

UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación



Estrategias de modelización matemática innovadoras para la resolución de funciones en situaciones de dificultad: su influencia en el aprendizaje cognitivo de los estudiantes de tercer grado de secundaria de la I.E. Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

Tesis para obtener el Grado Académico de Maestro en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

Autor:

Juan Ccama Huaynillo

Asesor:

Dr. Carlos Mediver Cuaquira Tuco

Lima, junio de 2023

DECLARACIÓN JURADA DE AUTENTICIDAD DE TESIS

Carlos Mediver Coaquira Tuco, de la Escuela de Posgrado, Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación, de la Universidad Peruana Unión.

DECLARO:

Que la presente investigación titulada: **“ESTRATEGIAS DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA INNOVADORAS PARA LA RESOLUCIÓN DE FUNCIONES EN SITUACIONES DE DIFICULTAD: SU INFLUENCIA EN EL APRENDIZAJE COGNITIVO DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MATEO PUMACAHUA, SICUANI, 2019”** del (los) autor (autores) Juan Ccama Huaynillo tiene un índice de similitud de 15% verificable en el informe del programa Turnitin, y fue realizada en la Universidad Peruana Unión bajo mi dirección.

Y estando de acuerdo, firmo la presente declaración en la ciudad de Lima, a los 31 días del mes de mayo del año 2023.

A handwritten signature in blue ink, consisting of several loops and a long horizontal stroke extending to the left.

Dr. Carlos Mediver Coaquira Tuco

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS DE MAESTRO(A)

En Lima, Ñaña, Villa Unión, a 02 del mes de junio del año 2023, siendo las 10:30 a.m., se reunieron en la modalidad online sincrónica, bajo la dirección del Señor Presidente del Jurado: Dr. Carlos Daniel Corrales Ruiz el secretario: Mg. Carlos Daniel Abanto Ramírez los demás miembros: Dr. Raúl Bernardo Acuña Casas y Dr. Juan Jesús Soria Quijaite y el asesor: Dr. Carlos Mediver Coaquira Tuco con el propósito de administrar el acto académico de sustentación de Tesis de Maestro(a) titulada: Estrategias de modelización matemática Innovadoras para la resolución de funciones en situaciones de dificultad: su influencia en el aprendizaje cognitivo en los estudiantes de tercer grado de secundaria de la I.E. Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019. del Bachiller/Licenciado(a) Juan Ccama Huaynillo

..... Conducente a la obtención del Grado Académico de Maestro (a) en: Educación (Nomenclatura del Grado Académico) Investigación y Docencia Universitaria con Mención en

..... El Presidente inició el acto académico de sustentación invitando al candidato hacer uso del tiempo determinado para su exposición. Concluida la exposición, el Presidente invitó a los demás miembros del Jurado a efectuar las preguntas, cuestionamientos y aclaraciones pertinentes, los cuales fueron absueltos por el candidato. Luego se produjo un receso para las deliberaciones y la emisión del dictamen del Jurado.

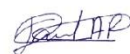
Posteriormente, el Jurado procedió a dejar constancia escrita sobre la evaluación en la presente acta, con el dictamen siguiente:

Bachiller/Licenciado (a): Juan Ccama Huaynillo

CALIFICACIÓN	ESCALAS			Mérito
	Vigesimal	Literal	Cualitativa	
Aprobado	17	B+	Con nominación de Muy Bueno	Sobresaliente

(*) Ver parte posterior

Finalmente, el Presidente del Jurado invitó al candidato a ponerse de pie, para recibir la evaluación final. Además, el Presidente del Jurado concluyó el acto académico de sustentación, procediéndose a registrar las firmas respectivas.


_____ 
Presidente

_____ Secretario

_____ Asesor

_____ Miembro

_____ Miembro

_____ 
Bachiller/Licenciado(a)

Dedicatoria

A mi buen Dios que guía y bendice todos mis días.

A mi madre bendita, ejemplo de trabajo e inspiración para mi superación profesional.

A mi esposa Yhanett por ser parte de mi vida y quien siempre brinda su apoyo constante e incondicional.

A mis hijos: Roy Juberth, Daril Aldair, que me alegran mi vida y son la razón principal de mi esfuerzo constante.

A mis familiares gracias por su inmensa comprensión incondicional.

Juan

Agradecimientos

A la Universidad Peruana Unión, Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación por darme la oportunidad de prepararme profesionalmente sobre todo en el amplio y grandioso campo de la educación.

Al dictaminador de mi tesis, el Dr. Raúl Acuña Casas, por el apoyo conceptual, metodológico y estadístico en la realización del presente trabajo en la línea de la pedagogía matemática.

A mis docentes que siempre me enseñaron con mucho amor y esmero sus extraordinarias experiencias académicas, la cual espero con ansias poner en práctica en el acto educativo.

Juan

Tabla de contenido

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORÍA DE TESIS	i
ACTA DE SUSTENTACIÓN	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Índice de tablas	viii
Índice de figuras.....	x
Resumen.....	2
Abstract.....	3
Planteamiento del problema.....	4
Identificación del problema	4
Problema general	6
Problemas específicos.....	6
Objetivos.....	7
Objetivo general.....	7
Objetivos específicos	7
Justificación	7
Viabilidad.....	8
Marco teórico / Revisión de la literatura.....	8
Antecedentes	8
Bases teóricas.....	11
Estrategias innovadoras con modelización matemática.....	11
Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo	24

Hipótesis	28
Hipótesis general.....	28
Hipótesis específicas.....	28
Materiales y métodos	30
Tipo de investigación.....	30
Diseño de la investigación	30
Población y muestra.....	31
Población	31
Operacionalización de variables	32
Técnicas e instrumentos de recolección de datos	35
Técnicas	35
Instrumento	35
Valoración cualitativa del instrumento	36
Validez de un cuestionario.....	37
Confiabilidad.	37
Procesamiento y análisis de datos.....	37
Aspectos éticos.....	38
Resultados y Discusión.....	39
Presentación de resultados descriptivos.....	39
Variable Estrategias innovadoras de modelización matemática.....	39
Dimensión patrones algebraicos	41
Variable Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo	44
Presentación de resultados	46

Prueba de normalidad y de hipótesis	46
Discusión de los resultados	56
Conclusiones y Recomendaciones	71
Conclusiones	71
Recomendaciones	72
Referencias	73
ANEXOS	79

Índice de tablas

Tabla 1. Número de estudiantes aprobados y desaprobados en la asignatura de matemática de la Institución Educativa Mateo Pumacahua de los años académicos 2015 al 2018.....	5
Tabla 2. Distribución de la población objetivo según sección, tamaño y grupos de la institución educativa Mateo Pumacahua.....	31
Tabla 3. Operacionalización de las variables estrategias innovadoras de modelización matemática y aprendizaje cognitivo.....	32
Tabla 4. Valoración cualitativa del instrumento según el aprendizaje cognitivos de los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.	36
Tabla 5. Prueba de entrada de los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	39
Tabla 6. Resultados obtenidos de la dimensión funciones reales aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.....	40
Tabla 7. Resultados obtenidos de la dimensión patrones algebraicos aplicado a los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	41
Tabla 8. Resultados obtenidos de la dimensión uso del software GEOGEBRA aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.....	43
Tabla 9. Prueba de salida sobre el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.....	44

Tabla 10. Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov de las puntuaciones del nivel cognitivo en los tópicos de funciones pre y post modelización matemática.	46
Tabla 11. Estadísticas de grupo.....	47
Tabla 12. Prueba de muestras independientes.....	47
Tabla 13. Estadísticas de grupo.....	48
Tabla 14. Prueba de muestras independientes.....	49
Tabla 15. Estadísticas de grupo.....	50
Tabla 16. Prueba de muestras independientes.....	51
Tabla 17. Estadísticas de grupo.....	52
Tabla 18. Prueba de muestras independientes.....	53
Tabla 19. Estadísticas de grupo.....	54
Tabla 20. Prueba de muestras independientes.....	55

Índice de figuras

Figura 1. Esquema estructural sobre el proceso de la modelización matemática	19
Figura 2. Prueba de entrada de los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	39
Figura 3. Resultados obtenidos de la dimensión funciones reales aplicado a los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	40
Figura 4. Resultados obtenidos de la dimensión patrones algebraicos aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	42
Figura 5. Resultados obtenidos de la dimensión uso del software GEOGEBRA aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	43
Figura 6. Prueba de salida sobre el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	45

Resumen

El estudio tiene como objetivo determinar la manera en que las estrategias innovadoras de modelización matemática influyen en el aprendizaje cognitivo de los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019. Es una investigación de tipo básico, longitudinal aplicado bajo un nivel cuasi experimental y enfoque cuantitativo. Los participantes fueron 65 estudiantes (32 del grupo control y 33 del grupo experimental). Para la recolección de datos se utilizó pruebas escritas y como protocolo de evaluación una rúbrica analítica que expresa las competencias y sus competencias que el docente quiso lograr. En cuanto a los análisis descriptivos se evidencio diferencia en los resultados de la prueba de salida donde el 94% de los estudiantes del grupo control se mantienen en adquisición de la información y solo el 6% logran organizarla. En cuanto al grupo experimental se aprecia una gran diferencia en los porcentajes ya que del 15% que comprendían la información paso al 42% y del 3% que podía evaluarla ahora el 37% consiguieron evaluar la información sobre las funciones lineales, los patrones algebraicos y usan el software GEOGEBRA correctamente. Los resultados del análisis inferencial muestran un P-valor(Sig) ,000 que indica influencias significativas positivas en las funciones reales, patrones algebraicos y en el uso del software GeoGebra. Se concluye según lo establecido en los objetivos se determinar que existe influencia significativa entre las estrategias innovadoras con modelización matemática y el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en los estudiantes de secundaria.

Palabras clave: Estrategias innovadoras, Modelización matemática, Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo

Abstract

The study aims to determine how innovative mathematical modelling strategies influence the cognitive learning of secondary school students at the Mateo Pumacahua Educational Institution, Sicuani, 2019. It is a basic, longitudinal research applied under a quasi-experimental level and quantitative approach. The participants were 65 students (32 in the control group and 33 in the experimental group). For data collection, written tests were used and an analytical rubric was used as an evaluation protocol that expresses the competences and their competences that the teacher wanted to achieve. In terms of descriptive analysis, there was a difference in the results of the exit test, where 94% of the students in the control group maintained the acquisition of information and only 6% managed to organise it. As for the experimental group, there was a big difference in the percentages, since from 15% who understood the information to 42% and from 3% who were able to evaluate it, now 37% were able to evaluate the information on linear functions, algebraic patterns and use the GEOGEBRA software correctly. The results of the inferential analysis show a P-value(Sig) ,000 which indicates significant positive influences on real functions, algebraic patterns and the use of GeoGebra software. It is concluded as established in the objectives to determine that there is a significant influence between innovative strategies with mathematical modelling and the cognitive teaching-learning process in secondary school students.

Keywords: Innovative strategies, Mathematical modelling, Cognitive teaching and learning process.

Planteamiento del problema

Identificación del problema

Durante los primeros ciclos de formación educativa se busca fomentar la capacidad de análisis, interpretación y respuesta en los estudiantes especialmente en el área de la matemática, creando para ellos diversas estrategias de aprendizaje. Las experiencias obtenidas por muchos docentes de secundarias demuestran como en los últimos años el sostenimiento de una metodología tradicional donde los estudiantes presentan dificultades en el aprendizaje sobre las funciones algebraicas o trascendentales (funciones lineales, cuadráticas), la mayor parte de los estudiantes logran desarrollar niveles de comprensión muy vagos los cuales al momento de traducir no dominan el lenguaje que se requiere, mucho menos pueden expresar en términos matemáticos las representaciones, así como son muy pocos los que logran interpretar y modelar adecuadamente las funciones reales o los patrones algebraicos entre otros temas (Barrazueta, 2014).

Por años se ha tomado decisiones y políticas públicas necesarias para mejorar esta problemática, en búsqueda de ir preparando a una población que se encuentra a punto de iniciar la educación post-secundaria. Sin embargo, a través de evaluación del PISA (Programme for International Student Assessment) de 2018 emitido por Ministerio de Educación del Perú (2019) indican que los estudiantes siguen mostrando muchas dificultades no llegan alcanzar el nivel 1, están debajo de este promedio es decir no realizan adecuadamente las interpretaciones matemáticas relacionadas con su contexto social, incluso se les dificulta realizar simples algoritmos matemáticos, aplicar formulas, menos realizar procedimientos para que se pueden ubicar el nivel 1 o debajo de dicho nivel.

De allí que, es a partir de estos exámenes que se mide las “habilidades, pericia, y aptitudes” de los y las estudiantes para resolver problemas, no solo académicos sino también de la vida cotidiana (OCDE, 2006). La última prueba realizada fue en el año 2018, a 6086 estudiantes, con 15 años pertenecientes a 342 países. En esta ocasión Perú ocupó el puesto 64 de 79 países, el mismo que en 2015, pero sigue siendo el más bajo en Latinoamérica (noveno lugar), aunque al desglosar este puntaje promedio por áreas, se puede apreciar que específicamente en el área de matemática, se alcanzó 13 puntos más que los obtenidos en el año 2015 (OCDE, 2019).

En lo que respecta al último informe de Evaluación PISA de 2018 emitido por Ministerio de Educación (2019) la región del Cusco ocupa el noveno lugar en dicho porcentaje, lo que se relaciona con los problemas arrojados de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, del Distrito de Sicuani, Provincia de Canchis de la Región Cusco, según los documentos de informe anual emitidos por el Director solo en el área de matemática de primero a quinto de secundaria en los últimos cuatro años, presentan un promedio del 24 % de desaprobados que se visualizan en la tabla 1:

Tabla 1

Número de estudiantes aprobados y desaprobados en la asignatura de matemática de la Institución Educativa Mateo Pumacahua de los años académicos 2015 al 2018.

AÑO	2015		2016		2017		2018	
	Aprobó	Desaprobó.	Aprobó	Desaprobó.	Aprobó	Desaprobó	Aprobó	Desaprobó
1 Primero	296	86	274	111	313	101	348	68
2 Segundo	307	106	285	79	335	58	302	106
3 Tercero	353	85	301	79	278	72	284	98
4 Cuarto	333	89	325	105	281	78	291	56
5 Quinto	360	29	339	25	349	21	301	26
Total	1649	395	1524	399	1556	330	1526	354

Fuente: Siagie de la Institución Educativa Mateo Pumacahua

Por medio de este promedio resultante de cada uno de los años aquí evidenciado en la tabla 1 indican que más de 300 estudiantes tienden a desaprobar matemática. Este porcentaje se mantuvo en cada año bajando solo en el 2017 sin embargo demuestra que dentro de la institución educativa no se ha realizado un estudio para minimizar esta problemática donde a través del establecimiento de estrategias se pueda dar solución a la misma. Estableciendo la necesidad de estrategias que incluya la modelización matemática y así poder influir significativamente en el aprendizaje de los estudiantes.

Problema general

¿En qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?

Problemas específicos

PE1: ¿En qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo–aspecto comprensión en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?

PE2: ¿En qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo–aspecto interpretación en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?

PE3: ¿En qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo–aspecto manejo de terminología en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?

Objetivos

Objetivo general

Determinar en qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Objetivos específicos

OE1: Determinar en qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo-aspecto comprensión en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

OE2: Determinar en qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo-aspecto interpretación en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

OE3: Determinar en qué medida la modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye en el desarrollo cognitivo-aspecto de manejo terminología en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Justificación

El trabajo de investigación fue realizado para mejorar el nivel de aprendizaje, planteando problemas sobre el uso de estrategias innovadoras con modelización matemática y así conocer si influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo de los estudiantes; a partir de ello resolverán usando el programa tecnológico de software de GeoGebra, esto permitirá al estudiante tener un aprendizaje que trascienda en su vida, podrá obtener una información adecuada de datos que presenta los problemas, esbozar una estrategia modelizando gráfica y analíticamente lo cual permitirá el hecho de considerar de que las funciones reales son nada más que modelos

matemáticos que pueden utilizarse para describir, así como saber interpretar los resultados, predecir resultados y poder explicar las situaciones del mundo real.

Entender que, con la ayuda de las funciones se puede modelar los fenómenos del mundo real, en el que se puede describir y a su vez analizar las relaciones fácticas sin que sea necesario poder realizar cálculos complicados o descripciones verbales, quedando en el estudiante una clara evidencia para evaluar a su trabajo retrospectivamente y dar la conformidad y satisfacción (Díaz y Hernández, 2008)

Viabilidad

El presente estudio estuvo dirigido en poder conocer distintas estrategias innovadoras con modelización matemática donde se conoció si existe influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019. El estudio permite demostrar que los procesos de enseñanza y aprendizaje promueven aquellas actividades en el área cognitivas que van más allá de un cúmulo de saberes aislados los cuales han sido descontextualizados como tiempo atrás se venían realizando.

Está demostrado que las fallas en la modelización matemática, conllevan a bajo rendimiento de los estudiantes por la carencia de aprendizaje es por ello que las condiciones requeridos en el trabajo de investigación en beneficio del desarrollo de las capacidades en la mejora de aprendizajes que sea significativo para los estudiantes de secundaria en la Institución Educativa emblemática del Perú “Mateo Pumacahua” del distrito de Sicuani provincia de Canchis de la región Cusco.

Marco teórico / Revisión de la literatura

Antecedentes

Padilla (2021) realizó su trabajo de investigación titulado “La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad Esan” Universidad de San Martín de Porres. Tesis presentada para optar al Grado Académico de Maestro en Ciencias de la Educación con mención en Pedagogía de la Matemática, Lima – Perú, dicho trabajo de investigación ha planteado de la siguiente manera: ¿de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II?, y cuyo objetivo general es determinar de qué manera la modelación matemática como metodología de enseñanza influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II. En este trabajo se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- La comprensión de las funciones lineales de los estudiantes del segundo ciclo está influenciada por el uso de la modelización matemática considerada como parte de un adecuado método de enseñanza.
- La modelación como método que tienden a influir de forma significativa en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes.
- La modelación basada en la metodología de enseñanza tiende a poder influir de manera significativa en el aprendizaje en el aspecto de los procedimental de la función lineal así la actitudinal que se da en el mismo.

Sánchez y otros (2020) quienes publicaron en una revista su trabajo de investigación titulado “Modelización matemática y GeoGebra en la formación de profesionales de la educación”.

Este estudio estuvo circunscrito en el tipo cualitativas, bajo el paradigma interpretativo y el diseño evaluativo cuya muestra estuvo conformada por 18 estudiantes que llevan el curso de álgebra superior. Se empleó un cuestionario, unas hojas de registro de uso diario y se lograron efectuar entrevistas a docentes involucrados. Se empleó la triangulación en el que se da a conocer las siguientes conclusiones:

- Se hizo evidente el pensamiento matemático en la medida que se avanzaban los distintos ejercicios que fueron programados en el que pudo comprender los conceptos de función, rango y dominio.
- Se logró interpretar de manera correcta información el cual se encuentra suministrada en forma gráfica.
- Los estudiantes que participaron en él estudió, construyeron modelos matemáticos a partir de situaciones de la vida cotidiana, una vez suministrados determinados datos.
- Los estudiantes llegaron a conseguir ser capaces de poder argumentar, en función de representar y comunicar los distintos resultados obtenidos haciendo uso correcto del lenguaje simbólico, así como el formal y hasta el técnico.
- Al poder incorporar las distintas herramientas tecnológicas se consiguió mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, haciéndolo más atractivo y de forma amenas las actividades áuricas, que al mismo tiempo permitió fomenta el trabajo colaborativo.

Díaz (2017) con la investigación cuyo título es “La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015, publicada para la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación

con mención en Educación Matemática. Dicho trabajo de investigación desarrollo su objetivo principal en el determinar si el uso Software GeoGebra influye en el aprendizaje del álgebra en los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 – 2015. En este trabajo se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- La aplicación de la propuesta influye en el aprendizaje del algebra donde a través del desarrollo de las estrategias metacognitivas los estudiantes lograron la comprensión lectora en el que se expresaron de forma oral de manera fluida y sin dificultades.
- En cuanto al nivel de influencia ejercida a través del uso del software GeoGebra para alcanzar la comunicación matemática se determinó que es altamente significativo.

Barrazueta (2014) en la investigación que ha realizado lleva el título El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra, Universidad de Cuenca. Tesis previa a la obtención del Título de Magister en Docencia de las Matemáticas, Cuenca – Ecuador, la investigación plantea como objetivo general “generar secuencias didácticas de aprendizaje basadas en la teoría socio-cognitiva para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante el software educativo libre GeoGebra”. Se llegó a las siguientes conclusiones:

- El aprendizaje es considerado como el componente necesario para ampliar la experiencia humana ya que permite la adquisición de nuevos conocimientos, así como el desarrollo de nuevas habilidades que dan pie a nuevos comportamientos lo que deben ser aplicados en la vida diaria de las personas. Al utilizar la metodología ABP, permitió a los estudiantes poder adquirir conocimientos resolviendo

problemas del mundo real en su entorno, logrando conseguir que los docentes servir como guía o facilitador del aprendizaje sea fluido por el uso de dicho método.

- Basándose en los resultados de las encuestas realizadas a los docentes seleccionados así como a los estudiantes a quienes se le aplicaron guías didácticas basadas en el ABP logrando conseguir complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas dando a demostrar su aplicación en la vida cotidiana.
- Con las guías didácticas que fueron diseñadas logro aumentar el interés de los alumnos sobre todo en el desarrollo de las funciones exponenciales y logarítmicas, dando de esta manera garantía para comprender e internalizar el material independientemente de la complejidad del tema.

Bases teóricas

Estrategias innovadoras con modelización matemática

Las estrategias innovadoras son “procedimientos (conjunto de pasos o reglas) que un docente realiza para que sus estudiantes adquieran y empleen en forma intencional y por medio de instrumentos flexibles y facilite el aprendizaje significativo, donde es capaz de solucionar problemas y demandas académicas" (Díaz & Hernández, 2008)

Lo estratégico apunta principalmente a la importancia de la planeación y la intencionalidad formativa de acuerdo al modelo educativo. El énfasis en la estrategia acentúa en primer lugar la reflexión y deja en un segundo plano lo táctico, es decir, las actividades propiamente dichas para lograr un objetivo o alcanzar una meta.

En toda estrategia, los procedimientos o recursos que el docente utiliza lo hacen de forma consciente y planificadamente para promover los aprendizajes deseados. Si una estrategia se centra en la planeación y la planificación de una actividad para dirigir un asunto pedagógico, las estrategias innovadoras se pueden considerar como aquellos modos de actuar del docente que hacen que se generen aprendizajes de forma diferente, por eso, las estrategias son el producto de una actividad constructiva, creativa, así como experiencial del docente las cuales son pensadas con anterioridad al ejercicio práctico de la enseñanza que requieren dinámicas flexibles según las circunstancias así como del momento de acción.

Las estrategias innovadoras representan el desarrollo de diversas acciones novedosas en la búsqueda de poder lograr todas aquellas capacidades y competencias de los estudiantes. Es una forma de trabajo académico que se realiza con los estudiantes que rompe moldes o modelos en vías de satisfacer necesidades de formación profesional, bajo una expectativas y motivaciones generadas por la modernidad e influenciadas por la atracción de los recursos que representan las Tics. Esto implica cambio, para ello el docente tiene que hacer uso de su creatividad, imaginación e ingenio para adaptar, combinar o crear formas exitosas y así los estudiantes logren aprender en función a su naturaleza y adaptable a su asignatura (Cerezal & Fiallo, 2016)

Se deben considera los siguientes aspectos para diseñar una estrategia innovadora

- Naturaleza de la asignatura para ellos se deberá tomar en cuenta la teórica, y la práctica a desarrollar.
- Considerar las características de los estudiantes, en función de las competencias básicas que traen, aprendizajes previos, entre otros aspectos.
- Tomar en cuenta el contenido a desarrollar.
- Competencias a lograrse.

- Secuencialización de acciones (técnicas y procedimientos).
- Recursos y medios pertinentes a utilizar (herramientas tecnológicas).
- Pertinencia, entendida como la relación entre la acción y los fines.
- Practicidad y sentido lógico en el propósito de alcanzar los aprendizajes esperados.
- Nivel de impacto en el logro de los aprendizajes.
- Integración funcional de las diferentes actividades (técnicas) desarrollo secuencial (procedimientos) y recursos a utilizarse.

Se han diseñado diversas estrategias en la que distinguen diversas fases en el proceso de resolución, entre las cuales se pueden citar:

Estrategia propuesta por Dewey. De acuerdo con Dewey (1933, como se citó en Brubacher, 2000), *esta es* una propuesta de aprendizaje experiencial donde afirma que ello "no significa que todas las experiencias sean verdaderas o igualmente educativas". Así, el aprendizaje experiencial es un aprendizaje activo, utiliza y transforma los ambientes físicos como los sociales para extraer lo que contribuya a experiencias valiosas. Pretende establecer un fuerte vínculo entre el aula y el entorno social. Es decir, es un aprendizaje que genera cambios sustanciales en la persona y en su entorno a través de éste, se busca que el estudiante desarrolle sus capacidades reflexivas, pensamiento crítico, como el deseo de seguir aprendiendo en el marco de los ideales democrático y humanitario.

Así, la aplicación del aprendizaje experiencial en la enseñanza se conoce como el enfoque de "aprender haciendo", o "aprender por la experiencia". De ninguna manera se restringe a un "saber hacer" rutinario e irreflexivo, ni a un aprendizaje del activismo sin sentido, a las que en ocasiones suele reducirse, por el contrario, propone como punto central el desarrollo del pensamiento y de la práctica reflexiva.

Los principios educativos de la postura deweyniana son los siguientes:

1. Educación democrática: la educación debe concebirse ante todo como una gran actividad humana en y para la democracia, y en este sentido debe orientarse a la reconstrucción del orden social.
2. Educación científica: donde Dewey destaca el papel de la formación científica de los niños y jóvenes, así como la importancia de la experimentación por medio del método científico.
3. Educación pragmática: centrada en la experiencia como prueba del conocimiento mediante el hacer y experimentar en que participa el pensamiento de alto nivel, pero al mismo tiempo dando prioridad a la experiencia cotidiana en el hogar y la comunidad.
4. Educación progresiva: plantea que la experiencia educativa es una reconstrucción constante de lo que hace el niño a la luz de las experiencias que vive, y que, por ende, dicha reconstrucción es lo que permite al alumno progresar, avanzar en el conocimiento; esta idea inspiraría después otros principios educativos, como la noción del currículo en espiral (Brubacher, 2000).

Una aportación importante de Dewey es que intenta equilibrar dos criterios que en ocasiones aparecen como antagónicos a la hora de tomar decisiones sobre el currículo y la enseñanza: el desarrollo del razonamiento, por lo general asociado con las materias "académicas", y el desarrollo del conocimiento empírico o procedimental, asociado con las materias prácticas que se piensa conducen a aprender habilidades de utilidad social. Pero además introduce un tercer criterio: "el desarrollo o crecimiento saludable de la experiencia individual" (Posner, 2004, p. 50).

Las estrategias de Dewey señala las siguientes fases en el proceso de resolución de problemas:

1. Se percibe una dificultad: localización de un problema.
2. Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto.
3. Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución.
4. Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas.
5. Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba.

Estrategias para la solución de problemas de George Polya. Es una estrategia pedagógica con grandes aportes a las matemáticas ya que resuelve grandes problemas, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo (Pólya, 1981).

Con la implementación de este método no solo se busca que el estudiante encuentre la respuesta acertada en la resolución de problemas luego de seguir una serie de pasos o procedimientos, sino que, además haga uso de los conocimientos y habilidades de pensamiento que requiere la competencia resolución de problemas. A continuación, se describen los cuatro pasos del método de Pólya:

Paso 1: Entender el problema. Este primer paso es de gran importancia, ya que no se puede resolver un problema si no se comprende el enunciado. Los estudiantes deben entender claramente lo que se les pide antes de proponer alguna operación para encontrar la solución. Responder preguntas como: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante?

¿Contradictoria? Es necesario que en este primer paso identifiquen si en el problema se encuentran los datos necesarios para resolverlo y si existe alguna información irrelevante.

Paso 2: Configurar un plan. En esta etapa, el estudiante utiliza sus conocimientos, imaginación y creatividad para elaborar una estrategia que le permita encontrar la o las operaciones necesarias para resolver el problema; es importante utilizar aquellos problemas que no tienen un único camino para encontrar la solución. El profesor puede plantear las siguientes preguntas para orientar el proceso de plasmar de los estudiantes: ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoces algún problema relacionado con este? ¿Puedes decir el problema de otra forma? ¿Puedes expresarlo con tus propias palabras?

Paso 3: Ejecutar el plan. En este paso el estudiante debe implementar la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema. El autor sugiere que se debe conceder un tiempo razonable para ejecutar el plan; si no se alcanza el éxito, se debe dejar el problema a un lado y continuar con otro para retomarlo más adelante. El profesor puede orientar el proceso con las preguntas: ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Paso 4: Mirar hacia atrás. Este último paso es muy importante, ya que el estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido algún error; se puede orientar con preguntas como: ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? ¿Puedes ver como extender tu solución a un caso general?

Estrategias para la solución de problemas de Schoenfeld. Según afirma Barrantes (2006) Allan Schoenfeld, propone problemas a resolver siguiendo las ideas de Polya. Tras la observación, Schoenfeld llegó a la conclusión de que para realizar el trabajo de resolución de

problemas como una estrategia didáctica no solamente hay que tener en cuenta la heurística, sino también otras fases, las cuales son:

. Análisis:

- Trazar un diagrama si es posible.
- Examinar casos particulares.
- Tratar de simplificar el problema

Exploración

- Examinar problemas esencialmente equivalentes: sustituyendo condiciones por otras equivalentes, recomblando los elementos del problema
- Examinar problemas ligeramente modificados: establecer subjetivos, descomponer el problema en casos y analizar caso por caso.
- Examinar problemas ampliamente modificados: construir problemas semejantes con menos variables, tratar de sacar partido de problemas afines respecto a la forma, los datos o las conclusiones

Ejecución.

Comprobación de la solución obtenida. esta fase se llevará a cabo mediante la contestación a las siguientes cuestiones:

- ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
- ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
- ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
- ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?
- ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
- ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?

- ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Estrategias para la solución de problemas de Guzmán. Guzmán (2007) señala que se trata de considerar como lo más importante que el estudiante manipule los objetos matemáticos, y a la vez active su propia capacidad mental ejercitando su creatividad. Los estudiantes deben reflexionar sobre su propio proceso de pensamiento con la finalidad de mejorarlo conscientemente, adquiriendo así confianza en sí mismo, divirtiéndose a la vez con su propia actividad mental mientras se prepara para los retos de su vida cotidiana.

Blanco (1996) explica que la propuesta de Guzmán se basa, en las observaciones realizadas en su propia actividad, en el intercambio de experiencias con sus compañeros, en la exploración de las formas de pensar de los estudiantes universitarios y en el estudio de las obras de otros autores. Establece cuatro fases para la resolución de un problema.

Familiarización con el problema: incluye todas las acciones encaminadas a la comprensión del problema. Propone una serie de cuestiones para ello:

- ¿De qué trata el problema?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Qué pide determinar o comprobar el problema?
- ¿Disponemos de datos suficientes?
- ¿Guardan los datos relaciones entre sí?

Búsqueda de Estrategias. Se trata de seleccionar qué estrategias se adecúan más a la naturaleza del problema. Las más usuales son:

- Simplificación del problema, concretándolo hasta tener la posibilidad de abordarlo.
- Representación gráfica

- Organización, codificación

Desarrollo de la estrategia. En este momento se juzga entre todas las estrategias que han surgido, aquella o aquellas que tengan más probabilidad de éxito. Después de elegir una la llevamos adelante con decisión y si sucediesen dificultades, volveríamos a la fase anterior de búsqueda de estrategias hasta conseguir dar con la o las adecuadas que nos conduzcan a la solución (Viar, 2007)

Revisión del proceso: una vez finalizado el problema, se pasaría a realizar una reflexión, cuya guía puede ser la siguiente serie de sugerencias.

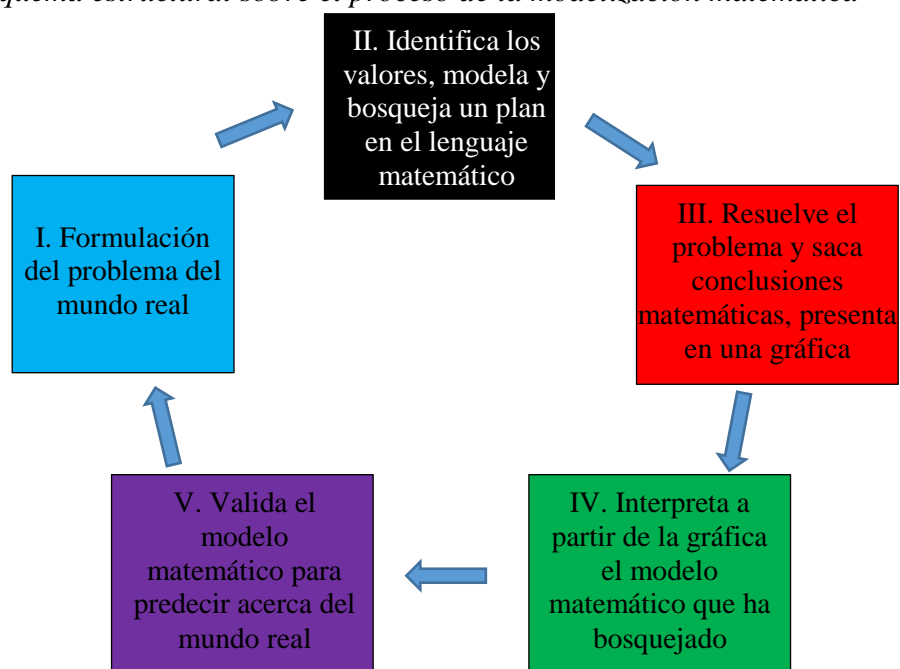
- ¿Cómo hemos llegado a la solución?
- Buscar un camino más simple
- Tratar de entender por qué funciona
- Reflexionar el proceso de pensamiento
- Estudiar qué otros resultados podríamos obtener con este método.

