$$

$$B \cap B = B$$

6.- **Identidad**:

$$A \cup \phi = A \qquad A \cap U = A$$

$$A \cup U = U \qquad A \cap \phi = \phi$$

7.-**Complemento**:

$$A \cup A^c = U \qquad A \cap A^c = \phi$$

$$(A^c)^c = A \qquad U' = \phi,\ \phi' = U$$

8.- **Ley de Morgan**:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \qquad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$A - B = A \cap B^c$$

5.10. Resolución de Problemas Matemáticos

1. Problema

Polya (1981) define un problema como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere, o como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular.

Echenique (2009) indica que un problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone, en principio de un camino rápido y directo que lo lleve a la solución.

Un problema entonces conlleva siempre un grado de dificultad apreciable, es un reto que debe tener un nivel adecuado a la edad y formación a la persona que se enfrenta a él.

2. Resolución de problema

Carr (1989) manifiesta que “La resolución de problemas es el proceso de aplicar el conocimiento previamente adquirido a las situaciones nuevas y no familiares”

Como Polya dijo: "La resolución de problemas es un arte práctico, como nadar o tocar el piano”. De la misma forma es necesario introducirse en el agua para aprender a nadar, para aprender a resolver problemas, los alumnos han de invertir mucho tiempo entre ensayo error.

A través de la resolución de problemas se crean ambientes de aprendizaje que permiten la formación de personas autónomas, críticas, capaces de preguntarse por los hechos, las interpretaciones, las explicaciones, desarrollo de capacidades complejas como la creatividad y procesos cognitivos de orden superior como la inferencia.

3. Clasificación de problemas matemáticos

Cliford (2010) menciona que los procedimientos que los estudiantes ponen en juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de la situación. Con un mismo cálculo se pueden resolver problemas aritméticos de diferente complejidad. Para el estudiante, en cada caso se debe establecer relaciones distintas, para la resolución de problemas matemáticos. El desarrollo de estas actividades puede plantearse a partir de diferentes alternativas o caminos:

1) Problemas tipo. Consiste en que las operaciones que se deben utilizar para la solución del problema se encuentran implícitos en el enunciado. Como lo relacionado a los problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) tanto aditivos y multiplicativos.
2) Problemas heurísticos. Consiste en que los procedimientos a ejecutar que se deben utilizar para la solución del problema no se encuentran implícitos en el enunciado. Por ejemplo, los problemas de generalización lineal en los cuales se trabajan con sucesiones aritméticas simples.
3) Problemas en contexto real. Requieren para dar solución del contexto o situación real implicada en el problema, que requieran el uso de habilidades, conceptos, procesos matemáticos y de datos no explícitos, sin los cuales es imposible darles solución.

4) Problemas de demostración. Son aquellos en los cuales la deducción es la forma de solucionarlos. Ejemplo demostración de fórmulas matemática y teoremas.
5) Problema rompecabezas. Cuya solución es a través del método de ensayo error.

Ejemplos determinar el número de cuadriláteros, triángulos en una figura.

4. Etapas de la resolución de problemas

Muchos investigadores sobre la resolución de problemas proponen un abanico de etapas entre los relevantes son:

Wallas (citado por Poggioli,1999) considera para resolver problemas las siguientes fases:

1) La preparación, el solucionador analiza el problema a través de informaciones bibliográficas para definirlos, recoge hechos de información relevante al problema que le puede servir en su solución.
2) La incubación, el solucionador de manera inconsciente analiza el problema, genera hipótesis de solución.
3) La inspiración, es la fase en la cual el solucionador soluciona el problema de manera imprevista.
4) La verificación, el solucionador contrasta la solución para comprobar su acierto.

Polya (1984) defiende la autonomía de los estudiantes en la solución de problemas, explica en su libro "Cómo Plantear y Resolver Problemas" las cuatro etapas indispensables que se debe tener en cuenta en la resolución de problemas:

1) Comprender el problema

Preguntas básicas para la comprensión del problema

¿Entiende todo lo que dice el problema?

¿Plantea el problema con sus propias palabras?

¿Diferencia los datos?

¿Tiene suficiente información?

¿Sabe a qué quiere llegar?

¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

2) Configurar un plan

Para trazar el plan tener en cuenta las siguientes preguntas:

¿Qué se debe encontrar?

¿Qué estrategias se puede emplear?

Con el tipo de problemas y los datos obtenidos ¿Es adecuado la estrategia seleccionada?

Las estrategias más frecuentes a usar:

Resolver un problema similar y sencillo

Hacer un dibujo

Buscar un patrón

Resolver el problema por el final

Ensayo error

Usar casos

Hacer un diagrama

3) Ejecutar el plan

Es una fase reflexiva en la que los estudiantes deben seleccionar y controlar su proceso de aplicación de la estrategia seleccionada, teniendo la posibilidad de cambiar en caso es necesario.

Para la ejecución adecuada se debe tener en cuenta realizar las siguientes interrogantes:

¿Por dónde debo empezar?

¿Es lo adecuado la estrategia seleccionada?

¿No tengas miedo de volver a empezar?

¿Están en orden lógico los pasos para la resolución del problema?

4) Mirar hacia atrás

Es una de las fases más importantes e instructiva donde se evalúa todo el proceso que permite afianzar y adquirir nuevas destrezas y aptitudes para la solución de problemas. Polya propone las siguientes preguntas para verificar el problema:

¿Puedes verificar el resultado?

¿Es la solución correcta?

¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

¿Puedes extender tu solución a un caso general?

5. Enfoque centrado en la resolución de problemas

Es promover formas de enseñanza-aprendizaje que den respuesta a situaciones problemáticas cercanas a la vida real o científico. Teniendo en cuenta a tareas y actividades matemáticas de progresiva dificultad, que plantean demandas cognitivas, con pertinencia a sus diferencias socio culturales. El enfoque pone énfasis en un saber actuar pertinente ante una situación problemática, presentada en un contexto particular que moviliza una serie de recursos o saberes, a través de actividades que satisfagan determinados criterios de calidad.

El estudiante aprenda a resolver problemas, en función a sus necesidades e interés, dominar técnicas matemáticas, procedimientos estratégicos, desarrollar capacidades, como: la matematización, representación, comunicación, elaboración de estrategias, utilización de expresiones simbólicas y la argumentación en función a los dominios matemáticos.

6. Objetivos del enfoque centrado en la resolución de problemas

Lograr que el estudiante:

- ✓ Se involucre en un problema (tarea o actividad matemática) para resolverlo con iniciativa y entusiasmo. Comunique y explique el proceso de resolución del problema.
- ✓ Razone de manera efectiva, adecuada y creativa durante todo el proceso de resolución del problema, partiendo de un conocimiento integrado, flexible y utilizable.
- ✓ Busque información y utilice los recursos que promuevan un aprendizaje significativo. Sea capaz de evaluar su propia capacidad de resolver la situación problemática presentada.
- ✓ Reconozca sus fallas en el proceso de construcción de sus conocimientos matemáticos y resolución del problema.
- ✓ Colabore de manera efectiva como parte de un equipo que trabaja de manera conjunta para lograr una meta común.

7. ¿Qué es resolver una situación problemática?

Resolver una situación problemática es:

- Encontrarle una solución a un problema determinado. Hallar la manera de superar un obstáculo.
- Encontrar una estrategia allí donde no se disponía de estrategia alguna.
- Idear la forma de salir de una dificultad. Lograr lo que uno se propone utilizando los medios adecuados.

8. La tabla BREL

Es un arreglo rectangular de filas y columnas, donde las filas está determinada por el número de conjuntos que se va desarrollar y en las columnas se consignan los elementos del total de los conjuntos a trabajar. El número de filas se incrementan en función a las interrogantes que se tiene el ejercicio.

9. Método BREL

La matemática al igual que las demás ciencias, en su desarrollo dialéctico, sufre modificaciones diversas, porque en su esencia existe una serie de contradicciones propio de su desarrollo, con la finalidad de conocer, representar, explicar y mejorar el mundo material , la razón de la existencia de la matemática es la comprensión de la naturaleza y recordando a Galileo cuando afirma que “El gran libro de la naturaleza hace siempre abierto ante los ojos y en él está escrito la verdadera filosofía”. Pero no podemos leerla amemos que primero aprendamos el lenguaje y conozcamos los caracteres en que está escrito el lenguaje matemático.

Estamos enteramente convencidos que la matemática regula el gobierno del universo y con ello al hombre mismo, ya que todo fenómeno explicado mediante palabras, no se acepta como verdad hasta que se demuestre matemáticamente y el trabajo del hombre ha sido siempre orientado a descubrir y explicar con lenguaje simbólico: Un fenómeno social o natural es formulado mediante expresiones matemáticas, o sea mediante ¡formulas!; y con justa razón podemos exclamar al igual que DURUY ; “la matemática es la llave de oro que abre las puertas de otras ciencias” .

La teoría de conjuntos fueron creados y desarrollados por George cantor, matemático alemán de origen Ruso, que en 1874 crea esta teoría que es considerada hoy en día como pilar fundamental de la matemática moderna, por lo que, su conocimiento es de gran importancia en la formación matemática de educandos de los diferentes niveles de la educación y aún más, para cualquier persona común y corriente, porque todo, está relacionado con esta gran teoría, por lo tanto, y dentro del marco científico existe la necesidad de perfeccionar y cambiar el estudio y el aporte creativo e innovador de esta teoría, para mejorar la comprensión y así el hombre de la sociedad del conocimiento y la información se guíe en su quehacer cotidiano, entendiendo perfectamente su accionar, relacionándolo adecuadamente con la teoría de conjuntos, explicándose matemáticamente: la idea de pertenencia, no pertenencia, de unión, intersección, diferencia, etc., que se desarrollan en cada instante independientemente al lugar donde el hombre se encuentra, claro está en forma intuitiva pero matemáticamente cuando afirmamos perfeccionar y cambiar el estudio y enseñanza de esta teoría, nos referimos a que se debe buscar una alternativa plasmada en una innovación pedagógica para la enseñanza y asimilación sencilla y rigurosa de esta teoría; conjeturamos que esta debió ser la idea de aquellos matemáticos como Jhon Venn, Leonard Euler y Karl Lewis entre otros que crearon diferentes diagramas que ayudan a representar un conjunto y han hecho posible estudiar , comprender, aceptar y desarrollar esta teoría, y de esta manera enriqueciendo el conocimiento. Al igual que Henry Poicaré podemos afirmar que “Los matemáticos no utilizan los conceptos sino las relaciones entre objetos; por tanto, les es indiferente reemplazar estos objetos por otros, con tal que no cambie las relaciones. La materia no les importa, solo les interesa la forma”.

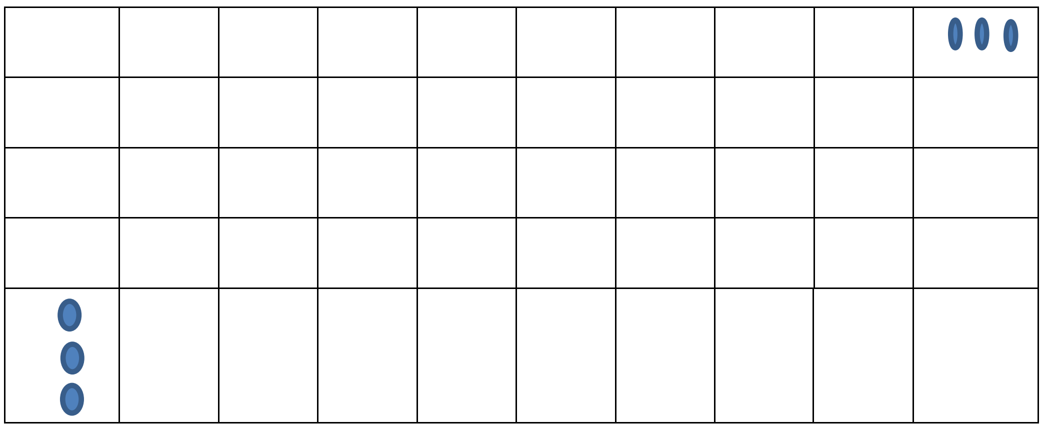
Por lo que la idea de buscar una nueva forma de diagrama que represente un conjunto, no tal vez superando otros diagramas sino solo con fines pedagógicos de llegar a nuestros educandos, a lo largo de esta investigación pedagógica   durante años a buscar, crear, perfeccionar un diagrama completamente diferente a los existentes, que pueda ser eficaz y eficientemente en busca de la efectividad, por los educandos y otros en el permanente estudio e investigación de tan importante teoría como la de los conjuntos; ya que los diagramas pueden representar en forma sencilla las diferentes relaciones entre conjuntos, y realizar en ellas operaciones, simplificaciones y verificaciones en la solución de problemas de conjuntos, superando así las dificultades que se tiene en el manejo de conjuntos y sus múltiples aplicaciones.

Luego de muchas pruebas, errores e innumerables intentos todos los conjuntos pueden ser representados y ubicados a la vez en una cuadricula, formado por segmentos perpendiculares y horizontales en un número relacionado con la cantidad de conjuntos y elementos; formándose así un número determinado de columnas y filas que facilite la solución de problemas de teoría de conjuntos de manera breve, rápida, elegante y lógico.

Pasos para representar la tabla BREL:

Paso 1:

Grafica de la tabla BREL



Paso 2:

En la primera columna de la izquierda de la tabla se ubican las letras mayúsculas que denotan a los conjuntos:

A									…
B									
C									
D									
⋮									

Paso 3:

A continuación de cada letra mayúscula que identifica a un determinado conjunto y a la derecha en forma horizontal se ubican a continuación de cada conjunto en su fila correspondiente se ubica sus elementos en forma ordenada debiendo tener mucho cuidado de que los elementos comunes, que estén en relación con los demás conjuntos se ubiquen en una sola columna.

A	a	b	c	d	e	f	g	h	
B			c		e	f	g		
C	a			d		f	g		
D		b		d	e				
U	a	b	c	d	e	f	g	h	

Paso 4:

Finalmente, en columna de la derecha se representa el conjunto determinado por extensión.

A	A	b	c	d	e	f		h	{a,b,c,d,e,f,h}
B			c		e	f	g		{c,e,f,g}
C	A			d		f	g		{a,d,f,g}
D		b		d	e				{b,d,e }
U	A	b	c	d	e	f	g	h	{a,b,c,d,e,f,g,h}

Este es el diagrama final donde están ubicados adecuadamente los conjuntos A, B, C, D, U y sus respectivos elementos.

1. La denominación "BREL"

A esta manera de ubicar los conjuntos y sus elementos se dio el nombre de diagrama conjuntista, tabla conjuntista o simplemente tabla BREL.

¿Por qué BREL? Por la sencilla razón de ser breve, rápida, elegante y lógico - BREL.

Esta representación o tabla BREL, a primera intención arroja varias informaciones

Ejemplos:

- Que la idea de pertenencia está a la vista; bien determinado.
- Que existen elementos que pertenecen a uno o más conjuntos.
- Que el número de elementos es fácil determinado con un simple conteo.
- Que los elementos están debidamente ordenados.

Por lo tanto, la tabla BREL ayuda a comprender mejor a sus conjuntos de sus elementos.

2. Representación de conjuntos en la tabla BREL

Para representar un conjunto en la tabla BREL, es necesario ubicar el conjunto y sus elementos adecuadamente de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- Construir adecuadamente la tabla BREL, vale decir trazar exactamente el número de segmentos verticales y horizontales de acuerdo al número de conjuntos y sus elementos.
- Es necesario que el primer conjunto este ubicado, en forma conveniente, guardando sus elementos por ello servirá para ordenar los elementos de otros conjuntos.
- Una vez ubicado los conjuntos y sus elementos en la tabla BREL, es necesario determinar el conjunto universal en la última fila.

