

**UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN**

Escuela de Posgrado

Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación



*Una Institución Adventista*

**EFICIENCIA DE LA APLICACIÓN DEL PROGRAMA “TRABAJEMOS  
JUNTOS” PARA EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES  
GEOMÉTRICAS, EN ESTUDIANTES DEL QUINTO  
GRADO DEL NIVEL PRIMARIO DEL  
COLEGIO UNIÓN DE ÑAÑA, 2016**

Tesis presentada para optar el grado académico de magíster en  
Educación con mención en Psicología Educativa

Por

Marcos Enrique Meza Gomez

Lima, Perú

2016

*Eficiencia de la aplicación del programa "Trabajemos Juntos" para el desarrollo de las habilidades geométricas, en estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio Unión de Ñaña, 2016*

## TESIS

Presentada para optar el Grado Académico de Magister en Educación con  
mención en Psicología Educativa

### JURADO DE SUSTENTACIÓN

  
Dr. Erika Inés Acuña Salinas  
Presidenta

  
Dr. Bernardo Raúl Acuña Casas  
Secretario

  
Dr. Enrique Vega Beteta  
Asesor

  
Mg. Ana Fabry Casildo Bedón  
Vocal

  
Mg. Gabriela Requena Cabral  
Vocal

Lima, 28 de octubre de 2016

A Hilda López, mi querida esposa, por su gran apoyo y comprensión.

A Margarita, mi hija, quien es una hermosa bendición para mi vida.

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Creador, por darme la bendición de la vida.

A la Universidad Peruana Unión y a la Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación, por haberme permitido desarrollar mis conocimientos, en un ambiente donde prima la presencia de Dios.

Al Dr. Enrique Vega Beteta, por las valiosas orientaciones, por la valoración y enriquecimiento de este trabajo.

Al Colegio “Unión” de Ñaña, a su personal administrativo y docente, por haberme permitido su apoyo en desarrollo del “programa”, con los estudiantes del quinto grado, quienes participaron en este proyecto.

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
DEDICATORIA	iii
AGRADECIMIENTOS	iv
TABLA DE CONTENIDO	v
ÍNDICE DE TABLAS	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	ix
ÍNDICE DE ANEXOS	x
RESUMEN	xi
ABSTRACT	xii
INTRODUCCIÓN	xiii

### **CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

1. Planteamiento del problema	1
1.1 Descripción de la situación problemática	1
1.2 Planteamiento y formulación del problema	4
2. Finalidad e importancia de la investigación	4
2.1 Propósito	5
2.2 Relevancia social	5
2.3 Relevancia pedagógica	6
3. Objetivos de la investigación	6
3.1 Objetivo general	6
3.2 Objetivos específicos	6
4. Hipótesis de estudio	7

4.1	Hipótesis principal	7
4.2	Hipótesis derivadas	7
5.	Variable de estudio	8
5.1	Variable independiente	8
5.2	Variable dependiente	8
5.3	Operacionalización de variables	9

## **CAPÍTULO II: FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN**

1.	Antecedentes de la investigación	11
2.	Marco teórico	18
3	Marco conceptual	30

## **CAPÍTULO III: MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN**

1.	Tipo de estudio	42
2.	Población y muestra	43
3.	Recolección de datos y procesamiento	44
4.	Instrumentos utilizados	44
5.	Medición de las variables utilizadas	44

## **CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS**

1.	Análisis descriptivo de la población	48
2.	Análisis comparativo mediante la prueba estadística	49

3. Interpretación de resultados	57
<b>DISCUSIÓN</b>	61
<b>CONCLUSIONES</b>	65
<b>RECOMENDACIONES</b>	69
<b>LISTA DE REFERENCIA</b>	71
<b>ANEXOS</b>	78

:

## ÍNDICE DE TABLAS

N°	Titulo	Página
1:	Operacionalización de las variables.	9
2.	Juicio de expertos de la variable adaptación.	45
	Análisis de ítems de la prueba habilidad geométrica	
	Valores Alfa de Cronbach para la prueba de habilidad	
3.	geométrica.	46
4.	Confiabilidad de contenido del instrumento.	47
5.	Resultados de prueba de bondad de ajuste.	49
6.	Comparaciones con la Prueba de Rangos de Wilcoxon: grupo experimental antes y después de la aplicación del Programa “Trabajemos Juntos”.	50
7.	Comparaciones con la Prueba “t” Student: grupo control antes y después de la aplicación del Programa “Trabajemos Juntos”.	51
8.	Comparaciones con la Prueba “t” Student: grupo control y grupo experimental antes de la aplicación del Programa “Trabajemos Juntos”.	52
9.	Comparaciones con la prueba “U” de Mann-Whitney: grupo experimental y control después de aplicar el Programa “Trabajemos Juntos”.	55



## ÍNDICE DE FIGURAS

Nº	Título	Página
1:	Prisma en tres dimensiones.	38
2.	Radio de una circunferencia dentro de un cuadrado que se puede apreciar como un rombo.	39
3.	Comparaciones del grupo experimental antes y después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”.	50
4.	Comparaciones del grupo control antes y después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”.	51
5.	Comparaciones del grupo control y grupo experimental antes de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”.	53
6.	Comparaciones del grupo control y experimental en sus dimensiones después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”.	55
7.	Comparaciones del grupo control y experimental antes y después de aplicar programa “Trabajemos Juntos”.	56

## ÍNDICE DE ANEXOS

N°	Titulo	Página
1.	Cuestionario de Habilidades geométricas.....	78
2.	Confiabilidad y base de datos.....	84
3.	Programa “Trabajemos Juntos”.....	86
4.	Fichas de las sesiones del programa.....	104

## RESUMEN

El objetivo principal de esta tesis fue evaluar la eficiencia de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos” para las habilidades geométricas, en estudiantes del quinto grado de primaria del colegio Unión de Ñaña, 2016.

El diseño de investigación utilizado ha sido cuasi experimental, con la aplicación de una prueba de entrada y una prueba de salida, en grupos intactos. La población estuvo constituida por 60 estudiantes de ambos sexos; el trabajo estadístico fue probabilístico de tipo censal, cuyos participantes fueron distribuidos en dos aulas de 30 estudiantes cada una, de ambos sexos, constituyendo el grupo experimental y el grupo control. A ambos grupos se les aplicó una prueba escrita de habilidades geométricas, la denominada: prueba de entrada, para evaluar su rendimiento académico. Después se desarrolló, con el grupo experimental, el programa “Trabajemos Juntos”. Después de finalizar el programa, se volvió a tomar la prueba denominada: prueba de salida a ambos grupos.

Los resultados muestran que el grupo experimental mejoró eficientemente en sus habilidades geométricas, después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”. Las herramientas estadísticas determinan diferencias significativas ( $p < 0.01$ ) en todas las dimensiones, además se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ).

Palabras claves: Programa “Trabajemos Juntos”, habilidades geométricas.

## **ABSTRACT**

The main objective of this thesis is to evaluate the efficiency of the implementation of the program "Work Together" on geometric skills in students in fifth grade College Ñaña Union – 2016.

As for the research design used for this study it has been the quasi-experimental model, with the respective stages of the pre-test and post-test with intact groups. The population considered in this study consisted of 60 students of both sexes, statistical work considered was probabilistic census type, distributed in 2 groups, two classrooms itself, 30 students both sexes for the experimental group and 30 students both sexes for the control group, both groups were given a written test of geometric skills, the so-called pre-test to assess their academic performance, and then developed with the experimental group "Work Together" program. At the end of the program he retook the post-test to test both groups.

The results show that the experimental group improved efficiently in their geometric skills as a result of the implementation of the program "work together", the results of statistical tools, indicate significant differences ( $p < 0.01$ ) in all dimensions considered shows that these differences are highly significant ( $p < 0.05$ ).

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación tiene el objetivo general de evaluar la eficiencia del programa “Trabajemos Juntos”, para el desarrollo de las habilidades geométricas, en estudiantes de quinto grado de educación primaria del Colegio Unión de Ñaña, 2016.

El estudio de la geometría le permiten al estudiante desarrollar habilidades relacionales, muy importantes para su interacción con su entorno; estas relaciones no corresponden al espacio físico, sino al espacio conceptualizado; por lo tanto, en determinado momento, la validez de las conjeturas sobre las figuras geométricas no se comprobarán empíricamente sino tendrán que apoyarse en razonamientos que obedecen a las reglas de argumentación en matemáticas, en particular, logrando la deducción de nuevas propiedades a partir de las que ya conocen (Brissan, 2000).

La geometría no sólo desarrolla el área cognitiva y el pensamiento espacial, genera una actividad intelectual comprometida con el análisis, la síntesis, la generalización, la particularidad, la abstracción y la concreción, cuyas formas de trabajo y pensamiento matemático logra simultáneamente el desarrollo de habilidades y capacidades mentales generales, así como las cualidades positivas de la personalidad (Aldama, 2012).

Esta investigación está organizada en cuatro capítulos. El Capítulo I: El problema de investigación, comprende el planteamiento del problema,

en el cual se presenta un enfoque de la situación de muchas instituciones educativas, relacionadas con el proceso enseñanza aprendizaje de la geometría. Así mismo se exponen los antecedentes del problema investigado; la justificación del porqué y para qué fue elegido el tema. También se presentan los objetivos de la investigación, la formulación de las hipótesis y su respectiva sustentación, así como de la estructuración de las variables.

En capítulo II, se presenta el fundamento teórico de la investigación, el marco teórico, histórico; además se fundamenta el trabajo de investigación y se adopta una perspectiva teórica y práctica. Se teoriza las variables: los conceptos teóricos del programa, sus bases técnicas, principios y fundamentos, así como los conceptos teóricos de la segunda variable: las habilidades geométricas. Ambos conceptos teóricos serán relacionados para determinar el grado de relación entre las dos variables de estudio.

En el capítulo III se registran: el método de la investigación. En este marco metodológico, se suscribe también el tipo y diseño de estudio, así como la muestra de la investigación, también la validez y confiabilidad de los instrumentos utilizados, debidamente sustentados por un coeficiente estadístico.

Por su parte, el capítulo IV contiene los resultados y sus respectivos análisis, la comprobación de las hipótesis, cuyos datos de la investigación, fueron obtenidos mediante la prueba de entrada y la prueba de salida,

cuyos datos fueron procesados a través del sistema SPSS 20. Finalmente se registraron las conclusiones y las recomendaciones.

# **CAPÍTULO I**

## **EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

### **1. Planteamiento del problema**

#### **1.1. Descripción de la situación problemática**

Frente a las demandas de un mundo dinámico, multicultural, globalizado e innovador, se percibe la necesidad de formar individuos capaces para enfrentar los retos de la sociedad día a día; es decir, formar a hombres y mujeres generando un desarrollo integral, provistos de competencias, conocimientos, actitudes y valores, los cuales les permitan incorporarse eficientemente en el mundo dinámico donde viven. Aunque existe una gran variedad de instituciones educativas interesadas en esta formación, la escuela tiene la mayor responsabilidad de educar y formar personas, además proporcionar al individuo las herramientas necesarias para el logro de su potencial humano. Existe la preocupación, a nivel internacional, sobre este particular, según la opinión de Granillo (2007), Pérez (2008), León (2011), Martínez (2012) y Echevarry (2013).

Es importante reflexionar sobre los argumentos para enseñar geometría. En este sentido, si tiene claro el porqué, el maestro estará en condiciones de tomar las decisiones más acertadas en su enseñanza. Un primer argumento para dictar esta asignatura en la escuela, lo encontramos en nuestro entorno inmediato, es suficiente mirarlo y descubrir que en él se



encuentran muchas relaciones y conceptos geométricos: la geometría modela el espacio que percibimos; es decir, la geometría es la matemática del espacio.

A nivel nacional, las noticias culturales muestran las recientes evaluaciones nacionales e internacionales, reflejan una realidad educativa alarmante, tanto en el área de matemática así como en el área de lectura. La medición de la calidad educativa del MINEDU, en el área de matemática, describe que la evaluación censal, del año 2014 ECE- 2014, muestra que sólo un 25.9% de estudiantes de segundo grado están en el nivel dos: el nivel de logro esperado en números y manejo de operaciones básicas para la resolución de problemas; el 35,3 % se encuentra en el nivel 1; es decir, se encuentran en proceso de lograr los aprendizajes esperados; el 38,7 % está por debajo del nivel promedio, lo cual es un alarmante indicador, pues casi la mitad de los estudiantes peruanos no ha alcanzado el nivel de logro esperado; no responden ni las preguntas más sencillas (MINEDU, 2014).

Las estadísticas de las investigaciones muestran que los resultados finales de las evaluaciones en matemática, no dependen sólo de factores intelectuales, sino están determinados por las perspectivas y experiencias de los alumnos, también de la percepción de estudiantes de matemática. En otras palabras, los resultados matemáticos dependen principalmente de los factores afectivos (Human y otros, 1991).

En la educación matemática, el valor de las reacciones afectivas (actitudes, creencias y emociones) es estudiado ampliamente en la actualidad; las matemáticas tienen una gran importancia para el futuro de

la nación. Las habilidades aritméticas y las técnicas matemáticas constituyen la base para el desarrollo científico y la tecnología moderna, además pueden ser utilizadas de herramienta para la dirección en el comercio y la industria (Ashcraft, 2002).

Lograr este objetivo de la política nacional, en el ámbito de la matemática, representa un gran desafío. Por un lado, debido a los bajos resultados que se tienen; es muy poco lo que se ha podido avanzar; por otro lado, porque se trata de competencias y capacidades reconocidas mundialmente, las cuales son importantes para aprovechar las oportunidades del siglo XXI, para involucrarse en sociedades de economías globales, mediante una acelerada producción de información de diversa complejidad y de significativos avances científicos y tecnológicos. En este contexto, es necesario transitar hacia un mayor acceso, manejo y aplicación de conocimientos, cuya educación matemática se convierte en un valioso motor para desarrollo económico, científico, tecnológico y social. Esto exige revisar, debatir, ampliar y enriquecer los enfoques con los cuales se ha venido trabajando; también modificar la idea de la matemática como algo especializado solamente para estudiantes con mayor disposición de aprendizaje. Se necesita asumirla como algo fundamental para la vida, además tenga sentido y genere motivación para seguir aprendiendo.

El trabajo cooperativo, como estrategia metodológica para el aprendizaje, permite a los educadores darse cuenta de la importancia de la interacción establecida entre el estudiante, los contenidos, los materiales de aprendizaje y las diversas estrategias cognitivas, para orientar dicha

interacción eficazmente. De igual o mayor importancia son las interacciones del estudiante con las personas quienes lo rodean; no puede dejarse de lado el análisis de la influencia educativa que ejerce el docente y los compañeros de clases (Serrano, Gonzales y Martínez, 1997).