Esquema estructural de la modelización matemática

Formular una función matemática significa modelización matemática cuyo proceso se puede describir aplicando ciertos términos matemáticos basado en un fenómeno real, para así poder obtener los resultados matemáticos esperados, logrando evaluar e interpretar matemáticamente bajo una situación real. Este proceso se visualiza en la Figura 1.

Figura 1

Esquema estructural sobre el proceso de la modelización matemática



Nota: Fuente Elaboración propia.

Un modelo matemático está basado en la relación que se forma a través de algunos objetos matemáticos con sus conexiones, donde un lado está el fenómeno o la situación y por otro la naturaleza no matemática. Este tiene significancia para lograr implicaciones a niveles didácticos (Blomhoj, 2008, p. 21).

Una actividad fundamental basado en la resolución de los problemas para poder seguir construyendo al aprendizaje de los estudiantes considerado la base requeridas para facilitar el aprendizaje durante este proceso se demuestra la capacidad de poder analizar, comprender los problemas y poder argumentar aplicar las consideraciones basado en el eje vertebral del contenido matemático (Blanco y otros, 2015).

En algún sentido, los problemas o situaciones que se presentan sean nuevos o diferentes de lo que ya se han resuelto en clases anteriores, los estudiantes sigan ampliando o mejorando las estrategias que ya fueron aplicadas en clase (Pozo y Postigo, 1993).

Para poder diseñar las diferentes estrategias que logre la resolución de problemas, el docente debe de conocer la manera que despierta la curiosidad, el estímulo, adquirir la actitud de desprendimiento a resolver problemas. Para ello el docente presente a sus estudiantes problemas matemáticos variados con herramientas por medio de ciertos recursos necesarios para que los estudiantes logra animarse a descubrir estrategias por ellos mismos en la espera de conseguir soluciones de problemas matemáticos (Pérez y Ramírez, 2008).

Fundamentos teóricos y metodológicos sobre las estrategias que están dirigidos a conseguir la resolución de los problemas propuestos, por lo cual se requiere hacer uso del descubrimiento en la búsqueda de dar solución a dichos problemas. En efecto, al dar solución a un problema en el proceso se involucra un gran descubrimiento, independientemente que el problema sea sencillo o complicado, siempre permite aguzar la curiosidad poniendo en juego las cualidades inventivas. Si se soluciona por medios propios, se consigue experimentar lo maravilloso del descubrimiento y la alegría del triunfo” (Polya, 1984, p. 7)

Funciones reales

Una función “f” es considerada como una regla que asigna a cada elemento “x” del conjunto de partida (dominio) un único elemento del conjunto de llegada, denotado por $f(x)$ (Barrazueta, 2014). Las funciones reales de valores reales se representan con las letras minúsculas de nuestro alfabeto “f”, “g”, o “h. Los elementos del dominio reciben el nombre de pre imagen, convencionalmente denotado con la letra “x” y los elementos del rango reciben el nombre de imagen, convencionalmente denotados con la letra “y” o terminología “ $f(x)$ ”. Con estas notaciones, una función, a través de su regla de correspondencia, asocia a cada elemento “x” del dominio un elemento en el rango, expresado por $y = f(x)$.

Funciones lineales. son expresiones algebraicas de primer grado o de manera más precisa un polinomio de primer grado. En este sentido, una función lineal se define por medio de la ecuación $f(x) = mx + b$ ó $y = mx + b$, el cual es conocido como ecuación la canónica de la recta, en el que la letra “m” representa la pendiente de la recta y b es el intercepto en el eje Y. (Hernández, 2018, p. 7)

Funciones Cuadráticas. son conocidas también como funciones de segundo grado. Su representación es: $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$; a, b y c $\in \mathbb{R}$. El exponente dos caracteriza que la función es cuadrática.

Patrones algebraicos

Para poder describir o comprender los patrones algebraicos de una función se debe tener en cuenta los siguientes requerimientos:

1. Formulación del carácter verbal de una función, el cual se enuncia mediante palabras del lenguaje cotidiano, esto es, caracterizado por oraciones propositivas del lenguaje informal.
2. Formulación algebraica (por una fórmula matemática) está dado por un polinomio algebraico, es o forma de expresión algebraica formada por la suma de monomios, donde cada uno de ellos se expresa como un producto: un coeficiente, la variable muda y su correspondiente exponente.
3. Representación mediante diagrama de Venn (diagrama de flechas o sagital)
4. Representación mediante un subconjunto de pares ordenados en $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ o plano cartesiano.
5. Representación gráfica en el plano cartesiano.

6. Representación numérica de una serie de pares ordenados con el propósito de que el estudiante encuentre la ecuación a través del reconocimiento del patrón o regularidad entre la asociación de las variables x e y .

Software de GeoGebra

Es un programa que se utiliza para la enseñanza y aprendizaje de distintos tópicos de la matemática, álgebra y geometría, es adaptado a los distintos niveles educativos, es una herramienta digital de fácil manejo que permite identificar los elementos esenciales de la configuración de las gráficas de una función, como un recurso potente para la discusión y análisis de las mismas (Barrazueta, 2014)

GeoGebra como herramienta para el trabajo colaborativo presenta las siguientes características:

- Uso de la interfaz cuenta con un método sencillo y fácil de controlar a través de menús los cuales son multilingües y solo se ejecutan por medio de comandos y acceso de ayuda.
- Se promueve el desarrollo de proyectos realizados por los mismos estudiantes en el área curricular de matemática, al dominar múltiples presentaciones y algoritmos por medio del descubrimiento guiado al observar los diferentes pasos o fases del proceso que conlleva la solución.
- Para mayor interacción, los estudiantes deben personalizar sus propias creaciones y esto lo puede hacer por medio de la adaptación de la interfaz en el que selecciona el tamaño de la fuente, el idioma a elegir, como puede ser la calidad de los gráficos a través del color, elección de las coordenadas, grosor de línea, así como el estilo de línea y otras características.

Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo

Existen diversas actividades educativas dirigidas a los estudiantes, una de ellas es la cognitiva debido a que juega un papel significativo, la cual está directamente relacionada con los procesos de memoria, así como también la capacidad de los estudiantes para dominar la información. Este análisis implica el desarrollo de conocimientos, habilidades por parte de los estudiantes en el proceso de aprendizaje, donde la actividad cognitiva se encuentra orientada a la formación del conocimiento (Arbeláez y Villasmil, 2020)

El aprendizaje cognitivo representa un sistema cerrado, cuyos componentes es el de la adquisición y transformación del conocimiento, por medio de su preservación y aplicación (Druzhinin, 2007). Esta capacidad de adquirir conocimientos, para transformar el conocimiento se llama creatividad, aplicando los conocimientos adquiridos en condiciones reales se llama inteligencia. El aprendizaje como componente de la actividad cognitiva es, en primer lugar, la capacidad de asimilar nuevos conocimientos formas de actuar y, en segundo lugar, una medida de la eficacia de la actividad intelectual (Tarnaeva y Osipova, 2016)

Desarrollo de aptitudes cognitivas

Bruner (1989) defiende que “La estructura cognitiva previa del aprendiz en sus modelos mentales y de esquemas constituye un factor esencial en el aprendizaje” (p. 112). Esta da significación y organización a sus experiencias y le permite ir más allá de la información dada, ya que para integrarla a su estructura debe contextualizar y profundizarla para lograr la nueva adquisición.

En la actualidad, los pedagogos consideran la modelización matemática como una herramienta fundamental para el proceso de enseñanza y aprendizaje, puesto que ayuda a la

obtención de un verdadero aprendizaje significativo, elevar el trabajo independiente de los estudiantes y resolver situaciones problemáticas en la actividad práctica.

La modelización matemática proporciona nuevas formas de explorar la realidad y estrategias diferentes para trabajar sobre la misma. Beneficia a los estudiantes, pues vivimos en una sociedad que está basada en reglas.

De igual modo, permiten a los estudiantes desarrollar su imaginación, así como también poder pensar en numerosas alternativas para un problema, descubrir diferentes modos y estilos de pensamiento, favoreciendo en un cambio de conducta, ya sea este de forma grupal o individual. A partir de esta visión, se puede decir que las estrategias innovadoras con modelización matemática permite que los estudiantes de secundaria puedan cumplir las normas que lo rigen poniendo en manifiesto su proceso cognitivo de interés para desenvolverse, si a esto se le introduce como estrategia en cualquier actividad de la escuela a través del juego lúdico, los estudiantes asumirán ese proceso como algo divertido e innovador para su desarrollo.

Romero (2018) definió el aprendizaje cognitivo como capacidades prácticas que hacen referencia a las formas de abreviar procesos intelectuales o mentales como calcular, analizar y sintetizar. Son un conjunto de acciones mentales entrenadas de manera constante para formar una o más capacidades. No es posible distinguir a simple vista las capacidades de una persona, sin tomar en cuenta que para ello ha realizado una serie formal de ejercicios que la llevaron a alcanzar dicho resultado.

El aprendizaje cognitivo son las destrezas adquiridas para el procesos de la mente los cuales son necesarios para realizar una tarea, además son las habilidades trabajadoras de la mente facilitadoras del conocimiento al ser las responsables de adquirirlo y recuperarlo para utilizarlo posteriormente (Linaza, 2015)

Por otra parte, para que los estudiantes de secundaria adquieran el aprendizaje cognitivo se hace necesario que se ejecuten tres momentos. En un primer momento, se desconoce que la habilidad existe; en un segundo momento, se realiza el proceso en sí de adquirir la habilidad y desarrollarla a través de la práctica, y, en un tercer momento, la habilidad ya es independiente de los conocimientos pues ha sido interiorizada de tal manera que su aplicación en casos simples es fluida y automática (Herranz, 2002)

La Taxonomía de los Procesos que Integran el Desarrollo del Proceso Enseñanza Aprendizaje Cognitivo

Según Beltrán (1998) son las siguientes:

Adquisición de la Información. Su función es el de conseguir el tratamiento requerido sobre la información. Para ello, se debe conseguir que los estudiantes se familiaricen con la reflexión y en poder conseguir alcanzar las estrategias metacognitivas que intervienen en el aprendizaje (planificación, control, regulación y evaluación) para que sea consciente de las mismas y las emplee eficazmente. De igual modo, se busca sensibilizar hacia las tareas de aprendizaje por medio de la motivación (como movilización de las energías del estudiante para iniciar, dirigir y persistir en la conducta de aprender con relación a la motivación conviene señalar que es una de las grandes condiciones del aprendizaje significativo), las actitudes (entendidas como la disposición del estudiante a responder de una determinada manera a los objetos, personas y situaciones con los que se relaciona) y el afecto (relacionado con el control emocional y más concretamente con la ansiedad. Es fundamental mantener un nivel satisfactorio de ansiedad para que no interfiera en el aprendizaje).

Organización de la información. Esta estrategia permitirá reconocer el establecimiento de las relaciones entre los elementos informativos previamente seleccionados. Evidentemente,

para comprender un texto no basta seleccionar los elementos relevantes del mismo. Una vez relacionados esos elementos, es necesario organizarlos o darles una determinada estructura. La investigación ha demostrado que cuantas más relaciones se establezcan entre los elementos de una información, mejor es comprendida y retenida por los sujetos. La organización del material informativo mejora el recuerdo, tanto cuando se trata de textos narrativos, como si se trata de textos expositivos (Beltrán, 1998)

Compresión de la información Esta etapa es una poderosa ya que al llegar a ella contribuye a mejorar el proceso de aprendizaje. Esta es una actividad para agregar algo. Información, ejemplos o analogías de la información aprendida para enfatizar el significado y mejorar la memoria de lo aprendido. La gente generalmente aprende y produce sofisticación. Prueba de ello es que el material que estimula o induce al refinamiento implica más tiempo de elaboración. Para tareas rudimentarias, el refinamiento puede incluir el aprendizaje por parejas como: Aprende el vocabulario, la lista de palabras o parte de la planta del idioma. La repetición afecta principalmente a la memoria a corto plazo, mientras que la elaboración afecta a la memoria a largo plazo. La elaboración tiene muchas técnicas, entre ellas: Activar preguntas detalladas, analogías, mnemónicos, consejos, notas, organizadores previos, imágenes y esquemas.

Evaluación de la información. La evaluación de la información debe estar empleada para la comprobación de la consecución de los objetivos propuestos inicialmente. Dentro de la tipología de estrategias de aprendizaje propuesta por Beltrán (1998) se puede observar que la organización forma parte de las estrategias de procesamiento encargada de la codificación, comprensión, retención y reproducción de la información y la función específica de la organización es combinar los elementos informativos previamente seleccionados en una estructura coherente y significativa.

Hipótesis

Hipótesis general

La modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye significativamente en el aprendizaje cognitivo en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Hipótesis específicas

Hipótesis específica 1. La modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye significativamente en el aprendizaje cognitivo-aspecto comprensión en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Hipótesis específica 2. La modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye significativamente en el aprendizaje cognitivo-aspecto interpretación en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Hipótesis específica 3. La modelización matemática en la resolución de problemas sobre funciones influye significativamente en el desarrollo cognitivo-aspecto manejo de terminología en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

El aprendizaje cognitivo tiene como objetivo optimizar la capacidad de aprender, comprender y retener nueva información, además, este le permite al cerebro conectar nueva información con los conocimientos ya existentes.

Materiales y métodos

Tipo de investigación

La característica del presente estudio que correspondió a un tipo considerada como Básica. Al respecto Carrasco (2019) considera que este tipo de investigación “no tiene un propósito aplicativo inmediato, solo se ampliará y profundizar aquellos conocimientos científicos existentes sobre lo que se está percibiendo en la realidad” (p. 66). Siendo de esta manera longitudinal, al recoger datos sobre individuos que luego son empleados para darle un seguimiento particular durante un período de tiempo prolongado pues es mediante estos puntos o periodos es que se logra realizar inferencias relacionadas al cambio, así como también sus consecuencias y determinantes de estos periodos o puntos, los cuales comúnmente son especificados con anterioridad ya que son estudios de tipo seguimiento (Hernández y otros, 2014, p. 151).

Diseño de la investigación

En el presente estudio se aplicó el diseño cuasi experimental, ya que según Carrasco (2019) en este tipo de investigación se trabajan con dos grupos, uno se le denomina control y el otro será el grupo experimental, ambos están integrados a la muestra de investigación, por lo tanto, los sujetos de análisis no se seleccionan al azar, y tampoco de forma aleatoria, el autor indica que los experimentos cuasi - experimentales son los más idóneos en el campo educativo debido a que admite la necesidad de un control parcial sobre las variables de estudio, es decir, no hay un completo control experimental.

Por lo tanto, el esquema elegido del diseño de la investigación es la siguiente:

Grupo Control: GC.: O1..... X.....O3

Grupo Experimental: GE.: O2..... X.....O4

Dónde:

X = Estrategias innovadoras con modelización matemática para el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo.

O1 = Pre test al grupo control.

O2 = Pre test al grupo experimental.

O3 = Post test al grupo control.

O4 = Post test al grupo experimental.

Población y muestra

Población

Está conformado por la totalidad de los estudiantes, es decir los 339 estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, según se muestra en el siguiente cuadro de acuerdo a la nómina de matrícula 2019.

Tabla 2

Número de estudiantes matriculados en tercero de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, 2019.

	Grados	Secc.	V	M	Tamaño	Grupo
1	Tercero	A	12	19	32	Control
2	Tercero	C	13	20	33	Experimental
		Total	25	39	65	

Nota: secretaria académica de la IE.

Operacionalización de variables

Tabla 3

Operacionalización de las variables estrategias innovadoras de modelización matemática y aprendizaje cognitivo

Variable	Objetivos	Contenidos	Sesiones	Evaluación
Variable independiente (X): Estrategias innovadoras de modelización matemática	General: Al término de este programa, el estudiante estará en condiciones de representar, manipular y comunicar situaciones del mundo real con relaciones matemáticas usando funciones matemáticas. Objetivos específicos: Será capaz de representar situaciones del mundo real con relaciones matemáticas – fórmulas, ecuaciones, algoritmos, reglas- usando la simbología de las funciones matemáticas.	Unidad 1: Funciones lineales Dominio Funciones lineales Funciones cuadráticas Representación de carácter verbal Unidad 2: Funciones cuadráticas Representación algebraica Representación mediante diagrama de Venn - Euler Representación mediante un conjunto de pares ordenados Representación visual Representación numérica Unidad 3: Uso de GEOGEBRA Solución de problemas del mundo real usando GEOGEBRA.	1 2-3 4-5-6 7 8 9	El aprendizaje de los contenidos conceptuales y procedimentales de funciones se evaluará usando una prueba escrita al término de cada unidad de aprendizaje. Para su evaluación se usó el criterio cualitativo, equivalente a la escala vigesimal, según: 0 - 10 en inicio (C) 11 - 13 en proceso (B) 14 - 17 en logro (A) 18 - 20 logro destacado (AD)

Variable	Objetivos	Contenidos	Sesiones	Evaluación
	<p>Será capaz de manipular los entes – cantidades, símbolos, operaciones- que caracterizan a los objetos de la situación real de estudio.</p> <p>Será capaz de comunicar las representaciones que formula del mundo real usando funciones matemáticas.</p> <p>Será capaz de manipular los comandos y aplicaciones – software- de GEOGEBRA en la resolución de problemas complejos.</p>		10-11-12-13	<p>s de desarrollo. medido estructurado por 13 reactivos distribuidos en 3 dimensiones funciones lineales y/o cuadráticas; patrones algebraicos y uso del software de GeoGebra las cuales se interpretan de acuerdo a estándares establecido en baremos:</p> <p>Adquisición Organización Compresión Evaluación</p>
Variable dependiente (Y): Aprendizaje cognitivo	<p>Aprendizaje cognitivo - aspecto comprensión</p> <p>Aprendizaje cognitivo - aspecto interpretación</p>	<p>Nivel de razonamiento al establecer relaciones matemáticas que permitan orientar la decisión sobre la mejor forma de resolver el problema.</p> <p>Capacidad de verificación sobre la situación problemática real si la solución matemática es aceptable.</p> <p>Capacidad y habilidad de procesamiento de la información</p>	1-14	

Variable	Objetivos	Contenidos	Sesiones	Evaluación
	Aprendizaje cognitivo – aspecto manejo de terminología	<p>Recuperación de conocimientos previos que le permite visualizar nuevos datos, útiles para el planteamiento del problema.</p> <p>Traducir desde el lenguaje coloquial al lenguaje simbólico o formal, y recíprocamente.</p> <p>Manipular relaciones que contengan símbolos y fórmulas.</p>		

Nota: Fuente Elaboración propia

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Técnicas

La técnica es un procedimiento para obtener un resultado con el fin de obtener distintas formas de información (Carrasco, 2019). Para el desarrollo de este estudio La técnica que se utilizó fue el test, con el objeto de evaluar la influencia de las estrategias innovadoras con modelización matemática donde se aplicó un antes y después de los alcances obtenidos en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019. Para ello se utilizó:

Pre - Test (Prueba de entrada): Se utilizó el pre test para los dos grupos de experimentación, determinando el nivel de aprendizaje cognitivo evaluando las tres dimensiones definidas para el presente estudio. De igual modo, se realizó un Post - Test (Prueba de salida): Se utilizó el post test para el grupo experimental y control, con la finalidad de determinar manera en que las estrategias de funciones reales, patrones algebraicos y el software GeoGebra con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Instrumento

El instrumento fue la prueba escrita de resolución de problemas donde se realizaron distintas experiencias de aprendizajes teniendo en cuenta las teorías pedagógicas de Ausubel y Vygotsky que plantean que el aprendizaje de los estudiantes se convierte significativos asociando una información que ya es conocida y dominada para luego ser reajustada en la búsqueda de lograr la reconstrucción de ambas informaciones en este proceso; Vigotsky plantea que el aprendizaje se produce desde la participación guiada con los adultos y los iguales a través de la interacción social. En función a ello se elaboró un cuestionario elaborados para recoger informaciones confiables,

que después de doce sesiones de experiencia de aprendizaje con apoyo del software de GeoGebra, permitiendo de esta manera recolectar datos. Dicho instrumento está dividido en dos partes. En la I parte se analizó las rúbricas por cada una de las estrategias aplicadas a partir de la situación real constituida por preguntas acorde a lo elaborado distintos enunciados. La segunda parte del instrumento lo comprende una prueba escrita a partir de la situación real, la misma lo constituye 13 preguntas. Dicho instrumento tiene la función para medir el análisis, comprensión, interpretación y comunicación.

La prueba escrita de resolución de problemas, es una categoría que logra sustentar la técnica elegida, la cual consiste en poder elaborar un conjunto de preguntas las cuales están relacionadas a lo que se espera obtener por medio de la hipótesis del estudio y a su vez a las variables donde se usan los indicadores como guía para desarrollar cada pregunta. Su propósito es de poder recabar toda la información necesaria que permite comprobar lo requerido en la investigación (Ñaupas y otros, 2014, p. 211).

Valoración cualitativa del instrumento

Tabla 4

Valoración cualitativa del instrumento según el aprendizaje cognitivos de los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.

Calificativo	Valoración Cualitativa	Aprendizaje Cognitivos
(0-10)	En Inicio (C)	Adquisición de la información
(11-13)	En Proceso (B)	Organización de la información
(14-17)	En logro (A)	Compresión de la información
(18-20)	Logro destacado (AD)	Evaluación de la información

Nota: Fuente Elaboración propia.

Validez de un cuestionario.

Es importante que un cuestionario tenga validez, de manera real en base a la variable que intenta medir” (Hernández y otros, 2014, p.200). En relación, al instrumento de estudio, la validez del instrumento se realizó mediante juicio de dos expertos, quienes hicieron la validación del instrumento evaluando la claridad, congruencia, contexto y relevancia de las cuatro experiencias de aprendizajes que fueron diseñadas para el desarrollo de las 14 sesiones.

Confiabilidad.

Se relaciona en el grado en que la aplicación del instrumento es utilizada de manera repetida a una población en específica en bases al cumplir en conseguir un objetivo en espera que poder generar iguales resultados (Hernández y otros, 2014, p. 200). La fiabilidad global se obtuvo por medio del análisis de coeficiente Alpha de Cronbach prueba que mide los resultados obtenidos de las variables con las dimensiones. Para este estudio se determinó a través del ítem/ test aplicando el comando “si se elimina el elemento”, cuyos resultados obtenidos, fue de 0,898 lo que demuestra que el instrumento es confiable, ya que está muy cerca de lo ideal que es 1.

Procesamiento y análisis de datos

Los datos obtenidos fueron cuantificados desde el aspecto descriptivo expresado en cuadros y gráficos estadísticos, a través del empleo del programa SPSS 25. Para la contrastación de las hipótesis estadísticas se usó la prueba t para la diferencia de medias de grupos independientes, cuya fórmula es:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

donde:

\bar{X}_1 = media del grupo 1

$\bar{X}_2 =$ media del grupo 2

$S_1^2 =$ *varianza del grupo 1*

$S_2^2 =$ *varianza del grupo 2*

$n_1 =$ *tamaño de la muestra del grupo 1*

$n_2 =$ *tamaño de la muestra del grupo 2*

Aspectos éticos

Para este estudio, se consideraron las normas bioéticas las cuales sustentan como debe ser la aplicación del instrumento, en la que se dan garantía a los parámetro y recomendaciones establecidas para conseguir datos en una investigación (Gómez, 2015). Cabe mencionar que los instrumentos fueron aplicados, valorados estadísticamente bajo los criterios señalizados por los parámetros indicados donde se cumplió como deben ser las citas y la colocación de las referencias que fueron empleadas en el estudio (APA, 2020).

Resultados y Discusión

Presentación de resultados descriptivos

Variable Estrategias innovadoras de modelización matemática

Tabla 5

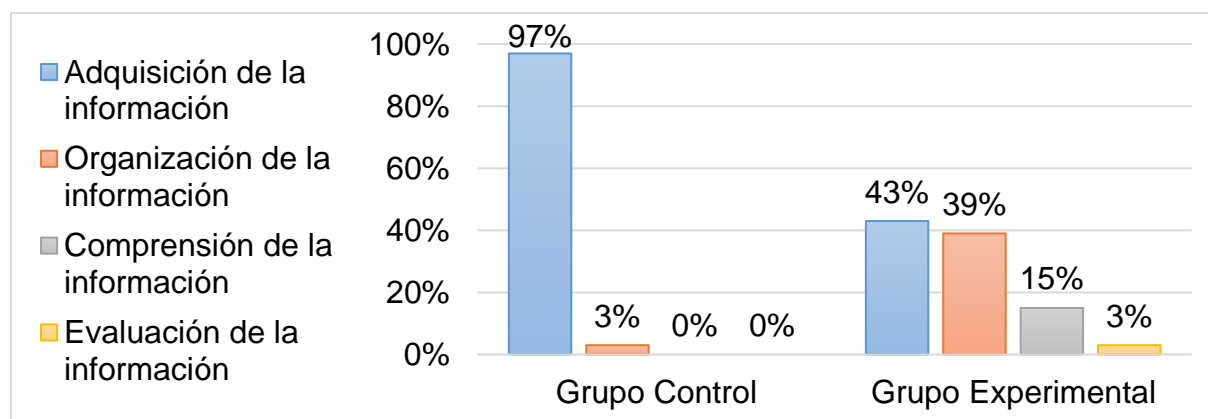
Prueba de entrada de los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

Variable Estrategias innovadoras de modelización matemática										
Grupo de estudiantes	Adquisición de la información		Organización de la información		Comprensión de la información		Evaluación de la información		Total	
	F	%	F	%	f	%	f	%	f	%
Grupo Control	31	97	1	3	0	0	0	0	32	100,0
Grupo Experimental	14	43	13	39	5	15	1	3	33	100,0

Fuente: Data de resultados.

Figura 2

Prueba de entrada de los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019



En la tabla 10 y figura 2 se observa los resultados obtenidos en la prueba de entrada de los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución

Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019 en la que se destacan diferencia en ambos con respecto al uso de estrategias innovadoras con modelización matemática para el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo donde el 97% de los estudiantes del grupo control demostraron estar en un nivel para la adquisición de la información y el 3% si logran adquirir y organizar la información con facilidad. En cuanto al grupo experimental se aprecia que el 43% de los estudiantes se ubican en un nivel de adquisición de la información, el 39% lograron adquirir y organizar la información el 15% ya comprenden la información y solo un 3% después de desarrollar las estrategias innovadoras con modelización matemática pueden evaluar la información.

Dimensión funciones reales

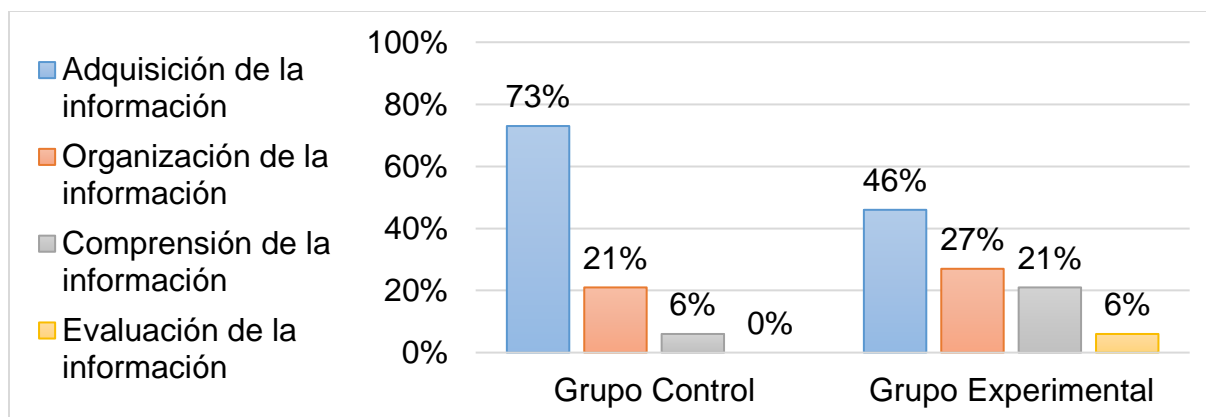
Tabla 6

Resultados obtenidos de la dimensión funciones reales aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

Dimensión Funciones Reales										
Grupo de estudiantes	Adquisición de la información		Organización de la información		Comprensión de la información		Evaluación de la información		Total	
	F	%	F	%	f	%	f	%	F	%
Grupo Control	24	73	7	21	2	6	0	0	32	100,0
Grupo Experimental	15	46	9	27	7	21	2	6	33	100,0

Figura 3

Resultados obtenidos de la dimensión funciones reales aplicado a los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019



En la tabla 6 y figura 3 se observa los resultados obtenidos de la dimensión funciones reales aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019 donde el 73% de los estudiantes del grupo control consiguieron adquirir información necesaria sobre las funciones reales, el 21% pudieron adquirir y organizar la información sobre las funciones reales y el 6% llegaron a comprender todo lo relacionado con las funciones reales. En cuanto al grupo experimental se observa una gran diferencia en la medida que se desarrollaron las estrategias innovadoras con modelación matemática ya que solo el 46% de los estudiantes adquieren con facilidad como resolver los problemas sobre las funciones reales, el 27% lograron organizar información sobre las funciones reales adecuadamente, el 21% comprende todo lo que necesitan sobre las funciones reales y solo un 6% pueden evaluar la información de las funciones reales.

Dimensión patrones algebraicos

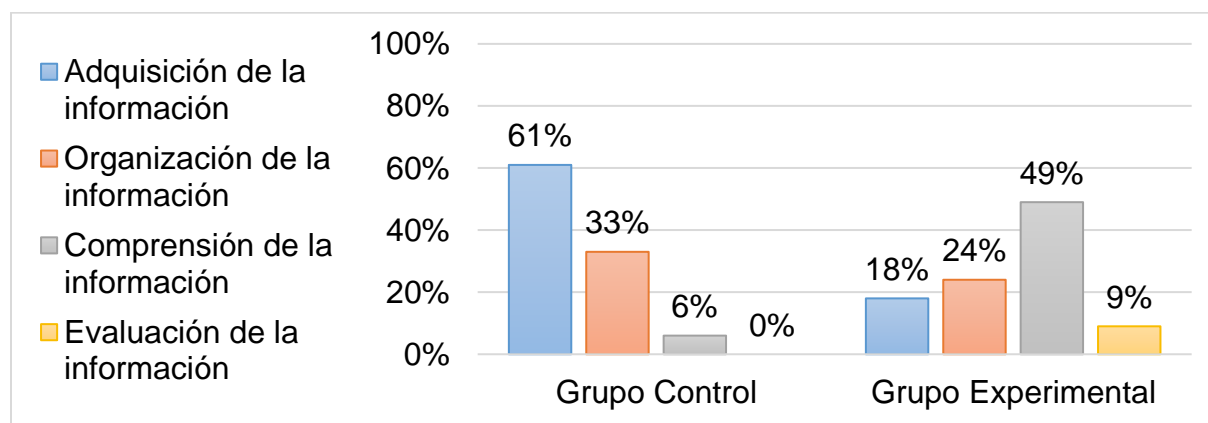
Tabla 7

Resultados obtenidos de la dimensión patrones algebraicos aplicado a los estudiantes de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

Grupo de estudiantes	Dimensión patrones algebraicos									
	Adquisición de la información		Organización de la información		Comprensión de la información		Evaluación de la información		Total	
	F	%	F	%	f	%	f	%	f	%
Grupo Control	19	61	11	33	2	6	0	0	32	100,0
Grupo Experimental	6	18	8	24	16	49	3	9	33	100,0

Figura 4

Resultados obtenidos de la dimensión patrones algebraicos aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019



En la tabla 7 y figura 4 se observa los resultados obtenidos de la dimensión patrones algebraicos aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019 donde el 61% de los estudiantes del grupo control se ubica adquisición de la información sobre patrones algebraicos, el 33% saben organizar la información para realizar los ejercicios sobre patrones algebraicos y el 6% comprensión la información sobre patrones algebraicos. En cuanto al grupo experimental se observa una gran diferencia en la medida que se desarrollaron las estrategias innovadoras con modelación matemática ya que solo un 18% de los estudiantes se ubican adquirir información de

patrones algebraicos, el 24% ya logra adquirir y organizar con facilidad, el 49% comprende la información de los patrones algebraicos finalmente un 9% evalúan todo para realizar las representaciones sobre patrones algebraicos.

C. Dimensión uso del software GEOGEBRA

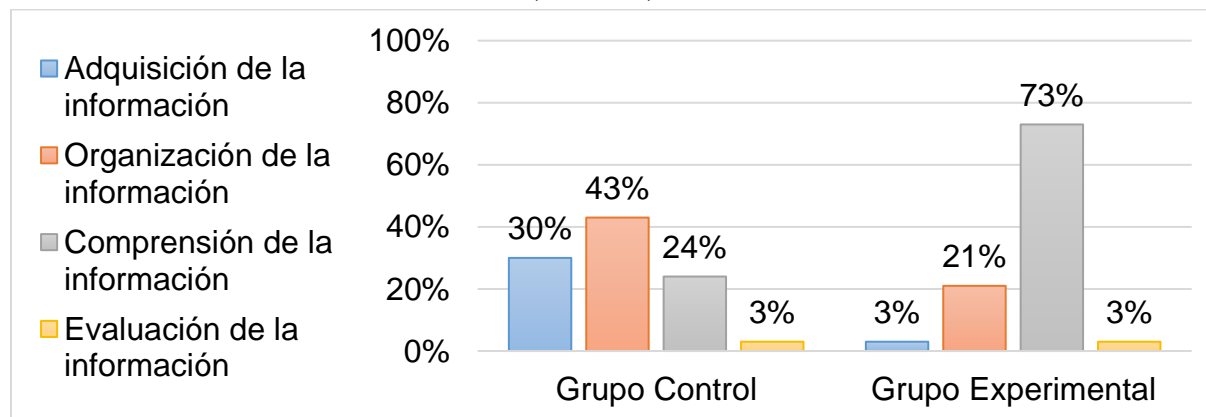
Tabla 8

Resultados obtenidos de la dimensión uso del software GEOGEBRA aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

Dimensión uso del software GEOGEBRA										
Grupo de estudiantes	Adquisición de la información		Organización de la información		Comprensión de la información		Evaluación de la información		Total	
	F	%	F	%	f	%	f	%	f	%
Grupo Control	10	30	14	43	8	24	1	3	32	100,0
Grupo Experimental	1	3	7	21	24	73	1	3	33	100,0

Fuente: Data de resultados.