A	a	b	c	d	e	f		h			{a, b, c, d, e, f, h}
B			c		e	f	g				{c, e, f, g}
C	a			d	e		g		i		{a, d, e, g, i}
D		b		d	e					j	{b, d, e, j}
U	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	{a, b, c, d, e, f, g, h, I, j}

EJEMPLO N° 1

Construir la tabla BREL para los siguientes conjuntos:

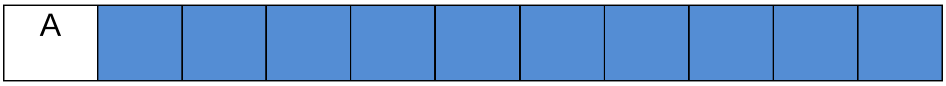
A= {a, b, c, d, e, f} B= {a, x, b, y, z} C= {m}

D= { } F= {b, x, e, z, m}

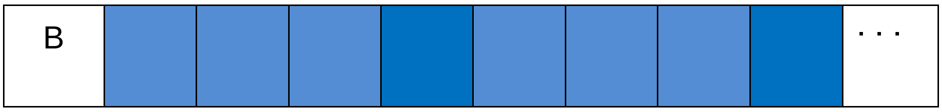
A	a	b	c	d	e	f					{a, b, c, d, e, f }
B	a	b						x	y	z	{a, x, b, y, z}
C							m				{m}
D											{ }
F		b			e		m	x		z	{b, x, e, z, m}
U	a	b	c	d	e	f	m	x	y	z	{a, b, c, d, e, f, m, x, y, z}

3. Representación de conjuntos notables en la tabla BREL

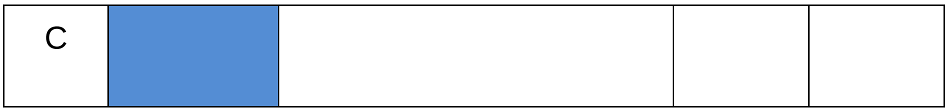
i. **Conjunto finito:** Tiene una cantidad limitada de elementos.



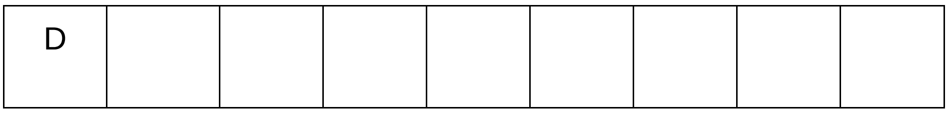
ii. **Conjunto infinito:** Tiene una cantidad ilimitada de elementos.



iii. **Conjunto unitario**: Tiene un solo elemento.



iv. **Conjunto vacío:** No tiene elemento.



v. **Conjunto universal:** Es conjunto referencia donde varia la cantidad de elementos de acuerdo de la naturaleza de los conjuntos.

4. Relación entre conjuntos y la tabla BREL

i. Conjuntos iguales

Sean A y B dos conjuntos, se dice que A es igual a B, cuando tienen exactamente los mismos elementos.

A=B ⇔ ∀ x(x € A ⇔ x € B)

Si no son iguales, entonces A ≠ B, es diferentes de B

Según la Tabla BREL es:

A	a	b	C	D			{a,b, c, d}
B	a	b	C	D			{a, b, c, d}

→ A=B

O también

A									
B									

→ A=B

A	a	b	c	d	e				
B			c	d	e	f			

→ A≠B

O

también

A									
B									

A≠B

vi. Conjunto equivalentes:

Se dice que un conjunto es equivalente a otro, si ambos tienen el mismo número de elementos (cardinal de A es igual al cardinal de B) esto es n(A) = n(B).

La Tabla BREL es:

A	a	b	c	d					
B			c	d	e	f			

n(A)= 4
n(B)= 4
A es equivalente a B

A								
B								

Parte sombreando de A es igual a la parte sombreada de B.

→ A es equivalente a B.

vii. Inclusión de conjuntos:

Sean A y B dos conjuntos se dice que A está incluido en B; si todos los elementos de A pertenecen a B.

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

La tabla BREL es:

A	a	b	c	d					
B	a	b	c	d	e	f			

$A \subset B$

- también

A								
B								

Parte sombreada de A está contenido en la parte sombreada de B
A es equivalente a B

viii. Conjuntos disjuntos:

Sean A y B dos conjuntos, se dicen que A es disjunto con B, si no tienen ningún elemento común:

A es disjunto B $\Leftrightarrow \nexists\, x \in U / x \in A \wedge X \in B$

La Tabla BREL es:

A	a	b	c	d					
B					f	h	g	j	k

A disjunto B

O también:

A									
B									

ix. Conjuntos comparables:

Sean A y B dos conjuntos: Se dice que A es comparable con B, si B está incluido en A ó A incluido en B, de lo contrario no son comparables.

Según la tabla BREL es:

A			c	d	e	f			
B	a	b	c	d	e	f	h	g	

O también:

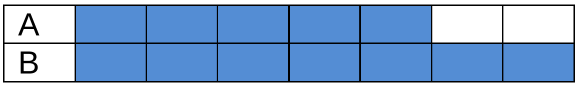
A								
B								

5. Operaciones con conjuntos y la tabla conjuntista o tabla de BREL.

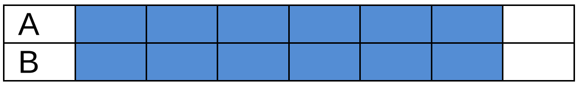
Es la teoría de conjuntos existen muchas formas de representar los conjuntos; diagrama de Venn – Euler, diagramas lineales, Diagrama de Carroll. Todos ellos se utilizan para representar los diferentes conjuntos y realizar operaciones indicadas; al igual que todos ellos, también se puede representar los conjuntos y realizar operaciones con ellos mediante tabla conjuntista, llamada también tabla BREL.

Ejemplo:

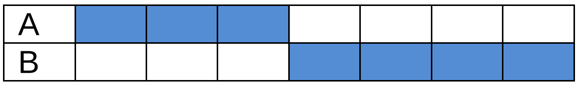
Representa los conjuntos A y B utilizando la tabla BREL.



➔ Significa que el conjunto "A" tiene 5 elementos
➔ Significa que el conjunto "B" tiene 7 elementos



➔ Significa que A = B



➔ Significa que A y B son disjuntos

i. Unión de conjuntos

Sean A y B dos conjuntos, se llaman unión de conjuntos; al conjunto formado por todos los elementos de A y todos los elementos de B.

$A \cup B \{x \in U / x \in A \vee x \in B\}$

Ejemplo:

Sean los conjuntos: A= {a; b; c; d} B= {c; d; e; f}

Representando con la tabla de BREL resulta

A	a	b	c	d			{a, b, c, d}
B			c	d	e	f	{c, d, e, f}
U	a	b	c	d	e	f	{a, b, c, d, e, f}
A U B	a	b	c	d	e	f	{a, b, c, d, e, f}

O también lo representamos por:

A		
B		
U		
A U B		

Ejemplo:

Sean los conjuntos: A = {2, 3, 4, 5}; B = {1, 2, 4, 6, 7} y C = {2, 4, 6}

Hallar: A U B; B U C; A U C

Representando con la tabla de BREL resulta

A		2	3	4	5			{2, 3, 4, 5}
B	1	2		4		6	7	{1, 2, 4, 6, 7}
C		2		4		6		{2, 4, 6}
U	1	2	3	4	5	6	7	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
A U B	1	2	3	4	5	6	7	{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
B U C	1	2		4		6	7	{1, 2, 4, 6, 7}
A U C		2	3	4	5	6		{2, 3, 4, 5, 6}

ii. Intercesión de conjuntos

Sean A y B; se llama intersección de conjuntos, al conjunto formado por los elementos comunes de los conjuntos.

$A \cap B = \{\mathrm{x} \in \mathrm{U}/\mathrm{x} \in A \wedge \mathrm{x} \in B\}$

Sean los conjuntos: A = {a; b; c; d; g} B = {c; d; e; f} y C = { b; d; g}

Empleando la Tabla BREL resulta:

A	a	b	c	d			g	{a, b, c, d, g}
B			c	d	e	f		{c, d, e, f}
C		b		d			g	{ b, d, g}
U	a	b	c	d	e	f	g	{a, b, c, d, e, f, g}
A ∩ B			c	d				{c, d}
B ∩ C	a	b	c	d			g	{d }

O también lo representamos por:

A								
B								
C								
U								
A ∩ B								
B ∩ C								

Ejemplo:

Sean los conjuntos A = {0,1, 2, 4} B = {1, 4, 5, 6, 7}

C = {3, 5, 6}

Hallar: a) A ∩B b) B ∩ C c) A ∩ C.

Empleando la Tabla BREL resulta:

A	0	1	2		4				{0, 1, 2, 4}
B		1			4	5	6	7	{1, 4, 5, 6, 7}
C				3		5	6		{5,3, 6}
U	0	1	2	3	4	5	6	7	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
a) A ∩ B		1			4				{1, 4}
b) B ∩ C						5	6		{5, 6}
c) A ∩ C									{ }

iii. Diferencia de conjuntos

Sean los conjuntos A y B, se llama diferencia de conjuntos; al conjunto formado por los elementos de A que no pertenecen al conjunto B.

$A - B = \{\mathrm{x} \in \mathrm{U}/\mathrm{x} \in A \wedge x \notin B\}$

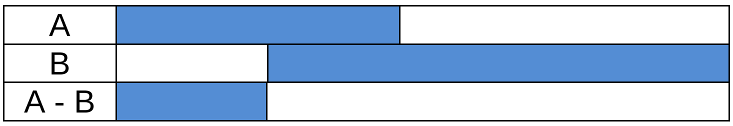
Ejemplo:

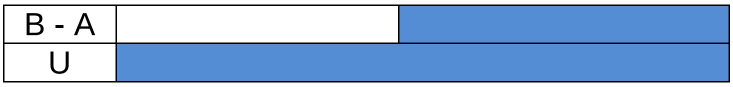
Sean los conjuntos A = {a, b, c, d, e} B = {d, e, m, n, q, r}

Su representación en la tabla BREL es:

A	a	b	c	d	e					{a, b, c, d, e}
B				d	e	m	n	q	r	{d, e, m, n, q, r}
A - B	a	b	c							{a, b, c}
B - A						m	n	q	r	{m, n, q, r}
U	a	b	c	d	e	m	n	q	r	{a, b, c, d, e, m, n, q, r}

O también lo representamos por:





Ejemplo:

Sean los conjuntos A = {0; 1; 2; 3} B = {1, a, 3, b} y C = {1, 3}

Hallar: A – B B – C A – C B – A C – B C – A.

A	0	1	2	3			{0, 1, 2, 3}
B		1		3	a	b	{1, 3, a, b}
C		1		3			{1, 3}
U	0	1	2	3	a	b	{0, 1, 2, 3, a, b}
A – B	0		2				{0, 2}
B – C					a	b	{a, b}
A – C	0		2				{0, 2}
B – A					a	b	{a, b}
C – B							∅
C – A							∅

iv. Complemento de conjunto

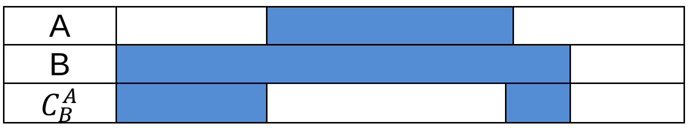
Sean A y B dos conjuntos, se dice complemento de A respecto a B; al conjunto formado por los elementos de B que no pertenecen a A o sea es la diferencia de B – A.

$$C_B^A = \{x \in U / x \in B \wedge x \notin A\}$$

Representando con la Tabla BREL tenemos

A			c	d	e			
B	a	b	c	d	e	f		
C_B^A	a	b				f		

O también:



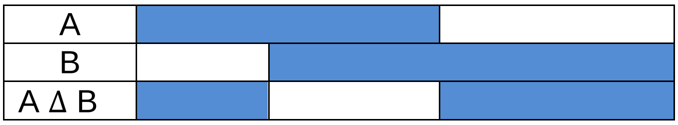
v. **Diferencia simétrica**

Sean los conjuntos A y B, se llama diferencia simétrica de A y B al conjunto formado sólo por los elementos de A o sólo los elementos de B.

$x \in U / x \in (A \cup B) \wedge x \notin (A \cap B)$

La Tabla BREL es:

A	a	b	c	d	e		
B				d	e	f	g
A Δ B	a	b	c			f	g



Ejemplo:

Sean: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} B = {2, 3, 7, 8, 9}

Hallar: A Δ B

A	1	2	3	4	5	6				{1, 2, 3, 4, 5, 6}
B		2	3				7	8	9	{2, 3, 7, 8, 9}
A Δ B	1			4	5	6	7	8	9	{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

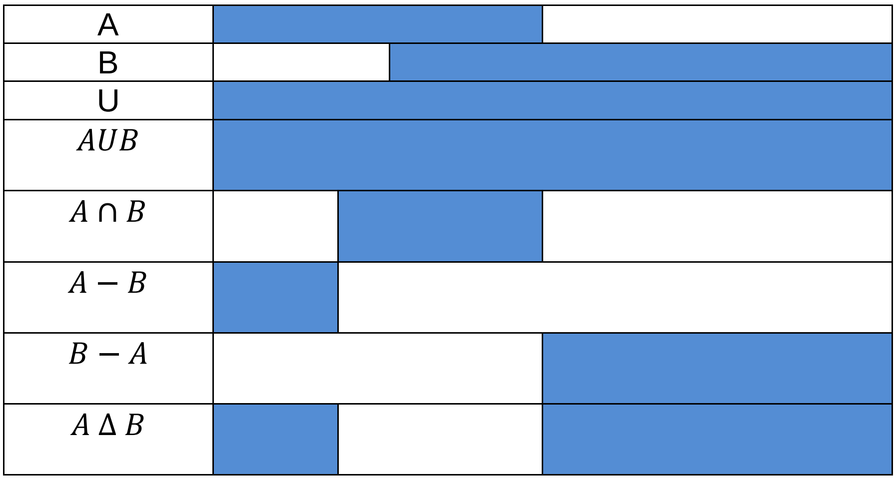
- **Ejercicios de operaciones de conjuntos en la tabla BREL**

Ejemplo N° 1

Representar los conjuntos A y B, y las operaciones: A = {a; b; c; d; e} y B = {c; d; e; f; g; h} Hallar: $A \cup B;\ A \cap B;\ A - B;\ B - A;\ A \Delta B;\ en\ U$.