Cuando se participa en grupos de trabajo, de estudio, de carácter social, de otra naturaleza, se observa que hay personas, quienes se distinguen por las ideas que aportan y por las acciones que realizan, para beneficio de la labor del grupo. También se observa que hay personas quienes hacen lo posible, para obstaculizar el trabajo encontrándole a toda actividad dificultad y defectos.

Para la actividad cooperativa son muy importantes las actitudes y las cualidades favorables del carácter y de la personalidad, el buen éxito de la acción cooperativa se apoya sobre las manifestaciones positivas, las cuales permiten alcanzar, en la mejor forma posible, los objetivos propuestos. Las instituciones escolares no son ajenas a dicha realidad educativa; por lo tanto, este trabajo pretende comprobar la eficiencia del programa “Trabajemos Juntos”, para el desarrollo de las habilidades geométricas en los estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio Unión de Ñaña, 2016.

## **1.2. Planteamiento y formulación del problema**

¿La aplicación del programa “Trabajemos Juntos” es eficiente, para el desarrollo de las habilidades geométricas en estudiantes del quinto grado del nivel primario del colegio “Unión” de Ñaña, 2016?

## **2. Finalidad e importancia de la investigación**

Esta investigación y sus resultados serán importantes en la medida de que la información obtenida permitirá tener un referencial empírica muy valiosa, con el propósito de incrementar las investigaciones sobre el desarrollo, la mejora y la productividad de las habilidades geométricas, en los estudiantes de primaria y niveles superiores de las instituciones educativas públicas y privadas a través de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”.

### **2.1. Propósito**

Los propósitos relevantes de los resultados de esta investigación, son:

Reajustar la planificación y programación del tratamiento pedagógico, al momento de elegir las estrategias metodológicas de la enseñanza, así como las estrategias de aprendizaje, relacionadas con la selección de materiales educativos, así como el mejoramiento del sistema de evaluación en sus diversas formas.

Disponer la información científicamente comprobada para diseñar e implementar actividades de estimulación, relacionadas con las habilidades geométricas en el programa “Trabajemos Juntos” aplicado a los estudiantes del quinto grado del nivel primario del colegio Unión de Ñaña, 2016.

### **2.2. Relevancia social**

Sobre la relevancia social, esta investigación, con sus resultados obtenidos, contribuirá para mejorar la visión panorámica del quehacer pedagógico actual, en la sociedad peruana encontrada en continuo dinamismo de crecimiento; permitirá a los estudiantes del quinto grado de

primaria del Colegio “Unión” de Ñaña, tener un mejor enfoque de sus potencialidades y así poder actuar, en sintonía de los requerimientos de desarrollo necesarios para ser parte de la transformación de la sociedad.

### **2.3. Relevancia pedagógica**

La necesidad de transformar los objetivos y las estrategias de las instituciones de educación básica tradicionales, para asegurar una educación inclusiva y de calidad, en la cual todos los estudiantes: niñas, niños y adolescentes maximicen sus potencialidades de personas y de profesionales, quienes aportan para el desarrollo socio, económico, político y cultural del país.

## **3. Objetivos de la investigación**

### **3.1. Objetivo general**

Determinar la eficiencia de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos” para el desarrollo de las habilidades geométricas, en estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.

### **3.2. Objetivos específicos**

1. Comparar las habilidades geométricas en el grupo experimental antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.
2. Comparar las habilidades geométricas en el grupo control antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.
3. Comparar las habilidades geométricas en el grupo control y grupo experimental antes de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en

estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.

4. Comparar las habilidades geométricas en el grupo control y grupo experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en estudiantes de quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.

#### **4. Hipótesis de estudio**

##### **4.1. Hipótesis principal**

La aplicación del programa “Trabajemos Juntos” es eficiente para el desarrollo de las habilidades geométricas, en estudiantes del quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.

##### **4.2. Hipótesis derivadas**

1. Existe diferencia significativa en las habilidades geométricas en el grupo experimental antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en estudiantes de quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.
2. Existe diferencia significativa en las habilidades geométricas del grupo control antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en los estudiantes de quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.
3. Existe diferencia significativa en las habilidades geométricas en el grupo control y grupo experimental antes de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en los estudiantes de quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña – 2016.

4. Existe diferencia significativa en habilidades geométricas en el grupo control y grupo experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”, en los estudiantes de quinto grado del nivel primario del Colegio “Unión” de Ñaña, 2016.

## **5. Variables de estudio**

### **5.1. Variable independiente**

Programa “Trabajemos Juntos”

#### **a. Definición conceptual**

Es el grupo de estudiantes que se encuentran reunidos en un aula convencional con un profesor que mantiene un comportamiento usual. Una forma de interacción en equipos donde la interdependencia entre los fines personales y de equipo puede equilibrarse de tal forma que el logro de un objetivo personal es posible en conjunto (Suárez, 2010).

#### **b. Definición operacional**

Arias (2006) lo define como “el proceso mediante el cual se transforma la variable de conceptos abstractos a términos concretos, observables y medibles, es decir, dimensiones e indicadores”. Dentro de la investigación es el puntaje obtenido en el cuestionario, que mide las habilidades geométricas.

### **5.2. Variable dependiente**

Habilidades geométricas

#### **a. Definición conceptual**

“Es la capacidad de distinguir las características esenciales de una configuración particular que aparece dibujada en concreto o mentalmente, a partir de las características accidentales o irrelevantes” (Bressan, 2000).

### **b. Definición operacional**

Se refiere a la forma como va a ser medida dicha variable (Kerlinger y Lee, 2008). Es la puntuación obtenida por el estudiante en la prueba escrita de habilidades geométricas y la aplicación de las sesiones del programa “trabajemos juntos”.

### **5.3. Operacionalización de variables**

La operacionalización de variables “es el proceso de transformación de una variable en otras que sean susceptibles de medir” (Tamayo, 2001). La operacionalización de variables es el proceso de la definición conceptual y operacional de las variables de la hipótesis, pasando de un nivel abstracto a un nivel concreto y específico, para observarla, medirla o manipularla, con el propósito de contrastar la hipótesis.

En la Tabla 1 se presenta la operacionalización de las variables del programa “Trabajemos Juntos” y las habilidades geométricas.

**Tabla 1: Operacionalización de las variables**

Variable	Dimensiones	Instrumento	Ítems	Alternativas	Escala de medición
Programa “Trabajemos Juntos”	Se aplica	-----	8 sesiones	-----	nominal
	No se aplica				



	• Habilidad visual geométrica		1,2,3,4,5,		
	• Habilidad verbal geométrica		6,7,8		
Habilidades geométricas	• Habilidad para dibujar geométricamente	Cuestionario de habilidades	9,10,11,12	Correcto =1 Incorrecto=0	intervalo
	• Habilidad lógica geométrica	Geométricas	14, 15, 16		
	• habilidad para modelar geométricamente.		17,18,19,20		

---

## CAPÍTULO II

### FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1. Antecedentes de la investigación

##### 1.1. Internacionales

Granillo (2007) en su estudio: *Habilidades para comprender y resolver problemas de suma y resta mediante estrategias de métodos lógicos*, trabajó con una muestra de 20 alumnos de segundo de primaria, cuyo objetivo principal fue desarrollar en los alumnos habilidades para comprender y resolver problemas de suma y resta mediante estrategias de métodos lógicos. Su investigación fue de tipo cuasi experimental. Sus resultados revelan mejoría y un avance del 90% en los estudiantes, porque los niños a quienes no le gustaban las matemáticas ahora se divierten haciendo ejercicios. En conclusión, las matemáticas son esenciales para la vida del niño, las estrategias didácticas que se aplicaron están diseñadas para que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico-matemático, facilitando el aprendizaje de suma y resta, encausando situaciones en las cuales el niño se encuentra inmerso durante su vida cotidiana. Se logró un avance del 90% en el desarrollo del progreso, desarrollándose habilidades para resolver situaciones problemáticas.

Pérez (2008) realiza su investigación: *Aplicación del razonamiento lógico-matemático mediante juegos didácticos recreativos que permitan la comprensión y resolución de ejercicios y problemas matemáticos en los niños de sexto y séptimo año de educación básica mixta*. Trabajó con una muestra de 132 alumnos de quinto y sexto grado, su objetivo general fue desarrollar la aplicación del razonamiento lógico-matemático mediante juegos didácticos recreativos que permitan la comprensión y resolución de ejercicios y problemas matemáticos en los niños de Sexto y Séptimo Año de Educación Básica, de la escuela fiscal mixta "Amemos al Niño" del sector 10 de Agosto, parroquia Eloy Alfaro, cantón Manta, en el año lectivo 2007-2008. La investigación es de enfoque cuantitativo causal explicativo, tomó un cuestionario estructurado, se utilizaron imágenes didácticas, comprende una serie de doce (12) ítems relacionados con preguntas sobre los juegos didácticos y sobre el razonamiento lógico matemático. Los resultados revelan que el 18% de niños de Sexto Año sí los conocen, mientras el 82% manifiesta que no lo conocen. En cambio, en el Séptimo Año, el 8% dice que sí lo conocen; el 92% manifiesta no conocer los juegos didácticos. En la relación entre los dos grupos de niños se observa que hay una mínima diferencia, entre los que sí lo conocen y los que no lo conocen, como resultado de la no aplicación por parte de los docentes. Asimismo en el Sexto Año, el 6% refiere que mucho; el 39% que poco y el 55% manifiesta que nada, lo cual marca la pauta de que no se están aplicando juegos didácticos en clase. Esto demuestra que dentro de dicha institución se

comprueba que no se utilizan métodos didácticos en la enseñanza de las matemáticas.

Murillo y Marcos (2009) comparten el estudio: *Modelo para potenciar y analizar las competencias geométricas y comunicativas en un entorno interactivo de aprendizaje*. Realizaron el estudio de tipo descriptivo sobre un modelo para potenciar y analizar las competencias geométricas y comunicativas en un entorno interactivo de aprendizaje. En una muestra de 45 alumnos de primaria, aplicaron un cuestionario construido por los investigadores. Concluyen que las actividades diseñadas, por su estructura y especificad, han resultado adecuadas al medio utilizado, a los contenidos y a los objetivos propuestos para los alumnos; además permiten atender a la diversidad en el aula. En particular, el sistema de ayudas progresivas y diversificaciones han constituido una herramienta potente, para dar una respuesta estratégica al problema de la atención a la diversidad, posibilitando que cada estudiante desarrolle al máximo sus potencialidades. Asimismo se ha diseñado y utilizado un instrumento para evaluar los aprendizajes en geometría cuando se trabaja en el entorno interactivo implementado; y los estudiantes desarrollan trabajo cooperativo, de resolución, que aporta una información muy relevante para el estudio del proceso de aprendizaje de la geometría, estableciendo qué tipo de actividad ha resultado para cada enunciado en cada caso, y evaluar la evolución de cada estudiante a lo largo del proceso.

Por su parte, León (2011) materializa el estudio: *Estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la*

*educación primaria*. Es una investigación cuasi-experimental sobre la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la educación primaria, en Cuba. La investigación se desarrolló con un enfoque dialéctico materialista, con el uso de métodos cualitativos y cuantitativos. Se aplicaron diferentes instrumentos para la evaluación de la viabilidad de los fundamentos teóricos propuestos y de la estrategia didáctica, a partir del método Delphi y un cuasi experimento de series cronológicas, en una de las escuelas primarias (Juan Suárez), los resultados manifestaron una influencia significativa sobre el desarrollo de las habilidades geométricas de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

Martínez (2012) realizó el estudio: *Los juegos cooperativos y su relación con el desarrollo de habilidades sociales en la educación inicial y primaria*. Es una investigación descriptiva de tipo cualitativa-documental sobre los juegos cooperativos y su relación con el desarrollo de habilidades en la educación inicial Interamericana. Los resultados permiten observar que no se ha hallado una verdadera articulación entre los juegos cooperativos y la promoción de habilidades sociales, porque los docentes no poseen conocimientos suficientes sobre este tipo de juegos y en relación con el trabajo para la adquisición de habilidades sociales; se han encontrado controversias. Su contenido intenta ser un aporte para el nivel inicial y primario, contribuyendo a la construcción del conocimiento, otorgando a los docentes la posibilidad de conocer, ampliar y enriquecer

sus conocimientos sobre el tema a tratar; asimismo, permite reflexionar acerca de la labor diaria.

Echevarry (2013) realizó su investigación con el objetivo principal de determinar la influencia del uso de tecnologías; en este caso, la utilización de cabri geometry II, en el proceso de aprendizaje de conceptos básicos de geometría en estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Liceo Isabel la Católica de la ciudad de Manizales. El trabajo consistió en la realización de una prueba diagnóstica, con la cual se buscó determinar las fortalezas y debilidades respecto al manejo de conceptos de geometría por parte de los estudiantes, tanto en un grupo control así como uno experimental. Posteriormente, la implementación del programa cabri geometry II, por medio de talleres en el grupo experimental y finalmente una prueba última para determinar el progreso en el manejo de conceptos de geometría por parte de los estudiantes. Respecto a la prueba diagnóstica o pre-test para el grupo experimental se obtuvo un puntaje medio de 12,75 sobre un total posible de 37 puntos, respondiendo de forma correcta, en promedio, un 34,5% de la prueba. Para el grupo control, los resultados de este test fueron inferiores, con un valor medio de 10,63 y llegando a un 28,7% de rendimiento. A la luz de estos resultados es posible concluir que aunque en grados inferiores los estudiantes ya se habían tratado las temáticas relacionadas con el pre-test, el conocimiento y manejo de conceptos no es adecuado, porque sufrió un aumento en el valor medio de los puntajes, llegando a ser 21,07 sobre los mismos 37 puntos; es decir, alcanzando un rendimiento de 56,90%. Por su parte, el grupo control

aumentó su valor medio a 16,43 puntos sobre 37; es decir, un 44,40% de rendimiento. Al respecto cabe subrayar que aunque hubo un desarrollo de habilidades de los estudiantes, los resultados de la prueba final aún se encuentran muy por debajo de un rendimiento óptimo y esto puede ser debido a diferentes causas.