Figura 5 *Resultados obtenidos de la dimensión uso del software GEOGEBRA aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019*



En la tabla 8 y figura 5 se observa los resultados obtenidos de la dimensión uso del software GEOGEBRA aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019 donde el 30% de los estudiantes del grupo control se ubicaron en inicio de adquirir la información relacionados al uso del software GEOGEBRA, el 43% estaban en proceso de organizar toda de la información sobre el uso del software GEOGEBRA, el 24% en comprender la información de cómo usar el software GEOGEBRA y un 3% logra evaluar la información sobre el uso del software GEOGEBRA. En cuanto al grupo experimental después de aplicar las estrategias innovadoras con modelación matemática se observó cómo el 3% de los estudiantes lograron adquirir aun la información sobre cómo usar el uso del software GEOGEBRA, el 21% organizan con rapidez la información de cómo hacer uso del software GEOGEBRA, el 73% alcanzó la comprensión de la información del uso el software GEOGEBRA y solo un 3% alcanzaron evaluar la información del buen uso del software GEOGEBRA.

Variable Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo

Tabla 9

Prueba de salida sobre el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

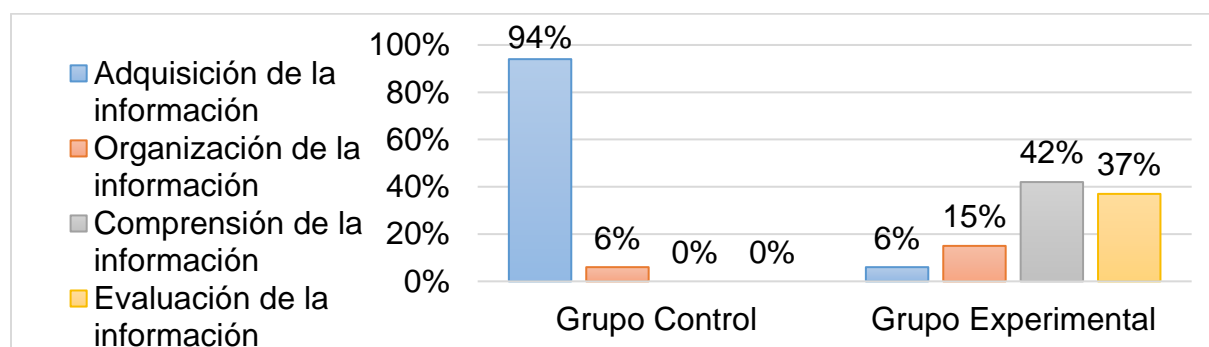
Grupo de estudiantes	Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo								Total	
	Adquisición de la información		Organización de la información		Comprensión de la información		Evaluación de la información			
	F	%	F	%	f	%	f	%	f	%
Grupo Control	30	94	2	6	0	0	0	0	32	100,0

Grupo	2	6	5	15	14	42	12	37	33	100,0
Experimental										

Fuente: Data de resultados.

Figura 6

Prueba de salida sobre el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo aplicado a los estudiantes de tercero de secundaria pertenecientes al grupo control y experimental de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.



En la tabla 9 y figura 6 se observa los resultados obtenidos en la prueba de salida del grupo control y experimental en la que se destacan diferencias en ambos con respecto al uso de estrategias innovadoras con modelización matemática para el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo donde el 94% de los estudiantes del grupo control se mantienen en adquisición de la información, 6% en organización de la información. En cuanto al grupo experimental se aprecia que el 6% de los estudiantes siguen en adquisición de la información, el 15% en proceso de organizar la información suministrada, el 42% llegó a la comprensión de la información y el 37% consiguieron evaluar la información sobre las funciones lineales, los patrones algebraicos y usan el software GEOGEBRA correctamente.

Presentación de resultados

Prueba de normalidad y de hipótesis

Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov sobre la implementación de las estrategias innovadoras con modelización matemática

Tabla 10

Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov de las puntuaciones del nivel cognitivo en los tópicos de funciones pre y post modelización matemática.

		Pre Test	Post Test
N		33	33
Parámetros normales ^{a,b}	Media	8,38	11,42
	Desviación típica	3,074	2,118
Diferencias más extremas	Absoluta	,170	,138
	Positiva	,075	,080
	Negativa	-,170	-,138
Z de Kolmogorov-Smirnov		,963	,782
Sig. asintót. (bilateral)		,312	,574

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Fuente: Data de resultados.

En la tabla 10 se aprecia los datos obtenidos del pre test y el post test de los grupos control y experimental, los resultados de la prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov **sobre las puntuaciones del nivel cognitivo en la temática de funciones, pre y post test a la modelización matemática** arrojaron los siguientes resultados: en el pre test se obtuvo un p-valor de 0,963 y para el post test un p-valor de 0,782 determinándose que ambas distribuciones se ajustan a una distribución normal.

Tabla 11
Estadísticas de grupo

	Identificación del grupo	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Pretest desarrollo cognitivo	Grupo control	32	6,69	2,292	,405
	Grupo experimental	33	6,58	2,359	,411

Fuente: Data de resultados.

En la tabla 11, en la muestra para el pretest de desarrollo cognitivo, se dispone: 1) de 32 estudiantes del grupo control, con una media de desarrollo cognitivo de $\bar{X}_C = 6,69$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_C = 2,292$, y 2) de 33 estudiantes del grupo experimental, con una media de desarrollo cognitivo de $\bar{X}_E = 6,58$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_E = 2,359$. La diferencia de las dos medias $\bar{X}_C - \bar{X}_E = 0,11$ puntos, ventaja insignificante para el grupo control.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media de las calificaciones del grupo control y del grupo experimental respecto al desarrollo cognitivo en el Pretest son iguales o distintas:

$$H_0: \mu_C(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) \\ = \mu_E(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental})$$

$$H_0: \mu_C(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) \\ \neq \mu_E(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental})$$

Tabla 12
Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
Pretest desarrollo cognitivo	Se asumen varianzas iguales	,009	,927	,194	63	,847	,112	,577	-1,042	1,265
	No se asumen			,194	63,000	,847	,112	,577	-1,041	1,265

varianzas
iguales

Antes hemos de realizar otro contraste, la prueba de Levene, que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas para el pretest que mide el desarrollo cognitivo:

$$H_0: \sigma_C^2 (\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) \\ = \sigma_E^2 (\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental}).$$

$$H_0: \sigma_C^2 (\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) \\ \neq \sigma_E^2 (\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental})$$

De la tabla 12 podemos observar, un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,009 con significación $p = 0,927$. Así que, para un nivel de significación de 0,05, $0,927 > 0,050$, se acepta la hipótesis nula, lo cual indica que debemos suponer que las varianzas son iguales.

Aceptando esta suposición podemos concluir, bien aplicando intervalos de confianza o bien mediante estadístico de contraste si las medias son iguales o son diferentes. En la tabla 25, considerando la primera opción, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para la diferencia de las medias, $\mu_C - \mu_E$, $I = (-1,042. 1,265)$, al cual pertenece el 0, las medias, respecto al desarrollo cognitivo del pretest, se pueden considerar iguales, así que ninguna es mayor. De la segunda opción, el estadístico de contraste 0.194 con 63 grados de libertad tiene una significación de $0,847 > 0,050$, se implica que las medias se pueden considerar iguales; o lo que es lo mismo, que no hay diferencias significativas en cuanto a las calificaciones del pretest de desarrollo cognitivo en los estudiantes de los grupos control y experimental. De ambas formas se concluye lo mismo.

Tabla 13
Estadísticas de grupo

	Identificación del grupo	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Postest aspecto comprensión	Grupo control	32	8,56	3,360	,594
	Grupo experimental	33	10,85	3,985	,694

Fuente: Data de resultados.

En la tabla 13, en la muestra para el posttest del aspecto comprensión, se dispone: 1) de 32 estudiantes del grupo control, con una media del aspecto de comprensión de $\bar{X}_C = 8,56$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_C = 3,360$, y 2) de 33 estudiantes del grupo experimental, con una media del aspecto comprensión de $\bar{X}_E = 10,85$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_E = 3,985$. La diferencia de las dos medias $\bar{X}_C - \bar{X}_E = -2,29$ puntos, en desventaja para al grupo control.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media de las calificaciones del grupo control y del grupo experimental respecto al aspecto comprensión en el Posttest son iguales o distintas:

$H_0: \mu_C$ (calificaciones de aspecto comprensión del grupo control) = μ_E (calificaciones de aspecto comprensión del grupo experimental)
 $H_0: \mu_C$ (calificaciones de aspecto comprensión del grupo control) \neq μ_E (calificaciones de aspecto comprensión del grupo experimental)

Tabla 14

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
Postest aspecto comprensión	Se asumen varianzas iguales	,581	,449	-2,497	63	,015	-2,286	,916	-4,116	-,456
	No se asumen varianzas iguales			-2,503	61,817	,015	-2,286	,913	-4,112	-,460

Antes hemos de realizar otro contraste, la prueba de Levene, que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas para el posttest que mide el aspecto comprensión:

$H_0: \sigma_C^2$ (calificaciones del aspecto comprensión del grupo control) = σ_E^2 (calificaciones del aspecto comprensión del grupo experimental).
 $H_0: \sigma_C^2$ (calificaciones del aspecto comprensión del grupo control) \neq σ_E^2 (calificaciones del aspecto comprensión del grupo experimental)

De la tabla 14 podemos observar, un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,581 con significación $p = 0,449$. Así que, para un nivel de significación de 0,05, $0,449 > 0,050$, se acepta la hipótesis nula, lo cual indica que debemos suponer que las varianzas son iguales.

Aceptando esta suposición podemos concluir, bien aplicando intervalos de confianza o bien mediante estadístico de contraste si las medias son iguales o son diferentes. En la tabla 14, considerando la primera opción, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para la diferencia de las medias, $\mu_C - \mu_E$, $I = (-4,116. -0,456)$, que no incluye el 0. Fijándose en el intervalo de confianza para la diferencia de medias del aspecto comprensión, observamos que los dos extremos son negativos, por los que $\mu_C - \mu_E < 0$, es decir, $\mu_E > \mu_C$, la media del grupo experimental es mayor que la media del grupo control. De la segunda opción, el estadístico de contraste -2.497 con 63 grados de libertad tiene una significación de $0,015 < 0,050$, se implica que las medias del postest del aspecto comprensión se pueden considerar distintas; o lo que es lo mismo, que la media de las calificaciones de aspecto comprensión del grupo experimental es mayor que la media de las calificaciones de aspecto comprensión del grupo control. De ambas formas se concluye lo mismo.

Tabla 15
Estadísticas de grupo

	Identificación del grupo	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Postest aspecto interpretación	Grupo control	32	9,72	2,643	,467
	Grupo experimental	33	13,58	3,250	,566

Fuente: Data de resultados.

En la tabla 15, en la muestra para el postest del aspecto interpretación, se dispone: 1) de 32 estudiantes del grupo control, con una media del aspecto de interpretación de $\bar{X}_C = 9,72$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_C = 2,643$, y 2) de 33 estudiantes del grupo

experimental, con una media del aspecto de interpretación de $\bar{X}_E = 13,58$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_E = 3,250$. La diferencia de las dos medias $\bar{X}_C - \bar{X}_E = -3,86$ puntos, en desventaja para al grupo control.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media de las calificaciones del grupo control y del grupo experimental respecto al aspecto de interpretación en el postest son iguales o distintas:

$$H_0: \mu_C(\text{calificaciones del aspecto de interpretación del grupo control}) = \mu_E(\text{calificaciones del aspecto de interpretación del grupo experimental})$$

$$H_0: \mu_C(\text{calificaciones del aspecto de interpretación del grupo control}) \neq \mu_E(\text{calificaciones del aspecto de interpretación del grupo experimental})$$

Tabla 16

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
Postest aspecto interpretación	Se asumen varianzas iguales	1,212	,275	-5,240	63	,000	-3,857	,736	-5,328	-2,386
	No se asumen varianzas iguales			-5,257	61,160	,000	-3,857	,734	-5,324	-2,390

Antes hemos de realizar otro contraste, la prueba de Levene, que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas para el postest que mide el aspecto comprensión:

$$H_0: \sigma_C^2(\text{calificaciones del aspecto interpretación del grupo control}) = \sigma_E^2(\text{calificaciones del aspecto interpretación del grupo experimental}).$$

$$H_0: \sigma_C^2(\text{calificaciones del aspecto interpretación del grupo control}) \neq \sigma_E^2(\text{calificaciones del aspecto interpretación del grupo experimental})$$

De la tabla 16 podemos observar, un estadístico de contraste F de Snedecor de 1,212 con significación $p = 0,275$. Así que, para un nivel de significación de 0,05, $0,275 > 0,050$, se acepta la hipótesis nula, lo cual indica que debemos suponer que las varianzas son iguales.

Aceptando esta suposición podemos concluir, bien aplicando intervalos de confianza o bien mediante estadístico de contraste si las medias son iguales o son diferentes. En la tabla 29, considerando la primera opción, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para la diferencia de las medias, $\mu_C - \mu_E$, $I = (-5,328. -2,386)$, que no incluye el 0. Fijándose en el intervalo de confianza para la diferencia de medias del aspecto interpretación, observamos que los dos extremos son negativos, por los que $\mu_C - \mu_E < 0$, es decir, $\mu_E > \mu_C$, la media del grupo experimental es mayor que la media del grupo control. De la segunda opción, el estadístico de contraste -5.240 con 63 grados de libertad tiene una significación de $0,000 < 0,050$, se implica que las medias del postest del aspecto interpretación se pueden considerar distintas; o lo que es lo mismo, que la media de las calificaciones de aspecto interpretación del grupo experimental es mayor que la media de las calificaciones del aspecto interpretación del grupo control. De ambas formas se concluye lo mismo.

Tabla 17
Estadísticas de grupo

	Identificación del grupo	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Postest aspecto manejo de terminología	Grupo control	32	11,81	2,278	,403
	Grupo experimental	33	14,36	1,966	,342

En la tabla 17, en la muestra para el postest del aspecto manejo de la terminología, se dispone: 1) de 32 estudiantes del grupo control, con una media del aspecto manejo de la terminología de $\bar{X}_C = 11,81$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_C = 2,278$, y 2) de 33 estudiantes del grupo experimental, con una media del aspecto manejo de terminología

de $\bar{X}_E = 14,36$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_E = 1,966$. La diferencia de las dos medias $\bar{X}_C - \bar{X}_E = -2,55$ puntos, en desventaja para el grupo control.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media de las calificaciones del grupo control y del grupo experimental respecto al aspecto manejo de la terminología en el postest son iguales o distintas:

$H_0: \mu_C$ (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo control) = μ_E (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo experimental)

$H_0: \mu_C$ (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo control) \neq μ_E (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo experimental)

Tabla 18
Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
Postest aspecto manejo de terminología	Se asumen varianzas iguales	,460	,500	-4,839	63	,000	-2,551	,527	-3,605	-1,498
	No se asumen varianzas iguales			-4,828	61,078	,000	-2,551	,528	-3,608	-1,494

Antes hemos de realizar otro contraste, la prueba de Levene, que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas para el postest que mide el aspecto manejo de la terminología:

$H_0: \sigma_C^2$ (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo control) = σ_E^2 (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo experimental).

$H_0: \sigma_C^2$ (calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo control) \neq σ_E^2 (calificaciones de aspecto manejo de la terminología del grupo experimental)

De la tabla 18 podemos observar, un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,560 con significación $p = 0,500$. Así que, para un nivel de significación de 0,05, $0,500 > 0,050$, se acepta la hipótesis nula, lo cual indica que debemos suponer que las varianzas son iguales.

Aceptando esta suposición podemos concluir, bien aplicando intervalos de confianza o bien mediante estadístico de contraste si las medias son iguales o son diferentes. En la tabla 8, considerando la primera opción, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para la diferencia de las medias, $\mu_C - \mu_E$, $I = (-3,605. -1,498)$, que no incluye el 0. Fijándose en el intervalo de confianza para la diferencia de medias del aspecto manejo de terminología, observamos que los dos extremos son negativos, por los que $\mu_C - \mu_E < 0$, es decir, $\mu_E > \mu_C$, la media del grupo experimental es mayor que la media del grupo control. De la segunda opción, el estadístico de contraste -4.838 con 63 grados de libertad tiene una significación de $0,000 < 0,050$, se implica que las medias del postest del aspecto manejo de la terminología se pueden considerar distintas; o lo que es lo mismo, que la media de las calificaciones del aspecto manejo de terminología del grupo experimental es mayor que la media de las calificaciones del aspecto manejo de la terminología del grupo control. De ambas formas se concluye lo mismo.

Tabla 19
Estadísticas de grupo

	Identificación del grupo	N	Media	Desv. Desviación	Desv. Error promedio
Postest desarrollo cognitivo	Grupo control	32	7,06	2,341	,414
	Grupo experimental	33	15,85	3,232	,563

Fuente: Data de resultados.

En la tabla 19, en la muestra para el postest de desarrollo cognitivo, se dispone: 1) de 32 estudiantes del grupo control, con una media de desarrollo cognitivo de $\bar{X}_C = 7,06$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_C = 2,341$, y 2) de 33 estudiantes del grupo

experimental, con una media de desarrollo cognitivo de $\bar{X}_E = 15,85$ puntos en la escala vigesimal y una desviación típica de $S_E = 3,232$. La diferencia de las dos medias $\bar{X}_C - \bar{X}_E = -8,76$ puntos, en desventaja para al grupo control.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media de las calificaciones del grupo control y del grupo experimental respecto al desarrollo cognitivo en el postest son iguales o distintas:

$$H_0: \mu_C(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) = \mu_E(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental})$$

$$H_0: \mu_C(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) \neq \mu_E(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental})$$

Tabla 20

Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias							
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia		
										Inferior	Superior
Postest desarrollo cognitivo	Se asumen varianzas iguales	2,725	,104	-12,519	63	,000	-8,786	,702	-10,188	-7,384	
	No se asumen varianzas iguales			-12,580	58,359	,000	-8,786	,698	-10,184	-7,388	

Fuente: Data de resultados.

Antes hemos de realizar otro contraste, la prueba de Levene, que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas para el postest que mide el aspecto manejo de la terminología:

$$H_0: \sigma_C^2(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) = \sigma_E^2(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental}).$$

$$H_0: \sigma_C^2(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control}) \neq \sigma_E^2(\text{calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental})$$

De la tabla 20 podemos observar, un estadístico de contraste F de Snedecor de 2,725 con significación $p = 0,104$. Así que, para un nivel de significación de 0,05, $0,104 > 0,050$, se acepta la hipótesis nula, lo cual indica que debemos suponer que las varianzas son iguales.

Aceptando esta suposición podemos concluir, bien aplicando intervalos de confianza o bien mediante estadístico de contraste si las medias son iguales o son diferentes. En la tabla 20, considerando la primera opción, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para la diferencia de las medias, $\mu_C - \mu_E$, $I = (-10,188. -7,384)$, que no incluye el 0. Fijándose en el intervalo de confianza para la diferencia de medias de desarrollo cognitivo, observamos que los dos extremos son negativos, por los que $\mu_C - \mu_E < 0$, es decir, $\mu_E > \mu_C$, la media del grupo experimental es mayor que la media del grupo control. De la segunda opción, el estadístico de contraste -12,519 con 63 grados de libertad tiene una significación de $0,000 < 0,050$, se implica que las medias del postest de desarrollo cognitivo se pueden considerar distintas; o lo que es lo mismo, que la media de las calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental es mayor que la media de las calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control. De ambas formas se concluye lo mismo.

Discusión de los resultados

Con la demostración de la hipótesis general, se puede decir que, al implementar las estrategias innovadoras con modelización matemática, entonces se logra influir significativamente en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo de los estudiantes. Los resultados se basaron en el desarrollo de catorce sesiones de aprendizaje, las cuales fueron ejecutadas en forma consecutiva para evaluar de forma individual a grupo de estudio a quienes se les impartían las mismas clases, pero se aplicaba métodos distintos siendo el grupo experimental a quienes se le dio más énfasis en

el desarrollo de las funciones reales, patrones algebraicos y el uso del software GeoGebra online con modelización matemática.

De allí que, estos resultados guardan relación con el estudio realizado por Padilla (2021) quien aplicó la modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de las funciones reales, dicho trabajo indica que la modelación influye de manera significativa en el aprendizaje de la función reales es decir lineales y cuadráticas que también fueron evaluadas en este estudio indicado que los estudiantes logran mejorar su aprendizaje cognitivo para poder interpretar, dominar, traducir entre otros aspectos todo lo relacionando de la funciones reales.

Se evidencia que existe relación significativa entre la modelización matemática para la resolución de problemas sobre funciones reales con el nivel cognitivo ya que el nivel de significancia fue de 0,000 esto quiere decir que la relación entre las funciones reales con el nivel cognitivo ejerce una influencia significativa. Por medio de este resultado se observa que guarda relación al estudio de Sánchez y otros (2020) quienes por medio de las funciones reales con modelización matemática consideraron que las sesiones de aprendizaje como la realizadas en la institución manifiesta que para facilitar la técnica de resolución de problemas deben apoyarse en el uso del software GeoGebra, indicando que el uso de ya que este permitirá argumentar, representar y comunicar los resultados obtenidos haciendo uso correcto del lenguaje simbólico, formal y técnico de la matemática.

Por otra parte, al considerar las matemáticas como ciencia que expresa con mayor precisión se deben enseñar en su propio lenguaje, para la realización del plan didáctico o experiencia de aprendizaje se empleó un lenguaje claro, preciso y sencillo. La experiencia de un aprendizaje tradicional al descubrimiento de nuevos conocimientos donde se evidencia que existe influencia significativa entre los patrones algebraicos con modelización matemática con el nivel cognitivo al

conseguir una significancia de 0,000 esto quiere decir que existe influencia significativa entre los patrones algebraicos con las funciones con el nivel cognitivo. De ahí que estos resultados guardan relación significativa con los estudios realizados Barrazueta (2014) en la investigación que ha realizado lleva el aprendizaje es parte fundamental de la vida del ser humano pues a través de él se adquiere nuevas informaciones, hábitos y comportamientos que serán aplicados en el diario vivir de las personas. Es por ello que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje se debería implementar la metodología del ABP, ya que permite que el estudiante sea quien construya el conocimiento a través de la búsqueda de soluciones de problemas reales del entorno mientras que el docente es quién actúa como guía o facilitador del aprendizaje.

Finalmente se demuestra cómo la modelización matemática aplicados a las funciones reales y a los patrones algebraicos haciendo uso del software GeoGebra se obtienen nivel de significancia de 0,000 por lo que indica que existe influencias significativas en la medida en que se utiliza en el aula de clase este software. Los resultados son similares a los encontrado por Díaz (2017) quien da a conocer que los patrones algebraicos y la resolución de problemas con el software GeoGebra influye en el aprendizaje en relación a la expresión y comprensión oral donde a través de la ejecución de aprendizaje cognitivo se plantean que los estudiantes se convierte significativos asociando una información nueva con la que ya posee, reajustando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso; permitió que el instrumento aplicado por los estudiantes tanto del grupo de control como en el experimental que alcanzaron niveles cognitivos que les permitieron poder medir, analizar, comprender, interpretar y comunicar haciendo uso de términos matemáticos además de graficas tiendo resultados significativo en el desarrollo obtenidos en la medida que hicieron uso de este software.

Resultados de la investigación

Dado el carácter experimental de la investigación realizada, las respuestas a las preguntas que enmarcan el problema, inicialmente planteadas, se dan a lo largo del cuarto capítulo. En este apartado, resumimos aquellos resultados que pueden presentar un mayor interés.

En primer lugar, presentamos las cuestiones meramente descriptivas, que hacen referencia a lo que ya existía, el estilo de resolución de problemas aritméticos elementales verbales antes de la nueva estrategia lúdica “juegos aditivos, evaluados a los estudiantes del tercer grado de primaria de la IE San Ramón de Ayacucho, según las categorías del baremo de la rúbrica “evaluación de solución de PAEV mediante el método de George Polya”: excelente, bueno, suficiente e insuficiente. En segundo término, nos referimos a la incidencia de la aplicación de la estrategia lúdica “juegos aditivos” en la resolución de problemas aritmético elementales verbales.

Sobre las características de la población

1. Del 100% de estudiantes matriculados en el tercer grado de primaria que participan del programa de enseñanza del Ministerio de Educación por TV “aprendo en casa”, el 49,2% de estudiantes pertenece al grupo experimental (sección A) y el 50,8% al grupo control (sección B).
2. Del 100% de estudiantes matriculados en el tercer grado de primaria, después de participar en las clases virtuales, por las tardes reciben retroalimentación por el docente vía WhatsApp según el área curricular que corresponda, de los cuales, el 49,2% de estudiantes pertenece al grupo experimental (sección A) y el 50,8% al grupo control (sección B).
3. Del 100% de estudiantes del tercer grado de primaria matriculados en cada sección, gozan de la tenencia de los siguientes equipos tecnológicos para el aprendizaje bajo

la siguiente distribución: 1) en el grupo experimental (sección A), el 86,7% tiene celular, el 10,0% tiene computadora y el 3,3% tiene Laptop, 2) en el grupo control (sección B), el 87,1% tiene celular, el 11,5% tiene computadora y el 1,6% tiene Laptop.

4. Del 100% de estudiantes del tercer grado de primaria matriculados en cada sección, gozan de la herramienta de comunicación en línea para la retroalimentación de los estudiantes por parte del docente en el siguiente porcentaje: 1) en el grupo experimental (sección A), el 66,7% tiene acceso a Meet, el 33,3% no tiene acceso a Meet, 2) en el grupo control (sección B), el 58,1% tiene acceso a Meet, el 41,9% no tiene acceso a Meet.

Sobre las pruebas de las hipótesis

Utilizando la prueba paramétrica relativa a la diferencia de dos medianas, dada por la T de Student, para la prueba de salida de las cuatro hipótesis estadísticas, para tal efecto se consideró un nivel de significación de $\alpha = 0.05$. Los subíndices E y C de los estadísticos utilizados designan las observaciones de la prueba de salida del grupo experimental y de control, respectivamente. La formulación de cada hipótesis estadística tiene la siguiente estructuración estadística:

$$H_0: \mu_E \leq \mu_C$$

$$H_1: \mu_E > \mu_C$$

Los resultados son:

1. La media aritmética de las calificaciones del aspecto comprensión de la prueba de salida del grupo experimental es mayor que la media aritmética de las calificaciones del aspecto comprensión de la prueba de salida del grupo control.

2. La media aritmética de las calificaciones del aspecto interpretación de la prueba de salida del grupo experimental es mayor que la media aritmética de las calificaciones del aspecto interpretación de la prueba de salida del grupo control
3. La media aritmética de las calificaciones del aspecto manejo de la terminología de la prueba de salida del grupo experimental es mayor que la media aritmética de las calificaciones del aspecto manejo de la terminología de la prueba de salida del grupo control
4. La media aritmética de las calificaciones de desarrollo cognitivo de la prueba de salida del grupo experimental es mayor que la media aritmética de las calificaciones de desarrollo cognitivo de la prueba de salida del grupo control

Discusión

Atendiendo el marco teórico - conceptual elaborado en el estudio, se puede comparar los resultados hallados, producto del tratamiento estadístico de los datos, con los resultados de los trabajos de investigación descritos en la sesión, antecedentes de la investigación, con un pensamiento crítico y racional, ajustada a las normas de la integridad y honestidad en el campo de la investigación. Seguiré la estructura básica del embudo invertido: consideración de los resultados principales, sus relaciones con los hechos o evidencias, y sus implicaciones en el campo pedagógico (Day, 2023)

Para la contrastación de la hipótesis nula, de la primera hipótesis específica de investigación, referente a la afirmación de que no existe asociación entre estrategias innovadoras de modelación matemática y el aprendizaje cognitivo, aspecto comprensión, la prueba t de Student arrojó el valor, $t = -2,497$ con un p-valor bilateral de 0,015, significativa al 5%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 95% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo.

Este resultado se confirma con lo hallados en los estudios relacionados, detallados al inicio de la investigación. En efecto, Padilla (2019), para el planteamiento de la hipótesis H_0 : la modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje conceptual de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II frente a la alterna H_1 que si influye. La diferencia de las medias entre el pretest y el posttest del grupo experimental, $3,13 - 3,77$ es $-0,64$ y una $t = -2,790$ (según la lógica de comparación asumida por la investigadora, que ignora totalmente al grupo control en el contraste de las hipótesis), con un p-valor de $0,008$, pues la significación de la F de Snedecor es $0,008$ menor que $0,050$ – no se han asumido varianzas iguales. En nuestro caso, la diferencia entre el grupo control y experimental, $8,56 - 10,85 = -2,497$ – se asumen varianzas iguales. Aunque las lógicas de comprobación de ambas tesis son diferentes, sin embargo, se arriba a la misma conclusión. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $2,497 > 0,633$, lo que evidencia, que el estudio nuestro, es más accesible probar que la diferencia es significativa. En el estudio de Padilla, la muestra es de 30 para los grupos control y experimental, para este estudio, $n_1 = 32$ y $n_2 = 33$ respectivamente. En ese caso, los tamaños de las muestras de ambos estudios son equivalentes, no discrimina la significación estadística. Pues, cuanto más grande sea el tamaño de la muestra, más asequible será detectar la diferencia entre las variables. Por otro lado, las variables “aprendizaje conceptual” y “aprendizaje para la comprensión” son términos muy cercanos, de modo que el aprendizaje para la comprensión es parte del aprendizaje conceptual, en el sentido de que, la comprensión de la información o contenido de adquisición es importante para plantear y resolver problemas en el contexto de la escuela y de la vida diaria. La comprensión es parte del ciclo del aprendizaje conceptual, entendiéndose como la elaboración de estructuras mentales como producto del análisis y procesamiento de la información del tema considerado. Por otro lado, para esta dimensión de

estudio, Díaz (2017) propone la hipótesis H_0 : el uso del software GeoGebra influye significativamente en la capacidad de resolución de problemas en el aprendizaje en los estudiantes de 4to año de educación secundaria de la IE Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 frente a la alterna H_1 que si influye significativamente. La diferencia de las medias entre el pretest y el posttest del grupo apareado, $6,43 - 13,25$ es $-6,821$ y una $t = -16,702$ con 23 gl (según su análisis, la prueba t lo usa para confirmar la correlación entre las calificaciones de entrada y salida, produciéndose una distorsión de la interpretación de la t de Student). Como la t de Student es robusta aun fallando la normalidad, la interpretación correcta de la prueba t confirma nuestra hipótesis. En efecto, el p -valor resulta $0,000$ que es menor que $0,010$, esto es, significativa al 1%, 5% y al 10%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 99% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $6,821 > 2,497$, lo que evidencia, que el estudio de Díaz, es más accesible probar que la diferencia es significativa. La comparación de resultados, entre nuestro estudio y el de Díaz es pertinente, pues las variables dependientes “aprendizaje cognitivo – aspecto comprensión” y “resolución de problemas” son similares, pues los indicadores “nivel de razonamiento al establecer relaciones matemáticas que ayuden orientar la mejor estrategia para resolver el problema” y “capacidad de verificación de la solución” corresponden a los indicadores que el profesor Díaz propone: “elaborar estrategias”, “aplicar algoritmos” y “resolver la situación problemática”. De esta manera, todos los trabajos de investigación considerados en la discusión, confirman nuestra primera hipótesis específica, que las estrategias de modelización matemática innovadoras en la resolución de problemas sobre funciones influyen significativamente en el aprendizaje cognitivo –aspecto comprensión.

Para la contrastación de la hipótesis nula, de la segunda suposición, referente a la afirmación de que no existe asociación entre estrategias innovadoras de modelación matemática y el aprendizaje cognitivo, aspecto interpretación, la prueba t de Student arrojó el valor, $t = -5,240$ con un p-valor bilateral de 0,000, significativa al 1%, 5% y al 10%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 99% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo. Este resultado se confirma con lo hallados en los estudios relacionados, detallados al inicio de la investigación. En efecto, Padilla (2019), para el planteamiento de la hipótesis H_0 : la modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje procedimental de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II frente a la alterna H_1 que sí influye. La diferencia de las medias entre el pretest y el posttest del grupo experimental, $2,97 - 10,20$ es $-7,233$ y una $t = -12,990$ (con la lógica de comparación), con un p-valor de 0,000, pues la significación de la F de Snedecor es 0,050 igual que 0,050 – no se asume varianzas iguales. En nuestro caso, la diferencia entre el grupo control y experimental, $9,72 - 13,58 = -3,857$ – se asumen varianzas iguales. Aunque las lógicas de comprobación son diferentes, sin embargo, se arriba a la misma conclusión. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $7,233 > 3,857$, evidenciando, que el estudio de Padilla, la diferencia de medias permite mayor accesibilidad para probar la hipótesis. Por otro lado, las variables “aprendizaje procedimental” y “aprendizaje para la interpretación” son términos muy próximos, desde que en la matriz del tratamiento de la variable dependiente “aprendizaje”, los indicadores de aprendizaje instrumental están incluidos en los indicadores de aprendizaje procedimental, tales como: interpreta el modelo matemático y sus características, reconoce los intervalos de crecimiento y decrecimiento, proyecta resultados a partir del modelo matemático establecido. Por otro lado, para esta dimensión de estudio, Díaz (2017) propone la hipótesis H_0 : el uso del software

GeoGebra influye significativamente en la capacidad de razonamiento y demostración en el aprendizaje de álgebra en los estudiantes de 4to año de educación secundaria de la IE Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 frente a la alterna H_1 que si influye significativamente. La diferencia de las medias entre el pretest y el postest de los grupos apareados, 6,43 - 14,25 es -7,821 y una $t = -23,175$ con 23 gl (según su análisis, la prueba t lo usa para confirmar la correlación entre las calificaciones de entrada y salida, produciéndose una distorsión de la interpretación de la t de Student). Como la t de Student es robusta aun fallando la normalidad, la interpretación correcta de la prueba t confirma nuestra hipótesis. En efecto, el p -valor resulta 0,000 que es menor que 0,010, esto es, significativa al 1%, 5% y al 10%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 99% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $7,821 > 3,857$, lo que evidencia, que el estudio de Díaz, es más accesible probar que la diferencia es significativa. La comparación de resultados, entre nuestro estudio y el de Díaz es pertinente, pues las variables dependientes “aprendizaje cognitivo – aspecto interpretación” y “razonamiento y demostración” son similares, pues los indicadores de la primera variable: “capacidad y habilidad de procesamiento de la información” y “recuperación de conocimientos previos que permite visualizar nuevos datos, útiles para el planteamiento del problema” corresponden a los indicadores que el profesor Díaz propone: “analiza la información”, “demuestra las relaciones entre los datos” y “comprueba los procedimientos”. De este análisis comparativo, todos los trabajos de investigación considerados en la discusión, confirman nuestra segunda hipótesis específica, que las estrategias de modelización matemática innovadoras en la resolución de problemas sobre funciones influyen significativamente en el aprendizaje cognitivo –aspecto interpretación.