A	a	b	c	d	e				{a, b, c, d, e}
B			c	d	e	f	g	h	{c, d, e, f, g, h}
U	a	b	c	d	e	f	g	h	{a, b, c, d, e, f, g, h}
AUB	a	b	c	d	e	f	g	h	{a, b, c, d, e, f, g, h}
$A \cap B$			c	d	e				{c, d, e}
$A - B$	a	b							{a, b}
$B - A$						f	g	h	{f, g, h}

$A \,\Delta\, B$	a	b				f	g	h	{a, b, f, g, h}



Ejercicio N°2

Sean los conjuntos:

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

B = {0, 1, 3, 5, 9}

Hallar: a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$ d) $B - A$ e) $A\Delta B$

f) $(A \cup B) \cap (A - B)$ g) $(A \cap B)^C$ y h) $(A \cup B)^C$

A		1	2	3	4	5	6	7	8		{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
B	0	1		3		5				9	{0, 1, 3, 5, 9}
U	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
$A \cup B$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
$A \cap B$		1		3		5					{1, 3, 5}
$A - B$			2		4		6	7	8		{2, 4, 6, 7, 8}
$B - A$	0									9	{0, 9}
$A\Delta B$	0		2		4		6	7	8	9	{0, 2, 4, 6, 7, 8, 9}
$(A \cup B) \cap (A - B)$			2		4		6	7	8		{2, 4, 6, 7, 8}
$(A \cap B)^C$	0		2		4		6	7	8	9	{0, 2, 4, 6, 7, 8, 9}
$(A \cup B)^C$											Ø

6. Simplificación de expresiones conjuntistas

Problema Nº 1

Simplificar:

{[A ∩(A Δ B)] ∪ [(B ∩ $C)^C$) ∩ A] ∪ $[B \ \cup (A \ \cap \ B^C)]\}$

a)A^C $b)A\cap B$ $c)A\cap B^C$ $d)B$ $e)A\cup B$

Solución método BREL

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

Forma a) $\{[A\cap(A\,\Delta\,C)]\ \cup[(B\cap C)^C\ \cap A]\cup[B\ \cup(A\cap B^C)]\}$

$\{[\{x,y\}\cap[\{x,y\}\Delta\{z,w\}]\ \cup[(\{y,z\}^c\cap\{x,y\}]\cup[\{x,z\}]\cup(\{y,z\}\cap\{y,z\}^c)]\}$

$\{[\{x,y\}]\cup[(\{z\})^c\ \cap\{x,y\}]\cup[\{y,z\}\cup\{x\}\ ]\}$

$\{[\{x,y\}]\cup[(\{x,y,w,q\}\cap\{x,y\}]\cup[\{y,z\}\cup\{x\}\ ]\}$

{[{x,y}] ∪ $[\{x,y\}]\cup[\{x,y,z\}]\}$

{x,y, z}

Luego: {x, y, z} = A U B Respuesta: E

*ARITMETICA Ediciones Rubiños: teoría de conjuntos Problema N° 31 – Pag.90

Forma b) $\{[A\cap(A\,\Delta\,C)]\ \cup[(B\cap C)^C\ \cap A]\cup[B\ \cup(A\cap B^C)]\}$

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

$A \Delta C$	x	y	z	w
1) $A \cap (A \Delta C)$	x	y		
$B \cap C$			z	
$(B \cap C)^C$	x	y		w
2) $(B \cap C)^C \cap A$	x	y		
B^C	x			w
$(A \cap B^C)$	x			
3) $B \cup (A \cap B^C)$	x	y	z	
$1 \cup 2 \cup 3$	x	y	z	

$A \cup B$

{x, y, z} = A ∪ B   Respuesta: E

Problema N° 2

Simplificar: $[(A \cup B)^C \cup (A \cap B)^C] \cup B$

A) $A \cap B$ B) A C) B D) $A \cup B$ E) ∅

Solución

Forma a) $[(A \cup B)^C \cup (A \cap B)^C] \cup B$

	A	x	y		
	B		y	z	
	$(A \cup B)$	x	y	z	{x, y, z}
1	$(A \cup B)^C$				{ }
	$(A \cap B)$		y		{ y }
2	$(A \cap B)^C$	x		z	{x, z}
3	$P1 \cup P2$	x		z	{x, z}

	P3 $\cup B$	x	y	z	{x, y, z}

$\underbrace{\qquad\qquad}$

$A \cup B$ Respuesta: D

Forma b) [(A$\cup B)^C \cup (A \cap B)^C] \cup B$

$[\{x; y; z\}^C \cup \{y\}^C] \cup \{y; z\}$

$[(\emptyset \cup (x, z)] \cup \{y, z\}$

$(\{x, z\}) \cup (\{y, z\})$

$\{x, y, z\} = A \cup B$

Respuesta: D

*Aritmética Contemporánea. Teoría de Conjuntos

Isidoro Ruiz Arango. Ejercicio N°125-Página 60

Problema N°3

Simplificar: $[(A\Delta B) \cap (B \Delta C)] \cup [(B \Delta A) \cup (A\Delta C)]$

A) B B) $A\Delta B$ C)A-B D)AΔB^C E) A$\cup B^C$

Solución método BREL

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

Forma a) $[(A\Delta B) \cap (B \Delta C)] \cup [(B \Delta A) \cap (A\Delta C)]$

$[(\{x,y\}\Delta\{y,z\})\cap(\{y,z\}\Delta\{z,w\})] \cup [(\{y,z\}\Delta\{x,y\})\cap(\{x,y\}\Delta\{z,w\})]$

$[\{x,z\}\cap\{y,w\}] \cup [\{x,z\}\cap\{x,y,z,w\}]$

$\emptyset\cup\{x,z\} = \{x,z\} = A\Delta B$

Respuesta: B

Forma b) $[(A\Delta B)\cap(B\Delta C)] \cup [(B\Delta A)\cap(A\Delta C)]$

	A	x	y			
	B		y	z		
	C			z	w	
1	A Δ B= B Δ A	x		z		
2	B Δ C		y		w	
3	$1\cap 2$					{ }
4	A Δ C	x	y	z	w	
5	$1\cap 4$	x		z		
6	$3\cup 5$	x		z		

$\{x,z\} = A\Delta B$; Respuesta: B

Problema N°4

Sean A, B y C subconjuntos del conjunto Universal U, utilizando propiedades simplifica:

{[A'-(B-C)] ∩ (C'-B)'}∪{A∩(B∪C)'}

A) A B)A-B C)U D)∅ E)A^C

Solución BREL

A	X	y		
B		y	z	
C			z	w
U	X	y	z	w

Forma a) {[A'-(B-C)] ′ ∩(C'-B)'}∪{A∩(B∪C)'}

{[A’-(B-C)] ′ ∩(C’-B)’}∪{A∩(B∪C)’}

{[{z, w}-({y, z}-{z, w})]′ ∩({z, w}’-{y, z})’} ∪ [{x, y}∩({y, z}∪{z, w})’]

{[{z, w}-{y}] ′ ∩({x,y}-{y, z})’}∪ [{x, y}∩({y, z, w})’]

{[{z, w}] ′ ∩({x})’}∪ [{x, y}∩{x)]

{{x, y}∩ {y, z, w}} ∪ [{x}]

{y}∪{x} = {x, y }

Respuesta: A

Forma b) {[A’-(B-C)] '∩(C’-B)’}∪{A∩(B∪C)’}

Solución método BREL

	A	x	y		
	B		y	z	
	C			z	w
	U	x	y	z	w
1	A’			z	w
2	B-C		y		
3	1 – 2			z	w
4	(3) ’	x	y		
	C’	x	y		
5	C’-B	x			
6	(C’-B)’		y	z	w
	B∪C		y	z	w
7	(B∪C)’	x			
8	A∩ 6	x			
9	(4∩ 6)		y		
10	9 ∪ 8	x	y		

{x, y } = A Respuesta: A

Problema N° 5

Simplifique; para 3 conjuntos A, B Y C.

{{[(A- B) ∪ B^C] $-$ $A\}^C$ ∩ $(A \cup C)\}$ ∪ $(\cup A - C)$

A) A U B B) A ∩B $C)\ A \cup (B \cap C$ $D)\ (A \cap B)^C$ E) A

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

$\{\{[(A - B) \cup B^C] - A\}^C \cap (A \cup C)\} \cup (A - C)$

$= \{\{[\{x, y\} - \{y, z\}) \cup \{x, w\}] - \{x, y\}\}^c \cap (\{x, y\} \cup \{z, w\})\} \cup (\{x, y\} - \{x, w\})$

$\cup (\{x, y\} - \{z, w\})$

$= \{\{[\{x\} \cup \{x, w\}] - \{x, y\}\}^c \cap (\{x, y, z, w\})\} \cup \{x, y\}$

$= \{\{w\}^c \cap (\{x, y, z, w\})\} \cup \{x, y\}$

$= \{\{x, y, z\} \cap \{x, y, z, w\}\} \cup \{x, y\}$

$= \{x, y, z\} \cup \{x, y\}$

= {x, y, z }

Luego: {x, y, z } = $A \cup (B \cap C)$

Respuesta : C

Problema N° 6

Simplifica la siguiente expresión:

$\{(A \cup B) \cap [(A \cup D) \cap (A \cup B)]\} \cup \{A \cup [B \cap ((A \cap C \cap D) \cup B)]\}$

A) $A \cup B$ $\quad$ $B) C$ $\quad$ $C) D' \cup C$ $\quad$ $D) A$ $\quad$ $E) B'$

Solución BREL

A	x	y			
B		y	z		
C			z	w	
D				w	p
U	x	y	z	w	p

$\{(A \cup B) \cap [(A \cup D) \cap (A \cup B)]\} \cup \{A \cup [B \cap ((A \cap C \cap D) \cup B)]\}$

$=\{(\{x, y\} \cup \{y, z\}) \cap [(\{x, y\} \cup \{w, p\}) \cap (\{x, y\} \cup \{y, z\})]\} \cup$

$=\{\{x, y\} \cup [\{y, z\} \cap ((\{x, y\} \cap \{z, w\} \cap \{wp\}) \cup \{y; z\})]\}$

$= \{\{x, y, z\} \cap [\{x, y, w, p\}\} \cup \{\{x, y\} \cup [\{y, z\} \cap (\{\ \} \cup \{y, z\}]\}$

$=\{\{x, y, z\} \cap [\{x, y\} \cap \{x, y, z\}]\} \cup \{\{y, x\} \cup [\{y, z\} \cap (\{y, z\}]\}$

$=\{x, y\} \cup \{\{y, x\} \cup \{y,\ z\}\}$

$=\{x, y\} \cup \{x, y, z\}$

$=\{x, y, z\}$

Luego: $\{x, y, z\} = A \cup B$.

$RESPUESTA$: A

6. Simplificación de expresión conjuntista condicionados

Problema N° 1

Si: $A \subset C \quad y \quad A \cap B = \emptyset$

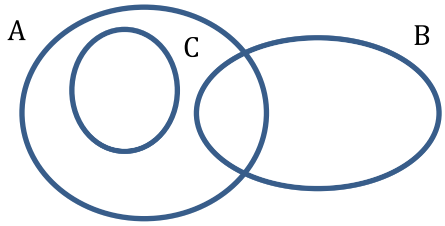
Simplificar:

$$\{[A \cap (C - B)] \cup [(A' \cup B') \cap (C - A)]\} \cap [(A \cap C) \cup A']$$

A) U B) $\emptyset$ C) $A \cap B$ D) $B - A$ E) C

Solución:

De la condición: $A \subset C \quad Y \quad A \cap B = \emptyset, Se\ tiene$:



Entonces: $\{[A \cap (C - B)] \cup [(A' \cup B') \cap (C - A)]\} \cap [(A \cap C) \cup A']$

$\{[A \cup [(A \cap B)' \cap (C - A)]\} \cap [(A \cup A')]$

$\{A \cup [\emptyset' \cap (C - A)]\} \cap U$

$\{A \cup [U \cap (C - A)]\} \cap U$

$\{A \cup (C - A) \cap U$

C ∩ U = C Respuesta: E

Solución BREL

A	x			
B		y	z	
C	x	y		
U	x	y	z	

{[A ∩ $(C - B)$] ∪ $[(A' \cup B') \cap (C - A)]\}$ ∩ $[(A \cap C) \cup A']$

={[{x} ∩ $(\{x, y\} - \{y, z\})]$ ∪ $[(\{y, z, q\} \cup \{x, q\}) \cap (\{x, y\} - \{x\})]\}$ ∩ $[(\{x\} \cap \{x, y\}) \cup \{y, z\}]$

={[{x}∩ $\{x\}]$ ∪ $[\{x, y, z\} \cap (\{x, y\} - \{x\})]\}$ ∩ $[(\{x\} \cap \{x, y\}) \cup \{y, z\}]$

={{x}∪ {y}}∩{x; y; z}

={x, y} ∩ {x, y, z} = {x, y} Luego: {x, y}= C Respuesta: E

Problema N°2

Sabiendo que: A ∩ B'=∅ y que A ∩ C = ∅

Simplificar: [A∪ (B-C)]∩[B∪(C-A)]

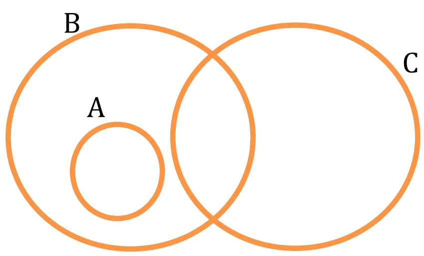
A) B∩ C' B) B C) B ∪ A D) C' E) B'∪ A

Solución

De las condiciones deducimos:

I. Si A ∩ B' = ∅ → A ⊂ B

II. Si A ∩ C = ∅→ A y C son disjuntos



Simplificando

$$\underbrace{[A\cup (B-C)]}_{B - C}\cap\underbrace{[B\cup(C-A)]}_{B \cup C}$$

$(B \cap C') \cap (B \cup C)$

$B \cap [C' \cap (B \cup C)]$

$B \cap C'$ Respuesta: A

Solución BREL

A	x			
B	x	y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

$[A \cup (B-C)] \cap [B \cup (C-A)]$

$[\{x\} \cup (\{x,y,z\}-\{z,w\})] \cap [\{x,y,z\} \cup (\{z,w\}-\{x\})]$

$[\{x\} \cup \{x,y\}] \cap [\{x,y,z\} \cup \{z,w\}]$

$\{x, y\} \cap \{x, y, z, w\}$

$\{x, y\}$

Luego: $\{x, y\} = B \cap C'$

Respuesta: A

Problema N° 3

Sabiendo que $A \subset B$ SIMPLIFICAR

$A \cap \{[(B \cup A) \cap C \cap (C' \cup B')] \cup A' \cup B'\}$

A) $\emptyset$ B) U C) A D) A' E) $A' \cup B$

Solución BREL

A	x		
B	x	y	
C		y	z
U	x	y	z

A ∩{[(B ∪A) ∩ C ∩ (C’∪B’)] ∪A’∪B’}

{x}∩{[({x,y} ∪ {x}) ∩ {y,z} ∩ ({x,w}∪{z,w})] ∪{y,z,w}∪{z,w}}

{x}∩{[({x,y} ∪ {x}) ∩ {y,z} ∩ ({x,w}∪{z,w})] ∪{y,z,w}∪{z,w}}

{x}∩{[{x,y} ∩ {y,z} ∩{x,z,w}] ∪{y,z,w} }

{x}∩{[{y} ∩{x,z,w}] ∪{y,z,w} }

{x}∩{ ∅ ∪ {y,z,w} }

{x}∩{y,z,w} = { } = ∅   Respuesta: A

Problema N°4

Sean los conjuntos A , B y C tales que:

B^C⊂A^Cy AΔC=A∪C

{A∪ (B-C)} ∩[B ∪(C-A)] ∪[A∩ B^C) Δ C]

A) ∅ B) A Δ B C) B ∪ C D) A ∩ B E) B ∩ C

Solución BREL

A	x			
B	x	y		
C			z	
U	x	y	z	

{A∪ (B-C)} ∩[B ∪(C-A)] ∪[A∩ B^C) ΔC]

{{x}∪({x,y}-{z})} ∩[{x,y}∪({z}-{x})] ∪[{x}∩{z}) Δ$\{z\}$]

{{x}∪ {x,y}} ∩[{x,y}∪ {z})] ∪[∅ Δ $\{z\}$]

{{x, y}}∩{{x, y, z}} ∪ [{z}]

{x, y}∪ {z}

{x, y, z}

Luego: {x, y, z} = B ∪ C   Respuesta C

Fuente: Aritmética Contemporánea "Teoría de Conjuntos" Isidro Ruíz Arango Editorial San Marcos. Problema 273 Pág. 155

Problema N°5

Simplificar:

[A-(B∩ P)] ∩(B-A), sabiendo que A⊂ P

A) ∅ B) A C) B D) U E) P

Solución BREL

A	x		
B		y	z
P	x	y	
U	x	y	z

[A-(B∩ P)] ∩ (B-A)

[{x}-({y, z}∩ $\{x, y\}$)] ∩({y,z}-{x})