## **1.2 Nacionales**

Calderón y Velásquez (2004) realizan su investigación, en una muestra conformada por 34 alumnos de segundo grado de primaria. El objetivo de la investigación fue determinar los efectos del programa recuperativo “Podemos Resolverlo”, para la resolución de problemas matemáticos de enunciado verbal, en los estudiantes del segundo grado de primaria con nivel medio y bajo en comprensión lectora. Su diseño es cuasi experimental, realizado con dos grupos, a los cuales se les aplicó una prueba de entrada que consistía en la prueba de problemas matemáticos previa a la aplicación del programa recuperativo “Podemos Resolverlo”, luego de aplicar el programa, se volvió a utilizar dicha prueba. El tipo de investigación es tecnológica, cuya población fue conformada por todos los estudiantes del segundo grado turno tarde del Centro Educativo “José Olaya Balandra” del distrito de Chorrillos pertenecientes a la USE 7. Se llegó a la conclusión de que el nivel de los estudiantes en resolución de problemas matemáticos es bajo; además, existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron del programa recuperativo “Podemos Resolverlo” y los que continuaron sus clases tradicionales, observándose que los estudiantes del grupo

experimental mejoraron notablemente en los niveles iniciales, alcanzando niveles medio y alto, mientras el grupo control mantuvo desempeños equivalentes.

Depaz y Fernández (2011) realizan su estudio en 40 estudiantes de 3er grado de un colegio privado y 40 estudiantes de un colegio estatal del mismo distrito. Su objetivo fue diseñar y validar un instrumento confiable, para detectar habilidades a nivel de estrategias, para resolver problemas matemáticos de sustracción, en estudiantes de 3er grado de primaria de un colegio privado y un colegio público. También se utilizó un test denominado "PROMAT", creado por las investigadoras, fue sometido a la evaluación del área de matemática. Esta prueba puede ser aplicada de forma individual o colectiva. Se trata de un estudio cuantitativo, con diseño cuasi-experimental. Encontró las principales diferencias que presentan los niños de tercer grado de primaria de un colegio particular y de un colegio estatal, en la resolución de problemas matemáticos de sustracción. Los estudiantes del colegio privado lograron un mayor rendimiento en la resolución de problemas matemáticos de sustracción en relación con los estudiantes del colegio estatal anterior. En cuanto a la habilidad de comprensión, se observó que el colegio privado obtuvo una diferencia más significativa en el rendimiento del colegio estatal. Respecto a la habilidad de resolución, se observó una diferencia más significativa, siendo el rendimiento del colegio privado mucho mayor respecto al del colegio estatal.



## **2. Marco teórico**

### **2.1. Programa “Trabajemos Juntos”. Descripción del programa**

Es un conjunto de procesos pedagógicos sistematizados que permite mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje, además dar soluciones a problemas o situaciones académicas inesperadas de diversa índole; en este caso, el programa “Trabajemos Juntos”, mediante su aplicación, permitirá mejorar el trabajo cooperativo de los estudiantes del quinto grado de primaria del colegio Unión de Ñaña.

#### **Definiciones de trabajemos juntos**

Según la real academia de la lengua española, cooperar es obrar conjuntamente, con uno u otros. Es la interacción entre compañeros para un mismo fin.

Según Velásquez (citado por Ruiz, 2009), “el aprendizaje cooperativo es una metodología educativa que se basa en el trabajo en pequeños grupos, generalmente heterogéneos, en los que los estudiantes trabajan juntos para mejorar su propio aprendizaje y el de los demás”.

Es la interacción entre compañeros en un espacio de armonía, sin competencias. También puede ser el auxilio cooperativo, se encaminan a aprender todos y no a fracasar juntos (Suarez, 2010).

En la investigación, “Trabajemos Juntos”, es el grupo de estudiantes que se encuentran reunidos en un aula convencional con un profesor que mantiene un comportamiento usual. Una forma de interacción en equipos con la interdependencia, en la búsqueda de fines personales y de equipo,

con equilibrio, cuyo logro de un objetivo personal sea también del conjunto (Suárez, 2010).

## **2.2. Plan de aplicación del programa**

El programa basado en el uso del aprendizaje cooperativo, no es sólo un método o técnica de enseñanza y aprendizaje; es una concepción diferente de este proceso. La meta que se propone, con este programa, es conseguir que los estudiantes aprendan, sintiéndose comprometidos con el aprendizaje de sus compañeros. Para efectivizar el programa en la práctica, es necesario que los estudiantes trabajen en grupos direccionados por la maestra o el guía, dentro de un ambiente adecuado de estudio, para que ellos se valoren, se desarrollen y practiquen competencias sociales, cognitivas, de comunicación o relación interpersonal, y de actuación o inserción social.

## **2.3. Objetivos**

- Comprender los temas de las clases de trabajos prácticos.
- Ayudar a sus compañeros de grupo a comprender los temas.
- Desarrollar habilidades de comunicación con sus compañeros.
- Resolver eficazmente los conflictos que puedan surgir en la interacción en el aula.
- Desarrollar habilidades de cooperación para el aprendizaje de sus compañeros.

## **2.4. Programación**

El programa “Trabajemos juntos” es un recurso didáctico, contiene ocho sesiones de aprendizaje, se ha elaborado actividades de aprendizaje

significativo con sus respectivos objetivos. En la primera parte del plan de aplicación del programa, se aplicó el pre-test, para diagnosticar en qué nivel de aprendizaje se encontraban los estudiantes del grupo experimental, y partiendo de ello, se empezó a trabajar, desarrollando cada una de las sesiones del programa. Finalizando se aplicó el post test.

El programa consta de cuatro partes:

Etapa 1. Formación y preparación para el trabajo cooperativo. En esta etapa, el motor fue relevar toda la información necesaria, para reconocer los alcances y potencialidades del método cooperativo para el mejor trabajo en el aula de matemática. Fue preciso en esta fase describir las características peculiares del aprendizaje cooperativo, sus supuestos teóricos, exigencias y limitaciones.

Centraremos el interés en tres capacidades: comunicación, resolución de conflictos y solidaridad para el aprendizaje mutuo. Estas categorías de análisis se delimitaron dentro de las observaciones en el desarrollo de las sesiones.

Etapa 2: Adecuación de la estrategia al contexto. En esta etapa se planificaron y diseñaron las diversas experiencias lúdicas, en base a la selección de los temas para ser abordados mediante la estrategia cooperativa. Geometría es un organizador del área de matemática en el nivel primario, con una carga académica de 40 horas bimestrales, con los siguientes contenidos básicos:

- Sólidos.
- Elementos de los sólidos.
- Tangram.

- Conteo de triángulos y cubos.
- Simbología.
- Ángulos.
- Cuadrados.
- Rayo.
- Segmento.
- Recta.
- Rectas perpendiculares y rectas paralelas.
- Series gráficas.
- Valor del área del cuadrado y del rectángulo. Problemas.
- Construcción de un triángulo con un círculo.
- Uso del transportador.
- Uso de los palitos de fósforo.
- El origami.

Etapa 3: Implementación de la estrategia cooperativa. Esta fase implicó la puesta a prueba de la experiencia de trabajo cooperativo en el aula, utilizando los preceptos de la investigación-acción comprometidos con el equipo en las tareas de trabajo en el aula. Se desarrollaron para esta etapa toda una secuencia de acciones cuidadosamente planificadas.

Etapa 4: Valoración comparativa, contraste de la hipótesis planteada y la formulación de nuevas. Esta etapa correspondió a la síntesis y valoración de las tareas realizadas, se verificó los efectos que las clases de aprendizaje cooperativo produjeron en el rendimiento académico y las habilidades sociales de los estudiantes participantes. Se utilizó las categorías previamente definidas y los criterios de validación planificados.

Centramos la atención en las capacidades intelectuales y sociales alcanzadas, verificando el logro de los objetivos.

A continuación se describen las sesiones:

1° sesión: Título: “Cuerpos geométricos”

2° sesión: Título: “Conteo de figuras”

3° sesión: Título: “Clasificación de los ángulos”

4° sesión: Título: “Identifica figuras que no guardan relación”

5° sesión: Título: “Manejo de imágenes”

6° sesión: Título: “Construyendo y conociendo el triángulo regular (equilátero) mediante el doblado de papel”

7° sesión: Título: “Valor del área de cuadriláteros”

8° sesión: Título: “El origami en la educación matemática”

## **2.5. Recursos humanos**

Directivos, personal docente y estudiantes de la institución educativa.

## **2.6. Evaluación del plan**

Evaluación de inicio. Se evaluó con la prueba de entrada (el pre test), para determinar el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes sobre geometría, en su nivel.

Evaluación de salida. Al final del programa, a través de la prueba de salida (post test), para conocer los resultados referentes al nivel de captación de los conocimientos nuevos o reforzados relacionados con el rendimiento en geometría.

## **2.7. Fundamento del programa “Trabajemos Juntos”**

Serrano, Tejero y Herrero (1997) opinan que desde una perspectiva paramétrica estamos ante una relación de tutoría entre iguales, cuando el parámetro “igualdad” presenta una valoración muy baja, mientras el parámetro “mutualidad” presenta una gran variabilidad, con valoraciones que pueden alcanzar toda la escala, dependiendo de la competencia del estudiante tutor y de la receptividad del estudiante tutorado.

En este sentido, “El proceso interactivo estudiante/estudiante podría ser considerado como un importante avance que se han producido en estas dos últimas décadas en materia de enseñanza” (Serrano, Tejero y Herrero, 1997).

A mediados de los años sesenta, los hermanos Johnson empezaron a formar docentes en el uso del aprendizaje cooperativo en la Universidad de Minnesota. El trabajo cooperativo, como sostienen Johnson y Johnson (1999) y Pujolás (2002) tiene una larga data.

Johnson & Johnson (1999) indicaron que la más influyente teorización sobre el aprendizaje cooperativo se centró en la interdependencia social. Esta teoría postula que la forma como ésta se estructura, determina la manera como los individuos interactúan, lo cual, a su vez, determina los resultados. La interdependencia positiva (cooperación) da como resultado la interacción promotora, en la que las personas estimulan y facilitan los esfuerzos del otro por aprender. La interdependencia negativa (competencia) suele generar la interacción de oposición, en las que las personas desalientan y obstruyen los esfuerzos del otro. La interacción promotora lleva a un aumento de los esfuerzos para

el logro, relaciones interpersonales positivas y salud psicológica. La interacción de oposición y la no interacción llevan a una disminución de los esfuerzos para alcanzar el logro, relaciones interpersonales negativas y desajustes psicológicos.

Según Johnson y Johnson (1999), “el aprendizaje cooperativo aumenta la seguridad en sí mismo, incentiva el desarrollo del pensamiento crítico, fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, a la vez que disminuye los sentimientos de aislamiento”.

En la actualidad parece claramente demostrado que las relaciones que establecen los estudiantes entre sí en una situación de enseñanza - aprendizaje vienen determinadas, en una gran medida por las características que adoptan los distintos métodos, instrucciones.

Según Zañartu (2003), el aprendizaje cooperativo está centrado básicamente en el diálogo, la negociación, en la palabra, en el aprender por explicación. Comparte el punto de vista de Vygotsky, sobre el hecho de que aprender es por naturaleza un fenómeno social, en el cual la adquisición del nuevo conocimiento es el resultado de la interacción de las personas quienes participan en el diálogo. El aprender es un proceso dialéctico y dialógico en el que un individuo contrasta su punto de vista personal con el de otro, hasta llegar a un acuerdo. Este diálogo no está ajeno a la reflexión íntima y personal con uno mismo.

“Ya Commenius en el siglo XVI, creía firmemente en esta estrategia y en el siglo XVIII, Lancaster y Bell, utilizaron los grupos de aprendizaje

colaborativo que más tarde exportaron a Estados Unidos” (Mardoqueo, 2014).

Según el MINEDU (2011), los fundamentos teóricos del aprendizaje cooperativo tienen sus inicios en las aulas de clase, por lo que ésta es una práctica pedagógica fundamentada. Sus orígenes están sustentados en tres perspectivas teóricas generales:

### **Teoría de la interdependencia social**

Supone que su estructura determina como se relacionan los individuos, los principales promotores de esta teoría son:

Según Kafka (1900), los grupos como unidades dinámicas en los que varía la interdependencia entre los integrantes.

Para Lewin (1920-1940), la esencia de un grupo es la interdependencia que existe entre sus miembros, creada ésta por metas comunes, lo que a su vez, les convierte en una unidad dinámica.

### **La teoría cognitiva del desarrollo**

Se basa fundamentalmente en los trabajos de Piaget, Vigostsky y algunos teóricos afines; Kohlberg y Murray (citados por Pozo, 2006) dicen que cuando los individuos cooperan en el entorno, surge un conflicto socio cognitivo que crea un desequilibrio, lo cual a su vez estimula la habilidad de observar diferentes perspectivas. Paralelamente Vygotsky (citado por Pozo, 2006) concibe que el conocimiento es social y que se construye a partir de esfuerzos cooperativos para aprender, comprender y solucionar problemas. Los teóricos de controversia, son llamados los hermanos mencionados anteriormente Johnson & Johnson, postulan que cuando el



individuo se ve enfrentado por argumentos opuestos se crea un conflicto conceptual, que a su vez promueve una reconceptualización y una búsqueda de información que tiene como resultado una conclusión más profunda y reflexiva.

### **La teoría del aprendizaje por el comportamiento**

Se concentra en el impacto de refuerzos de grupos y retribución por el aprendizaje. Esta teoría social presupone que los esfuerzos cooperativos surgen de la motivación intrínseca para obtener reconocimiento en grupo y lograr metas comunes. De las investigaciones podemos concluir que la cooperación comparada con la competencia y el esfuerzo individual, tiene como resultados:

Todos los estudiantes alcanzan mejores y más altos resultados. “Las relaciones entre los estudiantes son más positivas, se conocen más, confían en los otros, se comprometen y cuidan sus relaciones, hay apoyo académico y social, se valora la diversidad y se da cohesión entre el grupo” (MINEDU, 2007, pp.8-10).

### **Aprendizaje cooperativo**

Es el uso didáctico de grupos reducidos en los cuales los estudiantes trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los otros (Busquiel, 2008). Cooperar consiste en trabajar juntos para conseguir unos objetivos comunes. En una situación cooperativa, los individuos procuran obtener los resultados que sean beneficiosos para ellos mismos y para los demás miembros del grupo.

Dentro del aula se dan tres tipos de estructuras:

La actividad individualista, donde los estudiantes trabajan solos, sin fijarse en los demás.

La actividad competitiva en el aula, donde los estudiantes trabajan solos, rivalizando con sus compañeros.

Y la actividad cooperativa en el aula, que es la que dentro de nuestra investigación se pretende profundizar, que consiste en la formación de pequeños equipos de trabajo, para ayudarse a animarse a la hora de aprender (Busquiel, 2008).