Para la contrastación de la hipótesis nula, de la tercera suposición, referente a la afirmación de que no existe asociación entre estrategias innovadoras de modelación matemática y el aprendizaje cognitivo, aspecto manejo de terminología, la prueba t de Student arrojó el valor, $t = -4,839$ con un p-valor bilateral de 0,000, significativa al 1%, 5% y al 10%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 99% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo. Este resultado se confirma con lo hallados en los estudios relacionados, detallados al inicio de la investigación. En efecto, Padilla (2019), para el planteamiento de la hipótesis H_0 : la modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje actitudinal de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II frente a la alterna H_1 que sí influye. La diferencia de las medias entre el pretest y el posttest del grupo experimental, $3,67 - 7,30 = -3,633$ y una $t = -10,561$ (con la lógica de comparación), con un p-valor de 0,000, pues la significación de la F de Snedecor es 0,000 menor que 0,050 – no se asume varianzas iguales. En nuestro caso, la diferencia entre el grupo control y experimental, $11,81 - 14,36 = -2,551$ – se asumen varianzas iguales. Aunque las lógicas de comprobación son diferentes, sin embargo, se arriba a la misma conclusión. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $3,633 > 2,551$, evidenciando, que el estudio de Padilla, la diferencia de medias permite mayor accesibilidad para probar la tercera hipótesis específica. Por otro lado, las variables “aprendizaje actitudinal” y “aprendizaje para manejo de terminología” son términos con cierta similitud, desde que en la matriz del tratamiento de la variable dependiente “aprendizaje”, hay un indicador de aprendizaje actitudinal que coincide con los indicadores de nuestro estudio, a saber: uso de lenguaje coherente en el álgebra y cálculo de funciones, que corresponde en nuestro estudio: 1) manipular relaciones que contengan símbolos y formulas, y 2) traducir desde el lenguaje coloquial al lenguaje simbólico o formal, y viceversa. Por otro lado, para esta dimensión de

estudio, Díaz (2017) propone la hipótesis H_0 : el uso del software GeoGebra influye significativamente en la capacidad de comunicación matemática en el aprendizaje del álgebra en los estudiantes de 4to año de educación secundaria de la IE Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 frente a la alterna H_1 que si influye significativamente. La diferencia de las medias entre el pretest y el posttest del grupo apareado, $6,43 - 13,50$ es $-7,071$ y una $t = -16,932$ con 23 gl (según su análisis, la prueba t lo usa para confirmar la correlación entre las calificaciones de entrada y salida, produciéndose una distorsión de la interpretación de la t de Student). Como la t de Student es robusta aun fallando la normalidad, la interpretación correcta de la prueba t confirma nuestra hipótesis. En efecto, el p-valor resulta 0,000 que es menor que 0,010, esto es, significativa al 1%, 5% y al 10%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 99% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $7,071 > 2,551$, lo que evidencia, que el estudio de Díaz, es más accesible probar que la diferencia es significativa. La comparación de resultados, entre nuestro estudio y el de Díaz es pertinente, pues las variables dependientes “aprendizaje cognitivo – aspecto manejo de terminología” y “capacidad de comunicación matemática” son similares, pues los indicadores de la primera variable: “traducir desde el lenguaje coloquial al lenguaje simbólico o formal, y recíprocamente” y “manipular relaciones que contengan símbolos y formulas” corresponden a los indicadores que el profesor Díaz propone para la variable “capacidad de comunicación matemática”: “interpreta y grafica”, “conoce las formas geométricas y algoritmos”, “explica la simbología” y “plantea la situación”. De esta manera, todos los trabajos de investigación considerados en la discusión, confirman nuestra tercera hipótesis específica, que las estrategias de modelización matemática innovadoras en la resolución de problemas sobre funciones influyen significativamente en el aprendizaje cognitivo –aspecto manejo de terminología.

Para la contrastación de la hipótesis nula, de la hipótesis general de investigación, referente a la afirmación de que no existe asociación entre estrategias innovadoras de modelación matemática y el aprendizaje cognitivo, la prueba t de Student arrojó el valor, $t = -12,519$ con un p-valor bilateral de 0,000, significativa al 1%, 5% y al 10%, aceptándose la hipótesis alterna. Hay una seguridad del 99% de que el azar no es la explicación de dicho hallazgo. Este resultado se confirma con lo hallados en los estudios relacionados, detallados al inicio de la investigación. En efecto, Padilla (2019), para el planteamiento de la hipótesis H_0 : la modelación matemática como metodología de enseñanza no influye en el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN, 2019-II frente a la alterna H_1 que sí influye. La diferencia de las medias entre el pretest y el posttest del grupo experimental, $9,77 - 21,27 = -11,500$ y una $t = -15,726$ (con la lógica de comparación), con un p-valor de 0,000, pues la significación de la F de Snedecor es 0,227 mayor que 0,050 –se asume varianzas iguales. En nuestro caso, la diferencia entre el grupo control y experimental, $7,06 - 15,85 = -8,786$ –se asumen varianzas iguales. Aunque las lógicas de comprobación son diferentes, sin embargo, se arriba a la misma conclusión. Hay que notar, al comparar el valor absoluto de la diferencia entre medias, $11,500 > 8,786$, evidenciando, que el estudio de Padilla, la diferencia de medias permite mayor accesibilidad para probar la hipótesis general. Por otro lado, las variables “aprendizaje” en el enfoque ontosemiótico y “aprendizaje cognitivo” son propuestas didácticas muy próximas en cuanto a la comprensión de la información a través de representaciones simbólicas (figuras, esquemas, gráficos, símbolos, relaciones matemáticas, etc.) de los objetos matemáticos. Aunque, la teoría de registros de representación semiótica contempla tanto la representación (semiosis) como la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos (noesis). Por consiguiente, las representaciones mentales se hallan en interacción e interrelación permanente con la existencia material, con el objeto, porque

sin su presencia sería imposible una representación mental de los objetos o materia existente. Estos abordan las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis: representación mental, tratamiento y conversión.

A la par de la aplicación de las estrategias innovadoras de modelización matemática, el uso del software GeoGebra, en nuestro estudio, fue esencial en el aprendizaje cognitivo, al facilitar una nueva forma de enfrentar y resolver problemas de la vida diaria, desde el dominio del álgebra, geometría y cálculo. Al respecto, del uso de GeoGebra en como apoyo en la enseñanza basada en el método cognitivo, Reinoso (2022) luego de realizar el análisis estadístico, halló una t -Student = -3,423426, con 38 gl y p -valor 0.00149, menor que 0,05, rechazando la hipótesis nula, y aceptando la alterna, que determina: la aplicación del método cognitivo y GeoGebra, incide positivamente en el mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes. Igualmente, Sánchez et. al. (2020) concluyó que el 90% de estudiantes interpretaron correctamente la información suministrada en forma gráfica. Fueron capaces de discutir las gráficas, encontrando el dominio y rango, los máximos y los mínimos, las simetrías, las asíntotas; además, la incorporación de GeoGebra mantuvo activo el interés de los estudiantes. También, Barraqueta (2014) argumenta que la utilización del software GeoGebra además de motivar e incentivar el aprendizaje de la matemática, permite desarrollar nuevas destrezas mentales y motrices en los temas de la ecuación de la recta y de la circunferencia, en virtud a los mecanismos sociocognitivos: La autoeficacia, la expectativa de los resultados y los objetivos. Esta teoría, explica los procesos en términos de cogniciones –expectativas, creencias y pensamientos- destacando la interacción dinámica entre el desarrollo del individuo y el contexto cambiante que genera una conducta observable. Por otro lado, Villalobos (2015) en su investigación cualitativa de tipo investigación acción, aplicó ocho sesiones de clases con el método de modelación matemática en la enseñanza

y aprendizaje en 25 estudiantes de tercero de secundaria cuyas medias aritméticas fueron: 1) para interacción con el problema, antes de 7,00 y después de 13,24, 2) para la construcción matemática, antes de 8,24 y después 15,00, 3) para el modelado matemático, antes de 6,12 y después de 13,20, 4) para el análisis descriptivo del problema, antes de 7,48 y después 57,40 puntos. Se aprecia que se ha producido un incremento en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del tercer grado de secundaria. Por consiguiente, se confirma y valida el resultado concerniente a la hipótesis general de nuestra investigación.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

1. Las estrategias innovadoras de modelización matemática para la resolución de funciones en situaciones de dificultad influyen significativamente en el aprendizaje cognitivo de los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019. En efecto, el estadístico de contraste $t = -12,519$ con 63 grados de libertad tiene una significación de $0,000 < 0,050$, implica que las medias del postest de desarrollo cognitivo se pueden considerar distintas; o lo que es lo mismo, que la media de las calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo experimental es mayor que la media de las calificaciones de desarrollo cognitivo del grupo control.
2. Se puede mejorar el nivel de aprendizaje cognitivo de los estudiantes, siempre que se sepa en detalle el contexto en la que se lleva a cabo el acto educativo, como la exploración de determinadas capacidades y habilidades, estrategias de aprendizaje y recursos mentales para resolver problemas, las creencias, el conocimiento previo. Todos estos factores juegan un papel fundamental a la hora de introducir los nuevos conocimientos conceptuales y procedimentales, necesarios para afrontar con éxito las nuevas sesiones de clase. Este diagnóstico permite, al docente preparado en su área disciplinar (área curricular), aplicar estrategias y técnicas pedagógicas innovadoras para lograr un aprendizaje afectivo en el aula.
3. El modelo cognitivo como metodología de enseñanza – aprendizaje, centrada en los procesos mentales del estudiante, considerándolo como un participante activo ha propiciado la autonomía, el pensamiento crítico y creativo, en especial la competencia de aprender a aprender, al construir modelos matemáticos usando funciones de situaciones reales de la vida diaria.
4. El uso del software educativo GeoGebra ha motivado e incentivado a los estudiantes, del tercer grado de secundaria el aprendizaje, además de los modos de comprender ha desencadenado el refinamiento de las habilidades como la atención, la concentración, la confianza en sí mismo, la curiosidad y la perseverancia, así como el desarrollo de habilidades lingüísticas: claridad, lenguaje formal, uso de la terminología en el campo de la matemática.

Recomendaciones

Se recomienda realizar constantemente experiencias de aprendizaje de la modelización matemática para que los estudiantes puedan desarrollar análisis e interpretación en la resolución de problemas matemáticos sobre funciones lineales y cuadráticas.

Utilizar el programa o software de GeoGebra como facilitador del aprendizaje significativo para representar gráficamente de modo que los estudiantes puedan identificar elementos y sus características de las funciones lineales y cuadráticas.

Se recomienda continuar con experiencia de aprendizaje para que los estudiantes desarrollen pensamiento lógico matemático, y así comprender los conceptos de función, dominio y rango de una función, así como la construcción de gráficas de funciones reales de una variable real.

Incorporar el software de GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje para efectuar tareas de modelización matemática para todas las sesiones del tercer grado de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani.

Referencias

- Aberasturi, A. (1999). *El niño y sus Juegos*. (6ta ed.). Editorial Paidós.
- Asociación Americana de Psicología (diciembre de 1 de 2020). Normas APA – 7ma edición.
<https://normas-apa.org/>
- Arbeláez-Campillo, D. y Villasmil, J. (2020). Escenarios prospectivos de un nuevo orden internacional que se vislumbra luego de la pandemia COVID-19. *Revista Telos*, 22(3).
<https://doi.org/10.36390/telos223.02>
- Arias, F. G. (2012). *Proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica*. (6ta ed.). Editorial Episteme.
- Asociación Médica Mundial. (2015). *Manual de ética médica*. (3ra ed)(J. R., Ed.).
www.wma.net/wp-content/uploads/2016/11/Ethics_manual_3rd_Nov2015_es.pdf
- Barrazueta Samaniego, J.F. (2014). *El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra [Tesis de maestría, Universidad de Cuenca: Cuenca]*.
 Repositorio institucional. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/20824>
- Beltrán, J. (1995). Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje. *Revista Complutense De Educación*, 6 (2).
<https://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/RCED9595220235A>
- Bernal, C. (2000). *Proceso de investigación científica en ciencias de la administración [Trabajo de grado, Universidad de la Sabana]*. Repositorio institucional.
<http://hdl.handle.net/10818/3061>

- Blanco, J. (1996). La resolución de problemas, una revisión teórica. *Revista Suma*, 21.
<https://revistasuma.fespm.es/sites/revistasuma.fespm.es/IMG/pdf/21/011-020.pdf>
- Blanco, L., Cárdenas, J., & Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria. (1ra ed.)*. Universidad de Extremadura.
- Blomhoj, M. (2008). Modelización Matemática. Una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática* 23 (2).
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/REM/article/view/10419>
- Brubacher, J. (2000). "John Dewey". En: J. Château (dir.). Los grandes pedagogos. México. *Fondo de Cultura Económica*, cap. 13, pp. 277-294.
- Bruner, J. (1989). *Juego, pensamiento y lenguaje*. Madrid, España: Editorial Alianza.
- Carrasco, S. (2019). *Metodología de la Investigación Científica*. San Marcos.
- Cerezal, J., y Fiallo, J. (2016). *Cómo investigar en pedagogía*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Colegio de Psicólogos del Perú. (2019). *Código de ética y deontología*.
https://www.cpsp.pe/documentos/marco_legal/codigo_de_etica_y_deontologia.pdf
- Day, R. (24 de abril de 2023). *Cómo escribir y publicar trabajos científicos*. The Oryx Press.
- Díaz, A. (2017). *La influencia del software GeoGebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015* [Tesis de maestría, Universidad Nacional De Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio institucional.
<http://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/1371>
- Díaz, F., y Hernández, G. (2008). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. México. McGraw-Hill.
- Druzhinin, V. (2007). *Psychology of general abilities. (3ra ed.)*. St. Petersburg.

- Eliseeva, D., Fedosov, A., Agaltsova, D. y Kuchmezov, K. (2020). The evolution of artificial intelligence and the possibility of its application in cyber games. *Amazonia Investiga*, 9 (28), pp. 123-129. <http://dx.doi.org/10.34069/AI/2020.28.04.15>
- Gómez, P.I. (2015). Principios básicos de bioética. *Revista Peruana de Ginecología y Obstetricia*, p.50-68.
https://sisbib.unmsm.edu.pe/bvrevistas/ginecologia/vol55_n4/pdf/a03v55n4.pdf
- Gutsu, E. (2013). *The cognition component in the structure of the professional competence of teacher of high school. Modern problems of science and education 1*. <https://science-education.ru/en/article/view?id=8501>
- Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación* 43. 19-58. <https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf>
- Hernández, L. (Enero – junio 2018.). *Tipos y graficas de funciones*. Escuela preparatoria de Ixtlahuaco. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
https://www.uaeh.edu.mx/docencia/P_Presentaciones/prepa_ixtlahuaco/2018/Calculo_Diferencial.pdf
- Hernandez, R. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta ed.). Interamericana editores S.A.
- Herranz, P. (2002). Psicología y desarrollo de la educación: *Teorías y desarrollo del juego*. (vol. 1, pp. 225-247). Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Huaracha, M. (2015). *Aplicación de juegos matemáticos para mejorar la capacidad de resolución de problemas aditivos en estudiantes de segundo grado de educación primaria de la I.E. Ignacio Merino [Tesis de maestría, Universidad de Piura]*. Repositorio institucional. <https://pirhua.udep.edu.pe/handle/11042/3156>
- Linaza, J. (2015). *Aprendizaje matematico*. Alhambra Longman.

- López, P., y Fachelli, S. (2015). *Metodología de la investigación social cuantitativa. (1ra ed.)*. Universitat Autònoma de Barcelona.
https://ddd.uab.cat/pub/caplli/2016/163564/metinvsoccua_a2016_cap1-2.pdf
- Matas, A. y Quispe, W. (2014). Evaluación de las "Competencias docentes" en maestros de matemáticas de Puno (Perú). *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 18(1), 257-278. <https://www.redalyc.org/pdf/567/56730662015.pdf>
- Ministerio de Educación. (2017). *El Perú en PISA 2015. Informe nacional de resultados*.
http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Libro_PISA.pdf
- Ministerio de Educación (2019). Evaluación PISA 2018. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/10/PPT-PISA-2018_Web_vf-15-10-20.pdf.
- Mohd y Bee, Y. (2011). Comparaciones de potencia de las pruebas de Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors y Anderson-Darling. *Revista de modelado estadístico y análisis* 2 (1), 21-33. <https://www.nrc.gov/docs/ML1714/ML17143A100.pdf>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2006). *El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve*. Santillana.
- Ministerio de Educación y formación profesional (2019). Informe PISA 2018.
https://www.observatoriodelainfancia.es/ficherosoia/documentos/5943_d_InformePISA2018-Espana1.pdf
- Padilla, M. (2021). *La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del Segundo Ciclo de la Universidad Esan [Tesis de maestría, Universidad de San Martín de Porres]*. Repositorio institucional.
https://repositorio.usmp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12727/7598/padilla_smi.pdf?sequence=1&isAllowed=y

- Pólya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- Redondo, M. (2017). *El desarrollo de la creatividad infantil a través del cuento [Trabajo de grado, Universidad de Valladolid]*. Repositorio institucional.
<http://uvadoc.uva.es/handle/10324/22957>
- Reinoso-Astudillo, C. (2022). *La enseñanza de la geometría fundamentada en el método cognitivo y GeoGebra. Polo del conocimiento* 7 (10).
<https://www.polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/4786>
- Romero, M. (2018). *Método Lúdico*. Editorial Mexicana de Impresos.
- Sánchez, H., y Reyes, C. (1998). *Metodología y diseños en la investigación científica. Business Support Anet*.
- Sánchez, R, Lantigua, Z., Rodríguez, M., Bennasar, M., & García, A. (2020). Modelización matemática y GeoGebra en la formación de profesionales de la educación. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 9(3), 89–105.
doi:<https://doi.org/10.23925/2020.v9i3p089-105>
- Santiago, D., Gutierrez, Y., y Martínez, Y. (2016). *El cuento infantil como estrategia para incrementar el nivel del lenguaje oral y expresivo de los niños y niñas de 3 a 5 años del Centro de Desarrollo Integral India Catalina de Galera Zamba [Tesis de licenciatura, Universidad de Cartagena]*. Repositorio institucional. <https://hdl.handle.net/11227/5134>
- Tarnaeva, L. y Osipova, E. (2016). Cognitive activity of students in the process of using the resources of corpus linguistics in the formation of the idiomatic competence of a translator in the field of professional communication. *Philological sciences theory and practice*, 11-1 (65), pp. 198-201.
- Viar, R. (2007). *Estrategias en la resolución de problemas*. Editorial Trillas.

la resolución de problemas. I.E.S Conde de Aranda. México: Editorial Trillas.

ANEXOS

Matriz de consistencia

Título: Estrategias innovadoras con modelización matemática y su influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019

Título	Problema	Objetivos	Hipótesis	Tipo y diseño	Conceptos centrales
Estrategias innovadoras con Modelización matemática para el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	General ¿De qué manera las estrategias innovadoras con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?	General Determinar la manera en que las estrategias innovadoras con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	General Si se implementa las estrategias innovadoras con modelización matemática entonces se influyen significativamente en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución EDUCATIVA MATEO PUMACAHUA, SICUANI, 2019	Tipo: Básica y descriptiva con paradigma cuantitativo. Enfoque: Cuantitativo Nivel: Descriptivo Diseño: Cuasi experimental Descriptivo Población: 65 Estudiantes Técnica de muestreo: Estratificado Técnicas -Observación -Cuestionarios Instrumentos: - Prueba evaluativa	Variables 1: Estrategias innovadoras con modelización matemática Dimensiones: – Funciones reales – Patrones algebraicos – Software de GeoGebra Variables 2: Proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo Dimensiones – Aprendizaje Cognitivo
	Específico	Específico	Específico		
	PE1: ¿De qué manera las estrategias de funciones reales con modelización matemática	OE1: Determinar la manera en que las estrategias de funciones reales con modelización matemática	HE1: Si se implementa las estrategias de funciones reales con modelización matemática		

	influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución EDUCATIVA Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?	influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.	entonces se influyen significativamente en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.		
	PE2: ¿De qué manera las estrategias de patrones algebraicos con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?	OE2: Determinar la forma en que las estrategias de patrones algebraicos con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	HE2: Si se implementa las estrategias de patrones algebraicos con modelización matemática entonces se influyen significativamente en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.		

	PE3: ¿De qué manera las estrategias del software GeoGebra online con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019?	OE3: Determinar la manera en que las estrategias del software GeoGebra online con modelización matemática influyen en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	HE3: Si se implementa las estrategias del software GeoGebra online con modelización matemática entonces se influyen significativamente en el proceso de enseñanza aprendizaje cognitivo en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019.		-
--	---	---	--	--	---

Instrumento/s de investigación aplicado a los estudiantes del grupo de control y experimental

Rúbrica 1

Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	
Área: Matemática	Estudiante:
Destreza con Criterio de Desempeño: Reconoce y representa las funciones lineales y cuadráticas a través de su dominio, recorrido, monotonía, simetría	
Tema de la Clase: Funciones reales	

Funciones reales	Estrategia Dewey				Estrategia George Polya				Estrategia Sachoenfeld				Estrategia Guzmán			
	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación
Funciones lineales																
Funciones cuadráticas																
Total																

Rúbrica 2

Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	
Área: Matemática	Estudiante:
Destreza con Criterio de Desempeño: Reconoce y representa las representaciones de carácter verbal, algebraico, diagrama de Venn, mediante un conjunto de pares ordenados, visual y numérico.	
Tema de la Clase: Patrones algebraicos	

Patrones algebraicos	Estrategia Dewey				Estrategia George Polya				Estrategia Sachoenfeld				Estrategia Guzmán			
	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación
Representación de carácter verbal																
Representación Algebraica																
Representación mediante diagrama de Venn																
Representación Mediante un conjunto de pares ordenados																
Representación Visual																
Representación Numérica																
Total																

Rúbrica 3

Institución Educativa Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019	
Área: Matemática	Estudiante:
Destreza con Criterio de Desempeño: Reconoce y representa el uso de herramienta para el trabajo colaborativo.	
Tema de la Clase: Uso del software GEOGEBRA online.	

Uso del software GEOGEBRA online	Estrategia Dewey				Estrategia George Polya				Estrategia Sachoenfeld				Estrategia Guzmán			
	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación	Adquisición	Organización	Comprensión	Evaluación
Uso de herramienta para el trabajo colaborativo																
Total																

EVALUACIÓN DE ENTRADA SOBRE FUNCIONES

Apellidos y nombres: _____

Grado y sección: _____ N° de orden: _____ Calificativo: _____

PARTE I**ANALIZANDO LA FUNCIÓN LINEAL A PARTIR DE LA SITUACIÓN REAL**

Señor estudiante se ha planteado el siguiente problema matemático de la situación real, responda a las diferentes preguntas después de plantear y resolver marcando la alternativa correcta que vea por conveniente. Puede usar el software de GeoGebra.

Juan es un taxista que cobra S/ 10.00 por un servicio dentro del cercado de la ciudad y S/ 2 por cada tramo de 200 metros recorridos fuera del cercado. Responda las siguientes preguntas.

1.- La expresión matemática del problema mencionado está dada por:

- a) $f(x) = 2x + 10$
- b) $f(x) = 200x + 10$
- c) $f(x) = 10x + 200$
- d) $f(x) = 10x + 2$

2.- En la ecuación matemática que has identificado. ¿Qué representa el coeficiente de la variable “x” y como se interpreta en la ecuación?

- a) Representa la pendiente de la recta y es el constante de la variable.
- b) Representa el intercepto en el eje “x” y es el valor del costo fijo.
- c) Representa el intercepto en el eje “y” y es la constante de la variable.

3.- ¿Qué sucede cuando el coeficiente de la variable “x” toma valores negativos en la ecuación matemática del problema?

- a) La función es creciente.
- b) La función es decreciente.
- c) La recta es horizontal
- d) La recta es vertical.

4.- Del problema ¿Qué sucede si varías sólo el término independiente? Realiza varias gráficas para valores positivos y negativos en la ecuación matemática identificada e interpreta la situación.

- a) Las rectas se interceptan en un punto y el costo fijo varia.
- b) Las rectas son paralelas y el costo fijo varia
- c) Las rectas son perpendiculares y el costo variable aumenta.

5.- En el problema mencionado. ¿Qué sucede cuando le cambias el valor del coeficiente de “x” por un valor diferente de cero? Analiza para valores positivos y negativos en la ecuación matemática.

- a) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es creciente y para valor negativo es decreciente por el servicio hay ganancia.
- b) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es decreciente y para valor negativo es creciente por el servicio no hay ganancia.
- c) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es creciente y para valor negativo también es creciente por el servicio hay ganancia.
- d) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es decreciente y para valor negativo también decreciente por el servicio no se gana ni se pierde.

6.- ¿Qué sucede cuando le cambias el valor del coeficiente de la variable en la función matemática por un valor cero, y cómo se llama la nueva función?

- a) Función constante.
- b) Función identidad.
- c) Solo presenta un punto.

7.- Para el mismo problema matemático, si el termino independiente sea cero, es decir: $f(x) = ax + b$, con $b=0$ ¿Cómo es la interpretación correcta?

- a) Se paga cuando solo se encuentra fuera del cercado, 2 soles por cada tramo de 200m.
- b) Se paga cuando el recorrido se realiza dentro del cercado, 2 soles por cada tramo de 200m.
- c) Se paga el servicio cuando se recorre dentro y fuera del cercado, 2 soles por cada tramo de 200m.

PARTE II
ANALIZANDO LA FUNCIÓN CUADRÁTICA A PARTIR
DE LA SITUACIÓN REAL

María es una granjera, tiene 3000 m de cerca y un campo muy grande. Pone una cerca formando un área rectangular con dimensiones “x” metros y $(1500 - x)$ metros. Responde las siguientes preguntas.

8.- ¿Cuál es la mejor expresión matemática del área que mejor representa el problema mencionado? expresión matemática del área

- a) $A=1500x - x^2$.
- b) $A= x^2 - 1500x$.
- c) $A=3000x - x^2$.
- d) $A=1500x + x^2$.

9.- Del problema, ¿Cuál es el valor del vértice de la parábola que representa el problema?

- a) $V= (750;562\ 500)$
- b) $V= (1500;562\ 500)$
- c) $V= (375;750)$
- d) $V= (750;750)$

10.- Del problema. ¿Cuál es el área del terreno más grande que puede ella crear?

- a) 562,500 m²
- b) 2250,000 m²
- c) 3,000 m²
- d) 1500 m²

11.- Del problema. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno que generan mayor área?

- a) $(x; y) = (750;750)$
- b) $(x; y) = (750;1500)$
- c) $(x; y) = (1500;750)$
- d) $(x; y) = (750;562500)$

12.- Del problema. ¿Cuál es el área de la cerca si la dimensión “x” vale 300m?

- a) 300 000 m²

- b) 360,000 m²
- c) 240 000 m²
- d) 122,500 m²

13.- Del problema. ¿Cuál es el valor de la dimensión “x” de la cerca si el área de la cerca vale 440 000m²?

- a) 3600 m
- b) 500 m
- c) 400 m
- d) 350 m

Muestra de la intervención. Experiencia de aprendizaje N°01

La función de la forma $y = ax + b$ es lineal puesto que es una expresión polinómica de primer grado. Al monomio: “ ax ” se le llama término lineal de la función. La constante “ b ”, se le llama término independiente de la función. La gráfica de toda función lineal es una línea recta, y el dominio de la función lineal está dado por el intervalo: $D_f =]-\infty; \infty[$ que representa a todos los números reales. El Rango de la función lineal está dado por todos los elementos del $R_f =]-\infty; \infty[$, que representa a todos los números reales.

El estudio de las funciones lineales tiene numerosas aplicaciones en campos de servicios de luz, agua, teléfono, gas, costos y precios de productos. Su aplicación es muy diversa.

Por ejemplo, la función lineal está representado por la siguiente expresión matemática

$y = 3x - 2$ es una función lineal. Entonces los valores de “ a ” y “ b ” son 3 y -2 . A partir de esta expresión analizamos y respondemos las siguientes preguntas.

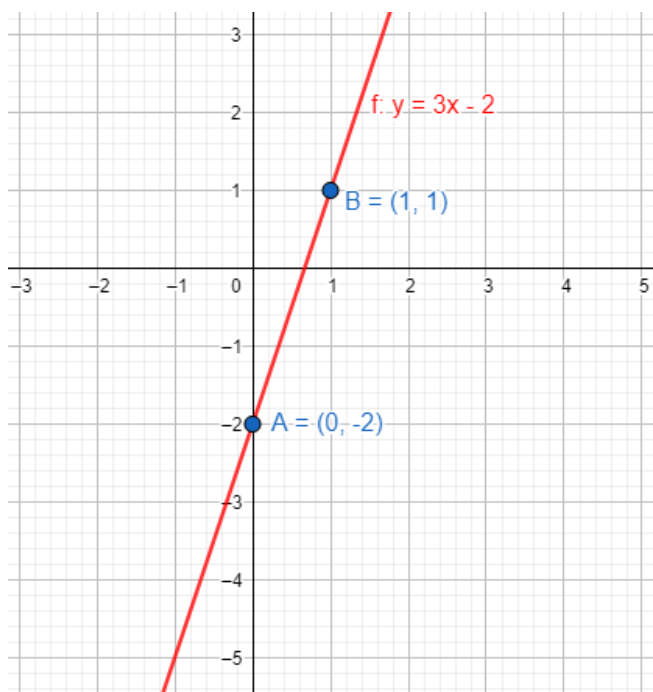
1. ¿Qué figura representa la gráfica de la función lineal?

Utilizando la app de GeoGebra se tiene.

$$y = 3x - 2$$

Tabulando.

x	y
0	-2
-1	-5
1	1
2	4
...	...

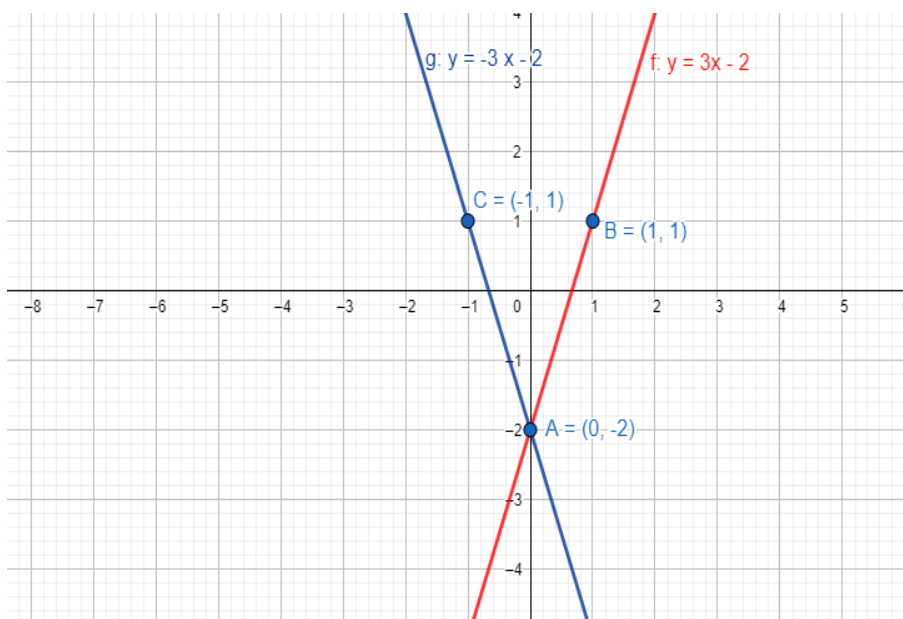


Representa una recta.

2. ¿Qué sucede cuando el coeficiente de la variable “x” es negativo o positivo?