[{x} - {y}] ∩ {y, z}

{x} ∩ {y, z}

{ } Respuesta: A

7. Demostraciones de expresiones conjuntistas y la tabla BREL

Problema N° 1

Demostrar que:

$$(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) - (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \Delta \boldsymbol{B}) \Delta (\boldsymbol{B} \Delta \boldsymbol{C})$$

Solución BREL

Se construye la tabla BREL (modelo general para 3 conjuntos)

A	x	y			
B		y	z		
C			z	w	

U	x	y	z	w	

$(\mathbf{A} \cup \boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) - (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C})$

({x,y}∪ $\{y, z\} \cup \{z, w\}) - (\{x, y\} \cap \{y, z\} \cap \{z, w\})$ (Por reemplazo de valores tomadas de la tabla)

({x, y, z, w }) **–** ({ }) (por definición de unión e intersección)

{x, y, z, w} (Por definición de diferencia)

$(\mathbf{A} \,\Delta\, \boldsymbol{B}) \,\Delta\, (\boldsymbol{B} \,\Delta\, \boldsymbol{C})$

({x,y}Δ $\{\mathrm{y}, \mathrm{z}\}) \,\Delta\, (\{\mathrm{y}, \mathrm{z}\} \Delta \{\mathrm{z}, \mathrm{w}\})$ $(\text{ por reemplazo idem })$

({x, z}) Δ $(\{y, w\})$ (Por definición de diferencia simétrica)

{x, y, z, w} (Por definición de diferencia simétrica)

$(\mathbf{A} \cup \boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) - (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \,\Delta\, \boldsymbol{B}) \,\Delta\, (\boldsymbol{B} \,\Delta\, \boldsymbol{C})$ L.q. q. d

Problema N° 2

Demostrar que: **A**∪ $(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{A}$

Solución BREL

Se construye la tabla BREL ; al modelo general para dos conjuntos:

A	x	y	
B		y	z
U	x	y	z

$\mathbf{A} \cup (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) = \boldsymbol{A}$

{x, y} ∪ $(\{x, y\} \cap \{y, z\})$ (Por reemplazo de valores tomado de la tabla)

{x,y} ∪ $\{y\}$ (Por definición de intersección)

{x, y} = A (por definición de unión)

$\mathrm{A} \cup (A \cap B) = A$

Problema N° 3

Demostrar que:

(A – B) – C = A- (B ∪ C)

Solución BREL

Se construye la tabla BREL

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

(A – B) – C

({x; y } – {y; z }) – {x; w}   (reemplazo de valores tomados de la tabla)

(x) – {z; w}   (definición de diferencia)

{x}   (definición de diferencia)

A - (B ∪ C)

{X, y } – ({y, z } ∪ $\{z, w\}$)   (reemplazo de valores tomados de la tabla)

{x, y } – ({y, z, w })   (definición de diferencia)

{X}   (definición de diferencia)

(A-   B) – C = A – (B ∪ C) $L.q.q.d$

Problema N° 4

Demostrar que:

$(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C}) \cup (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C})$

Solución BREL

Se construye la tabla BREL

A	x	y			
B		y	z		
C			z	w	
U	x	y	z	w	

$(\{x,y\} \cup \{y,z\}) - \{z,w\}$ (reemplazo de valores tomados de la tabla)

$\{x,y,z\} - \{z,w\}$ (definición de diferencia)

$\{x,y\}$ (definición de diferencia)

(A – C) $\cup (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C})$

$(\{x,y\} - \{z,w\}) \cup (\{y,z\} - \{z,w\})$ (reemplazo de valores tomados de la tabla)

$\{x, y\} \cup \{y\}$ (definición de diferencia)

$\{x, y\}$ (definición de unión)

$(\mathbf{A} \cup \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C}) \cup (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C})$ L.q.q.d

Problema N°5

Demostrar que: $(\mathbf{A} \,\Delta\, \boldsymbol{B})\Delta\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}\Delta(\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{C})$

Solución BREL

Se construye la taba BREL.

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

(A$\Delta\boldsymbol{B})\Delta\boldsymbol{C}$

$(\{x,y\}\Delta \{y,z\}\Delta\{z,w\}$ (reemplazo de valores tomados de la tabla)

$(\{x, z\}) \,\Delta\, \{z,w\}$ (definición de diferencia simétrica)

$\{x,w\}$ (Por definición de diferencia simétrica)

A$\Delta(\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{C})$

$\{x,y\}\Delta\, (\{y,z\}\Delta \{z,w\})$ (reemplazo de valores tomados de la tabla)

$\{x,y\}\Delta \{y,w\}$ (definición de diferencia simétrica)

$\{x,w\}$ (definición de diferencia simétrica)

$(\mathbf{A} \,\Delta\, \boldsymbol{B})\Delta\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}\Delta(\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{C})$ $\boldsymbol{l.q.q.d}$

Problema N° 6

Usando definiciones demostrar que:

$A - (B \cap A') = A$

Solución BREL

Se construye la tabla BREL de dos conjuntos:

A	x	y	
B		y	z
U	x	y	z

A – (B $\cap$ $\boldsymbol{A'}$)

{x,y} – ({y,z} $\cap$ $\{z\}$) (reemplazo de valores tomados de la tabla)

{x,y} – {z} (definición de intersección)

{x,y} (definición de diferencia)

$A - (B \cap A') = A \quad l.q.q.d$

Problema N° 7

Usando definiciones demostrar que:

$P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

Solución BREL

Se construye la tabla BREL de dos conjuntos:

A	x	y	
B		y	z
U	x	y	z

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)}$

$P(A \cap B)$

P({x,y} $\cap$ $\{y,z\}$) (reemplazo de valores tomados de la tabla)

P({y}) (definición de intersección)

Numero de subconjuntos: $2^1 = 2$

{{y} ; ∅}   (definición de conjunto potencia)

P(A) ∩ $P\ (B)$

P({x,y} ∩ $P(\{y,z\})$ (reemplazo de valores tomados de la tabla)

{{x} , {y}, {x, y}, ∅} ∩ $\{\{y\},\{z\},\{y,z\};\emptyset\}$ (definición de conjunto potencia)

{{y}; ∅}   (definición de intersección)

P(A ∩ $\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{P8})\ \cap \boldsymbol{P}(\boldsymbol{B})\ \boldsymbol{l.q.q.}$

PROBLEMA N° 8

Demostrar que para tres conjuntos cualquiera A, B y C se cumple:

$(\boldsymbol{A}\ \cap \boldsymbol{C})\ \Delta\ (\boldsymbol{B}\ \cap \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A}\Delta\ \boldsymbol{B})\ \cap \boldsymbol{C}$

Solución BREL

Se construye la tabla BREL, el modelo general para 3 conjuntos

A	x	y		
B		y	z	
C			z	w
U	x	y	z	w

(A ∩ $\boldsymbol{C})\ \Delta\ (\boldsymbol{B}\ \cap \boldsymbol{C})$

({x,y }∩ $\{z,w\})\ \Delta\ (\{y,z\}\ \cap \{z,w\})$ (reemplazo de valores tomados de la tabla)

$\{\ \}\ \Delta\ \{z\ \}$ (definición de intersección)

{z}   (definición de diferencia simétrica)

(A Δ $\boldsymbol{B})\ \cap \boldsymbol{C}$

({x,y,m}Δ $\{y,z\})\ \cap \{z,w\ \}$ (por reemplazo de valores tomados de la tabla)

{x, z} ∩ $\{z\}$ (definición de diferencia simétrica)

{z}   (definición de intersección)

$(\mathbf{A} \cap \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C} \qquad \boldsymbol{L.q.q.d}$

8. Problemas de conjuntos en la tabla BREL

Problema N°1

En el aula de segundo grado hay 18 niños de los cuales:

9 practican vóley.

11 practican futbol y 3 no practican ningún deporte.

¿Cuántos practican solo vóley?

¿Cuántos practican solo fútbol?

Solución BREL

Nº NIÑOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V									
F					F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	N	N	N

Rpta. Solo práctica vóley 4 niños

Rpta. Solo práctica fútbol 6 niños

Problema N°2

De un conjunto de amas de casa, compran carne de pollo 41, res 51, cuy 42; 15 compran las tres clases de carne, 23 pollos y cuy, 27 pollos y res, 25 cuyes y res. ¿Cuántas amas de casa compran una sola clase de carne?

Solución método BREL

	Solo P	Solo R	Solo C	P∩R	P∩ C	R∩ C	P∩ $R \cap C$	
P	6			12	8		15	41
R		14		12		10	15	51
C			9		8	10	15	42

U	6	14	9					

6+14+9 = 29 amas de casa

Problema N°3

De un grupo de 109 comerciantes, 45 venden pantalones, faldas 47, camisas 49, pantalones y camisas 12, faldas y camisas 14; y pantalones y faldas 10. ¿Cuántos venden las 3 clases de prenda?

	Solo P	Solo F	Solo C	P∩ F	P∩ C	F∩ C	P∩ $F \cap C$		
P	A			10-x	12-x		x	45	45+47+49= 141
F		b		10-x		14-x	x	47	=141-109=32
C			c		12-x	14-x	x	49	
U	A	b	c	10-x	12-x	14-x	x	109	

10-x + 12-x + 14-x + x +x = 32

- x = 32 – 36 ⇒ x= 4

Rpta: venden las 3 clases de prenda 4 comerciantes

Problema N°4

74 niños consumen diversos tipos de jugos; entre los preferidos están de piña, fresa y naranja. Se sabe que 34 niños consumen de naranja; 30 de fresa y 29 de piña; 14 de naranja y fresa, 15 de naranja y piña, 10 piñas y fresas y 6 los 3 tipos de jugos. ¿Cuántos niños consumen otros tipos de jugo?

	Solo P	Solo F	Solo N	P∩ F	P∩ N	F∩ N	P∩ $F \cap N$		
P	a			4	9		6	29	9+30+3=93

F		b		4		8	6	30	93 - 74= 19
N			c		9	8	6	34	
U	a	b	c	4	9	8	6	74	X

$4 + 9 + 8 + 6 + 6 = 19 + x \Rightarrow x = 14$

Rpta: Consumen otros tipos de jugo 14 niños

Problema N°5

En un hotel están hospedados 90 turistas que hablan italiano, portugués o francés. Se sabe que 52 hablan italiano, 41 hablan portugués, 30 hablan francés, 14 italiano y portugués, 16 italiano y francés, 13 portugués y francés. ¿Cuántos hablan los 3 idiomas?

	Solo I	**Solo P**	**Solo F**	$I \cap P$	$I \cap F$	$P \cap F$	$I \cap P \cap F$		
I	a			**14 – x**	**16 - x**		x	52	52 + 41 + 30
P		b		**14 – x**		**13 - x**	x	41	= 123 – 90
F			c		**16 - x**	**13 - x**	x	30	= 33
U	a	b	c	14 – x	16 - x	13 - x	x	90	

$14 - x + 16 - x + 13 - x + x + x = 33$

$43 - x = 33 \Rightarrow x = 10$ Rpta: hablan los 3 idiomas 10 turistas

Problema N°6

De 150 estudiantes de una universidad 80 aprobaron Matemática, 86 aprobaron física y 92 aprobaron química. SI 64 aprobaron exactamente 2 cursos ¿Cuántos estudiantes aprobaron los tres cursos? (olimpiadas matemáticas)

Sol.

N. 150 estudiantes

- 80 probados matemática

- 86 aprobaron FS

- 92 aprobaron QU   y   64 aprobaron exactamente 2 cursos

	Solo M	Solo F	Solo Q	M$\cap F$	$M \cap Q$	F$\cap Q$	M$\cap F \cap Q$		
M	a			x		z	w	80	80 + 86 + 92 = 258 258 – 150 = 108
F		B		x	y		w	86	
Q			c		y	z	w	92	
U	a	b	c	x	y	z	w	150	

x +y + z + 2w = 258- 150

64 + 2w =108

2w = 108 -64

2w= 44

w = 22

Rpta: Los tres cursos aprobaron 22 estudiantes

6.1. Marco conceptual

Definición de términos usados en la investigación

1. Eficaz

Es un adjetivo que significa que algo o alguien tienen eficacia para alcanzar un objetivo o propósito que produce el efecto esperado.

2. Eficacia

Capacidad de alcanzar el efecto que se espera o se desea tras la realización de una acción**.** Capacidad para producir el efecto deseado.

3. Eficiencia

Se refiere a lograr las metas y objetivos empleando los medios de la mejor manera con la menor cantidad de recursos en el menor tiempo posible.

4. Competencia

Capacidad para hacer algo con eficiencia, eficacia y efectividad; significando eficiencia, saber bien lo que se sabe; eficacia, hacer bien lo que se hace; y efectividad, tener buenos resultados, a ello se suma el carácter integrador de la parte valorativa y actitudinal.

5. Método BREL

Son procedimientos a través del cual se resuelve los problemas de teoría de conjuntos de manera breve, rápida, elegante y lógica.

6. Estilos de aprendizaje.

Se refieren a las formas o modos por los cuales ésta resulta más eficaz. Es decir, es la manera de cómo cada alumno percibe, procesa e interioriza la información. Los estilos se clasifican de acuerdo a distintos criterios, por ejemplo, por el registro de información a través de los sentidos se tiene: el visual, el auditivo y el kinestésico.

7. Estrategias de enseñanza

Son las técnicas y procedimientos que implican la forma en que el docente enseña a aprender y pensar a los estudiantes, incluyendo ésta los recursos, medios y equipos; la planificación de éstas es su característica principal.

CAPÍTULO III

MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Tipo de estudio

Por la naturaleza del problema de investigación, se ha aplicado un estudio Pre experimental porque solo existe un aula de 30 estudiantes para el grupo de investigación. Es un grupo intacto Sampiere Hernández, (2010).

La muestra de estudio estuvo conformada por los treinta estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de educación primaria EIB del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra señora de Lourdes” de Ayacucho. Quienes fueron del método BREL en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos.

2. Diseño de la investigación

En la presente investigación se ha utilizado el diseño pre experimental con una prueba de entrada y salida en el único grupo. Hernández (2010) indica que en los diseños pre experimental se analiza una sola variable y prácticamente no existe ningún tipo de control, no existe la manipulación de variable independiente ni se utiliza grupo control, no existe la posibilidad de comparación de grupos. Este tipo de diseño consiste en administrar un tratamiento o estímulo en la modalidad de solo pos prueba y pre prueba.

3. Población

La población estuvo conformada por todos los estudiantes del primer semestre de la carrera profesional de educación primaria EIB del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra señora de Lourdes” en el área de matemática para la aplicación del método BREL: su eficacia para la resolución de problemas de la teoría de conjuntos

4. La Muestra

La muestra de estudio quedó determinada por todos los estudiantes de la carrera profesional de Educación Primaria sin considerar ninguna fórmula estadística, matriculados en el I ciclo del año 2017, pues el tamaño de la población es pequeño ajustándose a los requerimientos de la prueba t para grupos apareados. Para la prueba de normalidad de los datos se consideró Shapiro-Wilk.

5. Muestreo

El muestreo fue intencionado porque el tema a investigar solo se desarrolla en el curso de matemática I y están matriculados en el curso solo los 30 estudiantes de la carrera profesional.

6. Variables *de estudio*

a) Variable independiente

- ✓ La aplicación del método BREL.

b) Variable dependiente

- ✓ Resolución de problemas de la teoría de conjuntos.