### **El juego cooperativo**

Brown (1998) plantea que estos juegos se presentan como una posibilidad diferente, dándonos la posibilidad de sentir felicidad, alegría y placer, sin tener la necesidad de aplastar al otro; por tanto, ofrece una posibilidad que elimina el binomio ganadores-perdedores que tantas dificultades genera en los niños, en más de una ocasión. Asimismo Martínez (2012) precisa que según Rey (1987):

Al elevar la competencia como un gran valor, al enarbolarla como bandera, el hombre percibe al otro como su enemigo. Prevalece entonces la ley de la selva, sobrevive el más fuerte, el más vivo; al haber ganador, el más fuerte, surge irremediablemente la marginalidad y la opresión.

Los juegos cooperativos son propuestas que buscan disminuir las manifestaciones de agresividad en los juegos, promoviendo actitudes de sensibilización, cooperación, comunicación y solidaridad. Facilitan el encuentro con los otros y el acercamiento a la naturaleza. Buscan la participación de todos, predominando los objetivos colectivos sobre las

metas individuales. Las personas juegan con otros y no contra los otros (Martínez, 2012).

El ser humano puede asumir distintos comportamientos, con la posibilidad de enriquecer o de destruir, a sí mismo y el ambiente en el cual se encuentra, puede ser agresivo o no, competitivo o solidario, sin dejar de ser competentes (Martínez, 2012).

## **2.8. Habilidades geométricas**

La geometría, disciplina académica, existe desde hace más de 2000 años; sin embargo, los estudios recientes han encontrado la relación entre estas habilidades espaciales y el desarrollo de los conceptos geométricos, lográndose interpretar algunas dificultades de los estudiantes por la carencia de las mismas.

En geometría, el concepto del triángulo y su forma gráfica son esencialmente una misma cosa. Sin embargo, así como uno puede considerar intelectualmente un triángulo arbitrario, al dibujarlo resulta un triángulo muy específico por su forma tamaño y orientación (Bressan, Bosisic & Grego, 2000).

### **a) Definiciones**

“Geometría significa medida de la tierra, que hace alusión a su origen práctico, a partir de los griegos y hasta la actualidad lo que se estudia en geometría dista mucho de ser sólo lo que fue en sus inicios” (López y García, 2000, p.177).

Brousseau y Gálvez (1983, citados por Bressan, et al., 2000) refieren que las habilidades geométricas “son variables didácticas que han de ser

tomadas en cuenta para favorecer la evolución de las concepciones geométricas, estas influyen en las visualizaciones, conceptualizaciones y posibilidades de manipulación que el estudiante pueda llevar a cabo”.

Asimismo encontramos la definición de Rico (2008), para quien “es la habilidad para reconocer y dibujar figuras geométricas sencillas” (p.32).

Sin embargo, dentro del marco de nuestra investigación se trabaja con la siguiente definición para las habilidades geométricas. Es la capacidad de distinguir las características esenciales de una configuración particular que aparece dibujada en concreto o mentalmente, a partir de las características accidentales o irrelevantes (Bressan et al., p.27).

#### **b) Características**

La geometría posee características de estudio diferentes de la aritmética, por su naturaleza eminentemente visual. Si se nos presenta el símbolo “7”, éste nada tiene que ver en su forma con la cantidad que representa; es decir, la figura del siete no guarda sino una relación convencional con el número (Bressan, et al.).

Se ha considerado el concepto de la igualdad geométrica como una estructura disyuntiva, esto permite determinar si las figuras dadas en las condiciones son iguales o no, es necesario encontrar en ella por lo menos una de las características de igualdad.

Las características de la igualdad se anotaban en columna bajo números. El paso de la acción de conducción hacia el concepto en el plano interno (mental) se realizaba durante el trabajo por etapas. En todas las etapas de la asimilación de la acción de conducción, el experimentador

controlaba la realización tanto de diferentes operaciones, como de la acción en general.

### **3. Marco Conceptual**

Los contenidos geométricos están presentes en los programa de estudios del área de matemática en educación primaria, aunque, en muchas ocasiones, ausentes de las clases. Además, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría intervienen los siguientes elementos:

- a. El docente y los estudiantes: actores principales,
- b. Los contenidos geométricos: objetos de estudio, y
- c. Las estrategias, materiales y recursos didácticos como mediadores entre los alumnos y los contenidos geométricos; cada uno de ellos juega un papel relevante en la búsqueda de un proceso idóneo de enseñanza que propicie un aprendizaje significativo de los contenidos geométricos por parte de los estudiantes.

Es importante, desde los primeros años de escolaridad, desarrollar el pensamiento lógico del niño y una de las herramientas fundamentales para hacerlo es el aprendizaje de la geometría, tal como lo plantearon Pierre y Van Hiele (citados por Aguilar e Iglesias, 2013), quienes diseñaron un modelo que trata de explicar, por un lado, cómo evoluciona el razonamiento geométrico de los estudiantes y, por otro, cómo el profesor puede ayudar a sus estudiantes a mejorar la calidad de ese razonamiento. El modelo consta de dos componentes: (a) los niveles de razonamiento

geométrico: reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor lógico; y (b) las fases de aprendizaje: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración (Van Hiele, 1957, 1959).

Además de este modelo, existen diversas estrategias para la enseñanza de la geometría, entre las cuales destacan las propuestas por Hoffer (1981, citado por Bressan): visuales, verbales, de dibujo, lógicas y aplicadas que, junto al modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, contribuyen para el desarrollo del pensamiento lógico. Asimismo Bressan, et al mencionan algunas razones que justifican la enseñanza de la geometría: (a) forma parte del lenguaje cotidiano, (b) tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real, (c) es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización, y (d) ayuda a estimular, ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas.

El saber geométrico, a través del desarrollo de la humanidad, ha sido una útil herramienta en el avance cognoscitivo de las personas. Su utilización, desde sus formas visuales y empíricas, hasta en sus estructuras teóricas, ha logrado un desarrollo del pensamiento al intentar, el descubrimiento de relaciones y nexos con los objetos. Este saber posiblemente es la parte de las matemáticas con mayor inclinación hacia la intuición, la concreción y la realidad. Ella posibilitó desde la antigüedad una genuina ciencia experimental llevada a varias ramas del saber y la técnica que precisa el uso del espacio, tal es el caso de la astronomía, la arquitectura y la producción agraria.

Las personas construyen de manera intuitiva algunas relaciones y conceptos geométricos, producto de su interacción con el espacio. La enseñanza de la geometría debe permitir avanzar en el desarrollo del conocimiento de ese espacio, de tal manera que en un momento dado pueda prescindir de él y manejar mentalmente imágenes de figuras y relaciones geométricas; es decir, hacer uso de su capacidad de abstracción (López y García, 2000, p.177).

La geometría es una disciplina eminentemente visual. “En un principio, los conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos a través de la visualización. Por ejemplo, el primer contacto que el estudiante tiene con la idea de triángulo es mediante su visualización” (López y García, 2000, p.50). Como ya se mencionó, es importante que los triángulos se exploren de las maneras más diversas, para que el estudiante sea capaz de discernir, poco a poco, lo que es inherente al concepto de triángulo (polígono que tiene tres lados) y lo que no lo es (posición, color, material del que está hecho).

Dentro del marco de nuestra investigación nuestra variable habilidades geométricas se fundamenta en el siguiente modelo:

### **Modelo constructivista de acceso al conocimiento de Piaget**

La posición de Piaget es en cierto sentido, una síntesis empirista y racionalista. “Es empirista porque considera al conocimiento como resultado de la acción sobre la realidad. Sin embargo, el conocimiento no es para él una mera copia de lo real, sino el resultado de una construcción lógica, que el individuo efectúa de modo propio” (Rico, 2008, p.2).

Para él existen dos tipos de conocimiento: de tipo físico y el conocimiento de tipo lógico matemático, este último es el que más fundamentalmente resultaría de la propia actividad lógica del sujeto.

“El conocimiento físico es el conocimiento de las propiedades de los objetos y resulta directamente de la acción sobre los mismos objetos. En cambio el conocimiento lógico matemático no surge ya de las acciones en sí, sino de la reflexión sobre dichas acciones de la libre coordinación, interiorizada de tales acciones (es el caso del conocimiento que hace el niño cuando descubre que el resultado de contar es independiente del orden que se atribuya al conjunto de objetos que se cuentan)” [Rico, 2008]. Explica que el conocimiento físico se fundamenta en los objetos; en cambio, el conocimiento lógico está en la actividad lógica del sujeto.

### **El modelo de Van Hiele**

Establece que la comprensión de la geometría pasa por cinco formas de observar los conceptos geométricos, las formas que denominan niveles de razonamiento.

Aunque en esta investigación no se entrará en detalle sobre las características del modelo, es importante subrayar que el progreso en la comprensión de los conceptos geométricos siempre se produce desde el primer nivel, y de manera ordenada, a través de los niveles siguientes (Jaime, 1995). Para que los estudiantes se desempeñen adecuadamente en uno de los niveles avanzados deben haber dominado los niveles previos. No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles, cada nivel lleva asociado un lenguaje y el paso de un nivel al siguiente, se produce en forma



continua y pausada. Una somera descripción de los niveles encontrada en Hoffer (1990) se presenta a continuación:

Nivel 1: Reconocimiento. El estudiante aprende algo de vocabulario y reconoce una figura como un todo. En este nivel, por ejemplo, un estudiante reconocerá el dibujo de un rectángulo, pero quizás no será consciente de muchas propiedades de los rectángulos.

Nivel 2: Análisis. El estudiante analiza las propiedades de las figuras. Por ejemplo, en este nivel, un estudiante puede darse cuenta de la congruencia de los lados opuestos de un rectángulo, pero no notará cómo se relacionan los rectángulos con los cuadrados o con los triángulos rectángulos (Galindo, 2013).

Nivel 3: Ordenamiento. El estudiante ordena lógicamente figuras y comprende la interrelación entre figuras y la importancia de definiciones exactas. Por ejemplo, en este nivel, el estudiante podrá entender por qué cada cuadrado es un rectángulo, pero no podrá explicar por qué las diagonales de un rectángulo son congruentes (Galindo, 2013).

Nivel 4: Deducción. El estudiante comprende el significado de la deducción y el papel de los términos indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. En este nivel, por ejemplo, el estudiante será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición (Galindo, 2013).

Nivel 5: Rigor. El estudiante comprende la importancia de la precisión si trata con las bases y las interrelaciones entre estructuras. Este nivel más avanzado se alcanza rara vez en los estudiantes escolares. En

este nivel, el estudiante comprende cómo el postulado euclidiano de las paralelas se relaciona con la existencia de rectángulos (Galindo, 2013).

### **Aprendizaje por recepción significativa. El punto de vista de Ausubel**

Ausubel se opone a los métodos de aprendizaje por descubrimiento. El aprendizaje por recepción no tiene que confundirse con el aprendizaje por repetición, un aprendizaje es significativo si la materia de aprendizaje puede relacionarse –de manera sustancial, no arbitraria– con lo que el estudiante ya sabe, siendo necesario que la materia sea potencialmente significativa; es decir, coherente en su estructura con la estructura cognoscitiva y lógica previa de los estudiantes, es necesaria también, como cuestión básica, la predisposición hacia ese aprendizaje por parte de los estudiantes (Rico, 2008).

En esta teoría existen dos tipos básicos de aprendizaje de conceptos, la formación y la asimilación de conceptos y a cada uno se aplica un método particular de aprendizaje. La asimilación de conceptos tiene lugar, por el contrario, si la evolución intelectual de los estudiantes hace posible la comprensión de conceptos y proposiciones sin necesidad de experiencia empírica alguna, mediante la relación con otros ya existentes en la estructura cognoscitiva del estudiante (Rico, 2008).

El aprendizaje significativo es el proceso, cuya nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona, quien aprende. La no arbitrariedad y sustantividad son las características básicas del aprendizaje significativo.

No arbitrariedad significa que el material potencialmente significativo se relaciona de manera no-arbitraria con el conocimiento ya existente en la estructura cognitiva del aprendizaje.

Por su parte, la sustantividad significa que lo que se incorpora a la estructura cognitiva es la sustancia del nuevo conocimiento, de las nuevas ideas, no las palabras precisas usadas para expresarlas.

La esencia del proceso del aprendizaje significativo está, por tanto, en la relación no arbitraria y sustantiva de ideas simbólicamente expresadas con algún aspecto relevante de la estructura de conocimiento del sujeto; es decir, con algún concepto o proposición que ya le es significativo y adecuado para interactuar con la nueva información

### **El aprendizaje significativo desde un enfoque Vygotskiano**

El desarrollo no sólo se puede entender desde el contexto social, histórico y cultural. Para Vygotsky, los procesos mentales superiores (pensamiento, lenguaje, comportamiento voluntario) tienen su origen en procesos sociales; el desarrollo cognitivo es la conversión de relaciones sociales en funciones mentales. En este proceso, toda relación función aparece dos veces, primero a nivel social y después en un nivel individual; primero entre personas (interpersonal, interpsicológico) y después en el interior del sujeto: intrapersonal, interpsicológico (Moreira, 1997).

### **El aprendizaje significativo desde un enfoque humanista**

Novak (citado por Moreira, 1997, 2008) propone que para aprender de manera significativa, se debe relacionar el nuevo contenido de manera

no literal y no arbitraria con su conocimiento previo, independientemente de cuán potencialmente significativa esta sea.

Novak expresa, en su teoría humanista de educación, “que el aprendizaje significativo subyace a la construcción del conocimiento humano y lo hace integrando positivamente pensamientos, sentimientos y acciones, lo que conduce al engrandecimiento personal” (Moreira, 1997, p.14).

### **1) Dimensiones**

Se han considerado las dimensiones que nos han ayudado en la construcción del instrumento para medir las habilidades geométricas. Según López y García (2000), las habilidades básicas por desarrollar en las clases de geometría son las siguientes:

#### **(a) Habilidad visual geométrica**

En relación con la enseñanza de las matemáticas, la visualización es una actividad del razonamiento o proceso cognitivo, cuya base es el uso de elementos visuales o espaciales: mentales, físicas, utilizados para resolver problemas o probar propiedades.

Esta habilidad es un primer acercamiento a los objetos geométricos, no se puede aprender la geometría sólo observando una figura u objeto geométrico. Es necesario que el estudiante se enfrente a diversas situaciones, cuyos conocimientos adquieran sentido, a través de las construcciones geométricas en las que se puede variar el tipo de información que se les da.