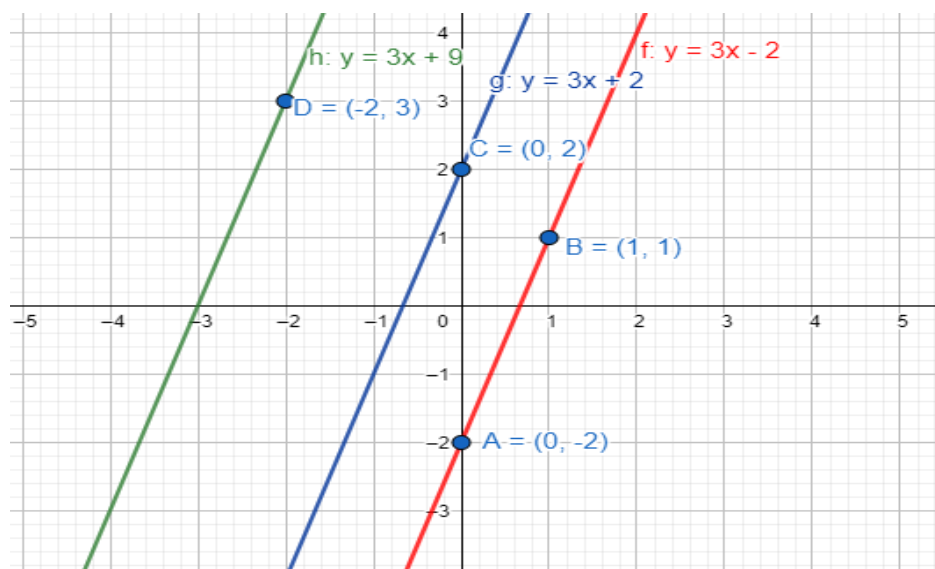
$$y = 3x - 2.$$

$$y = -3x - 2$$



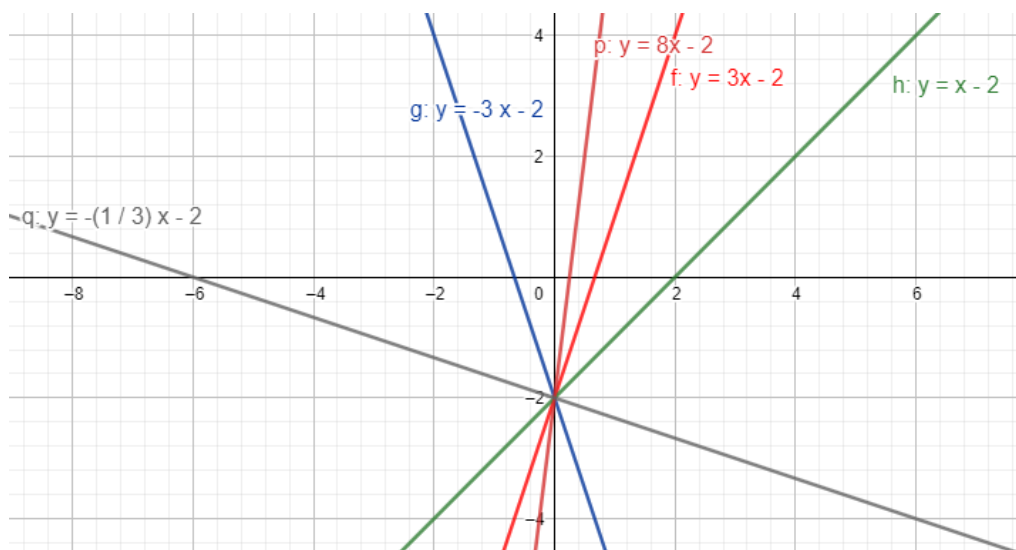
Cuando el coeficiente de “x” es positivo la función es creciente y si es negativo la función es decreciente.

3. ¿Qué sucede si varías sólo el término independiente? realiza para varias gráficas.



Se forman rectas paralelas

4. ¿Qué sucede cuando le cambias el coeficiente de x por un valor positivo o negativo?



Presenta rectas concurrentes

Juan es un taxista que cobra S/ 3.00 por un servicio dentro del cercado de la ciudad y S/ 0,50 por cada tramo de 200 metros recorridos fuera del cercado.

5. Escribe la regla de correspondencia (ecuación general que representa el servicio del taxi)

$$f(x)=0,5x + 3$$

6. Representa en pares ordenados que le corresponde cuando realiza servicio dentro de la ciudad, 100m; 200m; 800m; 1km; 2km; y 6km fuera de la ciudad.

Metros	$F(x)=0,5x + 3$	x	y
X=0	$Y=0,5(0) +3=3$	0	3
x=1/2(100m)	$y=0,5(0,5) +3=3,25$	1/2	3.25
x=1(200m)	$y=0,5(1) +3=3,5$	1	3.5
x=4(800m)	$y=0,5(4) +3=5$	4	5

x=5(1000m)	$y=0,5(5) +3=5.5$	5	5.5
x=10(2000m)	$y=0,5(10) +3=8$	10	8
x=30(6000m)	$y=0,5(30) +3=18$	30	18

$$F(x) = \{(0; 3), (100; 3,25), (200; 3,5), (800; 5), (1000; 5,5), (2000; 8), (6000; 18)\}$$

7. ¿Cuánto le costaría a un pasajero, si solicita un servicio de 10km recorrido fuera de la ciudad?

$$f(50) = 0,5(50) + 3$$

$$f(50) = 25 + 3$$

$$f(50) = 28$$

8. ¿Cuántos km fuera de la ciudad ha recorrido un pasajero que ha pagado la suma de 53 soles?

$$53 = 0,5x + 3$$

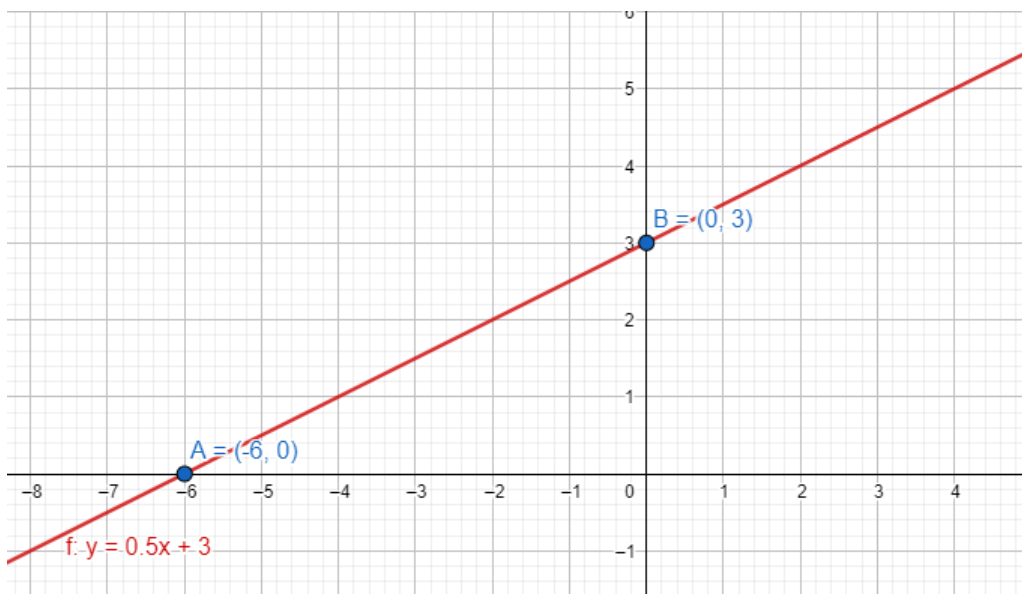
$$50 = 0,5x$$

$$X = 50/0,5$$

$$X = 100$$

9. Para saber cuántos km ha recorrido tiene que multiplicar por 200m, el resultado es 20000 m. entonces ha recorrido 20km.

10. Representa la función en el plano cartesiano usando GeoGebra.



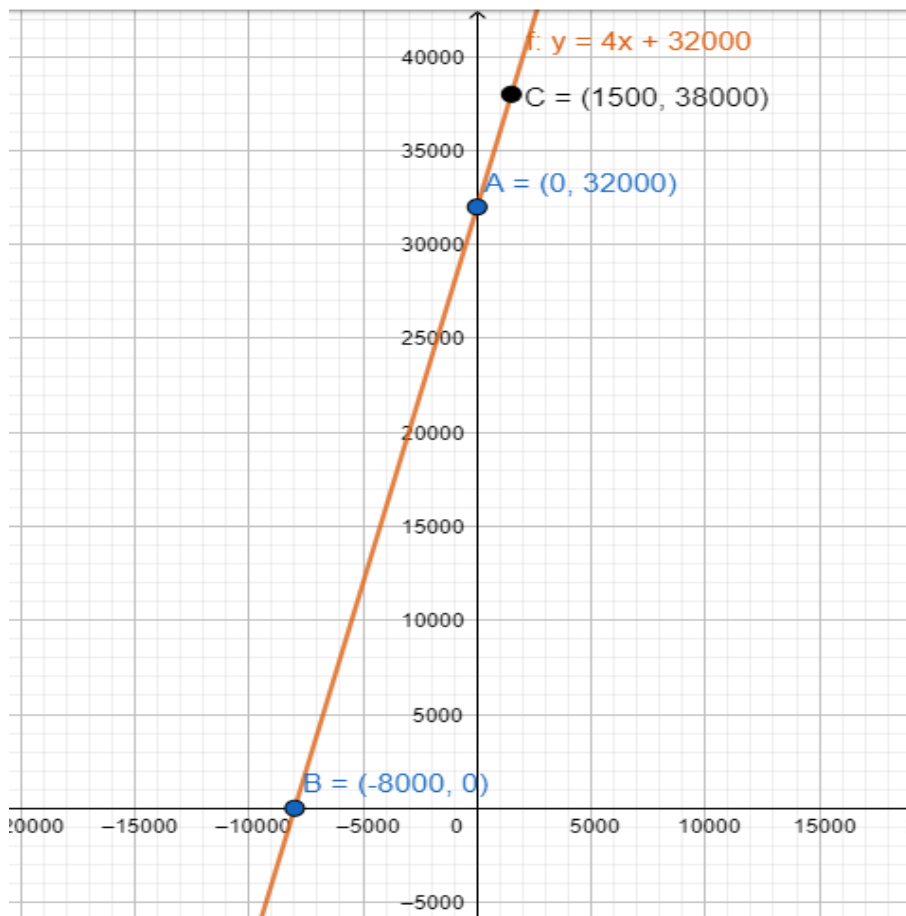
11. Una compañía que fabrica cierto producto tiene costos fijos de S/ 32000. Si el costo variable por producir una unidad es de S/ 4. El valor del costo por la fabricación de 1500 unidades es:

Solución.

12. El valor del costo por la fabricación de 50 unidades

- $C(x) = 4x + 32000$
- $C(1500) = 4(1500) + 32000$
- $C(1500) = 6000 + 32000$
- $C(1500) = 38000$

Gráficamente se presenta la función con programa de GeoGebra.



Muestra de la intervención. Experiencia de aprendizaje N° 02

Funciones cuadráticas.

Se llama función cuadrática o función de segundo grado a toda función que está definido por: $f(x)=ax^2 + bx + c, \forall a, b \text{ y } c \in \mathbb{R}/ a \neq 0$

Al monomio: ax^2 se le llama término cuadrático.

Al monomio: bx se le llama término lineal.

La constante c , se le llama término independiente de la función.

La gráfica de toda función cuadrática es una parábola que se abre hacia arriba o hacia abajo teniendo en cuenta el signo del coeficiente “a”. Esto es, Si $a>0$ se abre hacia arriba y si $a<0$, la parábola se abre hacia abajo.

El dominio de la función cuadrática está dado por el intervalo: $Df =]-\infty; \infty[$ que representa a todos los números reales.

El Rango de la función está dado por todos los elementos del. Es decir: a) Si k es mínimo, entonces: $\mathbb{R} = [k; \infty[$

El estudio de las funciones cuadráticas tiene numerosas aplicaciones en campos muy diversos, por ejemplo, la caída libre o el tiro parabólico, para predecir en las ganancias y pérdidas en los negocios, en los movimientos parabólicos, etc.

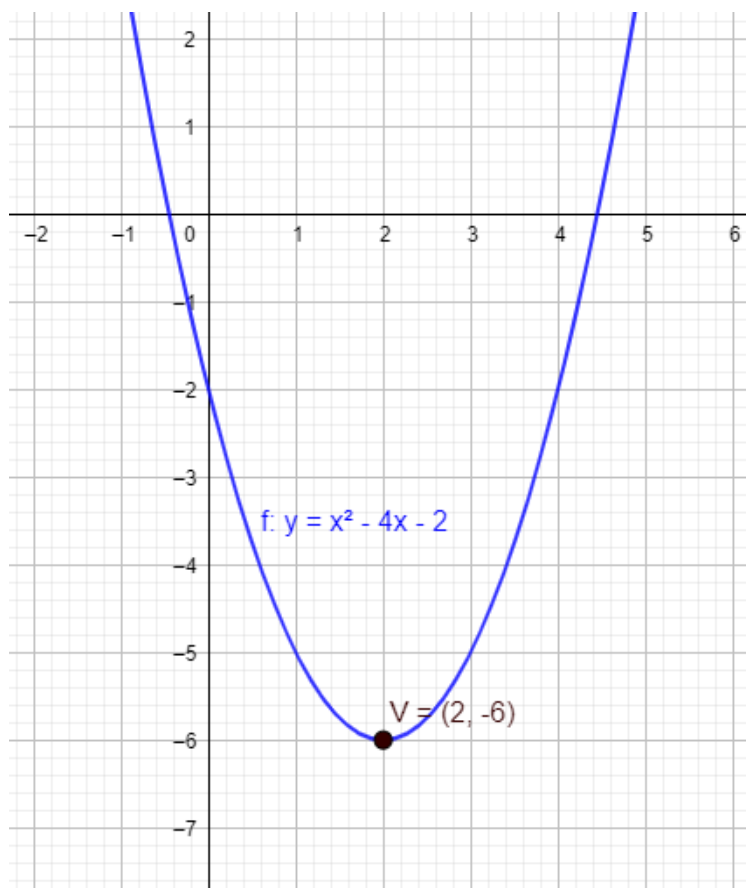
Las funciones cuadráticas están representadas por la expresión matemática de la forma:

$$y = ax^2 + bx + c$$

Ahora analizamos la función cuadrática y respondemos a las preguntas que presenta la función cuadrática $f(x) = x^2 - 4x - 2$.

Tomando el valor de “a” distinto de 0 representa las funciones polinómicas

Tenemos la siguiente función: $f(x) = x^2 - 4x - 2$. Representa gráficamente e identifica sus elementos.



1. ¿Qué figura representa la gráfica?

Es una parábola que se abre hacia arriba porque el coeficiente del término cuadrático es positivo o mayor que cero.

2. Identifica el vértice de la parábola $f(x) = x^2 - 4x - 2$

$$V = (h; k)$$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

$$V = \left(\frac{-(-4)}{2(1)}; \frac{4(1)(-2) - (-4)^2}{4(1)} \right)$$

$$V = \left(\frac{4}{2}; \frac{-8 - 16}{4} \right)$$

$$V = \left(2; \frac{-24}{4} \right)$$

$$V = (2; -6)$$

O también se calcula el vértice de la parábola completando al cuadrado la ecuación y luego se factoriza, los términos independientes vienen a ser las coordenadas del vértice $V = (h; k)$.

De la parábola $f(x) = x^2 - 4x - 2$.

$$f(x) = (x^2 - 4x + 2^2) - 2^2 - 2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 4 - 2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 6$$

$$V = (2; -6)$$

3. Expresar una función cuadrática en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, ayuda a bosquejar su gráfica y por tanto determinar su valor máximo o mínimo.

Está claro que:

$$f(x) = (x^2 - 4x + 2^2) - 2^2 - 2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 4 - 2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 6$$

Si $a > 0$ entonces el valor es mínimo $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

Entonces en la función se tiene:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

$$V = \left(\frac{-(-4)}{2(1)}; \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

$$V = \left(\frac{4}{2}; \frac{4^2 - 4(1)(-2)}{4(1)}\right)$$

$$V = \left(\frac{4}{2}; \frac{-4^2 - 4(1)(-2)}{2(1)}\right)$$

$$V = (2; -6)$$

Si $a < 0$ entonces el valor máximo es $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

$$V = \left(\frac{-(-4)}{2(-1)}; f\left(\frac{-(-4)}{2(-1)}\right)\right)$$

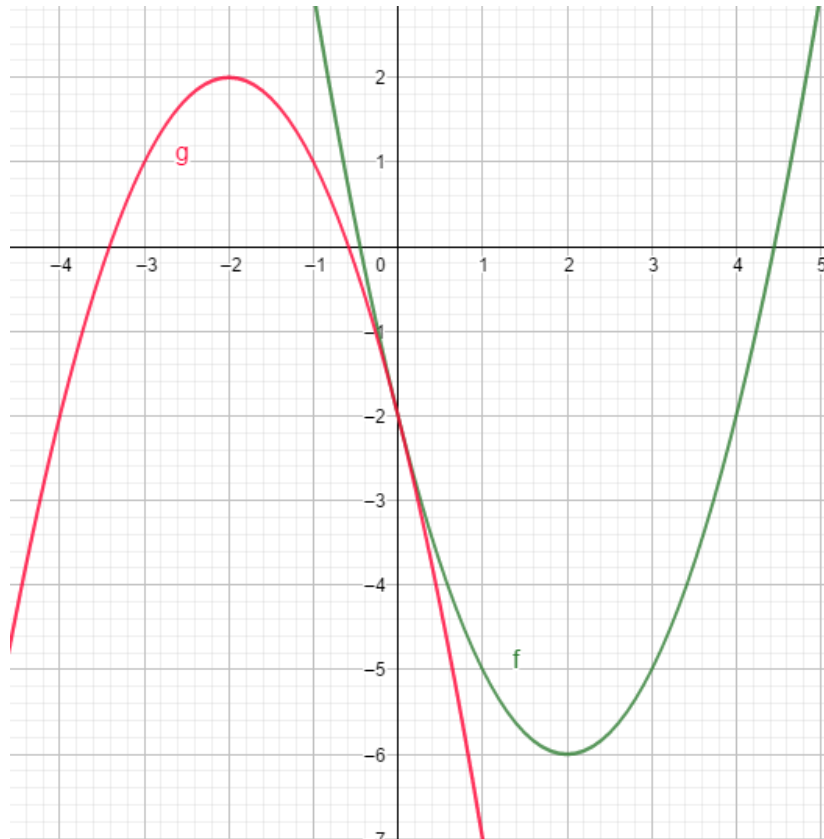
$$V = (-2; -2^2 - 4(-2) - 2)$$

$$V = (-2; 2)$$

Aquí se tiene que el valor mínimo, o máximo está dado por la ordenada del vértice.

4. ¿Qué sucede cuando el coeficiente del término cuadrático toma diferentes valores?

La gráfica de $f(x)$ es una parábola con vértice (h, k) ; la parábola se abre hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$ como se muestra la figura. En la función. $f(x) = x^2 - 4x - 2$



Si $a > 0$ entonces el valor mínimo es $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

Entonces en la función se tiene:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

$$V = \left(\frac{-(-4)}{2(1)}; \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

$$V = \left(\frac{4}{2}; -\frac{4^2 - 4(1)(-2)}{4(1)}\right)$$

$$V = (2; -6)$$

Si $a < 0$ entonces el valor máximo es $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$$

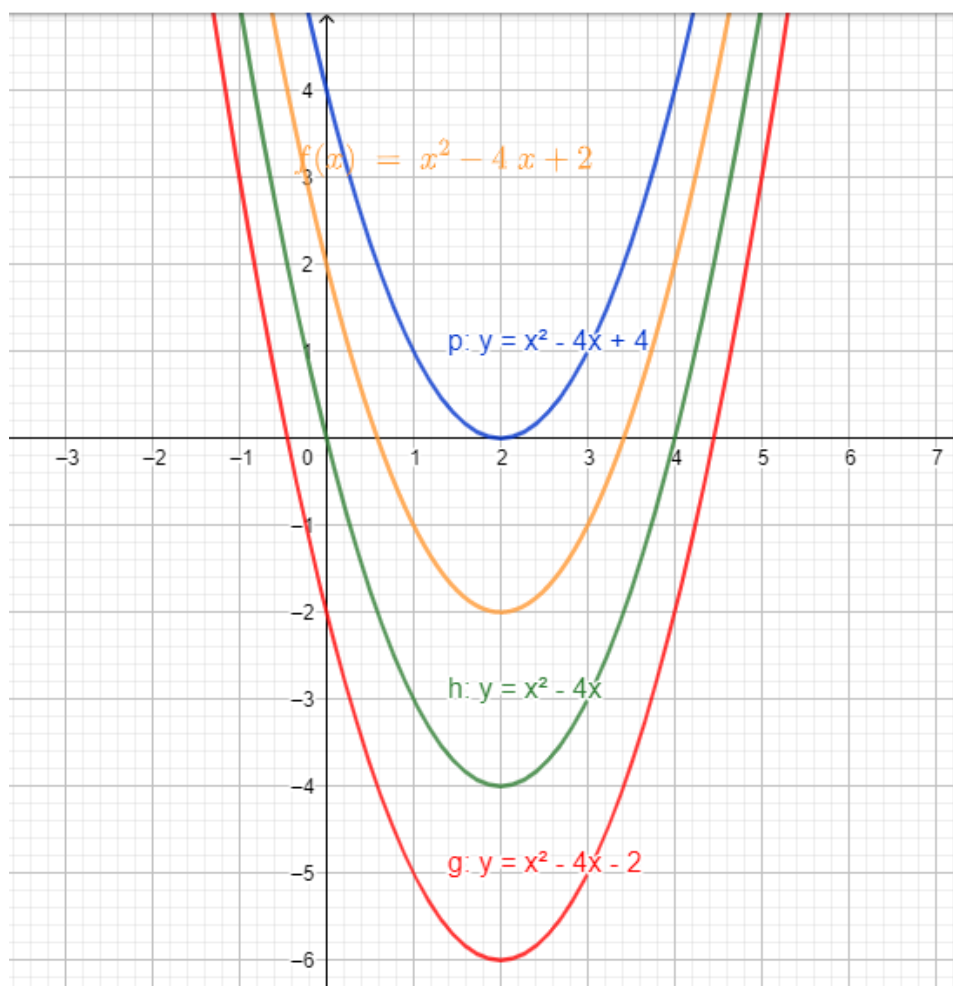
$$V = \left(\frac{-(-4)}{2(1)}; \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$V = \left(\frac{4}{2}; -\frac{4^2 - 4(1)(-2)}{4(1)} \right)$$

$$V = (2; -6)$$

5. ¿Qué sucede cuando se suma un valor constante a la función?

$$f(x) = x^2 - 4x - 2$$



Transformación de la función.

<i>Cuando sumamos</i>	<i>La función queda</i>
	$f(x)=x^2 - 4x-2$
4	$f(x)=x^2 - 4x+2$
2	$f(x)=x^2-4 x$
6	$f(x)=x^2 - 4x+4$
...	...

El vértice se mueve en el eje focal arriba abajo y viceversa. Es decir, Al sumar una constante a una función, su grafica se desplaza en dirección vertical: hacia arriba si la constante es positiva y hacia abajo si es negativa.

6. Para el mismo caso ¿Qué sucede cuando se suma un valor constante a la pre imagen de la función?

El vértice de la parábola se mueve en el eje horizontal de la izquierda a la derecha y viceversa. Es decir; Al sumar o restar una constante c a la pre imagen x en la expresión $f(x) = x^2 - 4x - 2$. la gráfica se desplaza a la izquierda o a la derecha

Por ejemplo, si sumamos 2 entonces:

$$f(x) = (x + 2 - 2)^2 - 6$$

$$f(x) = (x)^2 - 6$$

$$V = (0; -6)$$

la parábola se desplaza a la izquierda.

Si sumamos - 6 la parábola desplaza a la derecha. Como se muestra en la figura.

$$f(x) = (x - 6 - 2)^2 - 6$$

$$f(x) = (x - 8)^2 - 6$$

$$V = (8; -6)$$

Si sumamos 6 la parábola desplaza a la derecha. Como se muestra en la figura.

$$f(x) = (x + 6 - 2)^2 - 6$$

$$f(x) = (x + 4)^2 - 6$$

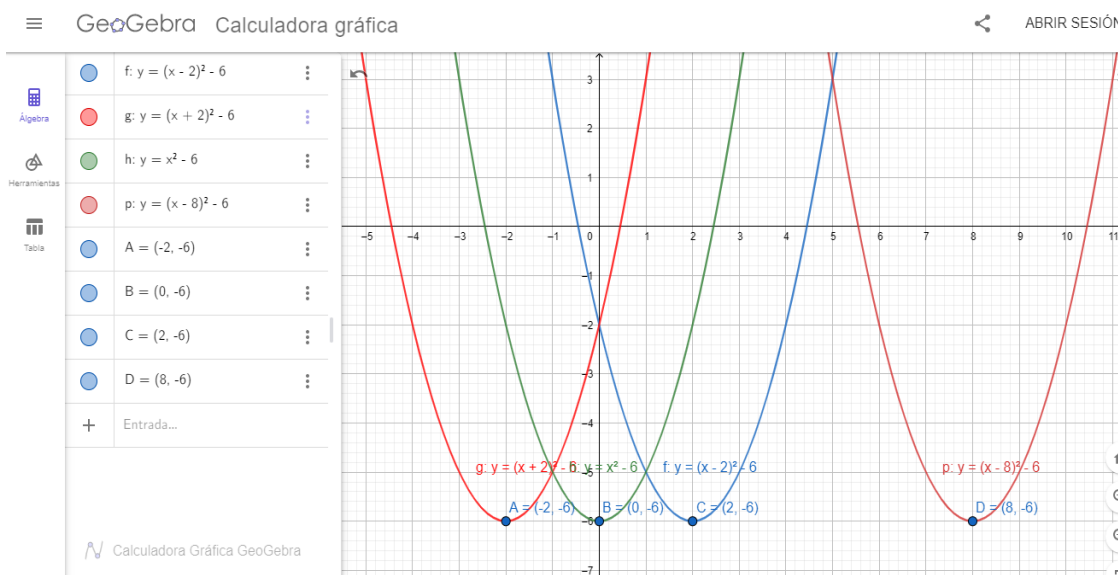
$$V = (-4; -6)$$

Si sumamos -6 la parábola desplaza a la derecha. Como se muestra en la figura.

$$f(x) = (x - 6 - 2)^2 - 6$$

$$f(x) = (x - 10)^2 - 6$$

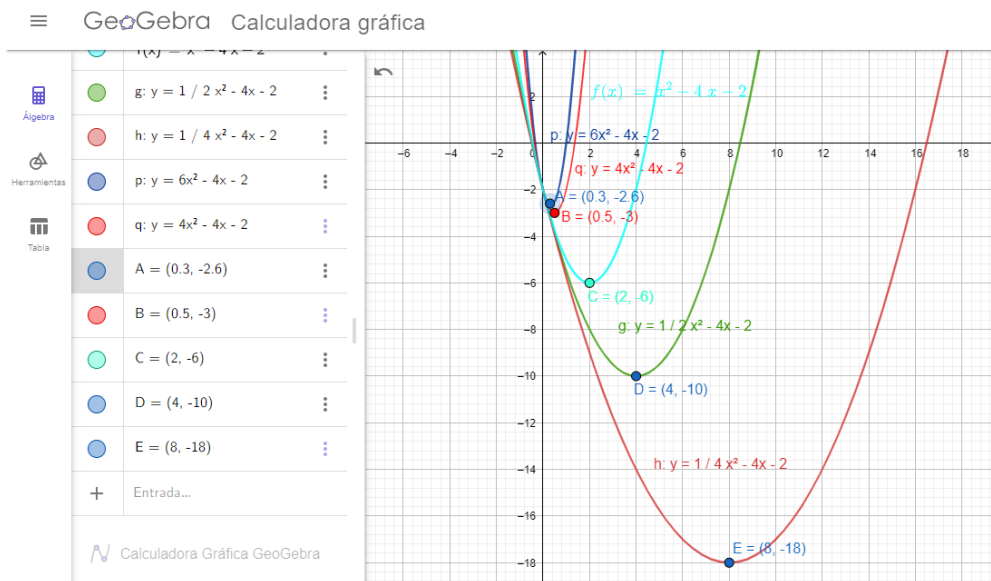
$$V = (10; -6)$$



7. ¿Qué sucede cuando se multiplica por una constante al término cuadrático x^2 de la función?
Al multiplicar por una constante “a” al término cuadrático, afecta la parábola comprimiéndola horizontal o verticalmente o dilatándola horizontal o verticalmente a la parábola.

Comprime el ancho de la parábola, si $a > 0$.

Dilata a la parábola, si $0 < a < 1$ como se muestra en la figura.



8. Una piscina rectangular de 15 metros de largo por 9 metros de ancho está rodeada por una vereda de cemento de ancho uniforme. Si el área del camino es 81 m², ¿Cuánto mide su ancho? (adaptado de: <https://www.youtube.com/watch?v=udwq50v7ECs>)



Area grande – Area pequeño = Area del camino

$$(15 + 2x)(9 + 2x) - (15)(9) = 81$$

$$135 + 30x + 18x + 4x^2 - 135 = 81$$

$$4x^2 + 48x - 81 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 27) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad 2x + 27 = 0$$

$$x = 3/2 \quad x = -\frac{27}{2}$$

Muestra de la intervención. Experiencia de aprendizaje N° 03

Un proyectil describe la trayectoria de la gráfica dada por la función $h(t) = 200 + 80t - 16t^2$, donde $h(t)$ es la altura en metros y “ t ” en segundos.

1. ¿Cuál es la altura que alcanza a los 3 segundos?

Para $t = 3$ segundos se tiene una altura de:

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(3) = 200 + 80(3) - 16(3)^2$$

$$h(3) = 200 + 240 - 16(9)$$

$$h(3) = 200 + 240 - 144$$

$$h(3) = 296m$$

2. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil?

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(t) = -16(t^2 - 5t) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{25}{4}\right) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 100 + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 300$$

$$V = \left(\frac{5}{2}; 300\right)$$

El proyectil alcanza su máxima altura para tiempo $t = 5/2$ una altura de 300m.

3. ¿Qué tiempo emplea el proyectil durante su movimiento al volver al suelo?

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

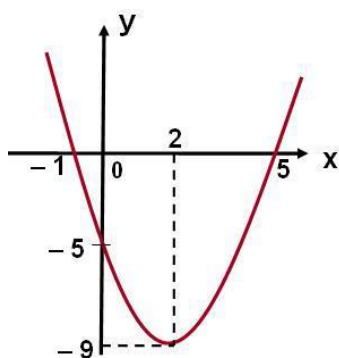
$$h(t) = -16(t^2 - 5t) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{25}{4}\right) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 100 + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 300$$

4. Un nadador desciende al fondo del mar siguiendo la trayectoria que representa el gráfico de la función, cuya unidad de medida está dada en metro.
- ¿A qué distancia del lugar de entrada emerge?
 - ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza?
 - Encuentre la función que describe dicho movimiento del nadador:



Solución.

La función es de la forma $h(x) = ax^2 + bx + c$.