7. Operacionalización de variables

Variable Independiente	Objetivo	Método / estrategias	Contenidos	Evaluación	Temporalización

Descripción de la variable independiente y dependiente

Aplicación del método BREL	✓ Determinar la eficacia de la aplicación del Método BREL en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho. ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del Método en el análisis de operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho. ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del Método BREL en la visualización y gráfica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho	**Tándem.** **Trabajo en equipo.**	**Unidad: 1** aplicación de las tablas BREL a las operaciones de teoría de conjuntos **Unidad: 2** Aplicación de las tablas BREL en problemas de la teoría de conjuntos **Unidad: 3** Aplicación de las tablas BREL en demostracione s de la teoría de conjuntos	**Pruebas escritas**	**Unidad 1:** 12, 17 y 19 de marzo **Unidad 2:** 2d4 y 26 de marzo **Unidad 3:** 01 y 03 de mayo

Variable dependiente	Dimensión	INDICADORES			
		Nombre	Atributos	Unidad de medida	Unidad operacional
Resolución de problemas de teoría de conjuntos.	Organización de los conjuntos en el diagrama.	Identificación de los conjuntos del problema. Organización de los elementos. Determinación del conjunto universal.	A, B, C, D, … .a, b, c, …,z a, b, c, …,z	Variable cualitativa Variable cualitativa Variable cualitativa	De los datos del problema. Regla de designación de los elementos Unión de los elementos de todos los conjuntos.
	Análisis de los resultados de las operaciones de conjuntos.	Análisis de conjuntos componentes con las operaciones propuestas. Análisis de la operación lineal de conjuntos del problema.			
	Visualización de las operaciones de conjuntos	Observación en la tabla BREL de la secuencia de las operaciones desarrolladas			

8. Recolección de datos y procesamiento

Para la recolección de datos de investigación se utilizó la prueba de conocimientos sobre teoría de conjuntos (pretest), para su administración se hizo la coordinación con el jefe de la unidad académica del instituto para su control correspondiente.

La aplicación del instrumento de evaluación (prueba de entrada) se desarrolló el 10 de abril en un tiempo de 2 horas pedagógicas, luego al término del tratamiento del nuevo método se volvió tomar el 3 de mayo la prueba de salida (post test).

8.1. Instrumentos de recolección de datos

Para obtener la información se utilizó dos pruebas de conocimiento sobre los tópicos tratados a la teoría de conjuntos. la prueba consta de 10 ítems y está estructurado teniendo en cuenta las tres dimensiones: organización de conjuntos en el diagrama, análisis de operaciones de los conjuntos y la visualización práctica de las operaciones de conjuntos. Es bueno remarcar que ambas pruebas son equivalentes tanto en su contenido como en su grado de dificultad.

8.2. Procesamiento de datos

Luego de la consolidación de los datos se realizó el procesamiento mediante el paquete estadístico SPSS que se detalla en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 Análisis de los datos generales

Tabla 1.
Distribución de frecuencias del sexo de la población de estudio

Sexo	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Femenino	23	76.7 %	76.7
Masculino	7	23.3 %	100.0
Total	30	100.0 %	

En la tabla 1, podemos observar la distribución del sexo de la población de estudio conformada por los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de la ciudad de Ayacucho: el 76,7% (23) son de sexo femenino y el 23,3% (7) son de sexo masculino. Aproximadamente la cantidad de mujeres es el triple de la cantidad de varones. Este hecho corrobora la proporcionalidad de la vocación docente de los estudiantes de sexo femenino sobre el sexo masculino.

Tabla 2.
Distribución de frecuencias de la edad de la población de estudio

Edad	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
16 años	5	16.7 %	16.7
17 años	22	73.3 %	90.0
18 años	3	10.0 %	100.0
Total	30	100.0 %	

En la tabla 2, podemos observar que la edad de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de la ciudad de Ayacucho se distribuye de la siguiente manera: el 16,7% tiene 16 años de edad, el 73,3% tiene 17 años de edad años, y el 10,0% tiene 18 años de edad. Es una curva unimodal, su punto modal ocurre en la categoría 17.

Tabla 3.
Distribución comparativa pre y post prueba de teoría de conjuntos entre el promedio y el sexo de los estudiantes

		Sexo de los estudiantes					
		Femenino		Masculino		Total	
		Recuento	% del N de tabla	Recuento	% del N de tabla	Recuento	% del N de tabla
Promedio prueba de entrada	Malo	10	33.3%	4	13.3%	14	46.7%
	Regular	13	43.3%	3	10.0%	16	53.3%
	Bueno	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Muy bueno	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Total	23	76.7%	7	23.3%	30	100.0%
Promedio prueba de salida	Malo	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Regular	4	13.3%	0	0.0%	4	13.3%
	Bueno	13	43.3%	6	20.0%	19	63.3%
	Muy bueno	6	20.0%	1	3.3%	7	23.3%
	Toral	23	76.7%	7	23.3%	30	100.0%

Para cada grupo de observaciones analizaremos las explicaciones más resaltantes de cada columna. Para el grupo de observaciones de la variable “promedio de la prueba de entrada” tenemos:

1) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” del sexo femenino su promedio no

alcanza a las categorías bueno ni muy bueno, y el 43.3% (13) de estudiantes de sexo femenino su promedio se ubica en la categoría regular,

2) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” del sexo masculino su promedio no alcanza las categorías bueno ni muy bueno, 13.3% (4) de estudiantes de sexo masculino su promedio se ubica en la categoría malo. En general el 53.3% (16) de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” su promedio de la prueba de entrada sobre tópicos de teoría de conjuntos es regular.

Para el grupo de observaciones de la variable “promedio de la prueba de salida” tenemos:

1) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” del sexo femenino su promedio no alcanza la categoría mala, y el 43.3% (13) de estudiantes de sexo femenino su promedio se ubica en la categoría bueno,

2) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” del sexo masculino su promedio no alcanza las categorías malo ni regular, 20% (6) de estudiantes de sexo masculino su promedio se ubica en la categoría bueno. En general el 63.3% (19) de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” su promedio de la prueba de salida sobre tópicos de teoría de conjuntos alcanza la categoría bueno.

Tabla 4.

Distribución comparativa pre y post prueba de teoría de conjuntos entre el promedio y la edad de los estudiantes

		Edad de los estudiantes en años cumplidos							
		16 años		17 años		18 años		Total	
		f	% N de tabla	F	% N de tabla	F	% N de tabla	f	% N de tabla
Promedio prueba de entrada	Malo	3	10.0%	11	36.7%	0	0.0%	14	46.7%
	Regular	2	6.7%	11	36.7%	3	10.0%	16	53.3%
	Bueno	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Muy bueno	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Total	5	16.7%	22	73.3%	3	10.0%	30	100.0%
Promedio prueba de salida	Malo	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Regular	1	3.3%	3	10.0%	0	0.0%	4	13.3%
	Bueno	3	10.0%	14	46.7%	2	6.7%	19	63.3%
	Muy bueno	1	3.3%	5	16.7%	1	3.3%	7	23.3%
	Total	5	16.7%	22	73.3%	3	10.0%	30	100.0%

Para cada grupo de observaciones analizaremos las explicaciones más resaltantes de cada columna. Para el grupo de observaciones de la variable “promedio de la prueba de entrada” tenemos:

1) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de edad de 16 años su promedio no alcanza a las categorías bueno ni muy bueno, y el 10% (3) de estudiantes de edad de 16 años su promedio se ubica en la categoría malo,

2) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de edad de 17 años su promedio no alcanza a las categorías bueno ni muy bueno, y el 36.7% (11) de estudiantes de edad de 17 años su promedio se ubica en la categoría malo, y con el mismo porcentaje otro grupo de estudiantes de 17 años de edad se ubica en la categoría regular.

3) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de edad de 18 años su promedio no alcanza a las categorías bueno ni muy bueno, y el 10% (3) de estudiantes de edad de 18 años su promedio se ubica en la categoría regular. En general el 53.3% (16) de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” su promedio de la prueba de entrada sobre tópicos de teoría de conjuntos es regular.

Para el grupo de observaciones de la variable “promedio de la prueba de salida” tenemos:

1) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de edad de 16 años su promedio no alcanza la categoría malo, y el 10% (3) de estudiantes de edad de 16 años su promedio se ubica en la categoría bueno, 2) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de edad de 17 años su promedio no alcanza la categorías malo, y el 46.7% (14) de estudiantes de edad de 17 años su promedio se ubica en la categoría bueno, 3) 0% de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de

edad de 18 años su promedio no alcanza las categorías malo ni regular, y el 6.7% (2) de estudiantes de edad de 18 años su promedio se ubica en la categoría bueno. En general el 63.3% (19) de estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” su promedio de la prueba de entrada sobre tópicos de teoría de conjuntos se ubica en la categoría bueno.

4.2 **Tratamiento estadístico para la prueba de las hipótesis de investigación**

La prueba de Kolmogorov-Smirnov y la prueba de Shapiro-Wilk para una muestra son procedimientos de "bondad de ajuste", que permite medir el grado de concordancia existente entre la distribución de un conjunto de datos y una distribución teórica específica. Su objetivo es señalar si los datos provienen de una población que tiene la distribución teórica especificada, es decir, contrasta si las observaciones podrían razonablemente proceder de la distribución especificada. Para muestras pequeñas (en torno a 50 observaciones) se recomienda Shapiro. Para muestras mayores se recomienda Kolmogorov con la corrección de Lilliefors.

Para la presente investigación, siendo que se utilizará la prueba t de Student, un requerimiento es que la variable “rendimiento académico” (calificaciones vigesimales) se distribuya normalmente.

Prueba de entrada

Para el estudio de la normalidad, se recurre al tratamiento estadístico con SPSS. Esa opción muestra en primer lugar pruebas gráficas basadas en gráfico de normalidad Q-Q plots. Estos gráficos ayudan al investigador a juzgar si sus datos proceden de una distribución normal. Si los datos proceden de una distribución normal cabe esperar que la distribución no tendrá una fuerte asimetría. Sin embargo, con pocos datos no es fácil obtener conclusiones consistentes y de ahí que se hayan ideado gráficos concretos para observar la normalidad de las puntuaciones de una variable.

En efecto, el gráfico de cuantiles reales y teóricos de una distribución normal, Gráfico Q-Q Normal y el gráfico Q-Q Normal sin tendencias se presentan a continuación

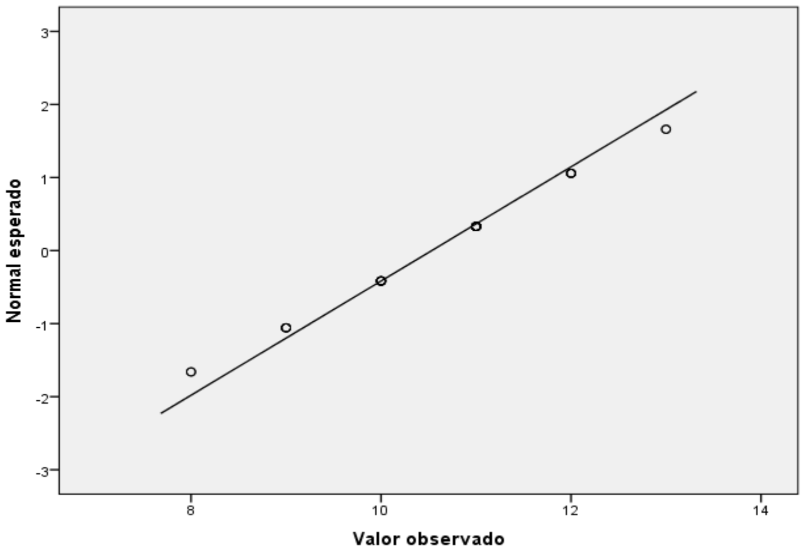


***Fig.* 1. Gráfico Q-Q normal del promedio de notas de la prueba de entrada**

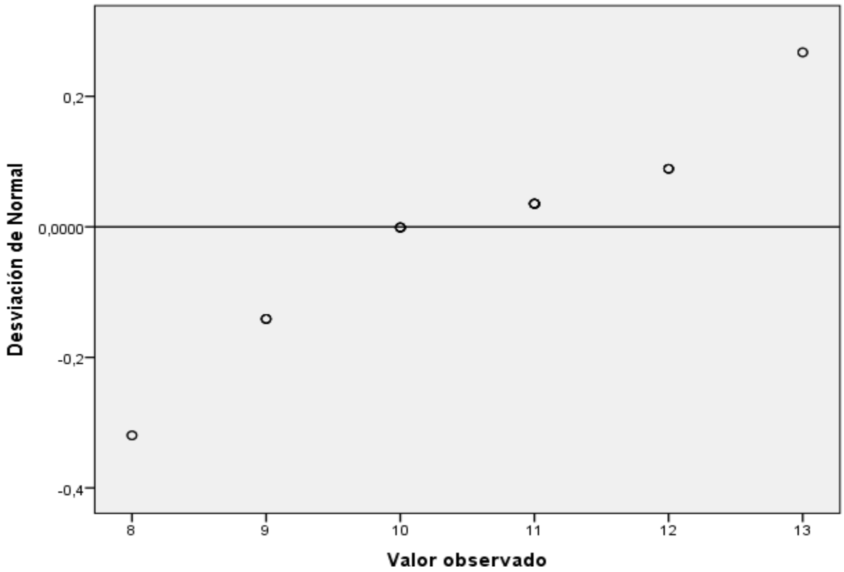


Fig. 2. Gráfico Q-Q normal sin tendencias del promedio de notas de la prueba de entrada

En el primero los valores correspondientes a una normal vienen representados por la recta y los puntos son las diferentes puntuaciones de los estudiantes con los valores observados frente a los esperados bajo la hipótesis de normalidad. Si los puntos se acercan a la recta el ajuste es aceptable, cuanto más se alejen el ajuste será peor. En este caso el ajuste se encuentra en el límite de lo aceptable.

El segundo recoge las desviaciones de los estudiantes respecto de la recta. Si la muestra procede de una población normal, los puntos deberían estar alrededor del 0 y sin seguir ningún patrón determinado. En este caso vemos que los puntos se distancian del 0, pero dichos puntos no siguen una determinada tendencia, esta observación es a favor de la normalidad.

Aunque estas dos representaciones gráficas nos dan una idea, es necesario hacer la prueba de normalidad.

TABLA 5.
PRUEBAS DE NORMALIDAD DE LA PRUEBA DE ENTRADA

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	Gl	Sig.
Promedio de la prueba de entrada	0,176	30	0,019	0,942	30	0,105

a. Corrección de significación de Lilliefors

Para una prueba de normalidad, las hipótesis son las siguientes: la hipótesis nula H_0: Los datos proceden de una distribución normal, y la hipótesis alternativa H_1: Los datos no proceden de una distribución normal. Con un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de 0.176 de 30 grados de libertad, la significación de contraste es de 0.019, y con un estadístico de Shapiro-Wilk de 0.942 de 30 grados de libertad, la significación de contraste es de 0.105. Tomando en cuenta los criterios de decisión cuando el tratamiento se hace con SPSS: si el p-valor es mayor que 0.05 aceptamos la hipótesis nula H_0, luego los datos proceden de una distribución normal; si el p-valor es menor que 0.05 rechazamos la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1, luego los datos no proceden de una distribución normal. Si consideramos la recomendación que para muestras pequeñas (en torno a 50 observaciones) se recomienda la prueba de Shapiro-Wilk, resulta que $p=0.105>0.050$, lo cual confirma que la distribución de las calificaciones del promedio de la prueba de entrada sigue una distribución normal.

Prueba de salida

Aplicando la prueba de normalidad con SPSS para la variable dependiente “rendimiento académico de la prueba de salida” se presentan en primer lugar: el gráfico de cuantiles reales y teóricos de una distribución normal, Gráfico Q-Q Normal y el gráfico Q-Q Normal sin tendencias.