Es importante desarrollarla, les permite resolver problemas, para que no tengan dificultades, porque no logran estructurar lo que observan o lo estructuran. Las configuraciones geométricas generalmente pueden visualizarse de varias maneras y es importante que esto se trabaje con los estudiantes.

Es importante que los estudiantes aprendan a interpretar la representación plana de un cuerpo de tres dimensiones, ver figura 1.

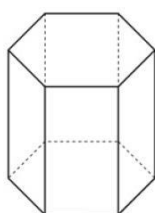


Figura 1. Prisma en tres dimensiones

Según el prisma anterior, algunas de las aristas están representadas con líneas punteadas, significa que se está suponiendo que el cuerpo es transparente y esas aristas realmente están detrás de las aristas trazadas en líneas continuas. Al visualizar esta imagen se espera que el estudiante comprenda que se trata de un cuerpo con tres dimensiones.

(b) Habilidad verbal geométrica:

Esta habilidad se refiere a que el estudiante sea capaz de interpretar, entender y comunicar información geométrica, en forma oral, escrita o gráfica, usando símbolos y vocabulario propios de la geometría.

Las habilidades del lenguaje están estrechamente relacionadas con el pensamiento y están presentes en muchos sentidos durante la clase de matemática y de geometría en particular, por ejemplo, cuando:

Se lee e interpreta la información de un problema al momento de empezar a resolverlo.

Se discute con los compañeros de equipo las posibles estrategias de resolución.

Se presenta ante el grupo el resultado y procedimiento que se siguió para resolver un problema.

Se justifica un resultado o un procedimiento.

Se valida una conjetura que se hizo (López y García, 2000, p.53-54).

Dentro de estas habilidades está el proceso de designar el nombre de las relaciones y de los objetos: paralelas, perpendiculares, cuadrado, rombo, círculo, mediatriz, bisectriz, etc. muchas palabras que forman parte del vocabulario geométrico aparecen en el lenguaje cotidiano; algunas veces con el mismo significado y otras con significado muy diferente; por ejemplo, la concepción inicial de los estudiantes sobre las palabras radio y diagonal, es muy diferente a las concepciones geométricas de esas palabras.

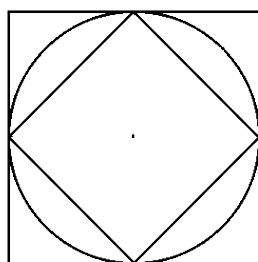


Figura 2. Radio de una circunferencia dentro un cuadrado que se puede apreciar como un rombo, (tomado de López et al, 2000).

Los estudiantes pueden continuar diferentes procedimientos, luego llegar al resultado correcto. No obstante, es muy importante que

argumenten, por qué es una respuesta correcta, con explicaciones y argumentos posibles.

### **(c) Habilidad para dibujar geoméricamente**

Las habilidades de dibujo están relacionadas con las reproducciones o construcciones gráficas de los estudiantes sobre los objetos geoméricos. La reproducción se refiere a la copia de un modelo dado, ya sea del mismo tamaño o escala, cuya construcción puede realizarse con la información que se da en forma verbal (oral o escrita) o gráfica.

Las actividades de trazo de figuras geométricas son de una gran riqueza didáctica, promueven en el estudiante su capacidad de análisis al buscar las relaciones y propiedades dentro de su construcción. La construcción de figuras no sólo es un propósito de la enseñanza de la geometría sino constituye un medio para que los estudiantes sigan explorando y profundizando los conocimientos que ya tienen e incluso construyan otros nuevos (López, et al., 2000, pp.68-71).

### **(d) Habilidad lógica geométrica**

El estudiante desarrolla la capacidad de razonar, en la geometría. Él estudiante aprende la abstracción de características o propiedades de las relaciones y de los conceptos geoméricos, argumenta, hace conjeturas y trata de justificarlas o demostrarlas, demuestra la falsedad de una conjetura, sigue una serie de argumentos lógicos, identifica cuándo un razonamiento no es lógico, hace deducciones lógicas.

### **(e) Habilidad para modelar geoméricamente**

Se espera que los estudiantes sean capaces de aplicar lo aprendido en otros contextos, al resolver problemas de la misma geometría, además modelen geoméricamente situaciones del mundo físico o de otras disciplinas. Algunos investigadores consideran que la comprensión en geometría se ha dado sólo a los estudiantes, quienes son capaces de aplicar el contenido aprendido a problemas nuevos; es decir, a problemas diferentes a los que inicialmente fueron presentados.



## CAPÍTULO III

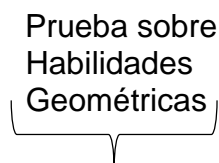
### MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

#### 1. Tipo de estudio

La investigación corresponde a un tipo de estudio cuasi experimental, se hace registros de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”, mediante técnicas: la observación del participante, además la prueba escrita mixta.

El diseño corresponde, de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2010, p.203), a la forma cuasi experimental, con dos grupos (experimental y control) y mediciones de prueba de entrada (pre test) y prueba de salida (pos test), cuyos “sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento”. El esquema del diseño es el siguiente:

Prueba sobre  
Habilidades  
Geométricas



Grupo Experimental (GE): Pre test (O<sub>1</sub>) X Post test (O<sub>2</sub>)

Grupo Control (GC): Pre test (O<sub>3</sub>) ---- Post test (O<sub>4</sub>)

Dónde:

GE = Grupo experimental

GC = Grupo control

O<sub>1</sub> y O<sub>3</sub> = Pre test

O<sub>2</sub> y O<sub>4</sub> = Post test

X = Corresponde al experimento realizado (Es decir se aplica el programa “Trabajemos Juntos” sobre habilidades geométricas).

---- = Indica que no hubo experimento (No se aplicó el programa).

## **2. Población y muestra**

La población está constituida por 60 estudiantes de quinto de primaria.

- a. Sexo: varones y mujeres.
- b. Edades comprendidas entre 10 y 11 años.
- c. Estudian en el nivel primario.
- d. Asisten a la asignatura: Matemática - geometría.
- e. Estudian en el colegio Unión de Ñaña.

Considerando estos criterios, el tamaño de la población asciende a 60. Se trabajó con toda la población. Es una muestra no probabilística, la cual según Cantoni (2009), tomando en cuenta el enfoque cuantitativo y el diseño, permite una selección controlada de estudiantes, acorde con el planteamiento del problema, de carácter intencional (Cantoni, 2009), porque constituye la muestra de estudiantes por su carácter típico. La muestra asciende a 60 estudiantes, es de tipo no probabilístico censal.

### **3. Recolección de datos y procesamiento**

La técnica es la encuesta; el cuestionario, el instrumento. Para la recolección de datos de la variable dependiente se aplicó una prueba, que sirvió para evaluar el aprendizaje de las habilidades geométricas.

### **4. Instrumentos utilizados**

El instrumento fue una prueba, consideró 20 preguntas, ubicadas en cinco dimensiones: Habilidad visual geométrica, habilidad verbal geométrica, habilidad para dibujar geoméricamente, habilidad lógica geométrica y habilidad para modelar geoméricamente.

a. Duración de la prueba: 45 minutos

b. Material de aplicación:

Cuadernillo de la prueba.

Lápiz de color negro.

Cronómetro o reloj con segundero.

c. Instrucciones

Cada una de las preguntas tuvo cinco alternativas. El estudiante marcó con un aspa la alternativa que consideró como la respuesta correcta o respondió brevemente a lo que se le solicitó.

### **5. Medición de las variables estudiadas**

Para el análisis de datos se empleó el programa estadístico SPSS, versión 20, se realizaron los siguientes análisis:

- a. Prueba de Shapiro-Wilks para determinar si los datos se aproximan a una distribución normal y elegir el tipo de estadística adecuada (pruebas paramétrica o no paramétrica)
- b. Prueba “t” de Student y Wilcoxon para comparaciones entre dos grupos relacionados.
- c. Prueba “t” de Student y “U” de Mann Whitney para comparaciones entre dos grupos independientes.

**Validez y confiabilidad**

En vista de que el instrumento ha sido construido por el investigador del presente estudio, no existen datos sobre la validez y confiabilidad, con relación a la población de la presente investigación; por lo tanto, se procedió a realizar una validación, mediante el criterio de jueces y la validez del constructo, mediante el análisis de ítems.

Para el criterio de jueces se entrevistó a tres docentes de la UPeU, (ver tabla 2), quienes respondieron un cuestionario, encontrándose que todos los jueces coincidieron en calificar al instrumento de muy bueno con respecto a su claridad, objetividad, actualidad, organización, suficiencia, intencionalidad, consistencia, coherencia y metodología.

Tabla 2: Juicio de expertos de la variable adaptación

Expertos	valoración	porcentaje
Experto 1: Dr. Soria Quijaite, Juan	Suficiencia	100%
Experto 2: Dr. Vega Beteta, Enrique	Suficiencia	100 %
Experto 3: Mg. Carbo Gil, Otto	Suficiencia	100 %

El análisis de ítems se realizó en una muestra aleatoria de 30 estudiantes con las mismas características de la muestra de estudio.

En la Tabla 3 se presentan los resultados del análisis de ítems del instrumento. Los ítems obtuvieron correlaciones que van desde -0.319 hasta 0.630. Se obtuvo 4 correlaciones débiles, las que no se eliminaron del instrumento, porque estuvieron respaldados con los valores del coeficiente Alfa de Cronbach. Por otro lado, se tomó la decisión de no eliminar los otros ítems, ya que las correlaciones son mayores a 0.20 y los valores del coeficiente Alfa no varían significativamente; además, el resultado puede deberse a la dificultad del ítem, porque se espera que la mayoría de estudiantes sea capaz de responderlos.

Tabla 3: Análisis de ítems de la prueba habilidad geométrica

	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
p1	-,319	,777
p2	-,131	,773
p3	,451	,732
p4	,587	,720
p5	,231	,750
p6	,354	,740
p7	,413	,735
p8	,632	,717
p9	,376	,738
p10	-,218	,778
p11	,630	,719
p12	,479	,730
p13	,622	,718
p14	,383	,738

p15	,352	,740
p16	,593	,720
p17	-,213	,780
p18	,577	,721
p19	,224	,749
p20	,048	,756

Seguidamente, se calculó la confiabilidad de consistencia interna del instrumento, mediante el coeficiente Alfa de Cronbach, cuyos resultados se registran en la Tabla 4. Se observa que el valor de Alfa es de 0.753, está por encima de 0.70; es decir, dentro de los valores esperados, por lo tanto, se considera al instrumento confiable.

Tabla 4: Alfa de Cronbach para la prueba confiabilidad del instrumento sobre la habilidad geométrica

Coeficiente Alfa	Nº de items
0.753	20

Fuente: Elaboración propia

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

#### 1. Análisis descriptivo de la población

La tabla 5 presenta los resultados de la prueba de bondad de ajuste de Shapiro-Wilk, la cual se usó, porque cada grupo de comparación está compuesto por menos de 50 sujetos. Se observa que el grupo control en los puntajes de habilidades geométricas, según el pre-test y post test, presentaron una aproximación a la distribución normal ( $p > 0.05$ ). En el grupo experimental, según pre-test, los puntajes presentan distribución normal ( $p > 0.05$ ) y en el post-test los puntajes no presentan distribución normal ( $p < 0.05$ ); en tal sentido, para contrastar las hipótesis, se debe emplear estadísticas no paramétricas: Rangos Asignados de Wilcoxon y “t” de Student para comparaciones entre dos grupos relacionados y para comparaciones de grupos independientes “t” de Student, para comparar el grupo experimental y grupo control en el pre test y “la prueba “U” de Mann-Whitney, para comparaciones entre dos grupos independientes en el post test.

Tabla 5: Resultados de prueba de bondad de ajuste

Variables	Condición	Estadístico	gl	Sig.
Pre_hab_geometricas	Grupo control	,980	20	,933
	Grupo experimental	,920	20	,099
Post_Hab_geometricas	Grupo control	,940	20	,235
	Grupo experimental	,751	20	,000
Post_hab_visual	Grupo control	,850	20	,005
	Grupo experimental	,853	20	,006
Post_hab_verbal	Grupo control	,874	20	,014
	Grupo experimental	,828	20	,002
Post_Hab_dibujar	Grupo control	,918	20	,090
	Grupo experimental	,644	20	,000
Post_Hab_logica	Grupo control	,790	20	,001
	Grupo experimental	,711	20	,000
Post_Hab_moldear	Grupo control	,870	20	,012
	Grupo experimental	,773	20	,000

## 2. Análisis comparativo mediante la prueba estadística específica

En la tabla 6 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 1: existe diferencia significativa en las habilidades geométricas del grupo experimental antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del Colegio Unión de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo experimental, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba de Rangos Asignados de Wilcoxon, se observa que existen diferencias altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. En conclusión, se rechaza la hipótesis nula; es decir, el grupo experimental cambió significativamente, porque se le



administró el programa “Trabajemos Juntos”, lo cual se aprecia también en la figura 3.

Tabla 6: Comparaciones con la prueba de rangos de Wilcoxon: grupo experimental antes y después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

Variable	Grupo experimental	Media	Z	p
Habilidad geometrica	Pre-test	11,05	-3,694	0.000
	Post-test	15,90		

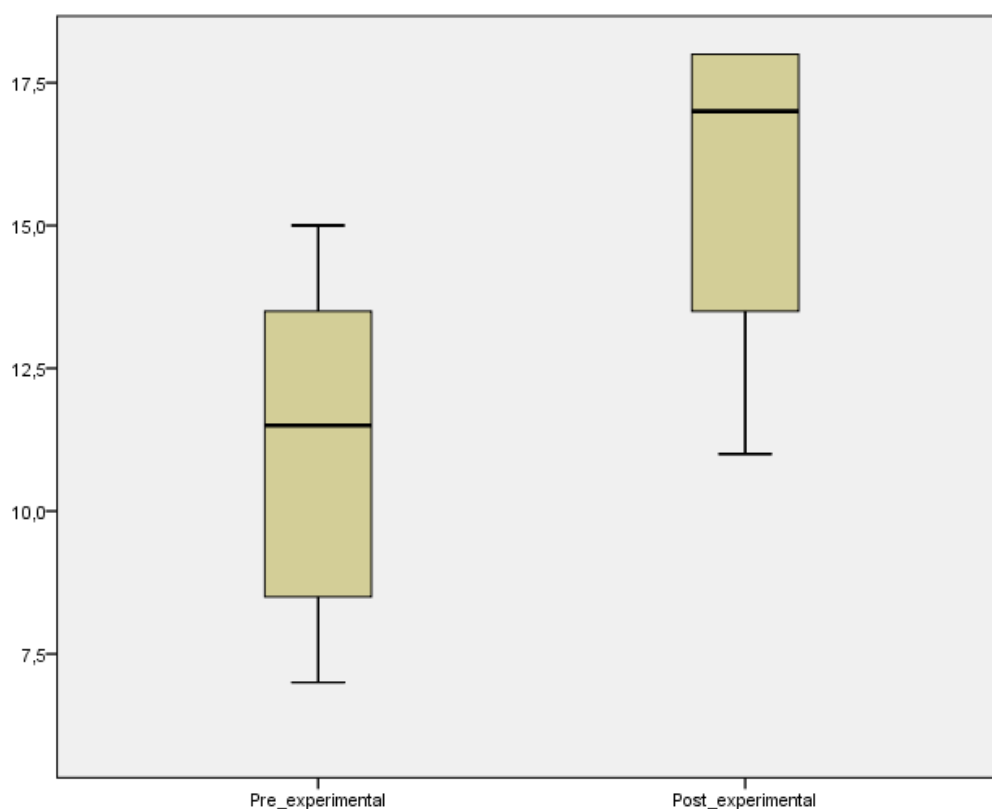


Figura 3: Comparaciones del grupo experimental antes y después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

En la tabla 7 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 2: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”

en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. En conclusión, se acepta la hipótesis nula; es decir, el grupo control no cambió significativamente, porque no se le administró el Programa “Trabajemos Juntos”, lo cual se aprecia también en la figura 4.