Si $x = -1$ entonces $0 = a(-1)^2 + b(-1) + c$.

$$a - b + c = 0. \quad 1$$

Si $x = 2$ entonces $-9 = a(2)^2 + b(2) + c$.

$$.4a + 2b + c = -9. \quad 2$$

Si $x = 5$ entonces $0 = a(5)^2 + b(5) + c$.

$$.25a + 5b + c = 0. \quad 3$$

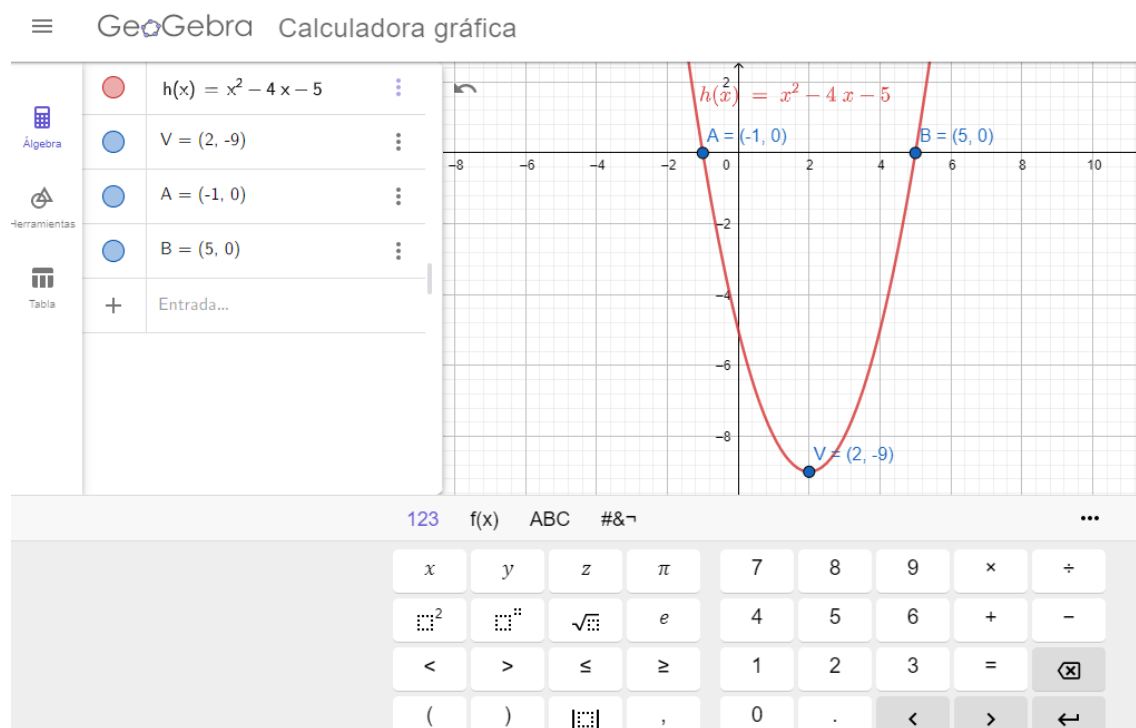
Resolviendo las tres ecuaciones, los valores de “a”, “b” y “c” resulta.

$$a=1$$

$$b= - 4$$

$$c= - 5$$

Emerge a 6m de lo que sumerge.



$$h(x) = x^2 - 4x - 5$$

cuando $x = -1$ sumerge.

$$h(-1) = (-1)^2 - 4(-1) - 5$$

$$h(-1) = 1 + 4 - 5$$

$$h(-1) = 0$$

cuando $x = 5$ emerge.

$$h(5) = (5)^2 - 4(5) - 5$$

$$h(5) = 25 - 20 - 5$$

$$h(5) = 0$$

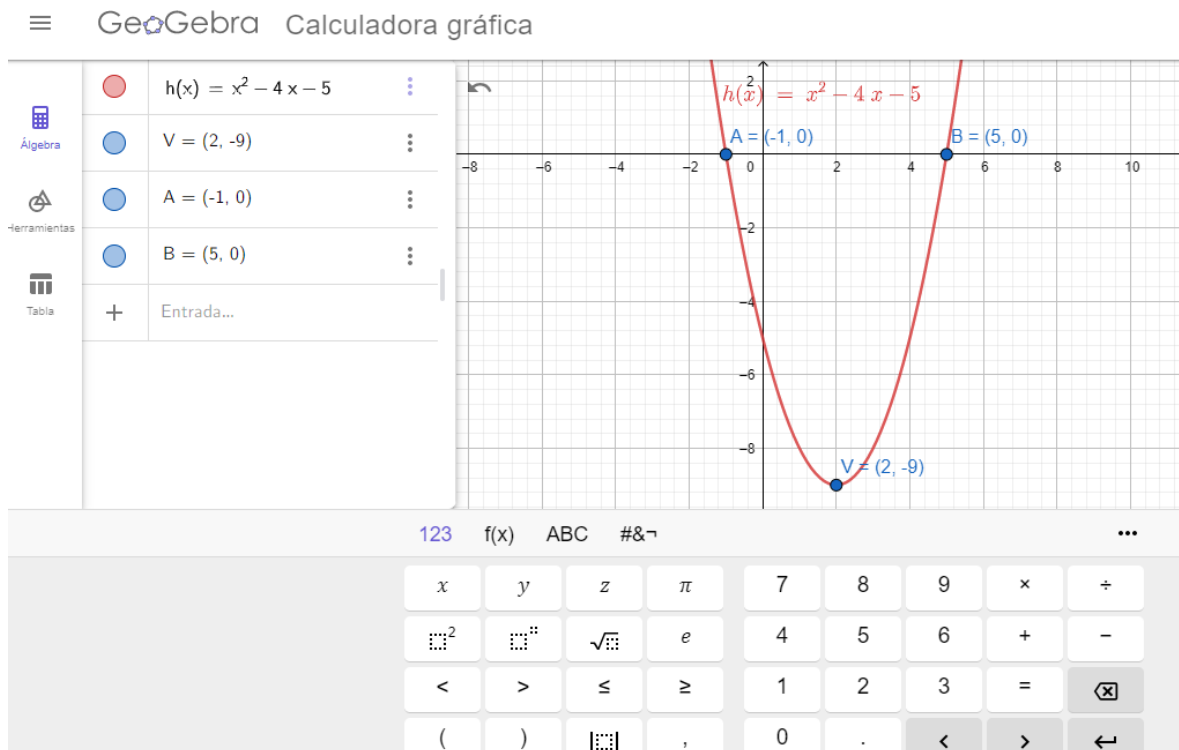
la distancia de lo que sumerge hasta que emerge es la distancia:

$$d = 5 - (-1)$$

$$d = 5 + 1$$

$$d = 6\text{m}$$

Alcanza sumergirse hasta una altura máximo de 9m de profundidad.



$$h(x) = x^2 - 4x - 5$$

$$h(x) = (x - 2)^2 - 4 - 5$$

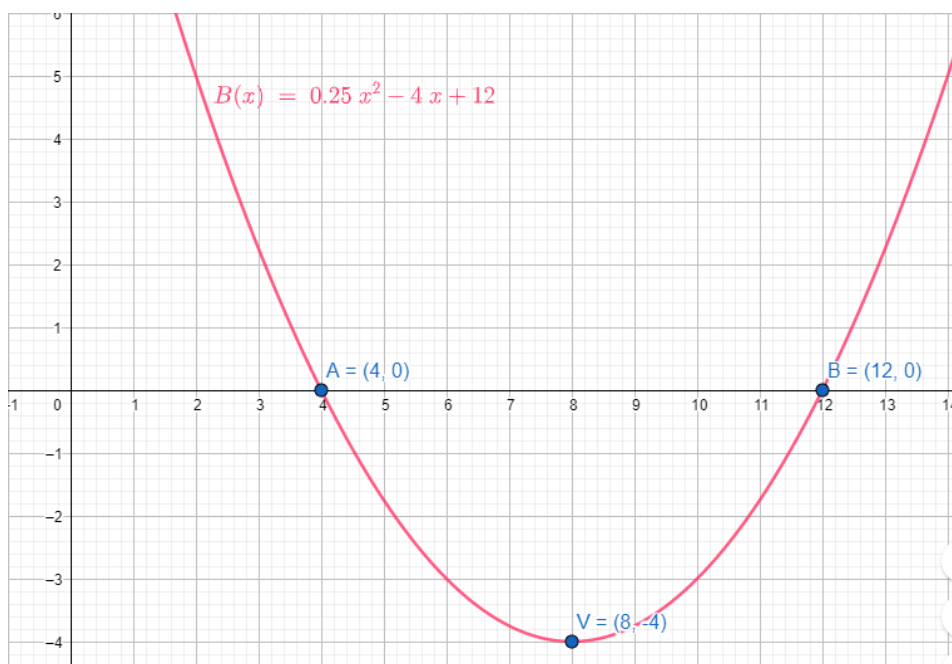
$$h(x) = (x - 2)^2 - 9$$

La función es de la forma $h(x) = x^2 - 4x - 5$.

Muestra de la intervención. Experiencia De Aprendizaje N° 04

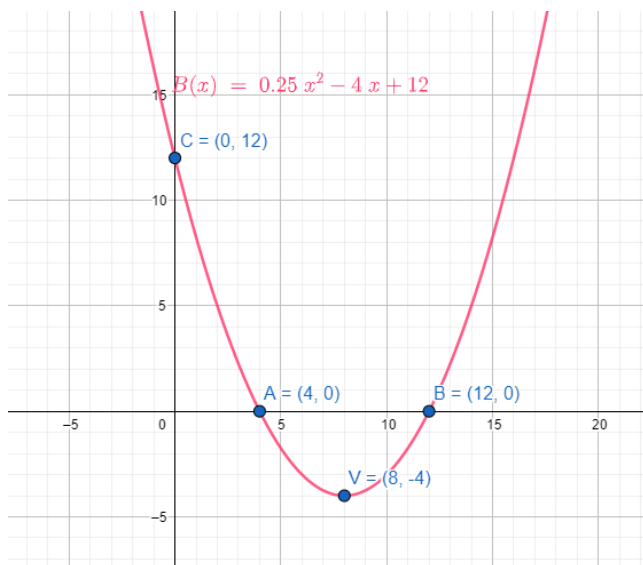
En la fábrica de tejidos Marangani que viene sufriendo un descenso en sus beneficios, han hecho un estudio sobre la rentabilidad de su inversión en publicidad, y han llegado a la conclusión de que el beneficio obtenido, en miles de soles, viene dado por la expresión $B(x) = 0.25x^2 - 4x + 12$, siendo “x” la inversión en publicidad, en miles de soles, con “x” en el intervalo $[0; 18]$.

1. ¿Para qué valores de la inversión la empresa tiene perdidas?



Cuando invierte entre 4000 y 12000 soles

2. ¿Cuál es el beneficio si no se invierte nada en publicidad?
Cuando no se invierte nada en la publicidad entonces $x=0$,



$$B(x) = 0.25x^2 - 4x + 12$$

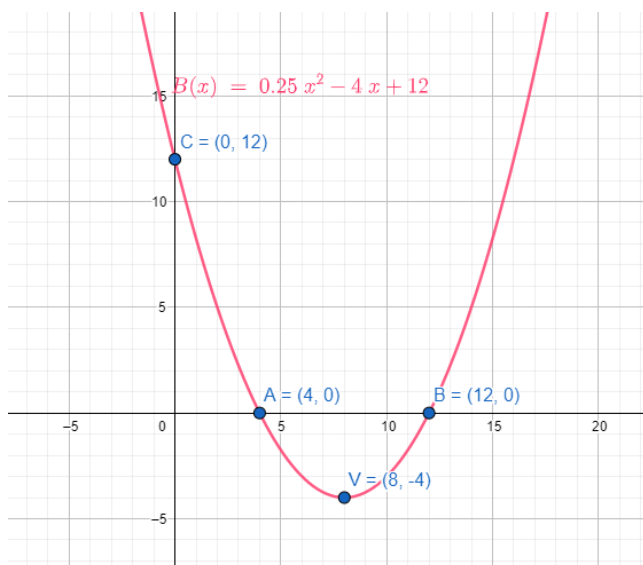
$$B(0) = 0.25(0)^2 - 4(0) + 12$$

$$B(0) = 0 + 0 + 12$$

$$B(0) = 12$$

Si no invierte nada obtiene 12000 soles de beneficio.

3. ¿Hay algún otro valor de la inversión para el cual se obtiene el mismo beneficio de 12000 soles?



$$B(x) = 0.25x^2 - 4x + 12$$

Para tener mayor beneficio posible la inversión debe ser 16000 soles

$$B(x) = 0.25x^2 - 4x + 12$$

$$B(16) = 0.25(16)^2 - 4(16) + 12$$

$$B(16) = 0.25(256) - 64 + 12$$

$$B(16) = 64 - 64 + 12$$

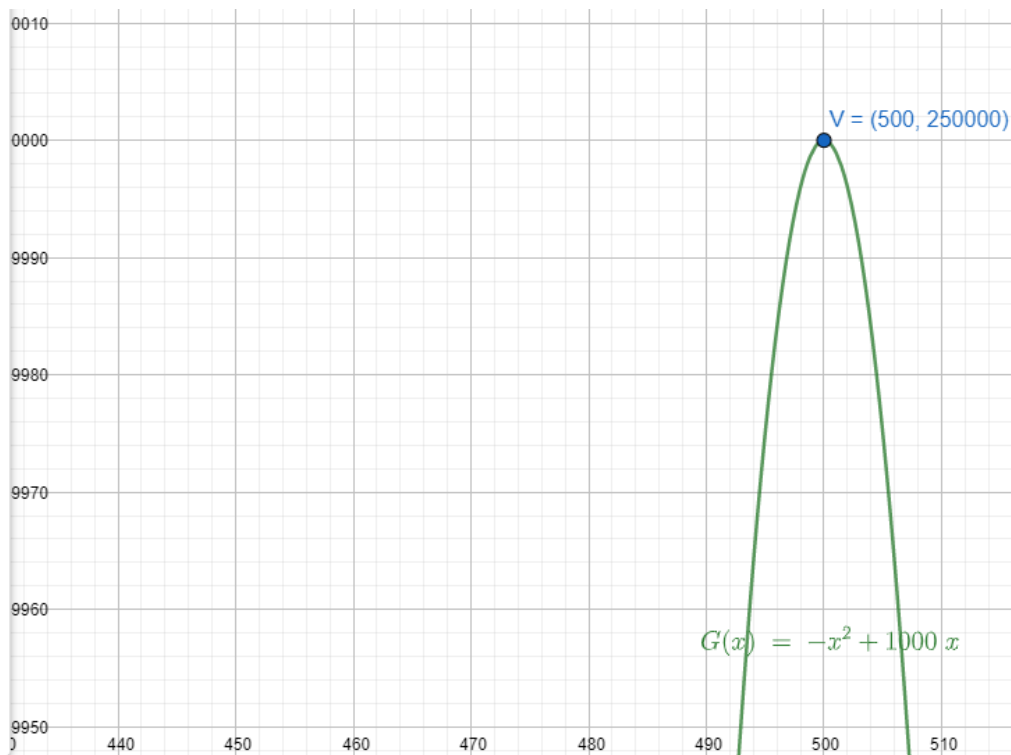
$$B(16) = 12$$

Si, cuando invierte 16000 soles en publicidad.

La ganancia $G(x)$ en dólares de una empresa que fabrica celulares está dado por: $G(x) = -x^2 + 1000x$; donde “x” corresponde a la cantidad de celulares producidos y vendidos.

Adaptado de: <https://www.youtube.com/watch?v=CKlqZYVrCYg>.

4. ¿Cuál es la ganancia máxima en dólares que puede obtener la empresa?



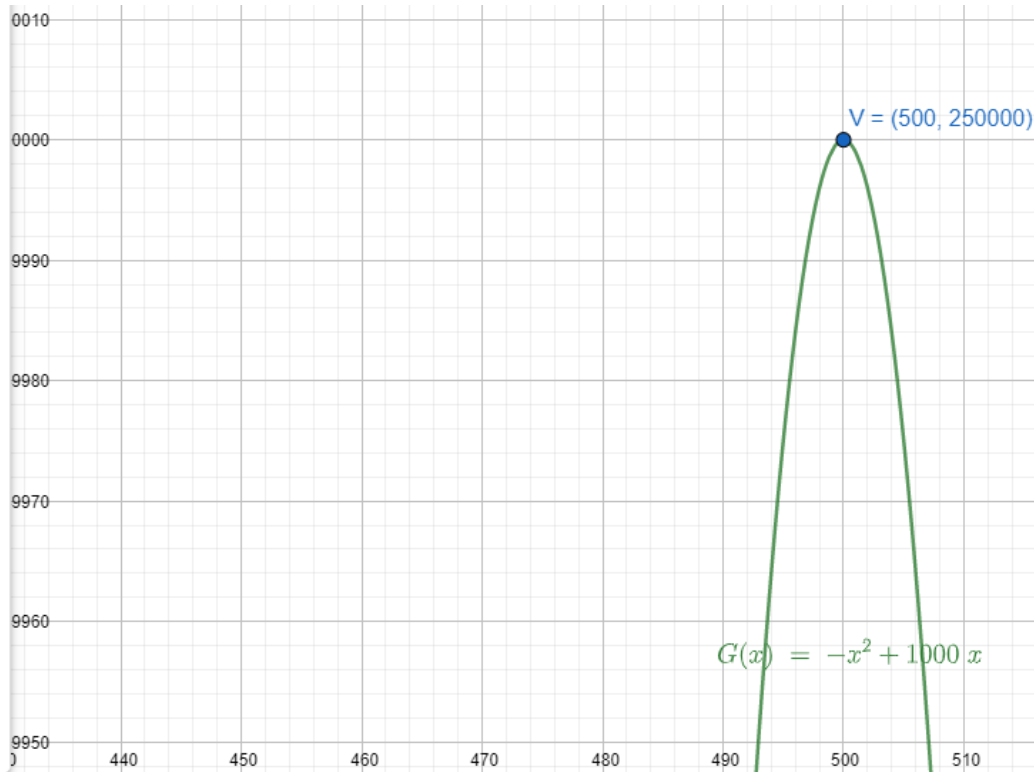
$$G(x) = -x^2 + 1000x$$

$$G(x) = -(x^2 - 1000x + 500^2) + 500^2$$

$$G(x) = -(x - 500)^2 + 250000$$

Para obtener una máxima ganancia debe vender 500 celulares diarios

5. ¿Cuántos celulares fabrica la empresa para obtener su máxima ganancia?



$$G(x) = -x^2 + 1000x$$

$$G(x) = -(x^2 - 1000x + 500^2) + 500^2$$

$$G(x) = -(x - 500)^2 + 250000$$

En el día cuando vende 500 celulares, obtiene una venta de 250000 dólares.

Consentimiento Informado

Modelización matemática para la resolución de problemas sobre funciones lineales y cuadráticas

Recibe un cordial saludo, mi nombre es Juan Ccama Huaynillo, estudiante de [maestría] de la Escuela de Posgrado y Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación de la Universidad Peruana Unión. Este (Estos) cuestionario(s) tiene(n) como propósito la modelización matemática para la resolución de problemas sobre funciones y nivel cognitivo. La información que usted proporcionará será utilizada para determinar la relación de este estudio en los estudiantes de tercer grado de secundaria de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019. Su participación es totalmente voluntaria y no será obligatorio llenar el(los) cuestionario(s)/la(s) encuesta(s) si es que no lo desea. Si decide participar en este estudio, por favor responda el(los) cuestionario(s)/la(s) encuesta(s), así mismo, puede dejar de llenar el cuestionario en cualquier momento, si así lo decide.

Cualquier duda o consulta que usted tenga posteriormente puede escribirme a 984 914 533.

He leído los párrafos anteriores y reconozco que al llenar y entregar este cuestionario estoy dando mi consentimiento para participar en este estudio.

Evidencia de las evaluaciones realizadas a los estudiantes

b) Si $X = 2$ entonces $Y = 5X$
 $Y = 5(2)$
 $Y = 10$

$X = 3$ entonces $Y = 5(3)$
 $Y = 15$

$X = 4$ entonces $Y = 5(4)$
 $Y = 20$

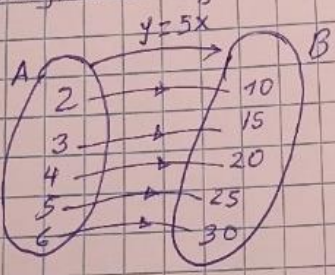
$X = 5$ entonces $Y = 5(5)$
 $Y = 25$

$X = 6$ entonces $Y = 5(6)$
 $Y = 30$

X	Y
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30

Pares ordenados
 $F = \{(2; 10); (3; 15); (4; 20); (5; 25); (6; 30)\}$

c) Diagrama sagital.



d) Costo de 25 cuadernos

Costo $X = 25$ entonces $Y = 5(25)$
 $Y = 125$

costaría 125 soles.

Sesiones de experiencias de aprendizaje.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 01

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones lineales en la vida cotidiana.
---------------------	---

UNIDAD:		GRADO:	3°	SECCIÓN:		DURACIÓN:	160 min
---------	--	--------	----	----------	--	-----------	---------

APRENDIZAJES ESPERADOS													
Identifica una función. Escribe o formula la ecuación que representa la función lineal.													
Resuelve problemas de cantidad				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre		
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números y las relaciones.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y argumentación sobre las relaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Comunica su comprensión sobre las relaciones.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y relaciones.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Comunica su comprensión sobre las formas y figuras.	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. (4)	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o estadísticas o estadísticas.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. (3)	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la evidencia.
Logros esperados: <ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 													

SECUENCIA DIDÁCTICA		
INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)
<ul style="list-style-type: none"> Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, Recojo de conocimientos previos sobre relaciones, proporción directa, mediante una lluvia de ideas. Se plantea la siguiente situación: Si Juan compra un cuaderno a S/ 5, 2 cuadernos a S/10, 3 cuadernos a S/ 15. ¿Cuál es la relación entre el costo y el número de cuadernos adquiridos por Juan? 	<ul style="list-style-type: none"> A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para inducir a la formulación de un problema sobre funciones. Presentamos la siguiente función: El servidor de Internet Salazar Bondy tiene la tarifa Bondy, con cuota fija mensual de 20 soles y 0,20 soles cada minuto. Expresa en lenguaje matemático (Modela) Presenta su modelo: ¿Con que datos cuenta?, ¿Cómo estableció su expresión matemática del enunciado? ¿Podría estimar el pago mensualmente? Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas. En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones. 	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendi?. ¿Cómo aprendi?. ¿Que dificultades tuve?.</p> <p>Conversa con su profesor. ¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron.</p>
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad N° 01, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	

MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.
------------------------------------	--

EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO <input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input checked="" type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> OTRO-----

EVALUACIÓN.

Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/2019__

FUNCIONES LINEALES.

La función de la forma $y = ax + b$ es lineal puesto que es una expresión polinómica de primer grado. Al monomio: "ax" se le llama término lineal de la función. La constante "b", se le llama término independiente de la función.

La gráfica de toda función lineal es una línea recta.

Dominio de la función lineal está dado por el intervalo: $D_f =]-\infty; \infty[$ que representa a todos los números reales.

El Rango de la función lineal está dado por todos los elementos del $R_f =]-\infty; \infty[$, que representa a todos los números reales.

El estudio de las funciones lineales tiene numerosas aplicaciones en campos de servicios de luz, agua, teléfono, gas, costos de productos, etc. Su aplicación es muy diversa.

Por ejemplo, la función lineal está escrito por la siguiente expresión: El servidor de Internet Salazar Bondy tiene la tarifa Bondy, con cuota fija mensual de 20 soles y 0,20 soles cada minuto. Se

FICHA DE TRABAJO.**APLICACIÓN DE FUNCIONES EN SITUACIONES DE LA VIDA COTIDIANA.****ACTIVIDAD N° 01.**

- La siguiente expresión matemática $y = 3x - 2$ es una función lineal. Entonces los valores de "a" y "b" son 3 y -2. A partir de esta expresión analizamos y respondemos las siguientes preguntas.
 - ¿Qué figura representa la gráfica de la función lineal?
 - ¿Qué sucede cuando el coeficiente de la variable "x" es negativo o positivo?

- ¿Qué sucede si varías sólo el término independiente? realiza para varias gráficas.
 ¿Qué sucede cuando le cambias el coeficiente de x por un valor positivo o negativo?

ACTIVIDAD N° 02.

2. El servidor de Internet Salazar Bondy tiene la tarifa Bondy, con cuota fija mensual de 20 soles y 0,20 soles cada minuto. El servidor Bustos tiene la tarifa Chupy, sin cuota fija y 0,02 soles por minuto.
- Identifica los datos proporcionados.
 - Expresa una ecuación matemática (Modela)
 - Gráfica la tarifa en función del tiempo y escribe sus expresiones analíticas.

ACTIVIDAD N° 03.

3. María fue a una librería para realizar la compra de cuadernos. Al momento de preguntar por el costo de cada cuaderno, le respondieron que cada cuaderno cuesta S/. 3.80 cada una. Se pide los siguientes casos:
- Escribe la ecuación del precio de compra que representa (ecuación general que representa la compra de cuadernos)
 - Representa en pares ordenados, que le corresponde para: 2; 3; 4; 5; y 6 cuadernos.
 - Representa en diagrama sagital o de flechas los pares ordenados obtenidos para: 2; 3; 4; 5; y 6 cuadernos
 - ¿Cuánto le costaría a María si compra 25 cuadernos?
 - ¿Cuántos cuadernos ha comprado, si ha pagado un total de S/ 300?
 - Representa la función en el plano cartesiano usando GeoGebra.

ACTIVIDAD N° 04.

4. Una receta para hacer helados recomienda poner 10 g de vainilla por cada 200 cm³ de leche. Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla, y representa la función.
 Son 10 g de vainilla por cada 200 cm³ de leche.
 La función que da la relación entre la cantidad de leche, x, y de vainilla, y, es:
 $y = (10/200) x$

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 02

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones lineales en la vida cotidiana.
---------------------	---

UNIDAD:	GRADO:	3°	SECCIÓN:	DURACIÓN:	80 <i>min</i>
---------	--------	----	----------	-----------	------------------

APRENDIZAJES ESPERADOS															
Escribe los pares ordenados (representación tabular) de la función y representan en el diagrama Sagital.															
Resuelve problemas de cantidad			Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre					
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones (2).	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. (4)	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. (4)	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas (2).	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. (4)	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. (1)	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. (2).	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. (3)	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida (4)

Desempeños.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) ▪ Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) ▪ Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) ▪ Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) ▪ Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4)
-------------	--

I. SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, ▪ Recojo de conocimientos previos sobre ubicación de puntos en el plano cartesiano, relaciones, proporción directa, mediante una lluvia de ideas. ▪ Se plantea la siguiente situación: Si Juan compra un cuaderno a $S/5$, 2 cuadernos a $S/10$, 3 cuadernos a $S/15$. ¿Cuál es la relación entre el costo y el número de cuadernos adquiridos por Juan? 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para inducir a la formulación de un problema sobre funciones. ▪ Una receta para hacer helados recomienda poner 10 g de vainilla por cada 200 cm^3 de leche. Encuentra la relación entre la cantidad de leche y de vainilla, y representa la función. Son 10 g de vainilla por cada 200 cm^3 de leche. La función que da la relación entre la cantidad de leche, x, y de vainilla, y, es: $y=(10/200)x$ ▪ Tabula para presenta su modelo: ¿Con que datos cuenta?, ¿Cómo estableció su expresión matemática del enunciado? ¿Podría estimar el pago mensualmente? ▪ Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas. ▪ En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones. 	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendí?. ¿Como aprendí?. ¿Que dificultades tuve?. Conversa con su profesor. ¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron.</p>
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad N° 01, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.	

EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA	<input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/> EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO	<input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input type="checkbox"/> PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> O-----

EVALUACIÓN.	
Capacidades	DESEMPEÑOS
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1)
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2)

	<ul style="list-style-type: none"> Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/2019__

GUÍA PARA LA SISTEMATIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN FUNCIÓN LINEAL

Una función es una regla que asocia a cada número x de un conjunto A un único valor $f(x)$ de un conjunto B . Al valor $f(x)$ le llamamos imagen de x .

- En la expresión $y = f(x)$, “ y ” depende siempre de x , por esta razón a la variable “ x ” se le denomina variable independiente y a la variable “ y ” se le llama variable dependiente.
- El dominio de una función es el conjunto de elementos para los cuales la función está definida.

Si $f: A \rightarrow B$, se tiene que A (conjunto de partida) es el dominio y se simboliza: $\text{Dom } f(x) = A$.

- El recorrido de una función es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto de llegada que son la imagen de al menos un elemento del dominio. El recorrido de f es un subconjunto de B .

Es aquella función cuyo dominio y rango es el conjunto de los números reales y está definido por:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y cuya regla de correspondencia es $y = f(x) = ax + b$, donde; a y b constantes reales y a , diferente de cero, además “ a ”, es la pendiente de la recta y “ b ” es el punto del eje y por donde pasa la gráfica. La gráfica es una línea recta.

Cabe aclarar que el dominio de la función está representado por la variable independiente y el rango por la variable dependiente.

ACTIVIDAD N° 01.

Juan es un taxista que cobra S/ 3.00 por un servicio dentro del cercado de la ciudad y S/ 0,50 por cada tramo de 200 metros recorridos fuera del cercado. Responde las siguientes preguntas.

- Escribe la regla de correspondencia (ecuación general que representa el servicio del taxi)

$$f(x) = 0,5x + 3$$

- Representa en pares ordenados que le corresponde cuando realiza servicio dentro de la ciudad, 100m; 200m; 800m; 1km; 2km; y 6km fuera de la ciudad.
- ¿Cuánto le costaría a un pasajero, si solicita un servicio de 10km recorrido fuera de la ciudad?
- ¿Cuántos km fuera de la ciudad ha recorrido un pasajero que ha pagado la suma de 53 soles?

5. Para saber cuántos km ha recorrido tiene que multiplicar por 200m, el resultado es 20000 m. entonces ha recorrido 20km.
6. Representa la función en el plano cartesiano usando GeoGebra.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 03

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones lineales en la vida cotidiana.
---------------------	---

UNIDAD:		GRADO:	3°	SECCIÓN:		DURACIÓN:	160 min
---------	--	--------	----	----------	--	-----------	---------

APRENDIZAJES ESPERADOS															
A partir de la representación tabular, escribe la ecuación matemática de la función.															
Resuelve problemas de cantidad				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre			
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones (2).	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. (4)	Traduce datos y condiciones a expresiones	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. (4)	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones matemáticas. (4)	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. (1)	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. (2)	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. (3)	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida (4)
<p>esempeños.</p> <ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 															

SECUENCIA DIDÁCTICA		
INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)

<ul style="list-style-type: none"> ▪ Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, ▪ Recojo de conocimientos previos sobre relaciones, proporción directa, mediante una lluvia de ideas. ▪ Se plantea: Juan obtiene los siguientes pares ordenados de una situación real $F(x) = \{(0; 3), (2; 7), (5; 13)\}$. ¿Cuál es la relación que existe entre los pares ordenados? ¿representa una función lineal? Determina la función, si existe. 	<p>A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para inducir a la formulación de un problema sobre funciones. En una situación Juan obtiene los siguientes datos de una relación cuyos resultados son los pares ordenados: $\{(0; 3), (1; 3,25), (4; 5), (10; 8), (30; 18)\}$.</p> <p>Escribe una ecuación matemática (regla de correspondencia o modelo) que expresa dicha relación. ¿es una función lineal?, ¿podría encontrar un valor para $x=40$? ¿Se puede representar como una función lineal en el plano cartesiano?</p> <p>Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas. En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones.</p>	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendí?. ¿Como aprendí?. ¿Que dificultades tuve?.</p> <p>Conversa con su profesor.</p> <p>¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron.</p>
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad N° 01, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.	

EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO <input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> OTRO-----

EVALUACIÓN.		
Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) ▪ Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/2019__

ACTIVIDAD N° 01

En una situación Juan obtiene los siguientes datos de una relación cuyos resultados son los pares ordenados: $\{(0; 3), (1; 3,25), (4; 5), (10; 8), (30; 18)\}$.

1. Escribe una ecuación matemática (regla de correspondencia o modelo) que expresa dicha relación.
2. ¿Es una función lineal?,
3. ¿Podría encontrar un valor para $x=40$?
4. Representa la función lineal en el plano cartesiano si existe.

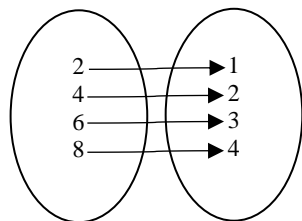
ACTIVIDAD N° 02

2. Gabriel compra una tela (de anchura constante), paga por ella un precio P que depende de la longitud L adquirida. Suponga que el metro de tela cuesta S/ 50.
 - a) Completa la tabla de este ejercicio con los valores de P (precio) correspondientes a los valores de L que se indican

L(m)	1	2		4	6	L
P(S/)	50	100	150			
 - b) Represente mediante una gráfica, los valores de la tabulación, en el sistema de coordenadas $X - Y$.
 - c) Represente mediante un diagrama sagital la función
 - d) Analiza los datos y formule la regla de correspondencia. (Ecuación de la función)
 - e) Identifica las variables dependiente e independiente.
 - f) Si Gabriel compra 2,80 m de tela para hacer confeccionar su terno. ¿Cuánto paga?
 - g) Si Juan compra tela para el vestido de su esposa y paga S/ 110 ¿Cuántos metros de tela ha comprado?

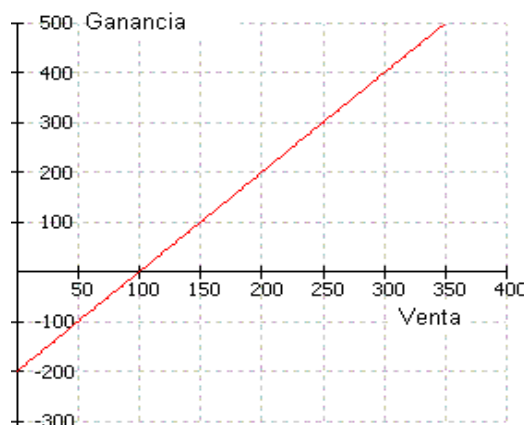
Actividad N° 03

3. En la aldea de don Carlos, un caballo nace con 30 kg de peso y cada 2 días aumenta su peso a razón de la siguiente descripción durante 30 días.



- a) Escribe la ecuación de la función que representa el peso del caballo.
- b) ¿Cuánto pesa a los 7 días?
- c) Si el caballo llega a pesar 39,5 kg. ¿Cuántos días tiene el caballo?
- d) De acuerdo con los elementos de la función ¿Qué representa el peso del caballo a los 30 días? y ¿Cuánto es el peso?

4. La promoción de 5° “A” organiza una función en un teatro para recaudar fondos económicos para el viaje de promoción, en esta actividad se trazan alcanzar una ganancia de S/ 2000. Para esta actividad invirtieron un monto considerable modelado por el comportamiento de la gráfica de la función siguiente:



- ¿Qué consecuencias económicas hubiese traído si no venden entradas?
 - ¿Qué ganancias se logró con la venta de 420 entradas?
 - ¿Cuántas entradas se debe vender para alcanzar la meta?
 - ¿Cuántas entradas se necesitaban vender para solo cubrir los gastos?
 - ¿Cuánto invirtieron para esta actividad?
5. Un estudiante faltó a una clase de matemática y decidió sacar fotocopias al cuaderno de su compañero. Si cada copia a colores está valorizada en soles y debe calcular cuánto dinero necesita para pagar por las copias. Si el número de copias que debe sacar esta expresado por la siguiente expresión:

$$F = \{(2; a); (a^2 - 6; b); (2; 2a - 3); (3; 5) (a + 1; b + 2)\}$$

Responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la variable dependiente en esta situación?
- ¿Cuál es la variable independiente en esta situación?
- Escriba el valor que el estudiante debe pagar por fotocopias como función
- ¿Es una función lineal o afín?
- ¿Cuál es el dominio y el rango de esta función?
- ¿Cuál es el valor que debe pagar por 12 copias?
- Si ha pagado S/ 29 ¿Cuántas copias ha sacado?
- Representa su grafico por GeoGebra.



EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 04

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones cuadráticas en la vida diaria.
---------------------	---

UNIDAD:		GRADO:	3°	SECCIÓN:		DURACIÓN:	160 min
---------	--	--------	----	----------	--	-----------	---------

APRENDIZAJES ESPERADOS														
Identifica una función cuadrática.														
Resuelve problemas de cantidad			Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre				
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números racionales.	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. (3)	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las expresiones algebraicas y gráficas. (1)	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. (4)	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. (4)	Usa estrategias y procedimientos para analizar y procesar datos.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones estadísticas. (4)	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y para analizar y procesar datos.	Usa estrategias y procedimientos para analizar y procesar datos.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la evidencia.
			x	x	x	x								
Desempeños.														
<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 														

SECUENCIA DIDÁCTICA		
INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)
<ul style="list-style-type: none"> Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, Recojo de conocimientos previos sobre Plano cartesiano, ubicación de 	<p>A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para que exprese en su forma tabular sobre funciones cuadráticas.</p> <p>Sea la función: $f(x) = x^2 - 4x - 2$.</p> <p>Representa gráficamente e identifica sus elementos.</p> <p>Tabula los datos a partir de la fórmula matemática (regla de correspondencia o modelo) que expresa dicha relación para $x=0$; $x=\pm 1$; $x=\pm 2$;</p>	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendi?. ¿Cómo aprendi?. ¿Qué dificultades tuve?.</p> <p>Conversa con su profesor.</p> <p>¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron?</p>

<p>coordenadas en el plano, relación, función, potenciación y sustitución.</p> <ul style="list-style-type: none"> Se plantea las siguientes situaciones:   <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué figura representa la gráfica? 	<p>$x=\pm 3$; $x=\pm 4$; $x=\pm 5$. ¿Es una función cuadrática?, ¿podría encontrar un valor para $x=40$? ¿Se puede representar como una función cuadrática en el plano cartesiano?</p> <p>Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas.</p> <p>En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones.</p>	
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad N° 01, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.	