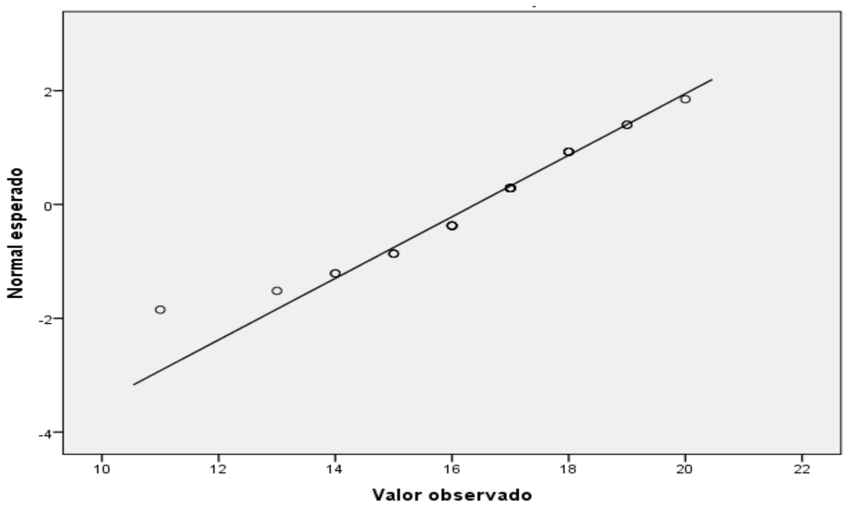


Fig. 3. Gráfico Q-Q normal del promedio de notas de la prueba de salida

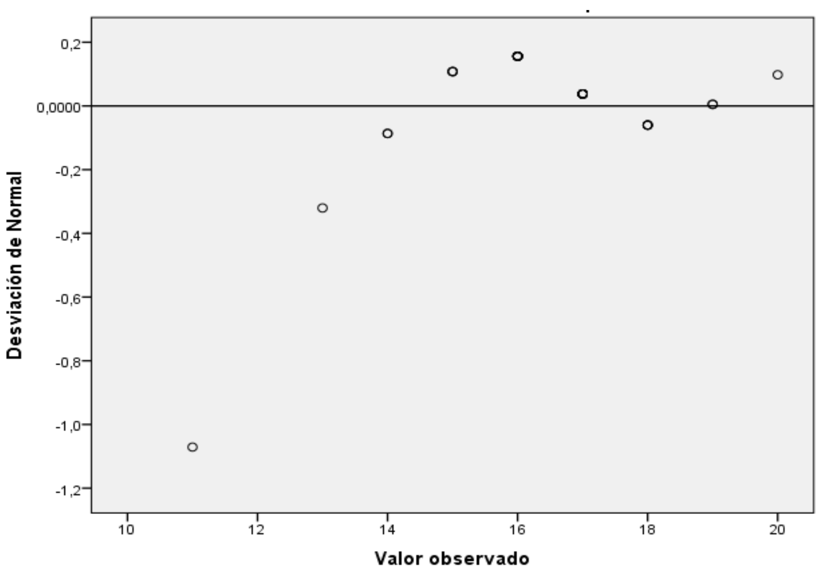


Fig. 4. Gráfico Q-Q normal sin tendencias del promedio de notas de la prueba de salida

En el primero los valores correspondientes a una normal vienen representados por la recta y los puntos son las diferentes puntuaciones de los estudiantes con los valores observados frente a los esperados bajo la hipótesis de normalidad. Si los puntos se acercan a la recta el ajuste es aceptable, cuanto más se alejen el ajuste será peor. En este caso el ajuste se encuentra en el límite de lo aceptable.

El segundo recoge las desviaciones de los estudiantes respecto de la recta. Si la muestra procede de una población normal, los puntos deberían estar alrededor del 0 y sin seguir ningún patrón determinado. En este caso vemos que los puntos no se distancian mucho del 0 excepto los puntos que corresponden a las notas 11 y 13 y, además siguen una cierta tendencia.

Aunque estas dos representaciones gráficas nos dan una idea, es pruebas necesario hacer la prueba de normalidad.

TABLA *6*
DE NORMALIDAD DE LA PRUEBA DE SALIDA

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Promedio de la prueba de salida	0.181	30	0.013	00.940	30	0.093

a. Corrección de significación de Lilliefors

Contrastamos la hipótesis nula H_0: “los datos proceden de una distribución normal”. Con un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de 0.181 de 30 grados de libertad, la significación de contraste es de 0.013, y con un estadístico de Shapiro-Wilk de 0.940 de 30 grados de libertad, la significación de contraste es de 0.093. Si consideramos la recomendación que para muestras pequeñas (en torno a 50 observaciones) se recomienda la prueba de Shapiro-Wilk, resulta que p=0.093>0.050, lo cual confirma que la distribución de las calificaciones del promedio de la prueba de salida sigue una distribución normal. Además, esta variable en las distintas investigaciones educativas ha sido verificada su normalidad.

Prueba de hipótesis

En esta parte compararemos la media de dos variables o dimensiones distintas; es decir hacer la misma pregunta sobre el rendimiento académico de una muestra de estudiantes en dos momentos diferentes: al inicio y al término de un periodo sobre el cual se incide la variable independiente "Aplicación del método BREL". Por lo tanto, en este caso se elige la prueba t de Student para muestras apareadas o relacionadas.

Primera hipótesis: prueba de teoría de conjuntos: Organización de los conjuntos en el diagrama

Al usar el SPSS para aplicar la t de Student en la prueba de la primera hipótesis, para una significación del 5 % obtenemos lo siguientes resultados:

TABLA 7.
ESTADÍSTICAS DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Calificación de la prueba de análisis salida	16.2000	30	1.91905	.35037
	Calificación de la prueba de análisis entrada	10.5000	30	1.38340	.25257

En la prueba de entrada sobre teoría de conjuntos – dimensión análisis la muestra está conformada de 30 estudiantes, con una media de rendimiento académico de 10.5, una desviación estándar de 1.383 y media de error estándar de 0.253; y en la prueba de salida sobre la misma dimensión la muestra está conformada también por los 30 estudiantes, con una media de 16.2, una desviación de 1.919 y media de error estándar de 0.350.

TABLA 8.
CORRELACIONES DE MUESTRAS EMPAREJADAS

	N	Correlación	Sig.

Par 1	Calificación de la prueba de análisis salida & Calificación de la prueba de análisis entrada	30	.377	.040

En la tabla 8 se puede observar que las dos variables están correlacionadas. Con un coeficiente de correlación de $r = 0.377$ y una significación de $p = 0.040$ del contraste de hipótesis $H_0: \rho = 0;\ H_1: \rho \neq 0$, se concluye que las variables CalAna1 y CalAna2 están correlacionadas en un grado positivo medio, cuando una aumenta lo hace la otra.

TABLA 9.
PRUEBA DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Diferencias emparejadas							
					95% de intervalo de confianza de la diferencia				
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	T	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	Calificación de la prueba de análisis salida - Calificación de la prueba de análisis entrada	5.700	1.89646	0.34624	4.99185	6.40815	16.462	29	0.000

Con los pares citados antes, se construye una variable formada por la resta del valor que tiene la segunda variable en el estudiante i menos el valor que tiene ese mismo estudiante la primera variable ($d_i = CalAna2_i - CalAna1_i,\ i = 1,2, \dots 30$). De esta variable obtenemos su media 5.7 con desviación estándar 1.896 y con intervalo de confianza para la media con un nivel del 95% de (4.992, 6.408).

Queremos contrastar, o bien que la media de esa variable de diferencias es cero o, lo que es lo mismo la media de la segunda variable es igual a la media de la primera variable.

H_1: μ (calificaciones de la 1ra prueba dimensión análisis)

$=$ μ (calificaciones de la 2da prueba dimensión análisis)

H_1: μ (calificaciones de la 1ra prueba dimensión análisis)

$\neq$ μ (calificaciones de la 2da prueba dimensión análisis) 0

H_1: μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba dimensión análisis) $\neq 0$

Con un estadístico de contraste t de Student de16.462 con 29 grados de libertad y una significación de $p = 0.000 < 0.05$, rechazamos para un nivel de significación del 5 % la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna; es decir, que hay diferencias significativas en cuanto a las calificaciones obtenidas en la segunda y la primera prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión análisis de los resultados de las operaciones de conjuntos.

De la misma manera, si nos fijamos en el intervalo de confianza para la variable de las diferencias $I = (4.992,\ 6.408)$, vemos que no incluye al 0, por lo cual concluimos de la misma manera la desigualdad de medias al 95% de confianza. Más aun los dos extremos del intervalo son positivos, $\mu_2 - \mu_1 > 0,$ luego $\mu_2 > \mu_1$, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión análisis es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos-dimensión organización de los conjuntos en el diagrama.

Segunda hipótesis: prueba de teoría de conjuntos - Análisis de los resultados de las operaciones de conjuntos.

Al usar el SPSS para aplicar la t de Student en la prueba de la segunda hipótesis, para una significación del 5 % obtenemos lo siguientes resultados:

TABLA 10.
ESTADÍSTICAS DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Calificación de la prueba de operaciones salida	16.5667	30	2.01175	0.36729
	Calificación de la prueba de operaciones entrada	10.5000	30	1.45626	0.26588

En la prueba de entrada sobre teoría de conjuntos – dimensión análisis de los resultados de las operaciones de los conjuntos, la muestra está conformada de 30 estudiantes, con una media de rendimiento académico de 10.5, una desviación estándar de 1.456 y media de error estándar de 0.266; y en la prueba de salida sobre la misma dimensión la muestra está conformada también por los 30 estudiantes, con una media de 16.6, una desviación de 2.012 y media de error estándar de 0.367.

TABLA 11.
CORRELACIONES DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Calificación de la prueba de operaciones salida & Calificación de la prueba de operaciones entrada	30	0.606	0.000

En la tabla 11 se puede observar que las dos variables están correlacionadas. Con un coeficiente de correlación de $r = 0.606$ y una significación de $p = 0.000$ del contraste de hipótesis $H_0: \rho = 0;\ H_1: \rho \neq 0$, se concluye que las variables CalOpe1 y CalOpe2 están correlacionadas en un grado positivo medio, cuando una aumenta lo hace la otra.

TABLA 12.
PRUEBA DE MUESTRAS EMPAREJADAS

	Diferencias emparejadas							
				95% de intervalo de confianza de la diferencia				
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	t	gl	Sig. (bilateral)

Par 1	Calificación de la prueba de operaciones salida - Calificación de la prueba de operaciones entrada	6.06667	1.61743	.29530	5.46271	6.67063	20.544	29	0.000

Con los pares citados antes, se construye una variable formada por la resta del valor que tiene la segunda variable en el estudiante i menos el valor que tiene ese mismo estudiante en la primera variable ($d_i = CalOpe2_i - CalOpe1_i,\ i = 1,2,\ldots 30$). De esta variable obtenemos su media 6.1 con desviación estándar 1.617 y con intervalo de confianza para la media con un nivel del 95% de (5.463, 6.671).

Queremos contrastar, o bien que la media de esa variable de diferencias es cero o, lo que es lo mismo la media de la segunda variable es igual a la media de la primera variable.

H_0: μ (calificaciones de la 1ra dimensión operaciones)

μ (calificaciones de la 2da dimensión operaciones)

Hi: μ (calificaciones de la 1ra dimensión operaciones)

$\neq \mu$ (calificaciones de la 2da dimensión operaciones) 0

H_0: μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba dimensión operaciones) $= 0$

H_1: μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba dimensión operaciones) $\neq 0$

Con un estadístico de contraste t de Student de 20.544 con 29 grados de libertad y una significación de $p = 0.000 < 0.05$, rechazamos para un nivel de significación del 5 % la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna; es decir, que hay diferencias significativas en cuanto a las calificaciones obtenidas en la segunda y la primera prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión análisis de los resultados de las operaciones de conjuntos.

De la misma manera, si nos fijamos en el intervalo de confianza para la variable de las diferencias $I = (5.463, 6.671)$, vemos que no incluye al 0, por lo cual concluimos de la misma manera la desigualdad de medias al 95% de confianza. Más aun los dos extremos del intervalo son positivos, $\mu_2 - \mu_1 > 0$, luego $\mu_2 > \mu_1$, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión operaciones es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos- dimensión operaciones.

Tercera hipótesis: prueba de teoría de conjuntos - dimensión Visualización práctica de las operaciones de conjuntos.

Al usar el SPSS para aplicar la t de Student en la prueba de la tercera hipótesis, para una significación del 5 % obtenemos lo siguientes resultados:

TABLA 13.
ESTADÍSTICAS DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Calificación de la prueba de visualización salida	16.6333	30	1.90251	0.34735
	Calificación de la prueba de visualización entrada	10.6667	30	1.53877	0.28094

En la prueba de entrada sobre teoría de conjuntos – dimensión visualización la muestra está conformada de 30 estudiantes, con una media de rendimiento académico de 10.7, una desviación estándar de 1.539 y media de error estándar de 0.281; y en la prueba de salida sobre la misma dimensión la muestra está conformada también por los 30 estudiantes, con una media de 16.6, una desviación de 1.902 y media de error estándar de 0.347.

TABLA 14.
CORRELACIONES DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Calificación de la prueba de visualización salida & Calificación de la prueba de visualización entrada	30	0.593	0.001

En la tabla 14 se puede observar que las dos variables están correlacionadas. Con un coeficiente de correlación de $r = 0.593$ y una significación de $p = 0.001$ del contraste de hipótesis $H_0: \rho = 0;\ H_1: \rho \neq 0$, se concluye que las variables CalVis1 y CalVis2 están correlacionadas en un grado positivo medio, cuando una aumenta lo hace la otra.

TABLA 15.
PRUEBA DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Diferencias emparejadas							
					95% de intervalo de confianza de la diferencia				
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	t	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	Calificación de la prueba de visualización salida - Calificación de la prueba de visualización entrada	5.9666	1.58622	.28960	5.37436	6.55897	20.603	29	0.000

Con los pares citados antes, se construye una variable formada por la resta del valor que tiene la segunda variable en el estudiante i menos el valor que tiene ese mismo estudiante en la primera variable (d_i =Cal Vis2_i – Cal Vis 1_i, i= 1, 2, …, 30). De esta variable obtenemos su media 5.97 con desviación estándar 1.586 y con intervalo de confianza para la media con un nivel del 95% de (5.374, 6.559).

Queremos contrastar, o bien que la media de esa variable de diferencias es cero o, lo que es lo mismo la media de la segunda variable es igual a la media de la primera variable.

H_0: μ (calificaciones de la 1ra prueba dimensión visualización)

$= \mu$ (calificaciones de la 2da prueba dimensión visualización)

Hi: μ (calificaciones de la 1ra prueba dimensión visualización)

$\neq \mu$ (calificaciones de la 2da prueba dimensión visualización) 0

H_0 : μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba dimensión visualización) $= 0$

H_1: μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba dimensión visualización) $\neq 0$

Con un estadístico de contraste t de Student de 20.603 con 29 grados de libertad y una significación de $p = 0.000 < 0.05$, rechazamos para un nivel de significación del 5 % la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna; es decir, que hay diferencias significativas en cuanto a las calificaciones obtenidas en la segunda y la primera prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión visualización

De la misma manera, si nos fijamos en el intervalo de confianza para la variable de las diferencias $I = (5.374, 6.559)$, vemos que no incluye al 0, por lo cual concluimos de la misma manera la desigualdad de medias al 95% de confianza. Más aun los dos extremos del intervalo son positivos, $\mu_2 - \mu_1 > 0$, luego $\mu_2 > \mu_1$, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión visualización es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos- dimensión visualización práctica de las operaciones de conjuntos.

Hipótesis general: prueba de teoría de conjuntos – promedio de las dimensiones

Al usar el SPSS para aplicar la t de Student en la prueba de la hipótesis general, para una significación del 5 % obtenemos lo siguientes resultados:

TABLA 16.
ESTADÍSTICAS DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Promedio de la prueba de salida	16.4000	30	1.84951	0.33767
	Promedio de la prueba de entrada	10.5333	30	1.27937	0.23358

En la prueba de entrada sobre teoría de conjuntos – promedio de calificaciones de las tres dimensiones la muestra está conformada de 30 estudiantes, con una media de rendimiento académico de 10.5, una desviación estándar de 1.279 y media de error estándar de 0.234; y en la prueba de salida sobre el mismo promedio la muestra está conformada también por los 30 estudiantes, con una media de 16.4, una desviación de 1.850 y media de error estándar de 0.338.