Tabla 7: Comparaciones con la prueba “t” Student: grupo control antes y después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

Variable	Grupo control	Media	“t”	p
Habilidades geométrica	Pre-test	11,35	1,331	0.199
	Post-test	10,45		

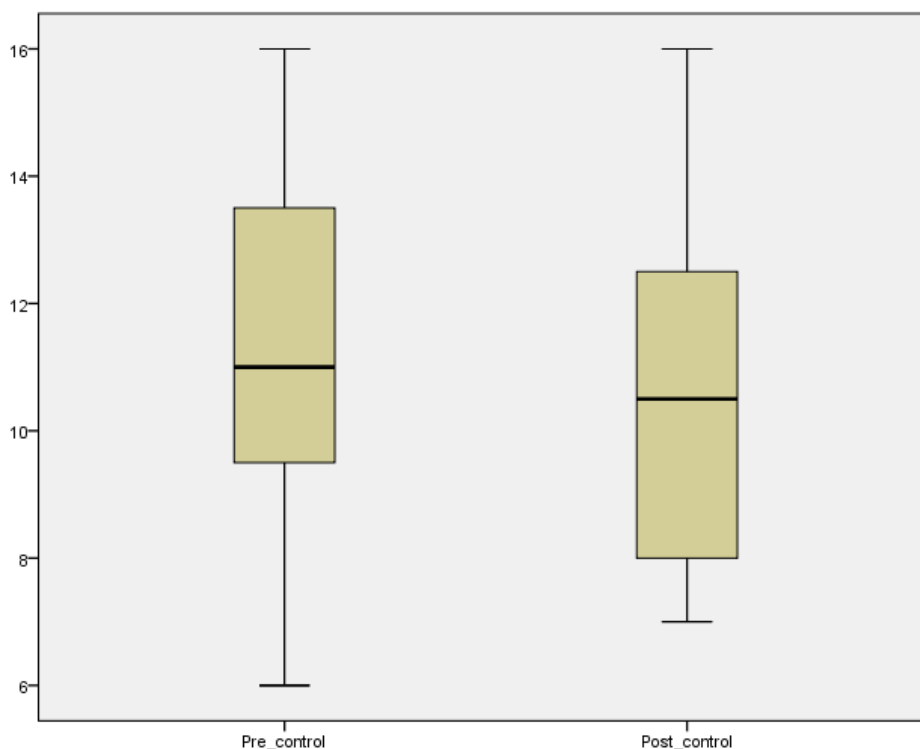


Figura 4: Comparaciones del grupo control antes y después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

En la tabla 8 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 3: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental antes de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y grupo experimental, antes de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student para grupos independientes, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Por lo tanto, se aceptó la hipótesis nula, siendo los grupos completamente equivalentes y comparables antes de la aplicación del Programa “Trabajemos Juntos”. Lo cual se aprecia en la figura 5.

Tabla 8: Comparaciones con la prueba “t” Student: grupo control y grupo experimental antes de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

Variable	Grupo Pre -test	Media	“t”	p
Habilidades geométrica	Grupo control	11,35	1,331	0.199
	Grupo experimental	11,05		

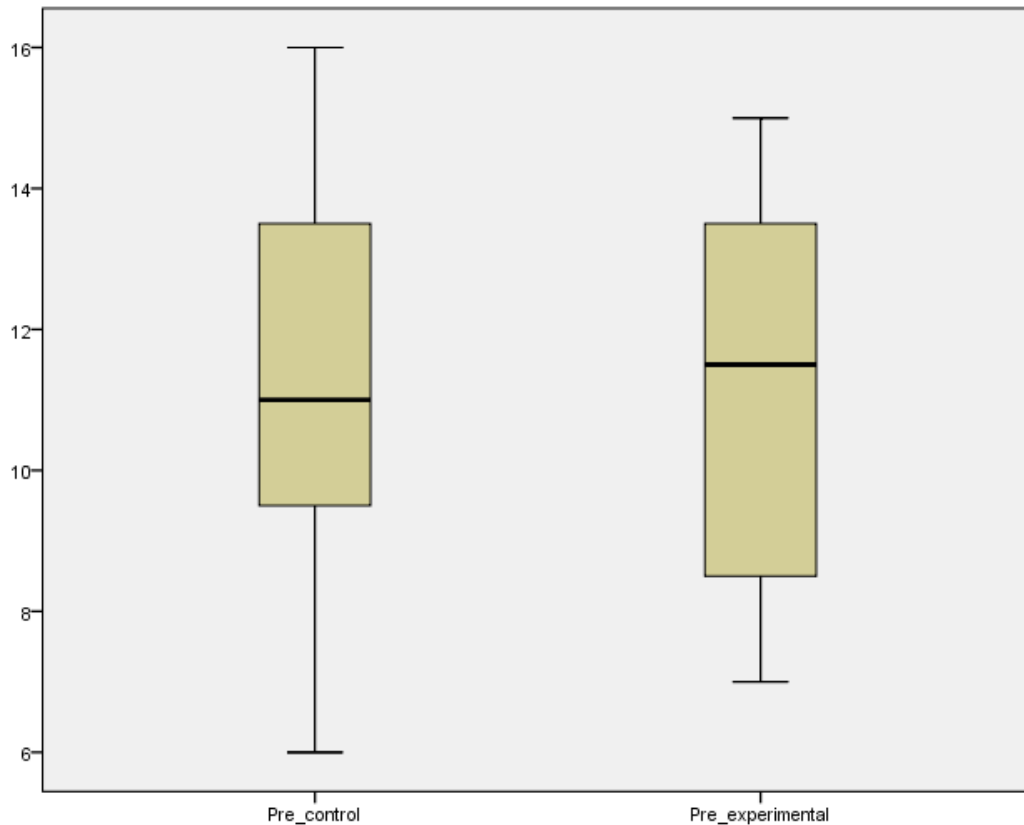


Figura 5. Comparaciones del grupo control y grupo experimental antes de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

En la tabla 9 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 4: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y en el experimental, después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”, se observa una mayor media en el grupo experimental; asimismo, al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas; es decir, se rechaza la hipótesis nula,

siendo los grupos completamente diferentes, por efecto del programa “Trabajemos Juntos”.

Así mismo se puede apreciar que en la dimensión habilidad visual, el promedio del grupo experimental (3,80) es mayor al del grupo control (2,95), al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son significativas ( $p < 0.05$ ). En la dimensión habilidad verbal, el promedio del grupo experimental (2,45) es mayor al del grupo control (1,40), al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son significativas ( $p < 0.05$ ). En la dimensión habilidad para dibujar, el promedio del grupo experimental (3,40) es mayor al del grupo control (1,85), al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ). En la dimensión habilidad lógica, el promedio del grupo experimental (2,90) es mayor al del grupo control (1,55), al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ). Y en la dimensión habilidad para moldear, el promedio del grupo experimental (3,35) es mayor al del grupo control (2,70), al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ). Se puede apreciar en la Figura 6.

Tabla 9: Comparaciones con la prueba “U” de Mann-Whitney: grupo control y experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”.

Variable	Grupos	Media	“U”	“Z”	p
Habilidad visual	Control	2,95	113,000	-2,439	,015
Habilidad verbal	Control	1,40	95,000	-2958	,003
Habilidad dibujar	Control	1,85	63,500	-3,839	,000
Habilidad lógica	Control	1,55	68,000	-3,809	,000
Habilidad moldear	Control	2,70	112,000	-2,551	,011
Habilidades geométricas	Control	<b>10,45</b>	31,500	-4,590	,000
	Experimental	3,80			
	Experimental	2,45			
	Experimental	3,40			
	Experimental	2,90			
	Experimental	3,35			
	Experimental	<b>15,90</b>			

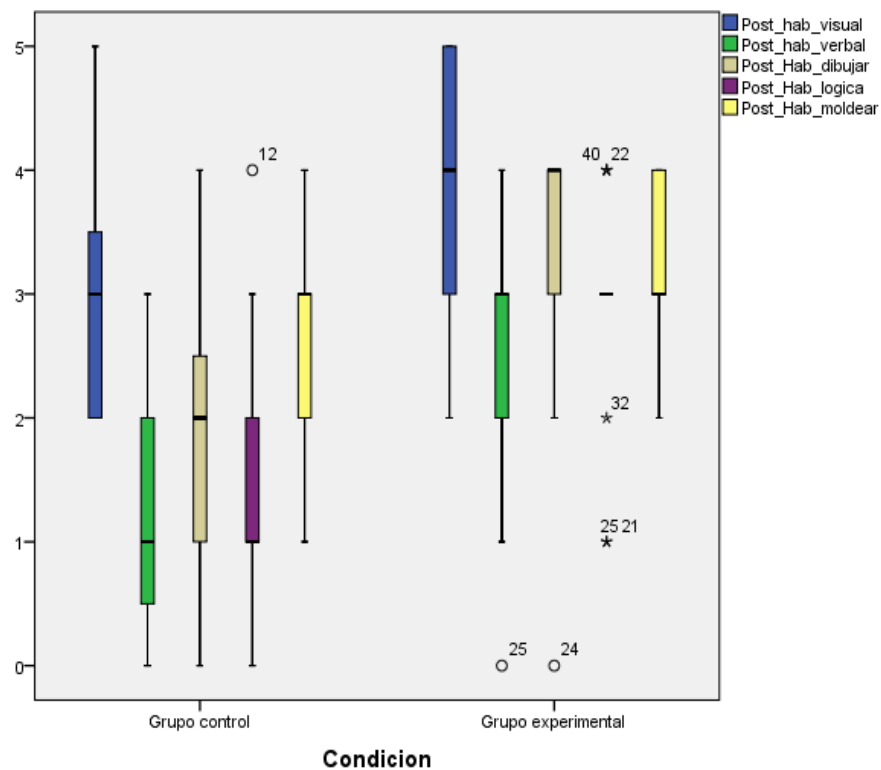


Figura 6. Comparaciones del grupo control y experimental en sus dimensiones después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”

En conclusión, se comprueba la hipótesis general los cambios observados en el grupo experimental, se atribuyen al efecto del programa “Trabajemos Juntos”; es decir, el proyecto mejoró significativamente las habilidades geométricas del grupo experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña, tal como se puede apreciar en la Figura 7.

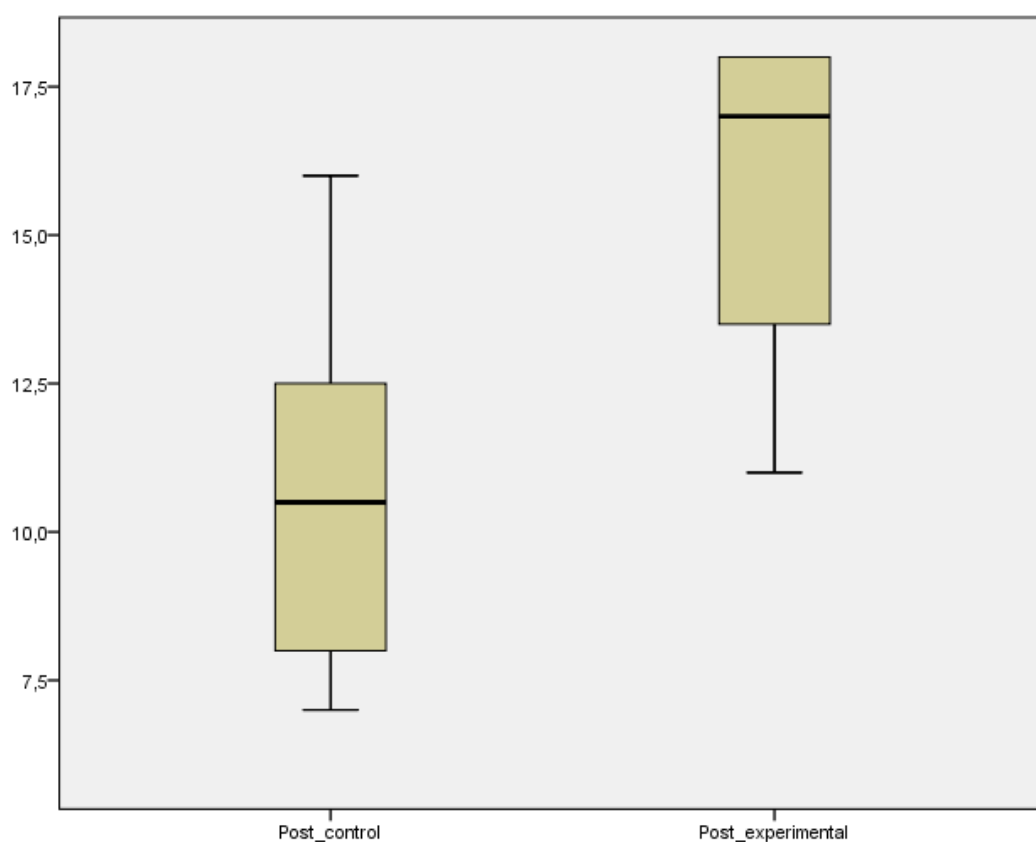


Figura 7: Comparaciones del grupo control y experimental antes y después de aplicar programa “Trabajemos Juntos”.