EVALUACIÓN					
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA	<input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA	<input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA	<input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:					
LISTA DE COTEJO	<input type="checkbox"/>	RÚBRICA	<input type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA	<input type="checkbox"/> OTRO -----

EVALUACIÓN.

Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	

Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4)	
---	--	--

FECHA: ___/___/2019__

GUÍA PARA LA SISTEMATIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN

FUNCIONES CUADRÁTICAS

Se llama función cuadrática o función de segundo grado a toda función que está definido por: $f(x)=ax^2 + bx + c, \forall a, b \text{ y } c \in \mathbb{R}/ a \neq 0$

Al monomio: ax^2 se le llama término cuadrático.

Al monomio: bx se le llama término lineal.

La constante c , se le llama término independiente de la función.

La gráfica de toda función cuadrática es una parábola que se abre hacia arriba o hacia abajo teniendo en cuenta el signo del coeficiente “a”. esto es, Si $a>0$ se abre hacia arriba y $a<0$, la parábola se abre hacia abajo.

El dominio de la función cuadrática está dado por el intervalo: $D_f =]-\infty; \infty[$ que representa a todos los números reales.

El Rango de la función está dado por todos los elementos del conjunto de llegada. Es decir: a) Si k es mínimo, entonces: $R = [k; \infty[$

El estudio de las funciones cuadráticas tiene numerosas aplicaciones en campos muy diversos, por ejemplo la caída libre o el tiro parabólico.

1. Sea la función: $f(x) = x^2 - 4x - 2$. Representa gráficamente e identifica sus elementos.
 - a. La función $f(x) = x^2 - 4x - 2$ ¿de qué grado es?
Es de segundo grado por que el exponente de la variable es 2
 - b. ¿Qué figura representa la gráfica?
Es una parábola.
 - c. Identifica el vértice de la parábola $f(x) = x^2 - 4x - 2$

$$V = (h; k)$$

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

$$V = \left(\frac{-(-4)}{2(1)}; \frac{4(1)(-2) - (-4)^2}{4(1)} \right)$$

$$V = \left(\frac{4}{2}; \frac{-8 - 16}{4} \right)$$

$$V = \left(2; \frac{-24}{4} \right)$$

$$V = (2; -6)$$

O también se calcula el vértice de la parábola completando al cuadrado la ecuación y luego se factoriza, los términos independientes vienen a ser las coordenadas del vértice $V = (h; k)$.

De la parábola $f(x) = x^2 - 4x - 2$.

$$f(x) = (x^2 - 4x + 2^2) - 2^2 - 2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 4 - 2$$

$$f(x) = (x - 2)^2 - 6$$

$$V = (2; -6)$$

Expresar una función cuadrática en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, ayuda a bosquejar su gráfica y por tanto determinar su valor máximo o mínimo.

Está claro que:

Si $a > 0$ entonces el valor mínimo es $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

Si $a < 0$ entonces el valor máximo es $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

Aquí se tiene que el valor mínimo, o máximo está dado por la ordenada del vértice.

- d. ¿Qué sucede cuando el coeficiente del término cuadrático toma diferentes valores?

La gráfica de $f(x)$ es una parábola con vértice (h, k) ; la parábola se abre hacia arriba si $a > 0$ o hacia abajo si $a < 0$ como se muestra la figura.

- e. ¿Qué sucede cuando se suma un valor constante a la función?

El vértice se mueve en el eje focal arriba abajo y viceversa. Es decir, Al sumar una constante a una función, su gráfica se desplaza en dirección vertical: hacia arriba si la constante es positiva y hacia abajo si es negativa.

- f. Para el mismo caso ¿Qué sucede cuando se suma un valor constante a la pre imagen de la función? El vértice de la parábola se mueve en el eje horizontal de la izquierda a la derecha y viceversa. Es decir; Al sumar o restar una constante “c” al pre imagen x en la expresión $f(x) = x^2 - 4x - 2$. La gráfica se desplaza a la izquierda o a la derecha.

Por ejemplo si sumamos 2 entonces:

$$f(x) = (x + 2 - 2)^2 - 6$$

$$f(x) = (x)^2 - 6$$

$$V = (0; -6)$$

La parábola se desplaza a la izquierda.

Si sumamos -6 la parábola desplaza a la derecha. Como se muestra en la figura.

$$f(x) = (x - 6 - 2)^2 - 6$$

$$f(x) = (x - 8)^2 - 6$$

$$V = (8; -6)$$

- g. ¿Qué sucede cuando se multiplica por una constante “c” al termino cuadrático x^2 de la función?

Al multiplicar por una constante c al termino cuadrático, afecta la parábola comprimiéndola horizontal o verticalmente o dilatándola horizontal o verticalmente a la parábola.

Comprime el ancho de la parábola, si $c > 0$.

Dilata a la parábola, si $0 < c < 1$ como se muestra en la figura.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 05

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones cuadráticas en la vida diaria.
---------------------	---

UNIDAD:	
---------	--

GRADO:	3°
--------	----

SECCIÓN:	
----------	--

DURACIÓN:	80 min
-----------	--------

APRENDIZAJES ESPERADOS												
Identifica una función cuadrática.												
Resuelve problemas de cantidad			Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre		
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números racionales y los números reales.	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones métricas.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. (1)	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. (4)	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre los números racionales y los números reales.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones métricas.	Representa datos con gráficas y medidas.	Comunica su comprensión de los números racionales y los números reales.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la evidencia.
			X	X	X	X						
Desempeños.			<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 									

SECUENCIA DIDÁCTICA		
INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)
<ul style="list-style-type: none"> Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, Recojo de conocimientos previos sobre Plano cartesiano, ubicación de coordenadas en el plano, relación, función, potenciación y sustitución. Se plantea las siguientes situaciones: ¿Qué figura representa la gráfica? 	<p>A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para que exprese en su forma tabular sobre funciones cuadráticas.</p> <p>Una piscina rectangular de 15 metros de largo por 9 metros de ancho está rodeada por un camino de cemento de ancho uniforme. Si el área del camino es 81 m², ¿Cuánto mide su ancho?</p> <p>Escribe una ecuación matemática (regla de correspondencia o modelo) que expresa dicha relación. ¿Es una función cuadrática?, ¿Cómo sabemos que es función cuadrática? ¿Se puede representar como una función lineal en el plano cartesiano?</p> <p>Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas.</p> <p>En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones.</p>	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendí?. ¿Como aprendí?. ¿Que dificultades tuve?.</p> <p>Conversa con su profesor.</p> <p>¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron?</p>
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad N° 01, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.	

EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO <input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> OTRO----- -----

EVALUACIÓN.

Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/2019__

ACTIVIDAD N° 01

Una piscina rectangular de 15 metros de largo por 9 metros de ancho está rodeada por un camino de cemento de ancho uniforme. Si el área del camino es 81 m^2 , ¿Cuánto mide su ancho?
(adaptado de: <https://www.youtube.com/watch?v=udwq50v7ECs>)

Sol.



$$\text{Area grande} - \text{Area pequeño} = \text{Area del camino}$$

$$(15 + 2x)(9 + 2x) - (15)(9) = 81$$

$$135 + 30x + 18x + 4x^2 - 135 = 81$$

$$4x^2 + 48x - 81 = 0$$

$$(2x - 3)(2x + 27) = 0$$

$$2x - 3 = 0 \quad 2x + 27 = 0$$

$$x = 3/2 \quad x = -\frac{27}{2}$$

ACTIVIDAD N° 02

Un proyectil describe la trayectoria de la gráfica dada por la función $h(t) = 200 + 80t - 16t^2$, donde $h(t)$ es la altura en metros y “ t ” en segundos.

1. ¿Cuál es la altura que alcanza a los 3 segundos?

Para $t = 3$ segundos se tiene una altura de:

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(3) = 200 + 80(3) - 16(3)^2$$

$$h(3) = 200 + 240 - 16(9)$$

$$h(3) = 200 + 240 - 144$$

$$h(3) = 296m$$

2. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil?

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(t) = -16(t^2 - 5t) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{25}{4}\right) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 100 + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 300$$

$$V = \left(\frac{5}{2}; 300\right)$$

El proyectil alcanza su máxima altura para tiempo $t = 5/2$ una altura de 300m.

3. ¿Qué tiempo emplea el proyectil durante su movimiento al volver al suelo?

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(t) = -16(t^2 - 5t) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{25}{4}\right) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 100 + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 300$$

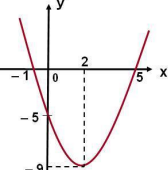
EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 06

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones cuadráticas en la vida diaria.
---------------------	---

UNIDAD:		GRADO:	3°	SECCIÓN:		DURACIÓN:	80 min
---------	--	--------	----	----------	--	-----------	--------

APRENDIZAJES ESPERADOS													
Formula la ecuación matemática de la función cuadrática.													
Resuelve problemas de cantidad				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre		
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones aritméticas.	Usa estrategias y procedimientos de argumentación de relaciones.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. (1)	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. (4)	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Comunica su comprensión sobre las formas y transformaciones de objetos geométricos.	Usa estrategias y procedimientos para analizar relaciones.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones aritméticas y medidas.	Comunica su comprensión de los conjuntos numéricos.	Usa estrategias y procedimientos para argumentar afirmaciones.	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la evidencia.
			X	X	X	X							
Desempeños.	<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 												

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, ▪ Recojo de conocimientos previos sobre Plano cartesiano, ubicación de coordenadas en el plano, relación, función, potenciación y sustitución. ▪ Se plantea las siguientes situaciones: Escribe una función cuadrática ▪ ¿puede identificar su vértice? ¿Cómo calcula su vértice? ¿cuándo su vértice es máximo y cuando mínimo? ▪ 	<p>A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para que exprese en su forma tabular sobre funciones cuadráticas.</p> <p>Un nadador desciende al fondo del mar siguiendo la trayectoria que representa el gráfico de la función, cuya unidad de medida está dada en metro.</p> <p>¿A qué distancia del lugar de entrada emerge? ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza? Encuentre la función que describe dicho movimiento del nadador:</p>  <p>Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función cuadrática luego socializan sus respuestas.</p> <p>En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones.</p>	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendí?. ¿Como aprendí?. ¿Que dificultades tuve?. Conversa con su profesor. ¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron?</p>
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.	

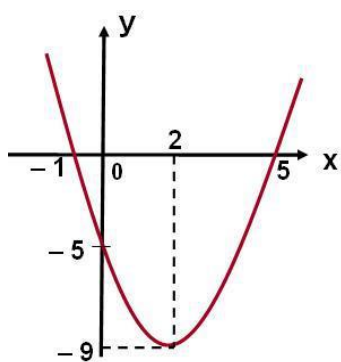
EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO <input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> OTRO -----

EVALUACIÓN.		
Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) ▪ Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/2019__

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

4. Un nadador desciende al fondo del mar siguiendo la trayectoria que representa el gráfico de la función, cuya unidad de medida está dada en metro.
- ¿A qué distancia del lugar de entrada emerge?
 - ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza?
 - Encuentre la función que describe dicho movimiento del nadador:



Solución.

La función es de la forma $h(x) = ax^2 + bx + c$.

Si $x = -1$ entonces $0 = a(-1)^2 + b(-1) + c$.

$$a - b + c = 0. \quad 1$$

Si $x = 2$ entonces $-9 = a(2)^2 + b(2) + c$.

$$.4a + 2b + c = -9. \quad 2$$

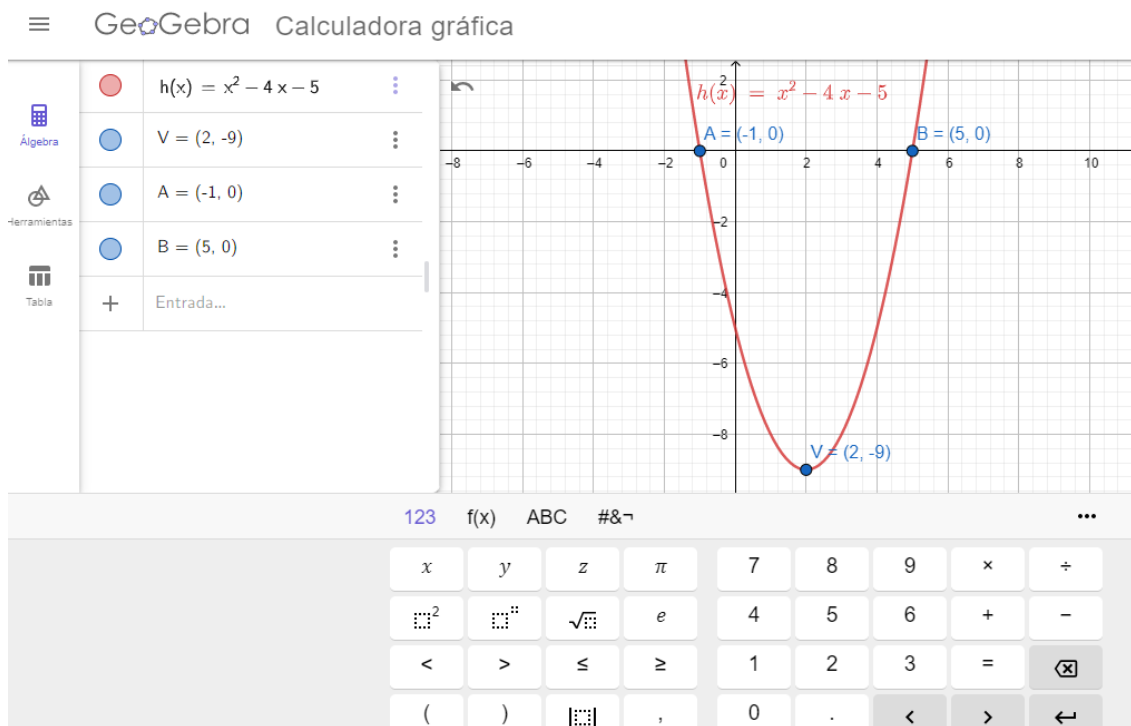
Si $x = 5$ entonces $0 = a(5)^2 + b(5) + c$.

$$25a + 5b + c = 0. \quad 3$$

Resolviendo las tres ecuaciones, los valores de “a”, “b” y “c” resulta.

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -4 \\ c &= -5 \end{aligned}$$

Emerge a 6m de lo que sumerge.



$$h(x) = x^2 - 4x - 5$$

cuando $x = -1$ sumerge.

$$h(-1) = (-1)^2 - 4(-1) - 5$$

$$h(-1) = 1 + 4 - 5$$

$$h(-1) = 0$$

cuando $x = 5$ emerge.

$$h(5) = (5)^2 - 4(5) - 5$$

$$h(5) = 25 - 20 - 5$$

$$h(5) = 0$$

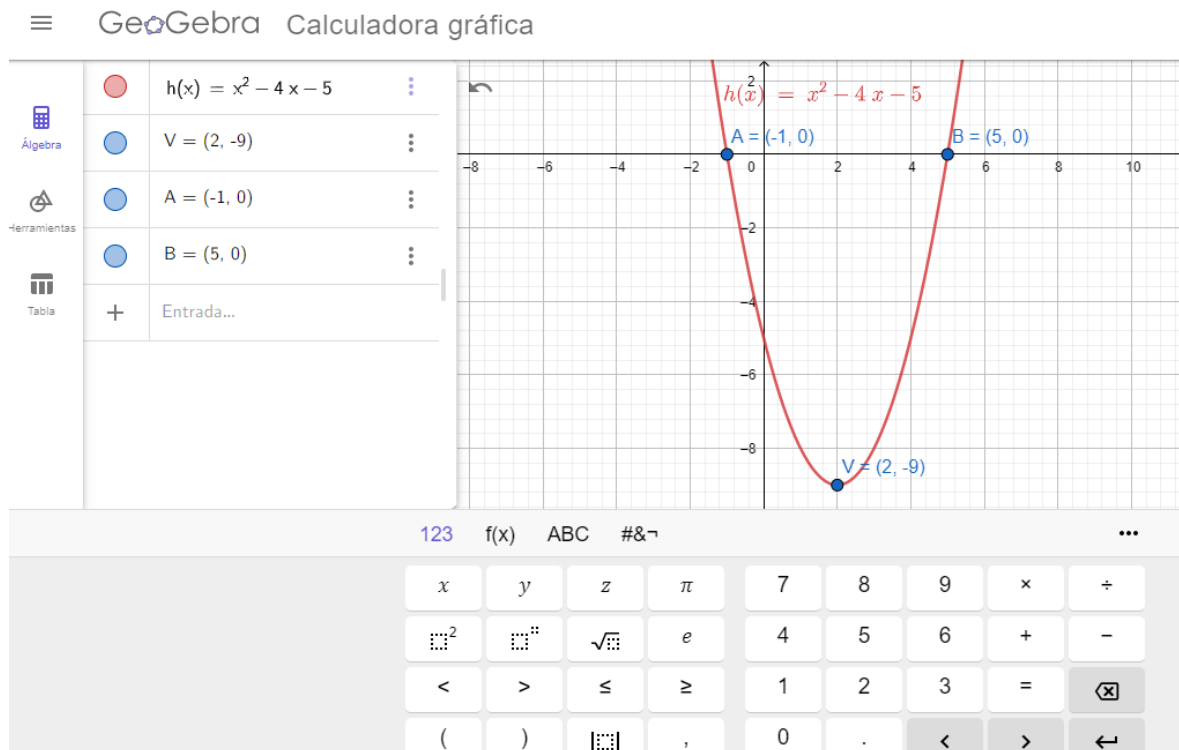
la distancia de lo que sumerge hasta que emerge es la distancia:

$$d = 5 - (-1)$$

$$d = 5 + 1$$

$$d = 6\text{m}$$

Alcanza sumergirse hasta una altura máximo de 9m de profundidad.



$$h(x) = x^2 - 4x - 5$$

$$h(x) = (x - 2)^2 - 4 - 5$$

$$h(x) = (x - 2)^2 - 9$$

La función es de la forma $h(x) = x^2 - 4x - 5$.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 07

TÍTULO DE LA SESIÓN

Usando funciones cuadráticas en la vida diaria.

UNIDAD:	
---------	--

GRADO:	3°
--------	----

SECCIÓN:	
----------	--

DURACIÓN:	160 min
-----------	---------

II. APRENDIZAJES ESPERADOS											
Identifica una función cuadrática.											
Resuelve problemas de cantidad			Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización			Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre	
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. (2)	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. (3)	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. (4)	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. (1)	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. (4)	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. (1)	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. (2)	Usa estrategias y procedimientos para medir, transformar y representar en el plano. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. (4)
				x	x	x	x				
Desempeños.			<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 								

III. SECUENCIA DIDÁCTICA		
INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)
<ul style="list-style-type: none"> Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, Recojo de conocimientos previos sobre: escriba la ecuación de una función cuadrática. Identifica su punto máximo o mínimo de la función cuadrática. ¿Cuándo es máximo y cuando es mínimo? ¿podemos determinar una función creciente o decreciente? ¿Qué figura representa la gráfica? 	<p>A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para que exprese en su forma tabular sobre funciones cuadráticas.</p> <p>Un proyectil describe la trayectoria de la gráfica dada por la función $h(t) = 200 + 80t - 16t^2$, donde $h(t)$ es la altura en metros y “t” en segundos. ¿Cuál es la altura que alcanza a los 3 segundos? ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? ¿Qué tiempo emplea el proyectil durante su movimiento al volver al suelo?</p> <p>Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas.</p> <p>En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones.</p>	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendí? ¿Cómo aprendí? ¿Qué dificultades tuve? Conversa con su profesor.</p> <p>¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron?</p>
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad N° 01, propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.	
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.	

EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO <input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> OTRO ----- -----

EVALUACIÓN.

Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/ 2019 __

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE.

Un proyectil describe la trayectoria de la gráfica dada por la función $h(t) = 200 + 80t - 16t^2$, donde $h(t)$ es la altura en metros y “t” en segundos.

1. ¿Cuál es la altura que alcanza a los 3 segundos?

Para $t = 3$ segundos se tiene una altura de:

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(3) = 200 + 80(3) - 16(3)^2$$

$$h(3) = 200 + 240 - 16(9)$$

$$h(3) = 200 + 240 - 144$$

$$h(3) = 296m$$

2. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil?

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(t) = -16(t^2 - 5t) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{25}{4}\right) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 100 + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 300$$

$$V = \left(\frac{5}{2}; 300\right)$$

El proyectil alcanza su máxima altura para tiempo $t=5/2$ una altura de 300m.

3. ¿Qué tiempo emplea el proyectil durante su movimiento al volver al suelo?

$$h(t) = 200 + 80t - 16t^2$$

$$h(t) = -16(t^2 - 5t) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{25}{4}\right) + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 100 + 200$$

$$h(t) = -16\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 300$$

2. En la fábrica de tejidos Marangani que viene sufriendo un descenso en sus beneficios, han hecho un estudio sobre la rentabilidad de su inversión en publicidad, y han llegado a la conclusión de que el beneficio obtenido, en miles de soles, viene dado por la expresión $B(x) = 0,25x^2 - 4x + 12$, siendo “x” la inversión en publicidad, en miles de soles, con “x” en el intervalo $[0; 18]$.

- ¿Para qué valores de la inversión la empresa tiene pérdidas?
- ¿Cuánto tiene que invertir la empresa en publicidad para obtener el mayor beneficio posible?
- ¿Cuál es el beneficio si no se invierte nada en publicidad?
- ¿Hay algún otro valor de la inversión para el cual se obtiene el mismo beneficio?

Sol.

- Cuando invierte entre 4000 y 12000 soles
- 18000 soles
- Si no invierte nada obtiene 12000 soles de beneficio.

d) Si, cuando invierte 16000 soles en publicidad.

3. Un fabricante puede vender x unidades de su producto a un precio de $P(x)$ soles por unidad, en donde $3p + 0,1x = 10$, Como una función de la cantidad x , demanda en el mercado, el ingreso I (en soles) está dado por $I = 3x - 0,02x^2$. Determine la forma funcional de la dependencia de I con respecto del precio p , grafique la situación e indique que representa el vértice de esta función.

Sol.

4. La ganancia $G(x)$ en dólares de una empresa que fabrica celulares está dado por $G(x) = -x^2 + 1000x$ donde “ x ” corresponde a la cantidad de celulares producidos y vendidos.
- ¿Cuál es la ganancia máxima en dólares que puede obtener la empresa?
 - ¿Cuántos celulares fabrica la empresa para obtener su máxima ganancia?

Adaptado de: <https://www.youtube.com/watch?v=CKlqZYVrCYg>

Sol.

$$\begin{aligned} G(x) &= -x^2 + 1000x \\ G(x) &= -(x^2 - 1000x + 500^2) + 500^2 \\ G(x) &= -(x - 500)^2 + 250000 \end{aligned}$$

Para obtener una máxima ganancia debe vender 500 celulares diarios

Cada día obtiene una venta de 250000 dólares.

5. De una plancha de cartón se quiere construir cuyos lados miden 1,20m cada lado, se construye una caja para echar residuos en el salón se ha cortado cuadrados de lado “ x ” en cada esquina y luego se doblan hacia arriba para formar una caja abierta. Expresé el volumen V máximo de la caja como función de “ x ” y determine el dominio de esta función.

Sol.

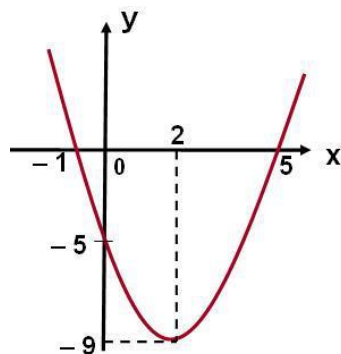
6. Un nadador desciende al fondo del mar siguiendo la trayectoria que representa el gráfico de la función $h(x) = x^2 - 6x - 4$. Tomando como unidad el metro, responde:

- ¿A qué distancia del lugar de entrada emerge?
- ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza?

Sol.

7. Un nadador desciende al fondo del mar siguiendo la trayectoria que representa el gráfico de la función que representa el grafico cuya unidad de medida está dado en metro.

- ¿A qué distancia del lugar de entrada emerge?
- ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza?
- Encuentre la función que describe dicho movimiento del nadador:



Sol.

La función es de la forma $h(x) = ax^2 + bx + c$.

$$\begin{aligned} \text{Si } x = -1 \text{ entonces } 0 &= a(-1)^2 + b(-1) + c. \\ a - b + c &= 0. \end{aligned} \quad 1$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x = 2 \text{ entonces } 0 &= a(2)^2 + b(2) + c. \\ 4a + 2b + c &= -9. \end{aligned} \quad 2$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x = 5 \text{ entonces } 0 &= a(5)^2 + b(5) + c. \\ 25a + 5b + c &= 0. \end{aligned} \quad 3$$

Resolviendo las tres ecuaciones, los valores de “a”, “b” y “c” resulta.

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -4 \\ c &= -5 \end{aligned}$$

La función cuadrática está dado por:

$$\begin{aligned} h(x) &= ax^2 + bx + c. \\ h(x) &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 5 &= 0 \\ (x - 5)(x + 1) &= 0 \\ x = 5 \quad \text{ i } \quad x = -1 \end{aligned}$$

a. ¿A qué distancia del lugar de entrada emerge?

$$d = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

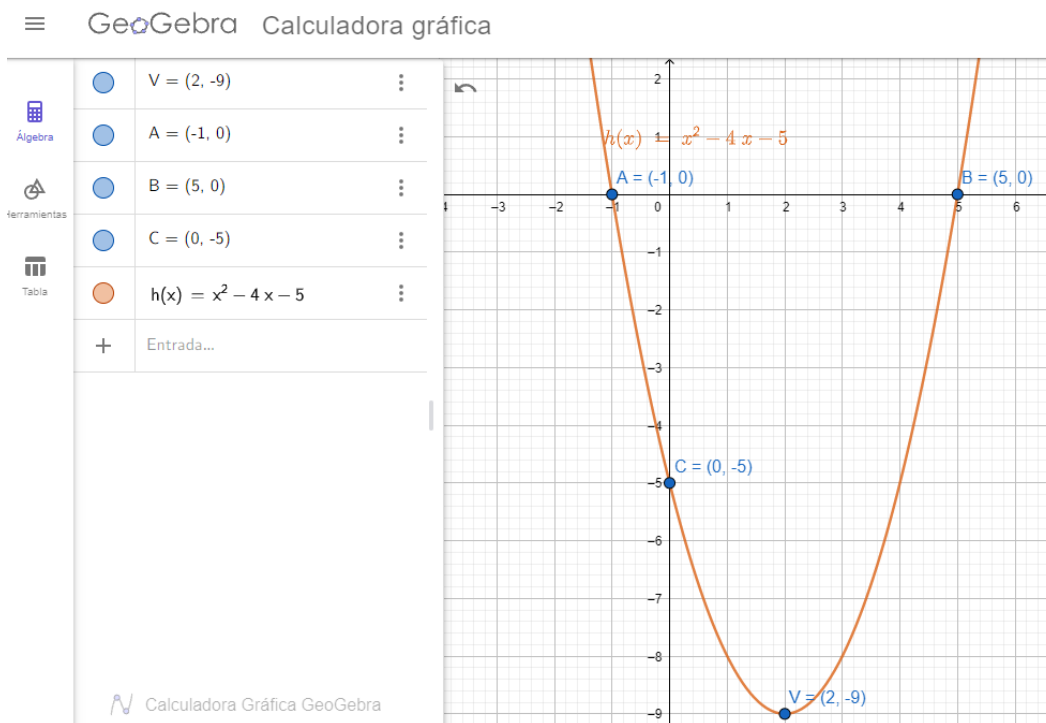
b. ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza?

$$\begin{aligned} h(x) &= x^2 - 4x - 5 \\ h(x) &= (x^2 - 4x + 4) - 4 - 5 \\ h(x) &= (x - 2)^2 - 9 \end{aligned}$$

La altura máxima que alcanza es 9m

c. Encuentre la función que describe dicho movimiento del nadador:

$$h(x) = x^2 - 4x - 5$$



EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE N° 08

TÍTULO DE LA SESIÓN	Usando funciones cuadráticas en la vida diaria.
---------------------	---

UNIDAD:	
---------	--

GRADO:	3°
--------	----

SECCIÓN:	
----------	--

DURACIÓN:	160 min
-----------	---------

APRENDIZAJES ESPERADOS															
Identifica una función cuadrática a partir de su forma tabular.															
Resuelve problemas de cantidad				Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio				Resuelve problemas de forma, movimiento y localización				Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre			
Traduce cantidades a expresiones numéricas. (1)	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones (2).	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo (3)	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. (4)	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y relaciones algebraicas (2).	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas (2).	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. (1)	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas (2).	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio (3)	Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. (4)	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas. (1)	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos. (2).	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos. (3)	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida (4)
ejemplar. <ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y gráfica (modela) en funciones lineales. (1) Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 															

SECUENCIA DIDÁCTICA																				
INICIO (motivación, saberes previos, retos, propósito)	DESARROLLO (gestión y acompañamiento de los aprendizajes)	CIERRE (metacognición y evaluación)																		
<ul style="list-style-type: none"> Saludos a todos los estudiantes. Establecimiento de normas de convivencia, Recojo de conocimientos previos sobre: escribe una ecuación de segundo grado, indica sistema de ecuaciones. Indica los métodos de solución de sistema de ecuaciones. Representa los puntos en el plano cartesiano ¿Qué figura representa la gráfica? 	<p>A cada estudiante se le entrega una hoja de actividades con diversas situaciones para que exprese en su forma tabular sobre funciones cuadráticas. Sea la función definido por:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>...</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>-4</td> <td>-6</td> <td>-4</td> <td>0</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>Determine el vértice de la parábola. Los cortes en el eje "x" Los cortes en el eje "y" Valor mínimo o máximo de la parábola La ecuación de la función. Representa la gráfica en el plano cartesiano. Después de contestar las preguntas, los estudiantes formados en equipos de 4 integrantes y con el monitorio del docente resuelven diversas situaciones problemáticas sobre función lineal luego socializan sus respuestas. En plenaria expresan sus conclusiones y con el apoyo del docente expresan la regularidad del trabajo, determinando en sus diferentes representaciones.</p>	x	...	-2	-1	0	1	3	4	...	y	...	6	0	-4	-6	-4	0	...	<p>El estudiante reflexiona sobre el proceso de aprendizaje ¿Qué aprendí?. ¿Como aprendí?. ¿Que dificultades tuve?. Conversa con su profesor. ¿Qué les pareció más interesante? ¿Tuvieron alguna dificultad?, ¿cómo la superaron?</p>
x	...	-2	-1	0	1	3	4	...												
y	...	6	0	-4	-6	-4	0	...												
TAREA PARA TRABAJAR EN AULA.	Cada estudiante trabaja la actividad propuesta por el docente. Luego en grupos de a cuatro.																			
MATERIALES O RECURSOS QUE UTILIZAR	Ficha de trabajo de actividades; programa de GeoGebra; computadora o Laptop.																			

EVALUACIÓN		
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN FORMATIVA <input type="checkbox"/>	EVALUACIÓN SUMATIVA <input type="checkbox"/>
INSTRUMENTO:		
LISTA DE COTEJO <input type="checkbox"/>	RÚBRICA <input type="checkbox"/>	PRUEBA ESCRITA <input type="checkbox"/> OTRO -----

EVALUACIÓN.		
Capacidades	DESEMPEÑOS	
Matematiza situaciones. (1)	<ul style="list-style-type: none"> Establece las relaciones entre datos y transforma a expresiones algebraicas y grafica (modela) en funciones lineales. (1) 	
Comunica y representa ideas matemáticas (2).	<ul style="list-style-type: none"> Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente (2) Describe las conexiones entre función afín y función lineal, así como la proporcionalidad directa e inversa para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación pasando de una a otra representación cuando la situación lo requiera. (2) 	
Elabora y usa estrategias (3)	<ul style="list-style-type: none"> Selecciona y combina recursos, estrategias y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema (3) 	
Razona y argumenta generando ideas matemáticas. (4)	<ul style="list-style-type: none"> Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos (4) 	

FECHA: ___/___/2019__

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE.

1. Sea la función definido por:

x	...	-2	-1	0	1	3	4	...
y	...	6	0	-4	-6	-4	0	...

- Determine la ecuación de la función.
- Determine el vértice de la parábola.
- Los cortes en el eje "x"
- Los cortes en el eje "y"
- Valor mínimo o máximo de la función:
- Representa la gráfica en el plano cartesiano.

Sol.