TABLA 17.

CORRELACIONES DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Promedio de la prueba de salida & Promedio de la prueba de entrada	30	0.650	0.000

En la tabla 17 se puede observar que las dos variables están correlacionadas. Con un coeficiente de correlación de $r = 0.650$ y una significación de $p = 0.000$ del contraste de hipótesis $H_0: \rho = 0;\ H_1: \rho \neq 0$, se concluye que las variables CalPro1 y CalPro2 están correlacionadas en un grado positivo medio, cuando una aumenta lo hace la otra.

TABLA 18.
PRUEBA DE MUESTRAS EMPAREJADAS

		Diferencias emparejadas							
					95% de intervalo de confianza de la diferencia				
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	T	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	Promedio de la prueba de salida - Promedio de la prueba de entrada	5.866	1.40770	.25701	5.34102	6.39231	22.82	29	0.000

Con los pares citados antes, se construye una variable formada por la resta del valor que tiene la segunda variable en el estudiante i menos el valor que tiene ese mismo estudiante en la primera variable (d_i = Cal Pro

2_i – Cal Pro1_i, i=1,2,,…,30) De esta variable obtenemos su media 5.87 con desviación estándar 1.408 y con intervalo de confianza para la media con un nivel del 95% de (5.341, 6.392).

Queremos contrastar, o bien que la media de esa variable de diferencias es cero o, lo que es lo mismo la media de la segunda variable es igual a la media de la primera variable.

H_0 : μ (calificaciones de la 1ra prueba promedio de dimensiones)

$=\mu$ (calificaciones de la 2da prueba promedio de dimensiones)

H_1 : μ (calificaciones de la 1ra prueba promedio de dimensiones)

$\neq \mu$ (calificaciones de la 2da prueba promedio de dimensiones) 0

H_0 : μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba promedio de dimensiones) = 0

H_1: μ (diferencia entre calificaciones de la 2da y 1ra prueba promedio de dimensiones)

Con un estadístico de contraste t de Student de 22.827 con 29 grados de libertad y una significación de $p = 0.000 < 0.05$, rechazamos para un nivel de significación del 5 % la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna; es decir, que hay diferencias significativas en cuanto a las calificaciones obtenidas en la segunda y la primera prueba sobre teoría de conjuntos – promedio de las dimensiones.

De la misma manera, si nos fijamos en el intervalo de confianza para la variable de las diferencias $I = (5.341, 6.392)$, vemos que no incluye al 0, por lo cual concluimos de la misma manera la desigualdad de medias al 95% de confianza. Más aun los dos extremos del intervalo son positivos,

$\mu_2 - \mu_1 > 0$, luego $\mu_2 > \mu_1$, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – promedio de las dimensiones es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos- promedio de las dimensiones.

CONCLUSIONES

1. Para la prueba de teoría de conjunto dimensión organización de conjuntos en el diagrama, el análisis estadístico t de contraste tuvo un valor de 16.462 con 29 grados de libertad y con una significación $p/2= 0.00 < 0.050$. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna. Esto es, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión análisis es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos-dimensión análisis de las operaciones de los conjuntos de los resultados. La diferencia es de 5.7 puntos en la escala vigesimal.
2. Para la prueba de teoría de conjunto dimensión análisis de las operaciones de los conjuntos, el estadístico t de contraste tuvo un valor de 20.544 con 29 grados de libertad y con una significación $p/2= 0.00 < 0.050$. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna. Esto es, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión operaciones es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos-dimensión operaciones. La diferencia es de 6.0667 puntos en la escala vigesimal.
3. La prueba de teoría de conjunto dimensión la visualización práctica de las operaciones de conjuntos, el estadístico t de contraste tuvo un valor de 20.603 con 29 grados de libertad y con una significación $p/2= 0.00 < 0.050$. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis

nula y se acepta la hipótesis alterna. Esto es, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos – dimensión visualización es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos-dimensión visualización. La diferencia es de 5.9667 puntos en la escala vigesimal.

4. Para la prueba de teoría de conjunto considerando las tres dimensiones el estadístico t de contraste tuvo un valor de 22.827 con 29 grados de libertad y con una significación $p/2 = 0.00 < 0.050$. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna. Esto es, la media de las calificaciones de la segunda prueba sobre teoría de conjuntos es mayor que la media de las calificaciones de la primera prueba sobre teoría de conjuntos. La diferencia es de 5.8667 puntos en la escala vigesimal.

RECOMENDACIONES

1. El instituto a través de sus autoridades debe implementar la réplica de experiencia desarrollada toda vez que ha demostrado ser efectiva, en la medida que los estudiantes obtienen mejores puntajes en la prueba de salida en comparación con los de la prueba de entrada.
2. Es necesario sistematizar la propuesta implementada a fin de masificar su práctica en las instituciones educativas que tienen similar característica, promoviendo de esta manera el desarrollo de las capacidades matemáticas de los estudiantes en la resolución de problemas sobre la teoría de conjuntos.
3. Los profesionales dedicados al estudio del aprendizaje de la matemática deben evaluar la pertinencia de la propuesta planteada, a fin de mejorar algunas actividades y proponer que estas se implementen en las sesiones de aprendizaje, permitiendo que un gran porcentaje de estudiantes se beneficien.

Referencias

Atkinson, E. (2002). Psicología de la Organización. (3ra. Ed.). México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S. A.

Ávila, Héctor (2006) Introducción a la metodología de la investigación havila62@terra.com.mx.

Bernal, Félix. (2000). Metodología de la investigación. Bogotá: Horizonte. 453 p.

Borges, José T. (2004). Fundamentos teóricos para integrar los componentes organizacionales en las actividades docentes de la Metodología de la Enseñanza de la matemática en los Institutos Superiores Pedagógicos. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". Maestría en Enseñanza de la matemática. Matanzas, 85 p.

Borrego, R. (2004). Efecto de Tres Estrategias Instruccionales: Seminario, Conferencia del Docente y la Combinación de Ambas sobre el Aprendizaje de los Alumnos en la Disciplina Metodología de la Investigación. La Universidad del Zulia. Facultad de Ciencias. Maracaibo, 120 p.

Bruner, J.S. (1998). Didáctica y aprendizaje de la matemática. Madrid: Mc Graw Hill.

Bustamante, Salomón. (2003). Colombia. Necesidad de logro, Locus de Control y Rendimiento Académico. Laboratorio de Psicología. Universidad de Los Andes. N° 19. Mérida, 31 p.

Carballo, D. (2015). Efecto del Tiempo Requerido y de las Competencias Matemáticas Básicas en el Rendimiento de los Estudiantes de Física en el Sistema Instruccional Individualizado a Nivel Superior. Universidad Central de Venezuela. Facultad de Humanidades y Educación. Caracas,136 p.

Carranza, C. (2004). Informe de la calidad de la enseñanza de la matemática en el sistema educativo peruano. Lima: MED.

Carrasco, Sergio. (2007). Metodología de la investigación científica. Lima: San Marcos, 474 p.

Delgado, J.R. (2010). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Tesis de doctorado. Cuba: Ciudad de la Habana, 354 p.

Dirección Académica del Instituto Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes", (2015). Informe del equipo de diagnóstico institucional (Publicado en el Proyecto Educativo Institucional). Ayacucho.

Dirección General del Instituto Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes", (2015). Proyecto Educativo Institucional. (4ta ed.). Ayacucho: Imprenta ISPP "NSL".

Dirección Nacional de Formación y Capacitación Docente. Currículo de Formación Docente de la Carrera Profesional de Educación Primaria. (2010). Lima: MED.

Editorial Lexus. (2004). Diccionario de Ciencias de la Educación. (5ta ed.). Barcelona: Lexus.

Escalante (2015) tesis método Polya en la resolución de problemas matemáticos. Guatemala.

Hernández, Roberto (2004) Metodología de la investigación (6ta ed.). México: Mc Graw Hill. 634 p.

Ibarrán, Juana (2003). Las formas del trabajo heurístico en la enseñanza de la matemática de la escuela primaria. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". Maestría en Educación Primaria. Matanzas, 86 p.

Irureta, L. (2004). Motivación de Logro y Aprendizaje Escolar. Trabajo de Ascenso. Universidad Central de Venezuela. Facultad de Humanidades y Educación. Caracas.

López, Ana G. (2004). El aprendizaje significativo de la matemática en el nivel medio básico. Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona". Maestría en Educación Secundaria. Matanzas, 94 p.

Ministerio de Educación (2014). *Diseño Curricular Nacional.* (1ra ed.). Lima: MED.

Ministerio de Educación, (2000). Construyendo una política de Formación Magisterial (1997-2006) (1ra ed.). Lima: GTZ.

Minedu (ECE-2016) http://educacionenred2. rssing.com/ chan-54224999/ allp520.html

Muller, Horst. (1987). *La Heurística y la ejercitación en la enseñanza politécnica y laboral*. (Folleto Publicado por el ISP “Frank País”). Santiago de Cuba.

Pino, R. (2007). Metodología de la investigación. Lima: San Marcos. 515 p.

Polya, G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. (3ra ed.) México: Trillas.

Romero, O. (2005). Teoría Implícita de la Personalidad, Externalidad, Logro y Autoestima: Algunas Conjeturas. Laboratorio de Psicología. Universidad de Los Andes. N° 60. Mérida. 24 p.

Salkind, N. (1999). Métodos de investigación científica. Bogotá: Fandi, 435 p.

Sociedad Peruana de Matemática (SOPEMAT). Boletín. Volumen V. N° 2. Lima, 2005.

Torres, P. (1993). La enseñanza problémica de la Matemática de nivel medio general. Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”. Tesis de Doctorado. Matanzas, 86 p.

Unidad de Medición de la Calidad Educativa, (2005). Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004 (1ra ed.). Lima: Ministerio de Educación.

Valderrama, S. (2006). Técnicas e instrumentos para la obtención de datos en la investigación científica. Lima: San Marcos. 170 p.

Vigotsky, L.S. (1966). Pensamiento y lenguaje. (3ra ed.). La Habana: El Pueblo. 645 p.

ANEXO

MATRIZ DE CONSISTENCIA

TITULO: APLICACIÓN DEL MÉTODO BREL: SU EFICACIA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS, EN LOS ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICO PÚBLICO “NUESTRA SEÑORA DE LOURDES” DE AYACUCHO, 2016

¿Qué hay?	**¿Qué hacer?**		**¿Cómo hacerlo?**			**¿Por qué hacerlo?**
Descripción de la situación problemática	Formulación del problema	Objetivos	Hipótesis	Variables	Dimensiones	Justificación
El motivo de la presente investigación es el bajo rendimiento académico de los estudiantes de la carrera profesional de educación primaria en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos y se corrobora a falta de innovaciones de nuevos	**PROBLEMA GENERAL** ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho? **PROBLEMAS ESPECÍFICOS** ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior	**OBJETIVO GENERAL** ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho **OBJETIVOS ESPECÍFICOS** ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de	**HIPÓTESIS GENERAL** ✓ La aplicación del método BREL es eficaz en la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho. **HIPÒTESIS ESPECÌFICO** ✓ La aplicación del Método BREL es eficaz en la organización de conjuntos en el diagrama, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de	**VARIABLE INDEPENDIENTE** Aplicación del Método BREL.	***Estrategias*** ***Técnicas*** ***Procedimientos*** ***Recursos***	La presente investigación Permitirá mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes con la aplicación del Método BREL en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos en el Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” de Ayacucho Los datos obtenidos

métodos de aprendizaje de parte de los profesores y estudiantes del área propio de la enseñanza tradicional del siglo XIX .	Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho? ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en el análisis de operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico" Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho? ✓ ¿La aplicación del método BREL es eficaz en la visualización práctica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho?	Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho. ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en el análisis de operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho. ✓ Determinar la eficacia de la aplicación del método BREL en la visualización práctica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos de los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público "Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho.	Educación Superior Pedagógico" Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho ✓ La aplicación del Método BREL es eficaz en el análisis de operaciones de conjuntos para la solución de problemas de teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico" Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho. ✓ La aplicación del Método BREL es eficaz en la visualización práctica de las operaciones de conjuntos, para la solución de problemas de teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico" Nuestra Señora de Lourdes" de Ayacucho	VARIABLE DEPENDIENTE Resolución de problemas de la teoría de conjuntos	Estructuración y representación. Traducción y diseño. Aplicación y control	ayudarán a la toma de decisiones para mejorar el aprendizaje de los alumnos del Instituto con la intensión de mejorar la inteligencia de los alumnos acorde con la visión pluralista de la mente.

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PRETEST

Joven, Srta., estudiante, solicitamos su colaboración, resolviendo cada una de las preguntas formuladas en esta prueba.

Los puntajes obtenidos en esta prueba servirán para conocer la pertinencia de la utilización de diferentes estrategias en la solución de problemas de teoría de conjuntos.

Los resultados sólo sirven para efectos del proceso investigativo.

1) Sean los conjuntos: A = { 3; 4; 5}; B = {1; 2; 4} y C = {2; 4}

Hallar: $(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})' \cap \{(A - C)' \Delta (A \cap C)'\}$

2) Sean los conjuntos: A = {2; 3; 4; 5}; B = {1; 2; 4; 6; 7} y C = {2; 4; 6}

Hallar: $\{(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})' \cap (A - C)'\} \Delta (AUC)'$

3) En el aula de sexto grado hay 22 alumnos de los cuales:

8 practican natación.

16 practican futbol y 4 no practican ningún deporte.

a) ¿Cuántos practican natación y fútbol?

b) ¿Cuántos practican solo natación?

c) ¿Cuántos practican solo fútbol?

d) ¿Cuántos practican un solo deporte?

4) De un grupo de 65 alumnos:

30 prefieren lenguaje;
40 prefieren matemática y

5 prefieren otros cursos.

¿Cuántos prefieren matemática y lenguaje?

¿Cuántos prefieren sólo lenguaje?

5) De 150 alumnos de una universidad 80 aprobaron Matemática ,86 aprobaron física y 92 aprobaron química. SI 64 aprobaron exactamente 2 cursos ¿Cuántos alumnos aprobaron los tres cursos? (olimpiadas matemáticas)
6) En un encuentro, un grupo de 16 jóvenes quieren participar en futbol, básquet y vóley. Las bases permiten participar en dos disciplinas a solo 2 deportistas y en las tres solo a uno. Si Para futbol son necesarios 11 jugadores, para básquet 5 y para vóley 6 ¿Cuántos participan solo en vóley?
7) Demostrar que $A \cup (A \cap B) = A$
8) Demostrar que $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

9) Sean dos conjuntos A y C contenidos en un Universo U. Simplifica:

$((A \cup C')')' \cup (A \cap C)' \cup \emptyset$

A) $A \cup C$ B) A C) C D)U E)$\emptyset$

10) Sean A,B y C subconjuntos del conjunto Universal U, simplifica:

$\{[A'-(B-C)]' \cap (C'-B)'\} \cup \{A \cap (B \cup C)'\}$

B) A B)A-B C)U D)$\emptyset$ E)A^C

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS POSTEST

Joven, Srta., estudiante, solicitamos su colaboración, resolviendo cada una de las preguntas formuladas en esta prueba.

Los puntajes obtenidos en esta prueba servirán para conocer la pertinencia de la utilización del método BREL en la solución de problemas de la teoría de conjuntos.

Los resultados sólo sirven para efectos del proceso investigativo.

1) Sean los conjuntos: A = { 1; 3; 5}; B = {1; 2; 4} y C = {2; 4}

Hallar: $(A \cup B)' \cap \{(A - C)' \Delta (A \cap C)'\}$

2) Sean los conjuntos: A = {2; 4; 5}; B = {1; 2; 4; 6} y C = { 4; 6}

Hallar: $\{(A \cap B)' \cap (A - C)'\} \Delta (A \cup C)'$

3) Durante el mes de febrero de 1941, Rafael va a misa o al teatro.