### 3. Interpretación de resultados

En la tabla 6 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 1: existen diferencias significativas en habilidad geométrica del grupo experimental antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña.

Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo experimental, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba de rangos asignados de Wilcoxon, se observa que existen diferencias altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Estos hallazgos no se relacionan con Echeverry (2013), quien reportó que es posible concluir que aunque en grados inferiores los estudiantes ya habían tratado las temáticas relacionadas con el pre-test, el conocimiento y el manejo de conceptos, no es adecuado, porque sufrió un aumento en el valor medio de los puntajes, llegando a ser 21,07 sobre los mismos 37 puntos; es decir, alcanzó un rendimiento de 56,90%.

Por su parte, el grupo control aumentó su valor medio a 16,43 puntos sobre 37; es decir, un 44,40% de rendimiento. Al respecto cabe acotar que aunque hubo un desarrollo de habilidades de los estudiantes, los resultados de la prueba final aún se encuentran muy por debajo de un rendimiento óptimo y esto puede ser debido a diferentes causas. Por otro lado, encontramos que Calderón y Velásquez (2004) reportaron que el nivel de los estudiantes en resolución de problemas matemáticos es bajo; además,



existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los alumnos quienes participaron del programa recuperativo “Podemos Resolverlo” y los que continuaron sus clases tradicionales, los estudiantes del grupo experimental mejoraron notablemente en los niveles iniciales, alcanzando niveles medio y alto, mientras el grupo control mantuvo desempeños equivalentes.

En la Tabla 7 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 2: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control antes y después de aplicar el Programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas.

Estos hallazgos se relacionan con los trabajos de Murillo y Marcos (2009), quienes concluyeron que las actividades diseñadas, por su estructura y especificidad, han resultado adecuadas al medio utilizado, a los contenidos y a los objetivos propuestos para los estudiantes, además permiten atender la diversidad en el aula. En particular, el sistema de ayudas progresivas y diversificaciones han constituido una herramienta potente para dar una respuesta estratégica al problema de la atención a la diversidad, posibilitando que cada estudiante desarrolle al máximo sus potencialidades.

Asimismo se ha diseñado y utilizado un instrumento para evaluar los aprendizajes en geometría cuando se trabaja en el entorno interactivo implementado y los estudiantes desarrollan trabajo cooperativo, de resolución, que aporta una información muy relevante para el estudio del proceso de aprendizaje de la geometría, estableciendo qué tipo de actividad ha resultado para cada enunciado en cada caso, y evaluar la evolución de cada estudiante a lo largo del proceso.

En la Tabla 8 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 3: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental antes de aplicar el Programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y grupo experimental, antes de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student para grupos independientes, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Estos hallazgos se relacionan con los trabajos de Pérez (2008), quien encontró que el 92% manifiesta no conocer lo que son los juegos didácticos. En la relación entre los dos grupos de niños se observa que hay una mínima diferencia entre los que sí lo conocen y en el grupo de los que no lo conocen, como resultado de la no aplicación por parte de los docentes. Asimismo en el Sexto Año, el 6% indica que mucho, el 39% indica que poco y el 55% manifiesta que nada, lo cual marca la pauta de que no se están aplicando juegos didácticos en

clase. Esto demuestra que dentro de dicha institución se comprueba que no se utilizan métodos didácticos en la enseñanza de las matemáticas.

En la Tabla 9 se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 4: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y en el experimental, después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”, se observa una mayor media en el grupo experimental; asimismo, al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de hábitos de higiene; es decir, se rechaza la hipótesis nula, siendo los grupos completamente diferentes como efecto del programa “Trabajemos Juntos”.

Estos hallazgos se relacionan con los estudios de Granillo (2007), quien encontró que son esenciales para la vida del niño, las estrategias didácticas que se aplicaron están diseñadas para que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico matemático facilitando el aprendizaje de suma y resta encausando situaciones, en las cuales el niño se encuentra inmerso en su vida cotidiana. Se logró un avance del 90% en el desarrollo del progreso, desarrollándose habilidades para resolver situaciones problemáticas.

## DISCUSIÓN

1. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo experimental, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba de rangos asignados de Wilcoxon, se observa que existen diferencias altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Estos hallazgos no se relacionan con los estudios de Echeverry (2013), quien reportó que es posible concluir que aunque en grados inferiores los estudiantes ya habían tratado las temáticas relacionadas con el pre-test, el conocimiento y manejo de conceptos no es adecuado, porque sufrió un aumento en el valor medio de los puntajes, llegando a ser 21,07 sobre los mismos 37 puntos; es decir, alcanzando un rendimiento de 56,90%.

Por su parte, el grupo control aumentó su valor medio a 16,43 puntos sobre 37; es decir, un 44,40% de rendimiento. Al respecto cabe acotar que aunque hubo un desarrollo de habilidades de los estudiantes, los resultados de la prueba final aún se encuentran muy por debajo de un rendimiento óptimo, puede ser debido a diferentes causas. Por otro lado, Calderón y Velásquez (2004) reportaron que el nivel de los estudiantes en resolución de problemas matemáticos es bajo; además, existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los alumnos quienes participaron del programa recuperativo “Podemos Resolverlo” y los que continuaron sus clases tradicionales,

observándose que los estudiantes del grupo experimental mejoraron notablemente en los niveles iniciales, alcanzando niveles medio y alto; mientras el grupo control mantuvo desempeños equivalentes.

2. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas.

Estos hallazgos se relacionan con los estudios de Murillo y Marcos (2009), quienes concluyeron que las actividades diseñadas, por su estructura y especificidad, han resultado adecuadas al medio utilizado, a los contenidos y a los objetivos propuestos para los estudiantes además permiten atender a la diversidad en el aula. En particular, el sistema de ayudas progresivas y diversificaciones han constituido una herramienta potente para dar una respuesta estratégica al problema de la atención a la diversidad, posibilitando que cada estudiante desarrolle al máximo sus potencialidades,

Asimismo se ha diseñado y utilizado un instrumento para evaluar los aprendizajes en geometría, cuando se trabaja en el entorno interactivo implementado y los estudiantes desarrollan trabajo cooperativo, de resolución, que aporta una información muy relevante para el estudio del proceso de aprendizaje de la geometría, estableciendo qué tipo de actividad ha resultado para cada enunciado en cada caso, y evaluar la evolución de cada estudiante a lo largo del proceso.

3. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y grupo experimental, antes de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student para grupos independientes, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Estos hallazgos se relacionan con el estudio de Pérez (2008), quien encontró que el 92% manifiesta no conocer lo que son los juegos didácticos. En la relación entre los dos grupos de niños se observa que hay una mínima diferencia entre los que sí lo conocen y en el grupo de los que no lo conocen, como resultado de la no aplicación de los docentes. Asimismo en el Sexto Año, el 6% indica que mucho, el 39% indica que poco y el 55% manifiesta que nada, lo cual marca la pauta de que no se están aplicando juegos didácticos en clase. Esto demuestra que dentro de dicha institución se comprueba que no se utilizan métodos didácticos en la enseñanza de las matemáticas.
4. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y en el experimental, después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”, se observa una mayor media en el grupo experimental; asimismo, al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de hábitos de higiene; es decir, se rechaza la hipótesis nula, siendo los grupos completamente diferentes como efecto del programa “Trabajemos Juntos”.

Estos hallazgos se relacionan con el estudio de Granillo (2007), quien encontró que son esenciales para la vida del niño, las estrategias didácticas que se aplicaron están diseñadas para que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico matemático facilitando el aprendizaje de suma y resta encausando situaciones en las cuales el niño se encuentra inmerso en su vida cotidiana. Se logró un avance del 90% en el desarrollo del progreso, desarrollándose habilidades para resolver situaciones problemáticas.

## CONCLUSIONES

1. Existen diferencias significativas en la variable dependiente: habilidades geométricas, registradas en la tabla 6, se presentan los resultados para validar la hipótesis derivada 1: existen diferencias significativas en habilidad geométrica del grupo experimental antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña.

Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo experimental, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba de rangos asignados de Wilcoxon, se observa que existen diferencias altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Estos hallazgos no se relacionan con el estudio de Echeverry (2013), quien reportó que es posible concluir que aunque en grados inferiores los estudiantes ya habían tratado las temáticas relacionadas con el pre-test, el conocimiento y manejo de conceptos no es adecuado, porque sufrió un aumento en el valor medio de los puntajes, llegando a ser 21,07 sobre los mismos 37 puntos, es decir, alcanzando un rendimiento de 56,90%.

Por su parte, el grupo control aumentó su valor medio a 16,43 puntos sobre 37; es decir, un 44,40% de rendimiento. Al respecto cabe acotar que aunque hubo un desarrollo de habilidades de los estudiantes, los resultados de la prueba final aún se encuentran muy por debajo de un rendimiento óptimo y esto puede ser debido a diferentes causas. Por



otro lado, Calderón y Velásquez (2004) reportaron que el nivel de los estudiantes en resolución de problemas matemáticos es bajo; además, que existe diferencia significativa entre los resultados obtenidos por los alumnos quienes participaron en el programa recuperativo “Podemos Resolverlo” y los que continuaron sus clases tradicionales, observándose que los estudiantes del grupo experimental mejoraron notablemente en los niveles iniciales, alcanzando niveles medio y alto; mientras que en el grupo control mantuvo desempeños equivalentes.

2. No existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control, antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”. Esto se registra en la Tabla 7, se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 2: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control antes y después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control, antes y después de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas.

Estos hallazgos se relacionan con los estudios de Murillo y Marcos (2009), quienes concluyeron que las actividades diseñadas, por su estructura y especificidad, han resultado adecuadas al medio utilizado, a los contenidos y a los objetivos propuestos para los estudiantes, quienes además permiten atender la diversidad en el aula. En

particular, el sistema de ayudas progresivas y diversificaciones han constituido una herramienta potente, para dar una respuesta estratégica al problema de la atención a la diversidad, posibilitando que cada estudiante desarrolle al máximo sus potencialidades,

Asimismo se ha diseñado y utilizado un instrumento para evaluar los aprendizajes en geometría, cuando se trabaja en el entorno interactivo implementado y los estudiantes desarrollan trabajo cooperativo, de resolución, que aporta una información muy relevante para el estudio del proceso de aprendizaje de la geometría, estableciendo qué tipo de actividad ha resultado para cada enunciado en cada caso, y evaluar la evolución de cada estudiante a lo largo del proceso.

3. No existen diferencias significativas en la variable habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental, antes de aplicar el programa “Trabajemos Juntos”. Esta conclusión resulta de observar la Tabla 8, se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 3: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental antes de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y grupo experimental, antes de la aplicación del programa, empleando la prueba “t” de Student para grupos independientes, se observa que no existen diferencias altamente significativas ( $p > 0.05$ ), en los puntajes de habilidades geométricas. Estos hallazgos se relacionan con los estudios de Pérez

(2008), quien encontró que el 92% manifiesta no conocer lo que son los juegos didácticos. En la relación entre los dos grupos de niños se observa que hay una mínima diferencia entre los que sí lo conocen y en el grupo de los que no lo conocen, como resultado de la no aplicación por parte de los docentes. Asimismo en el Sexto Año, el 6% indica que mucho, el 39% indica que poco y el 55% manifiesta que nada, lo cual marca la pauta de que no se están aplicando juegos didácticos en clase. Esto demuestra que dentro de dicha institución se comprueba que no se utilizan métodos didácticos en la enseñanza de las matemáticas.

4. Existen diferencias significativas en la variable habilidades geométricas, del grupo control y el grupo experimental después de aplicar el programa. Esta conclusión se valida mediante los resultados registrados en la tabla 9, se presentan los resultados para contrastar la hipótesis derivada 4: existen diferencias significativas en habilidades geométricas del grupo control y el grupo experimental después de aplicar el programa “Trabajemos Juntos” en estudiantes de quinto grado de primaria del colegio “Unión” de Ñaña. Al comparar los promedios de las mediciones efectuadas en el grupo control y en el experimental, después de la aplicación del programa “Trabajemos Juntos”, se observa una mayor media en el grupo experimental; asimismo, al emplear la prueba “U” de Mann-Whitney, se observa que estas diferencias son altamente significativas ( $p < 0.05$ ), en los puntajes de hábitos de higiene; es decir, se rechaza la hipótesis nula, siendo los

grupos completamente diferentes como efecto del programa “Trabajemos Juntos”.

Estos hallazgos se relacionan con el estudio de Granillo (2007), quien encontró que son esenciales, para la vida del niño, las estrategias didácticas que se aplicaron y están diseñadas para que los estudiantes desarrollen el pensamiento lógico matemático, facilitando el aprendizaje de suma y resta, encausando situaciones en las cuales el niño se encuentra inmerso en su vida cotidiana. Se logró un avance del 90% en el desarrollo del progreso, desarrollándose habilidades para resolver situaciones problemáticas.

### **RECOMENDACIONES**

- 1) A las docentes del colegio “Unión” de Ñaña del nivel primaria, se les recomienda que usen la estrategia metodológica: el trabajo cooperativo, especialmente en el área de matemática, con el propósito de hacerles participar a los estudiantes en esta experiencia metodológica.
- 2) Esta investigación constituye una motivación, para dirigirme a la comunidad educativa de la UGEL 06, Lurigancho – Chosica, específicamente del nivel primario, con el propósito de recomendar la estrategia denominada trabajo cooperativo, ciento por ciento inclusiva, cuya estrategia les permitirá realizar el mejor trabajo de facilitadores del

conocimiento, en especial en el área de matemática, generando un crecimiento productivo.

- 3) A la macro comunidad educativa del Perú, por medio del Ministerio de Educación, se recomienda que sus diseños curriculares incluyan en su metodología la estrategia denominada trabajo cooperativo, cuyo beneficio es multidimensional, expresado en el crecimiento: social, pedagógico, dialógico, interrelación, psicológico.
- 4) Indudablemente los padres de familia son complemento extraordinario, conforman las “células” de nuestra sociedad; son, de una manera, “cómplices” de las(os) profesoras(es) del aprendizaje y del desarrollo integral de sus hijos; en este contexto, se recomienda que fomenten la convivencia familiar, la interrelación, el trabajo cooperativo entre todos los miembros de la familia, cuyo efecto, por extensión, se percibirá en el trabajo realizado en el aula.