La función es de la forma $h(x) = ax^2 + bx + c$.

$$\begin{aligned} \text{Si } x = -2 \text{ entonces } a(-2)^2 + b(-2) + c &= 6. \\ 4a - 2b + c &= 6. \quad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x = -1 \text{ entonces } a(-1)^2 + b(-1) + c &= 0. \\ a - b + c &= 0. \quad 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Si } x = 0 \text{ entonces } a(0)^2 + b(0) + c &= -4. \\ c &= -4. \quad 3 \end{aligned}$$

Resolviendo las ecuaciones se obtiene

$$a=1$$

$$b=-3$$

$$c=-4$$

- a) la ecuación de la función está dado por:

$$h(x) = x^2 - 3x - 4.$$

- b) El vértice de la parábola está dado por:

$$\begin{aligned} h(x) &= x^2 - 3x - 4 \\ h(x) &= \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} - 4 \\ h(x) &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} \\ V &= \left(\frac{3}{2}; -\frac{25}{4}\right) \end{aligned}$$

- c) Los cortes en el eje "x"

Para encontrar los puntos de corte en el eje "x" se iguala la función a cero "y" = 0.

$$\begin{aligned} h(x) &= x^2 - 3x - 4 \\ 0 &= x^2 - 3x - 4 \\ (x - 4)(x + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$x = 4 \quad \text{i} \quad x = -1$$

- d) Los cortes en el eje "y"

Para encontrar los puntos de corte en el eje "y" se iguala en la función a: "x" = 0.

$$\begin{aligned} h(x) &= x^2 - 3x - 4 \\ y &= 0^2 - 3(0) - 4 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

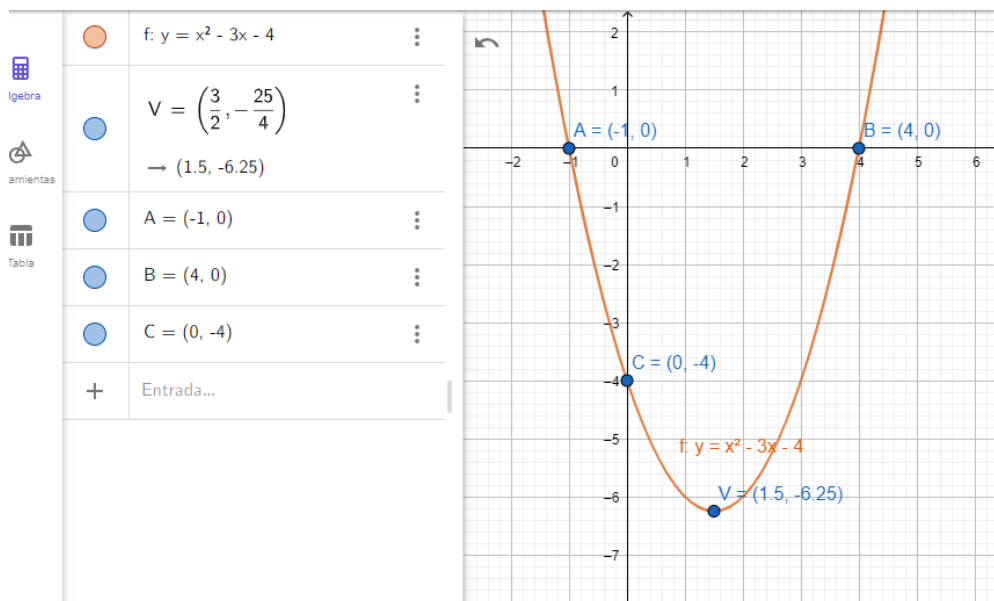
- e) Valor mínimo o máximo de la función:

El valor mínimo de la función viene a ser el vértice de la parábola, es el punto:

$$V = \left(\frac{3}{2}; -\frac{25}{4}\right)$$

f) Representa la gráfica en el plano cartesiano.

≡ GeoGebra Calculadora gráfica



2. Sean los datos obtenidos de una observación representado en una tabla:

x	...	-2	-1	1	2		4	...
y	...		-8	-2	-2	-4		...

- Determine la ecuación de la función.
- Determine el vértice de la parábola.
- Los cortes en el eje "x"
- Los cortes en el eje "y"
- Valor mínimo o máximo de la parábola
- La ecuación de la función.
- Representa la gráfica en el plano cartesiano.

3. Sean los datos obtenidos de una observación representado en una tabla:

x	...	-1	0	50	100			...
y	...		0	12500	0			...

- Determine la ecuación de la función.
- Determine el vértice de la parábola.
- Los cortes en el eje "x"
- Los cortes en el eje "y"
- Valor mínimo o máximo de la parábola
- La ecuación de la función.
- Representa la gráfica en el plano cartesiano.
- Formule un problema de la vida cotidiana con los datos obtenidos.

EVALUACIÓN DE SALIDA SOBRE FUNCIONES

Apellidos y nombres: _____

Grado y sección: _____ N° de orden: _____ Calificativo: _____

PARTE I**ANALIZANDO LA FUNCIÓN LINEAL A PARTIR DE LA SITUACIÓN REAL**

Señor estudiante se ha planteado el siguiente problema matemático de la situación real, responda a las diferentes preguntas después de plantear y resolver marcando la alternativa correcta que vea por conveniente. Puede usar el software de GeoGebra.

Gabriel es un taxista que cobra S/ 10.00 por un servicio dentro del cercado de la ciudad y S/ 2 por cada tramo de 200 metros recorridos fuera del cercado. Responda las siguientes preguntas.

1.- La expresión matemática del problema mencionado está dada por:

- e) $f(x) = 2x + 10$
- f) $f(x) = 200x + 10$
- g) $f(x) = 10x + 200$
- h) $f(x) = 10x + 2$

2.- En la ecuación matemática que has identificado. ¿Qué representa el coeficiente de la variable “x” y como se interpreta en la ecuación?

- d) Representa la pendiente de la recta y es el constante de la variable.
- e) Representa el intercepto en el eje “x” y es el valor del costo fijo.
- f) Representa el intercepto en el eje “y” y es la constante de la variable.

3.- ¿Qué sucede cuando el coeficiente de la variable “x” toma valores negativos en la ecuación matemática del problema?

- e) La función es creciente.
- f) La función es decreciente.
- g) La recta es horizontal
- h) La recta es vertical.

4.- Del problema ¿Qué sucede si varías sólo el término independiente? Realiza varias gráficas para valores positivos y negativos en la ecuación matemática identificada e interpreta la situación.

- d) Las rectas se interceptan en un punto y el costo fijo varia.
- e) Las rectas son paralelas y el costo fijo varia
- f) Las rectas son perpendiculares y el costo variable aumenta.

5.- En el problema mencionado. ¿Qué sucede cuando le cambias el valor del coeficiente de “x” por un valor diferente de cero? Analiza para valores positivos y negativos en la ecuación matemática.

- e) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es creciente y para valor negativo es decreciente por el servicio hay ganancia.
- f) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es decreciente y para valor negativo es creciente por el servicio no hay ganancia.
- g) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es creciente y para valor negativo también es creciente por el servicio hay ganancia.
- h) Las rectas se interceptan en un punto y si es valor positivo es decreciente y para valor negativo también decreciente por el servicio no se gana ni se pierde.

6.- ¿Qué sucede cuando le cambias el valor del coeficiente de la variable en la función matemática por un valor cero, y cómo se llama la nueva función?

- d) Función constante.
- e) Función identidad.
- f) Solo presenta un punto.

7.- Para el mismo problema matemático, si el termino independiente sea cero, es decir: $f(x) = ax + b$, con $b=0$ ¿Cómo es la interpretación correcta?

- d) Se paga cuando solo se encuentra fuera del cercado, 2 soles por cada tramo de 200m.
- e) Se paga cuando el recorrido se realiza dentro del cercado, 2 soles por cada tramo de 200m.

- f) Se paga el servicio cuando se recorre dentro y fuera del cercado, 2 soles por cada tramo de 200m.

PARTE II

ANALIZANDO LA FUNCIÓN CUADRÁTICA A PARTIR DE LA SITUACIÓN REAL

María es una granjera, tiene 3000 m de cerca y un campo muy grande. Pone una cerca formando un área rectangular con dimensiones “x” metros y $(1500 - x)$ metros. Responde las siguientes preguntas.

8.- ¿Cuál es la mejor expresión matemática del área que mejor representa el problema mencionado?
expresión matemática del área

- e) $A=1500x - x^2$.
- f) $A= x^2 - 1500x$.
- g) $A=3000x - x^2$.
- h) $A=1500x + x^2$.

9.- Del problema, ¿Cuál es el valor del vértice de la parábola que representa el problema?

- e) $V= (750;562\ 500)$
- f) $V= (1500;562\ 500)$
- g) $V= (375;750)$
- h) $V= (750;750)$

10.- Del problema. ¿Cuál es el área del terreno más grande que puede ella crear?

- e) 562,500 m²
- f) 2250,000 m²
- g) 3,000 m²
- h) 1500 m²

11.- Del problema. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno que generan mayor área?

- e) $(x; y) = (750;750)$
- f) $(x; y) = (750;1500)$
- g) $(x; y) = (1500;750)$
- h) $(x; y) = (750;562500)$

12.- Del problema. ¿Cuál es el área de la cerca si la dimensión “x” vale 300m?

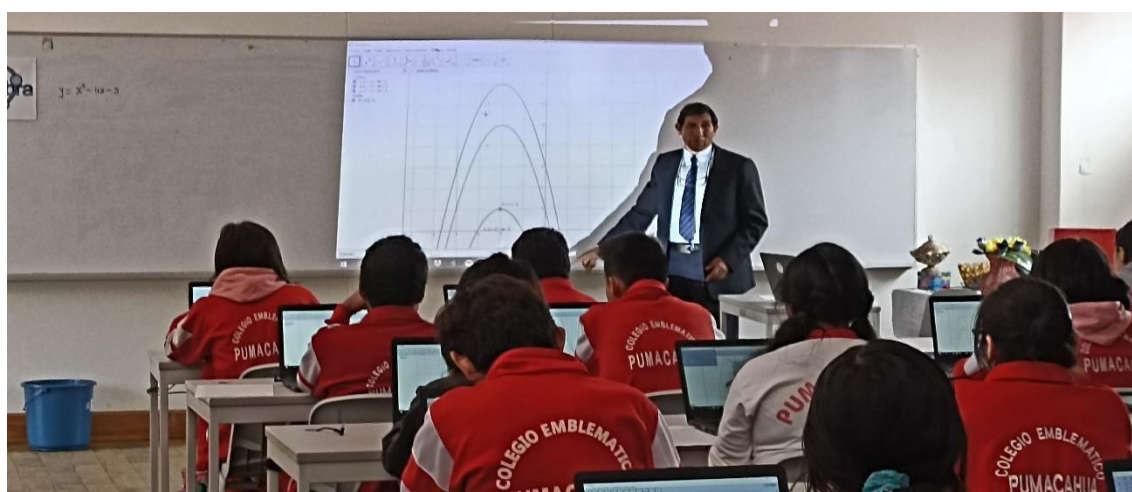
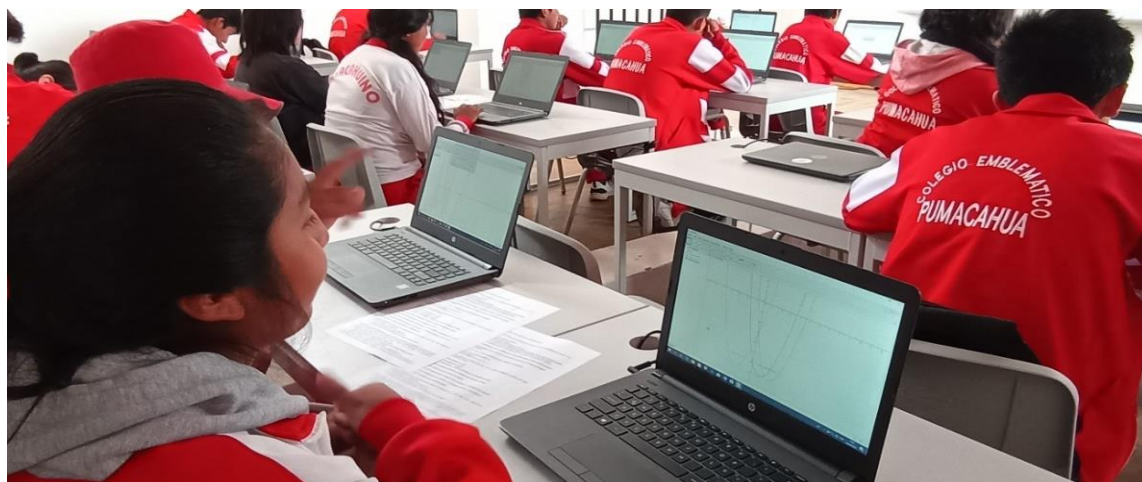
- e) 300 000 m²
- f) 360,000 m²
- g) 240 000 m²
- h) 122,500 m²

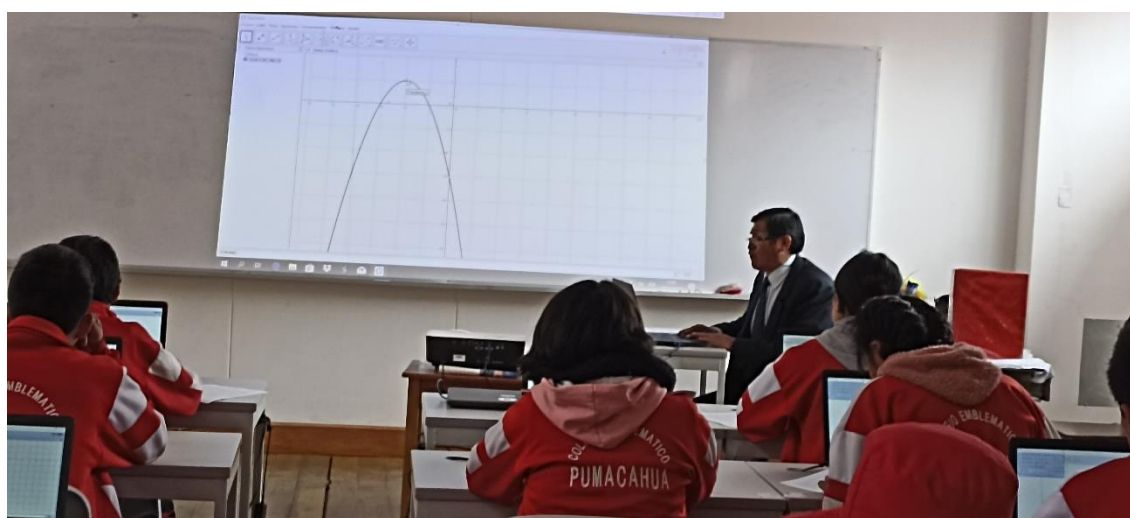
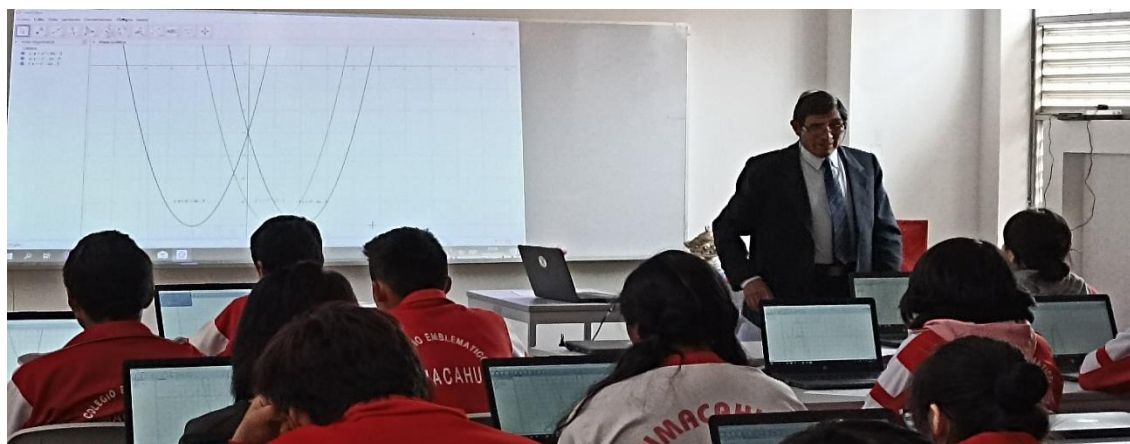
13.- Del problema. ¿Cuál es el valor de la dimensión “x” de la cerca si el área de la cerca vale 440 000m²?

- e) 3600 m
- f) 500 m
- g) 400 m
- h) 350 m

Evidencia Fotográfica







Base de datos estadísticos

DATAS ESTADISTICAS.sav [Conjunto_de_datos] - IBM SPSS Statistics Editor de datos

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
1	Pretest_EstrategiasInnovadoras_Control	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	9	Derecha	Ordinal	Entrada
2	Pretest_EstrategiasInnovadoras_Grupo_Experimental	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	9	Derecha	Ordinal	Entrada
3	Estrategias_Funciones_Reales_GC	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	10	Derecha	Ordinal	Entrada
4	Estrategias_Funciones_Reales_GE	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	14	Derecha	Ordinal	Entrada
5	Estrategias_Patrones_Algebraicos_GC	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	11	Derecha	Ordinal	Entrada
6	Estrategias_Patrones_Algebraicos_GE	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	11	Derecha	Ordinal	Entrada
7	Estrategias_del_software_GeoGebra_online_GC	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	10	Derecha	Ordinal	Entrada
8	Estrategias_del_software_GeoGebra_online_GE	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	10	Derecha	Ordinal	Entrada
9	Postest_EstrategiasInnovadoras_Grupo_Control	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	9	Derecha	Ordinal	Entrada
10	Postest_EstrategiasInnovadoras_Grupo_Experimental	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	10	Derecha	Ordinal	Entrada
11	Pretest	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	10	Derecha	Ordinal	Entrada
12	Postest	Númérico	8	0		{1, En Inicio...	Ninguna	10	Derecha	Ordinal	Entrada
13											
14											
15											
16											
17											
18											
19											
20											
21											
22											
23											
24											
25											

Vista de datos Vista de variables

IBM SPSS Statistics Processor está listo

01:03 p.m. 10/05/2022

30	9	15	11	13	13	15	17	15	8	20	12	14
31	10	16	12	12	14	14	14	14	11	9	13	10
32	11	18	6	15	14	17	14	17	8	20	15	14
33		15		18		16		17		18		

PRUEBA T STU.spv [Documento2] - IBM SPSS Statistics Visor

Archivo Edición Ver Datos Transformar Insertar Formato Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

/CRITERIA=CI (.95) .

Prueba T

[Conjunto_de_datos1] C:\Users\usuario\Documents\TESIS\ESTADITICA JUAN\5 LEVANTAMIENTO\DATAS ESTADISTICAS.sav

	N	Media	Desviación tip.	Error típ. de la media
Estrategias_Funciones_Reales_GC	32	8,47	3,285	,581
Estrategias_Funciones_Reales_GE	33	10,85	3,985	,694

	Valor de prueba = 0					
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
					Inferior	Superior
Estrategias_Funciones_Reales_GC	14,585	31	,000	8,469	7,28	9,65
Estrategias_Funciones_Reales_GE	15,637	32	,000	10,848	9,44	12,26

T-TEST
 /TESTVAL=0
 /MISSING=ANALYSIS
 /VARIABLES=Estrategias_Patrones_Algebraicos_GC Estrategias_Patrones_Algebraicos_GE
 /CRITERIA=CI (.95) .

Prueba T

Activar Windows
 Ir a Configuración de PC para activar Windows.

Pulse dos veces para editar Tabla pivote

IBM SPSS Statistics Processor está listo H: 110 W: 551 pt 12:59 p.m. 10/05/2022

PRUEBA T STU.spv [Documento2] - IBM SPSS Statistics Visor

Archivo Edición Ver Datos Transformar Insertar Formato Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

Estrategias_Funciones_Reales_GC	14,585	31	,000	8,469	7,28	9,65
Estrategias_Funciones_Reales_GE	15,637	32	,000	10,848	9,44	12,26

```

T-TEST
  /TESTVAL=0
  /MISSING=ANALYSIS
  /VARIABLES=Estrategias_Patrones_Algebraicos_GC Estrategias_Patrones_Algebraicos_GE
  /CRITERIA=CI (.95) .
    
```

Prueba T

[Conjunto_de_datos1] C:\Users\usuario\Documents\TESIS\ESTADITICA JUAN\5 LEVANTAMIENTO\DATAS ESTADISTICAS.sav

Estadísticos para una muestra

	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Estrategias_Patrones_Algebraicos_GC	32	9,72	2,643	,467
Estrategias_Patrones_Algebraicos_GE	33	13,64	3,267	,569

Prueba para una muestra

	Valor de prueba = 0					
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
					Inferior	Superior
Estrategias_Patrones_Algebraicos_GC	20,805	31	,000	9,719	8,77	10,67
Estrategias_Patrones_Algebraicos_GE	23,974	32	,000	13,636	12,48	14,79

Activar Windows
Ir a Configuración de PC para activar Windows.

Pulse dos veces para editar Tabla pñunte

IBM SPSS Statistics Processor está listo | H: 110 W: 551 pt | 12:59 p.m. | 10/05/2022

T-TEST
/TESTVAL=0
/MISSING=ANALYSIS
/VARIABLES=Pretest Postest
/CRITERIA=CI (.95) .

Prueba T

[Conjunto_de_datos1] C:\Users\usuario\Documents\TESIS\ESTADISTICA JUAN\5 LEVANTAMIENTO\DATAS ESTADISTICAS.sav

Estadísticos para una muestra

	N	Media	Desviación tip.	Error típ. de la media
Pretest	32	8,38	3,074	,543
Postest	32	11,42	2,118	,374

Prueba para una muestra

	Valor de prueba = 0					
	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
					Inferior	Superior
Pretest	15,410	31	,000	8,375	7,27	9,48
Postest	30,507	31	,000	11,422	10,66	12,19

T-TEST
/TESTVAL=0
/MISSING=ANALYSIS
/VARIABLES=Estrategias_Funciones_Reales_GC Estrategias_Funci

Activar Windows
Ir a Configuración de PC para activar Windows.

IBM SPSS Statistics Processor está listo | H: 110, W: 551 pt | 12:59 p.m. 10/05/2022

Resultados DESCRIPTIVOS.spv [Documento3] - IBM SPSS Statistics Visor

Archivo Edición Ver Datos Transformar Insertar Formato Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

Resultado

- Log
- Análisis de fiabilidad
 - Título
 - Notas
 - Conjunto de da
 - Escala: TODAS
 - Título
 - Resumen
 - Estadístic
- Log
- Frecuencias
 - Título
 - Notas
 - Conjunto de da
 - Estadísticos
 - Tabla de frecue
 - Título
 - Pretest_Es
 - Pretest_Es
- Log
- Frecuencias
 - Título
 - Notas
 - Conjunto de da
 - Estadísticos
 - Tabla de frecue
 - Título
 - Estrategias
 - Estrategias
- Log
- Frecuencias
 - Título
 - Notas
 - Conjunto de da

Estrategias_Patrones_Algebraicos_GC

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	En Inicio (C)	2	6,1	6,3	6,3
	En Inicio (C)	3	9,1	9,4	15,6
	En Inicio (C)	2	6,1	6,3	21,9
	En Inicio (C)	2	6,1	6,3	28,1
	En Inicio (C)	2	6,1	6,3	34,4
	En Inicio (C)	8	24,2	25,0	59,4
	En Proceso (B)	5	15,2	15,6	75,0
	En Proceso (B)	4	12,1	12,5	87,5
	En Proceso (B)	2	6,1	6,3	93,8
	Logro previsto (A)	2	6,1	6,3	100,0
	Total	32	97,0	100,0	
Perdidos	Sistema	1	3,0		
Total		33	100,0		

Estrategias_Patrones_Algebraicos_GE

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	En Inicio (C)	1	3,0	3,0	3,0
	En Inicio (C)	1	3,0	3,0	6,1
	En Inicio (C)	1	3,0	3,0	9,1
	En Inicio (C)	2	6,1	6,1	15,2
	En Inicio (C)	1	3,0	3,0	18,2
	En Proceso (B)	4	12,1	12,1	30,3
	En Proceso (B)	4	12,1	12,1	42,4
	Logro previsto (A)	4	12,1	12,1	54,5

Activar Windows
Ir a Configuración de PC para activar Windows.


IBM SPSS Statistics Processor está listo

01:01 p.m.
10/05/2022

Acceso al Manual de GeoGebra

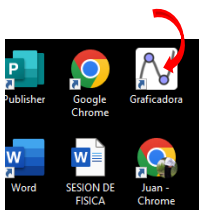
<https://wiki.geogebra.org/es/Manual>

¡Elige tu aplicación GeoGebra favorita!

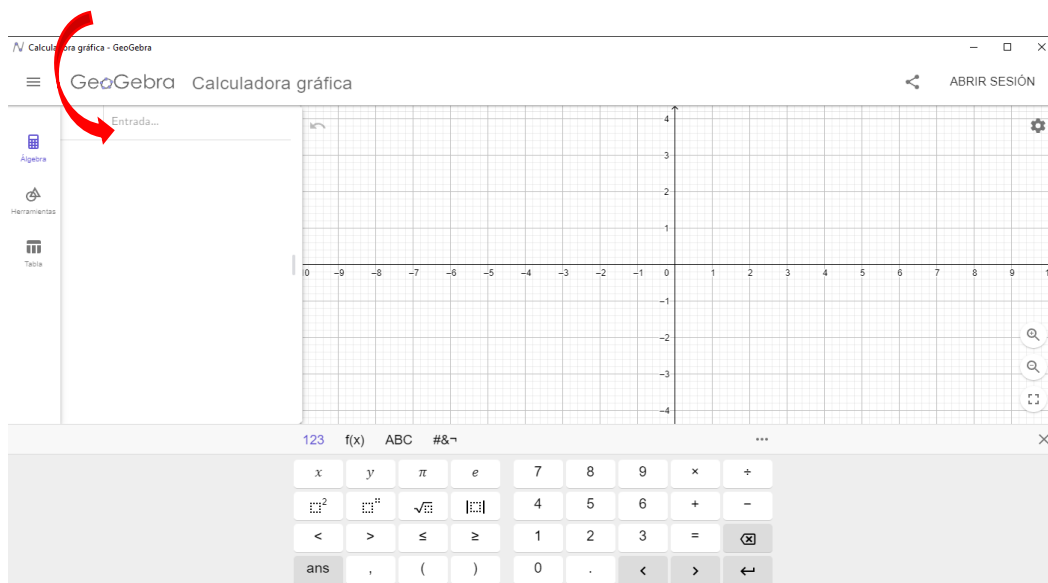
GeoGebra ofrece varias Aplicaciones Matemáticas para enseñar y aprender en todos los niveles educativos. Este manual abarca los comandos y herramientas de nuestra aplicación, clic en  GeoGebra . clic en Iniciar calculadora

Para usar el programa de GeoGebra, se tiene que tener instalado en la computadora o laptop.

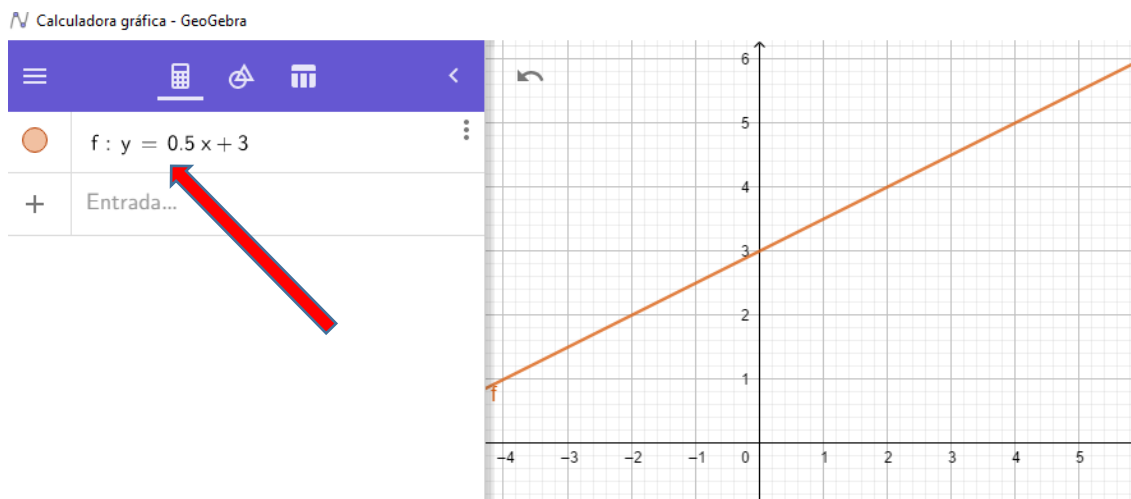
Para empezar, hacemos clic en el icono del programa instalado en la pantalla del computador



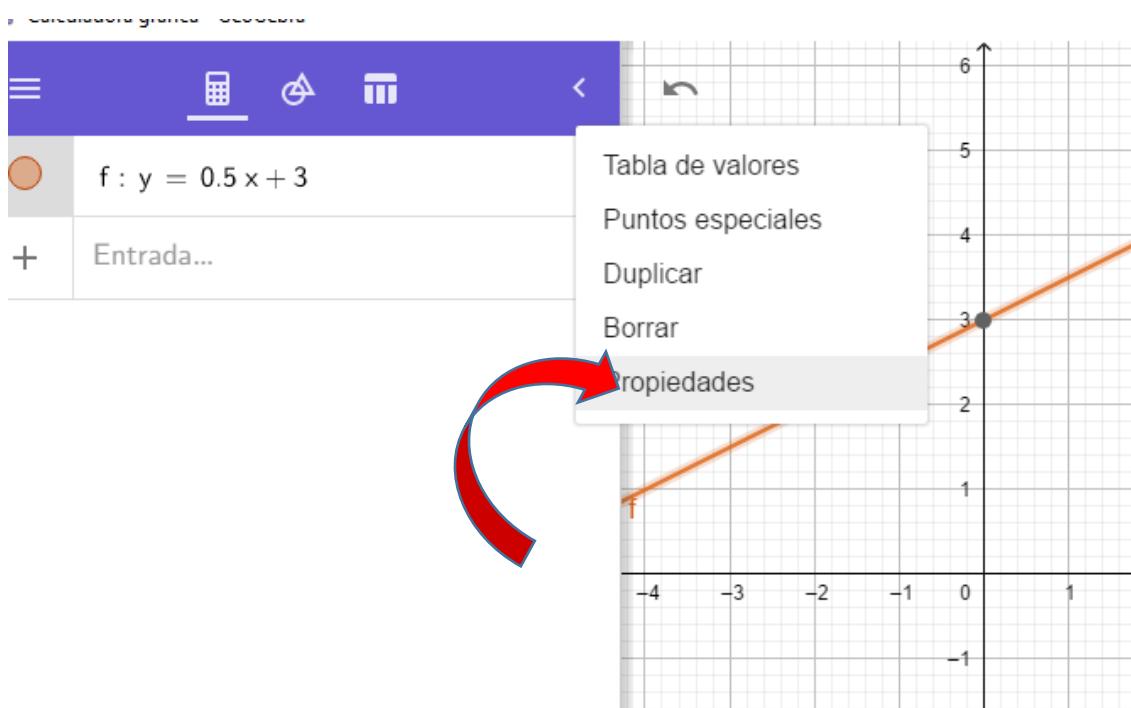
En la pantalla de su computador aparece la siguiente ventana, haz clic en el siguiente casillero:



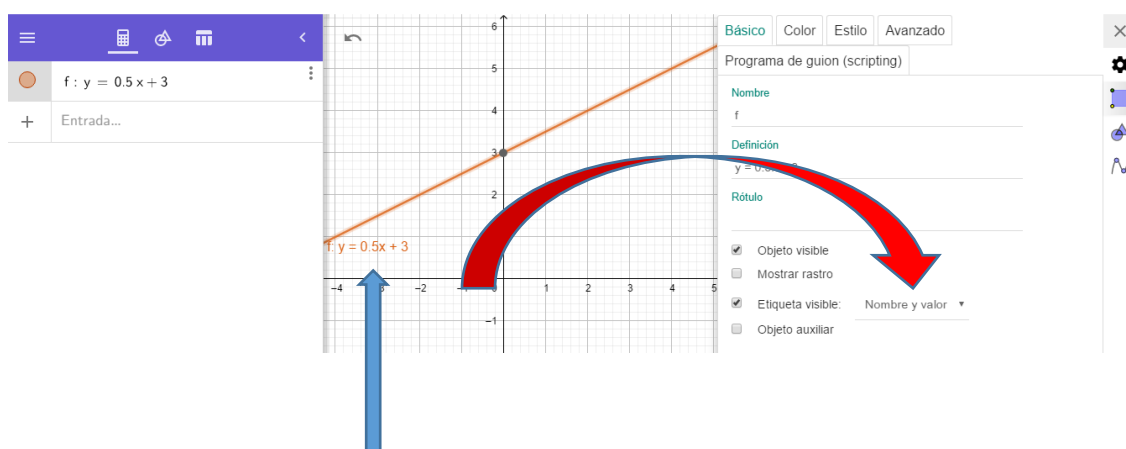
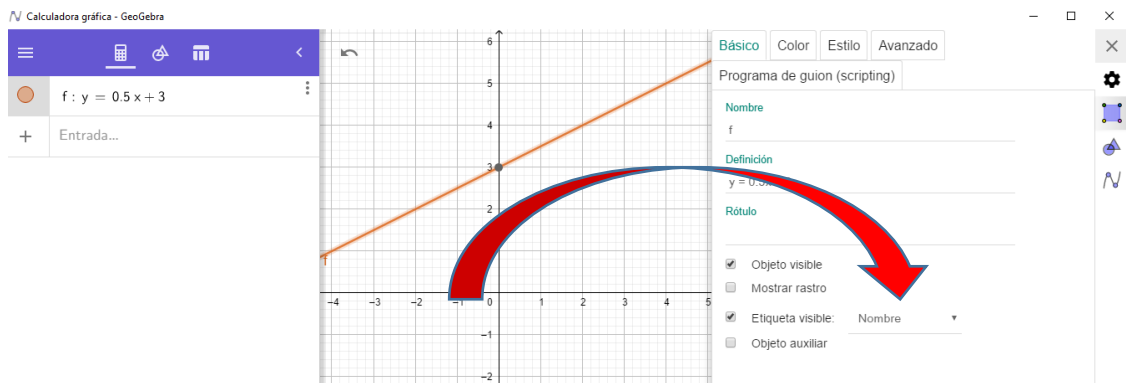
Escribe la ecuación de la función modelada $y=0.5x+ 3$, utilizando las herramientas de GeoGebra.



Hacer clic en tres puntitos luego propiedades.



Ir a “nombre” luego “nombre y valor” para que aparezca la ecuación de la función en la gráfica.



Aparece la ecuación de la función en la gráfica.

Igualmente se realiza para función cuadrática.