   18 días va a misa

   20 días va al teatro

   ¿Cuántos días va solamente a misa?

4) En un campamento participaron 400 personas entre público y atletas, todos los atletas recibieron algunas medallas, 92 recibieron medallas de oro, 57 medalla de plata, 120 medallas de bronce, 35 oro y plata, 21 plata y bronce, 64 oro y bronce y 11 recibieron oro, plata y bronce ¿Cuántas personas eran espectadores?

5) De 30 personas que viajan a Europa, 16 dijeron que visitarían Francia 16 Inglaterra y 11 suiza, 3 de los encuentros viajaron a los 3 lugares 5 solo ira a suiza y 8 solo a Inglaterra ¿cuántos visitaron solo Francia?

6) En un curso compuesto por 22 alumnos; 12 estudian alemán; 11 estudian inglés y 11 francés, 6 estudian alemán e inglés; 7 estudian inglés y francés; 5 estudian alemán y francés y 2 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian sólo inglés?

7) Demostrar que $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

8) Demostrar que $A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C)$

9) Simplificar: $(A \cap B)' \cap (A' \cup B)$

A) A B) B C) A-B D) B' E) A'

10) Simplifica la siguiente expresión:

$\{(A \cup B) \cap [(A \cup D) \cap (A \cup B)]\} \cup \{A \cup [B \cap ((A \cap C \cap D) \cup B)]\}$

B) $A \cup B$ $B)C$ $C)D' \cup C$ $D)A$ $E)B'$

Guía didáctica de intervención del trabajo de investigación

El presente documento ha sido organizado para dirigir la aplicación sistemática de la aplicación del método BREL: su eficacia en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos en los estudiantes del Instituto de Educación Superior Pedagógico Público “Nuestra Señora de Lourdes” con la finalidad de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes.

Título

Aplicación del método BREL en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos

Datos informativos:

Institución : Instituto de Educación Superior Pedagógico “Nuestra Señora de Lourdes” - Ayacucho

Participantes : 30 estudiantes

Duración : 4 semanas

Fecha : 10 de abril al 8 de mayo

Investigador : Milton Orihuela Sosa

Justificación

La presente guía didáctica tiene el propósito de involucrar a los estudiantes de la intervención de investigación los pormenores de cómo aplicar el método BREL en la resolución de problemas de teoría de conjuntos, con la finalidad de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en la resolución de problemas de teoría de conjuntos.

Objetivos

- ✓ Comprender las bases teóricas del método BREL en la resolución de problemas de la teoría de conjuntos.
- ✓ Caracterizar los pasos del procedimiento de solución del método BREL en la solución de problemas en la vida real en el campo de la teoría de conjuntos.
- ✓ Promover los trabajos de investigación en el área con la finalidad de motivar a los estudiantes a encontrar nuevas aplicaciones.

Organización temática

Está organizado por sesiones de aprendizaje siguiendo la estructura temática de la teoría de conjuntos utilizando charlas, experimentos, videos y dinámicas con la participación activa de los estudiantes.

SESIÓN	ACTIVIDADES
	Evaluación de entrada

Unidad: I La tabla BREL

Pasos para determinar la tabla BREL

Representación de conjuntos en la tabla BREL

Representación de conjuntos notables en la tabla BREL

Relación entre conjuntos y la tabla BREL

La denominación “BREL”

Representación de conjuntos en la tabla BREL

Representación de conjuntos notables en la tabla BREL

Relación entre conjuntos y la tabla BREL

Conjuntos disjuntos:

Conjuntos comparables:

Operaciones con conjuntos y la tabla conjuntista o tabla de BREL.

Ejercicios de operaciones de conjuntos en la tabla BREL

Unidad: II Simplificación y demostraciones de expresiones conjuntistas

Simplificación de expresiones conjuntistas

Simplificación de expresión conjuntista condicionados

Demostraciones de expresiones conjuntistas y la tabla BREL

Unidad: III Problemas de conjuntos en la tabla BREL

Problemas de conjuntos en la tabla BREL

	Evaluación de salida (post test)

Metodología

Se propone una metodología activa teniendo en cuenta los ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, creando un ambiente motivador en cada una de las sesiones de aprendizaje.

Cada sesión de aprendizaje tiene una duración de dos horas pedagógicas, la primera unidad de tres sesiones, y la segunda y tercera unidad dos sesiones de aprendizaje por unidad. Iniciando con la evaluación de entrada (pre test) y culminando con la evaluación de salida (post test).

Evaluación

El desarrollo de la guía didáctica es evaluado de la siguiente manera:

Evaluación de entrada (pre test): a través de una batería de preguntas.

Evaluación de salida (post test): a través de una batería de preguntas.

Responsable

El investigador

Plan de sesión de aprendizaje Nº 01

Competencia : Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Capacidad : Comunica ideas matemáticas

Duración : 6 horas

Fechas : 12, 17 y 19 de abril de 2017

Aprendizaje esperado : Identifican la tabla BREL

Desarrollo de la sesión de aprendizaje:

Actividades	Estrategias	Recursos y materiales	Tiempo
Actividades de inicio	El docente da la bien venida a los estudiantes. Luego plantea las siguientes interrogantes ¿Qué actividades realizamos en la clase anterior? ¿Qué logramos aprender? Los estudiantes a través de lluvia de ideas responden. El docente resalta las ideas fuerzas para involucrar el nuevo tema. Observan video sobre teoría de	Equipos de multimedia. Pizarra. Separata PPT.	

	conjuntos. Al respecto comentan bajo las interrogantes del profesor. ¿Serán los únicos métodos para resolver la teoría de conjuntos? Observan un video de reflexión https://www.youtube.com/watch?v=-1UM_-B4VN0		
Actividades de desarrollo	En grupos de aprendizaje se involucran en desarrollar el nuevo método BREL sobre la teoría de conjuntos con el apoyo de la guía didáctica y la tutoría del docente (ver páginas del 46 al 63 de la tesis). Que contiene lo siguiente: Pasos para determinar la tabla BREL. Representación de conjuntos en la tabla BREL. Representación de conjuntos notables en la tabla BREL. Relación entre conjuntos y la tabla	Equipos de multimedia. Pizarra. Modulo. PPT.	

	BREL. La denominación “BREL”. Representación de conjuntos en la tabla BREL. Representación de conjuntos notables en la tabla BREL. Relación entre conjuntos y la tabla BREL. Conjuntos disjuntos: Conjuntos comparables: Operaciones con conjuntos y la tabla conjuntista o tabla de BREL. Ejercicios de operaciones de conjuntos en la tabla BREL A partir de los grupos de aprendizaje sistematizan en plenaria con la presentación y consolidación de los temas planteados.		
Actividades de salida	El docente realiza las siguiente preguntas meta cognitivas: ¿Qué aprendimos el día de hoy?, ¿Cómo lo aprendimos? ¿Para qué nos es útil lo aprendido?		

	Resuelven a través del método BREL: Sean los conjuntos: A = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8} B = {0; 1; 3; 5; 9} **Hallar**: a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$ d) $B - A$ e) $A \Delta B$ f) $(A \cup B) \cap (A - B)$ g) $(A \cap B)^C$ y h) $(A \cup B)^C$		

Plan de sesión de aprendizaje Nº 02

Competencia : Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Capacidad : Comunica ideas matemáticas

Duración : 4 horas

Fechas : 24 y 26 de abril de 2017

Aprendizaje esperado : Simplificación y demostración de teoría de conjuntos a través del método BREL

Desarrollo de la sesión de aprendizaje:

Actividades	**Estrategias**	**Recursos y materiales**	**Tiempo**
Actividades de inicio	El docente da la bien venida a los estudiantes. Luego plantea las siguientes interrogantes ¿Qué actividades realizamos en la clase anterior? ¿Qué logramos aprender? Los estudiantes a través de lluvia de ideas responden.	Equipos de multimedia. Pizarra. Separata.	

	El docente resalta las ideas fuerzas para involucrar el nuevo tema. Observan video sobre demostraciones y simplificaciones de teoría de conjuntos. https://www.youtube.com/watch?v=oVCOxR_HRac Al respecto comentan bajo las interrogantes del profesor. ¿Serán los únicos métodos para simplificar y demostrar la teoría de conjuntos.	PPT.	
Actividades de desarrollo	En grupos de aprendizaje se involucran en desarrollar el nuevo método BREL sobre la teoría de conjuntos con el apoyo de la guía didáctica y la tutoría del docente (ver páginas del 63 al 82de la tesis). A partir de los grupos de aprendizaje sistematizan en plenaria con la presentación y consolidación de los temas planteados.	Equipos de multimedia. Pizarra. Módulo. PPT.	

Actividades de salida	✓ **Evaluación:** El docente realiza las siguiente preguntas meta cognitivas: ¿Qué aprendimos el día de hoy?, ¿Cómo lo aprendimos? ¿Para qué nos es útil lo aprendido? Demostrar a través del método BREL $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) - \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C}) \cup (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C})$ Simplifique a través del método BREL e indique la respuesta correcta. $\{\{[(A- B) \cup B^C] - A\}^C \cap (A \cup C)\} \cup (\cup A - C)$ A) $A \cup B$ B) $A \cap B$ $C) A \cup (B \cap C$ $D) (A \cap B)^C$ E) A		

Plan de sesión de aprendizaje Nº 03

Competencia **:** Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Capacidad **:** Comunica ideas matemáticas

Duración **:** 4 horas

Fechas **: 1** y 3 de mayo de 2017

Aprendizaje esperado **:** Identifican la tabla BREL

Desarrollo de la sesión de aprendizaje:

Actividades	**Estrategias**	**Recursos y materiales**	**Tiempo**
Actividades de inicio	El docente da la bien venida a los estudiantes. Luego plantean las siguientes interrogantes ¿Qué actividades realizamos en la clase anterior? ¿Qué logramos aprender? Los estudiantes a través de lluvia de ideas responden. El docente resalta las ideas fuerzas	Equipos de multimedia. Pizarra. Separata. PPT.	

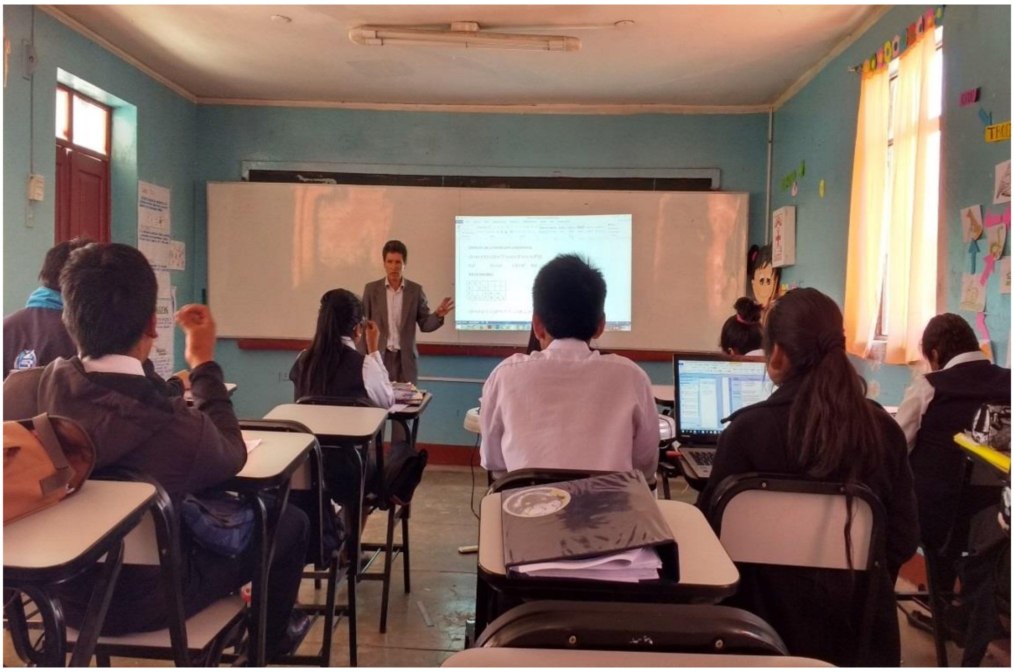
	para involucrar el nuevo tema. Observan video sobre problemas de teoría de conjuntos. https://www.youtube.com/watch?v=N9BdHehUO2w Al respecto comentan bajo las interrogantes del profesor. ¿Serán los únicos métodos para resolver la teoría de conjuntos?		
Actividades de desarrollo	En grupos de aprendizaje se involucran en desarrollar el nuevo método BREL sobre la teoría de conjuntos con el apoyo de la guía didáctica y la tutoría del docente (ver páginas del 83 al 87 de la tesis). A partir de los grupos de aprendizaje sistematizan en plenaria con la presentación y consolidación de los temas planteados.	Equipos de multimedia. Pizarra. Modulo. PPT.	
Actividades de salida	**Evaluación:** El docente realiza las siguiente preguntas meta cognitivas: ¿Qué aprendimos el día de hoy?,		

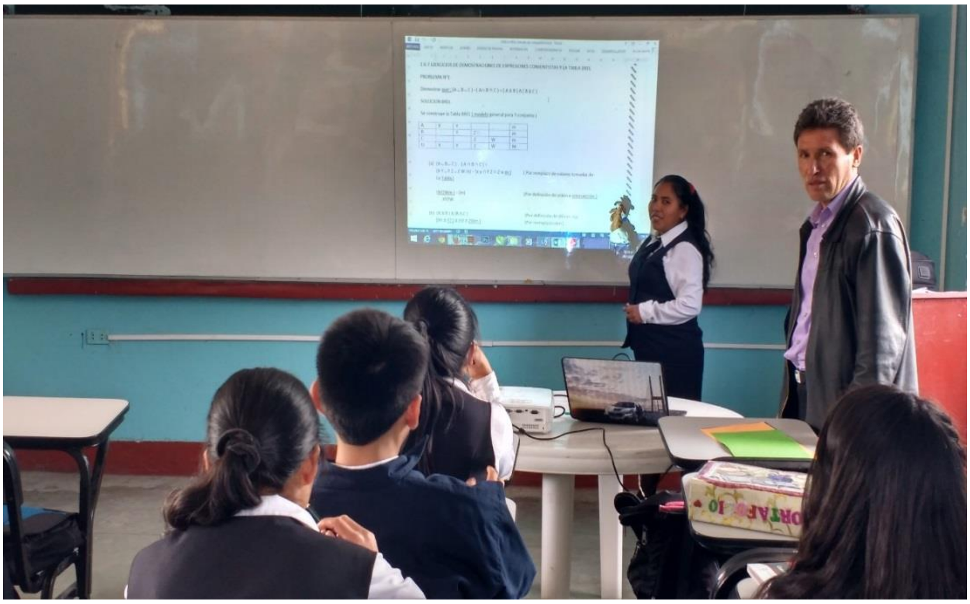
	¿Cómo lo aprendimos? ¿Para qué nos es útil lo aprendido? Resuelven a través del método BREL. Problema De 150 alumnos de una universidad 80 aprobaron Matemática, 86 aprobaron física y 92 aprobaron química. SI 64 aprobaron exactamente 2 cursos ¿Cuántos alumnos aprobaron los tres cursos?(olimpiadas matemáticas).		

DESARROLLO DEL MÉTODO BREL CON ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICON PÚBLICO "NUESTRA SEÑORA DE LOURDES"

DESARROLLO DEL MÉTODO BREL CON ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICON PÚBLICO

“NUESTRA SEÑORA DE LOURDES”





DESARROLLO DEL MÉTODO BREL CON ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICON PÚBLICO

“NUESTRA SEÑORA DE LOURDES”