## LISTA DE REFERENCIAS

- Ander, E. (1997). *El trabajo en equipo*. Buenos Aires. Editorial Lumen/Humanitas.
- Arias, G. (2006). *El proyecto de investigación*. Introducción a la metodología científica. 5ta edición.
- Aguilar, R. e Iglesias, M. (2013). La Geometría de los cuadriláteros en los libros de texto de educación primaria. *Revista paradigma*, 34 (2). Venezuela.
- Aldama, A. (2012). *Análisis sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje de la geometría en la escuela primaria*. La Habana. Cuba. Escuela internacional.
- Ashcraft, H. (2002). *Math Anxiety: Personal Educational, and cognitive consequences*. Department of Psychoogy, Cleveleand State University, Cleveleand, Ohio.
- Ausubel, D. P. (1963). *The Psychology of meaning verbal learning*. New York, Grune and Stratton.
- Bloom, B. (1956). *Taxonomía de las habilidades del pensamiento*.
- Baptista, M. T. (2010). *The development of geometric and spatial thinking*. En F. Lester (Ed.), second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 843 – 908).
- Bressan, A. Bogisic, B. & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Argentina: Ediciones novedades educativas.
- Brissan (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*.

- Brousseau, G. (1983). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la Matemática*. Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática, Astronomía y Física.
- Brown, S. (1998). *Towards a new epistemology for learning, in frasson intelligent tutoring systems: At the Crossroads of all and education*, Norwood, N.: Abex publishing.
- Busquiel, R. (2008). *Aprendizaje cooperativo*. Recuperado de <http://www.slideshare.net/rbusquielg/aprendizaje-cooperativo-en-el-aula-de-primaria-14093312>
- Calderon, O., Velasquez, M. (2004). *Efectos del programa recuperativo "Podemos Resolverlo" para el mejoramiento de la resolución de problemas matemáticos en alumnos que presentan niveles medios y bajos en comprensión lectora*. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad Femenina del Sagrado Corazón, Lima, Perú.
- Cantoni, M. (2009). *Técnicas de muestreo y determinación del tamaño de la muestra en investigación cuantitativa*. *Revista Argentina de Humanidades y Ciencias Sociales*, 7(2).
- Carretero, M. (1993). *"Desarrollo cognitivo y procesamiento de la información"*, en constructivismo y educación. Buenos Aires: Aique. (pp. 52-61).
- Colomina, R. (1990). Capítulo 18. *Interacción entre estudiantes y aprendizaje escolar*. Madrid: Alianza Editorial.
- Depaz y Fernandez (2001). *Diseño y validación de un instrumento confiable para detectar habilidades a nivel de estrategia en estudiantes de tercer grado de primaria*.
- Dewey, J. (1999). *The School and society and the child and the curriculum* (centennial publications of the University of Chicago).
- Doman, G. (2003). *El método de lectura*.
- Echevarry, A. (2013). *Influence of the use of Cabri Geometry II in the learning teaching process of geometry basic*. (Tesis para optar el

- grado de magister). Universidad Nacional de Colombia, sede Maizales.
- Flores, M. y Elósegui E. (2008). *Niveles de razonamiento geométrico y de percepción espacial en estudiantes de un programa de educación primaria* (tesis de licenciado). Universidad Santo Toribio de Mogrovejo y la Universidad de Málaga. España y Lima. Perú.
- Felder, R. & Brent, R. (2007). *Cooperative Learning*. USA: En American Chemical Society.
- Gagné, R. y Briggs, L. (1987). *La planificación de la enseñanza: sus principios*. Editorial Trillas, México.
- Galindo, C. (2013). *Desarrollo de las habilidades básicas para la comprensión de la geometría*. *Revista EMA* 2 (1), 49-58.
- Gálvez, G. (1983). "El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano: Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria".
- Gallego, D. (1996). ). *Integración curricular de los recursos tecnológicos*. Barcelona: Oikos –Tau.
- Godino, J. (2008). *Geometría para maestros, guía para el estudiante*. Recuperado de <http://espanol.free-ebooks.net/ebook/Geometria-para-maestros-Guia-para-el-estudiante>.
- Granillo, K. (2007). *Habilidades para comprender y resolver problemas de suma y resta mediante estrategias de métodos lógicos*. Recuperado de <http://orientacionsanvicente.wordpress.com/2012/05/27/como-ensenar-a-los-ninos-a-resolver-problemas-de-matematicas/>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- Hernández, R. (2006). *Metodología de la Investigación*. Izrtapalapa, México: McGraw-Hill Interamericana.



- Hidalgo, M. (2002). *Análisis psicométrico del cuestionario de confianza para hablar en público, usando la teoría de respuesta al ítem*. Murcia, España.
- Hintzman, D. (1978). *The psychology of learning and memory*, Freeman, San Francisco.
- Hoffer, A. (1990). *La geometría es más que demostración*. Notas de Matemática, 29, 10-24.
- Human, P., Olivier, A. & Murray, H. (1991). *Kinders leer deus om probleme op te los. Eik estadnuus*, 29 november 1991.
- Jaime, A. (1995). *¿Por qué los estudiantes no comprenden la geometría? En A. Gutiérrez y A. Jaime. Geometría y algunos aspectos generales de la educación Matemática*. Bogotá: "Una empresa docente" y grupo Editorial Iberoamericana, pp. 23-43.
- Johnson, D. & Johnson, R. (1999) *Aprender juntos y solos*, Aprendizaje cooperativo, competitivo e individualista. Barcelona: AIQUE.
- Johnson, D., Johnson, R. & Holubec, E. (1993). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos aires: Paidós.
- Kerlinger, F. y Lee. (2008). *Investigación del comportamiento*. Métodos de Investigación en Ciencias Sociales. México: McGraw-Hill.
- León, J. (2011). *Estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la educación primaria*. (Tesis para optar el grado de Doctor). Universidad de Ciencias pedagógica Conrado Benítez García. Cuba.
- Loayza, S. (2007). *Relación entre los estilos de aprendizaje y el nivel de rendimiento académico de los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la institución educativa "República de Argentina" en el distrito de nuevo Chimbote en el año 2006*, (tesis de Maestría), Universidad Cesar Vallejo, Trujillo, Perú.

López, O. y García, S. (2000). *La enseñanza de la Geometría*. España: INEI  
Mardoqueo, M. (2014). Trabajo cooperativo y en equipo. Guatemala: Grao.

Martínez, G (2012). *Los juegos cooperativos y su relación con el desarrollo de habilidades sociales en la educación inicial primaria*. (Tesis para optar el grado de licenciado). Universidad Abierta Iberoamericana.

Merrill, M. D. (1980). *Learner control in computer based learning*. Computers and Education, 4, 77-95.

Merrill, M.D. (1987). *A lesson based upon Component Display Theory*. In C. Reigeluth (ed.), *Instructional Design Theories in Action*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates.

Ministerio de educación del Perú (MINEDU). (2007). *Plan estratégico*. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe/normatividad/planesoperativos.php>

Ministerio de Educación del Perú (2007). *El aprendizaje cooperativo en las matemáticas*. Recuperado de [http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc\\_mat/04\\_mat\\_d\\_s1\\_f4.pdf](http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s1_f4.pdf)

Ministerio de Educación del Perú (2015). *ECE - Prueba Censal de Estudiantes 2014*. Informe de resultados para docentes.

Moreira, M. (1997). *Aprendizaje Significativo: Un Concepto Subyacente*.: Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~Moreira/apsigsubesp.pdf>.

Muñoz, J. y Mato, M. (2002). *Diseño de un cuestionario para medir las actitudes ante las matemáticas de los alumnos del ESO*. Recuperado de <http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/viicongreso/pdfs/172.pdf>

Murillo, J. y Marcos, G. (2009). *Modelo para potenciar y analizar las competencias geométricas y comunicativas en un entorno interactivo de aprendizaje*. Revista enseñanza de las ciencias 27(2), 241-256.

- Novak, J. D. (1997). *Aprendiendo a aprender*. Editorial Martínez. Roca. Barcelona.
- Piaget, J. (1997). *Psicología da inteligencia*. Rio de Janeiro. Zahar Editores.
- Pérez, J. (2008). *Aplicación del razonamiento lógico-matemático mediante juegos didácticos recreativos que permitan la comprensión y resolución de ejercicios y problemas matemáticos en los niños de sexto y séptimo año de educación Básica mixta* "Amemos al niño del sector 10 de agosto en el año lectivo 2007-2009. (Tesis para optar el grado de Licenciado). Universidad de Loja. Ecuador.
- Pérez, R. (2012). *Metodología de la investigación como responsabilidad social*. Recuperado de <http://metinvc.blogspot.com/2012/02/t6a-variables-recurso-analitico.html>
- Pozo, J. (2006). *Teoría cognitiva del aprendizaje*. Madrid.: Morata.: Ediciones Morata. S. L.
- Pujolás, P (2002). *El aprendizaje cooperativo*. Algunas propuestas para organizar de forma cooperativa el aprendizaje en el aula.
- Reigeluth, C. M. y Curtis, R. V. (1987). *Learning situations and instructional models*.
- Rico, J. (2008). *Propuesta de desarrollo de la Geometría en educación infantil y primaria*. Recuperado de <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/primaria/Geometr%EDa.pdf>
- Ruiz, A. (2009). *El trabajo cooperativo en el aula*. Recuperado de: [www.slideshare.net/cprgraus/el-aprendizaje-cooperativo-en-el-aula](http://www.slideshare.net/cprgraus/el-aprendizaje-cooperativo-en-el-aula).
- Serrano, J., Gonzáles, M. y Martínez, M. (1997). *Aprendizaje cooperativo en matemática*. Barcelona. Universidad de Murcia.

Serrano, J. Tejero, M. y Herrero, M. (1997). *Aprendizaje cooperativo en Matemática un método de aprendizaje cooperativo individualizado para la enseñanza de las matemáticas*. España. : Universidad de Murcia.

Sierra, B. (2007). *Estrategia y técnica de investigación social*. Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima. Perú.

Slavin, R. (1980). *An introduction to cooperative learning research*.  
Solé, I. y Coll, C. (1990). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Editorial Graó.

Suárez, C. (2010). *Cooperación como condición social de aprendizaje*. Barcelona: UOC.

Talavera, M. L. (1999). *Otras voces, otros maestros*. La Paz: PIEB.

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijaldo.

Zañartu, L. (2003). *Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de dialogo interpersonal en red*. En contexto Educativo, revista digital de Educación y nuevas tecnologías. Recuperado.  
<http://contextoeducativo.com.ar/2003/4/nota-02.htm>.

## ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario de Habilidades geométricas (Elaborada por el autor, inspirado en Hoffer)

### EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

PRUEBA TOMADA EN LA OBTENCIÓN DE DATOS. VALIDADA POR 3 ESPECIALISTAS:

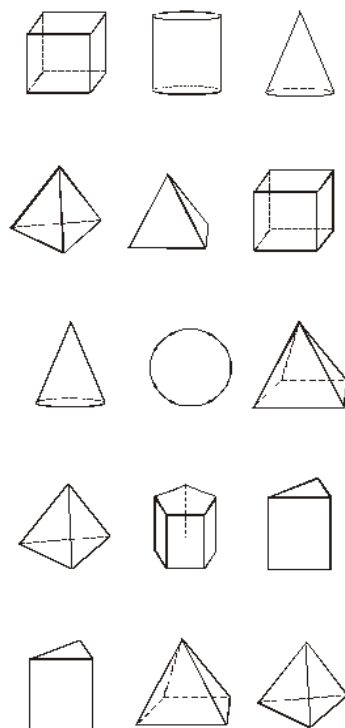
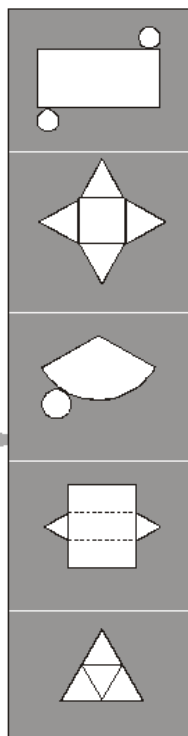
- a) Dr. Soria Quijaite, Jesús
- b) Dr. Vega Beteta, Enrique
- c) Mg. Carbo Gil, Otto Alberto

APELLIDOS Y NOMBRES:.....GRADO:.....

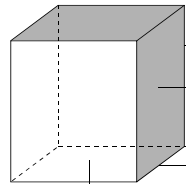
SECCION:.....N° DE ORDEN:.....FECHA:...../...../.....PUNTAJE:

**INSTRUCCIONES:** A continuación se presenta 20 preguntas o (ítems) de desarrollo, lee con atención, reflexiona y responde. Empieza con las que consideres más fáciles. Responde con letra clara y números bien dibujados.

1) Marca con una "x" el sólido que forman los moldes de la izquierda.

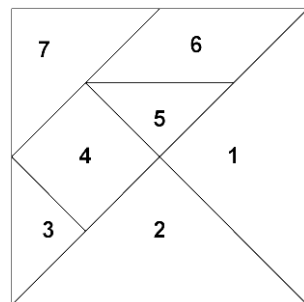


2) ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene un cubo?

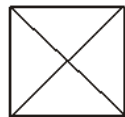


\_\_\_\_\_ caras      \_\_\_\_\_ vértices      \_\_\_\_\_ aristas

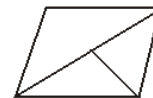
3) Pinta los cuadriláteros del tangram



4) ¿Cuántos triángulos hay en cada figura?

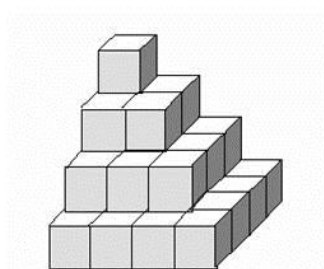


\_\_\_\_\_ triángulos



\_\_\_\_\_ triángulos

5) ¿Cuántos cubitos hay?



\_\_\_\_\_ cubitos

6) Une la figura con su nombre:

Relaciona:



La Recta



El punto



El plano



La semirecta



El Rayo

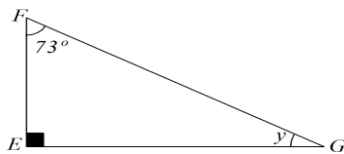


El Segmento

7) ¿Qué significa la palabra geometría? (marca con "x" tu respuesta)

- a) Medición de la Tierra.
- b) Construir la Tierra.
- c) Correr y controlar la velocidad.

8) Halla el valor de "y" en el triángulo rectángulo FEG:



\_\_\_\_\_

9) Dibuja un cuadrado cuyos lados midan 5 cm.

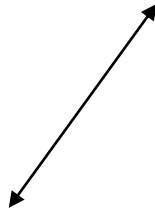
10) Dibuja dos rayos cuyo origen sea el punto A.

11) Dibuja un segmento AB en la recta t.

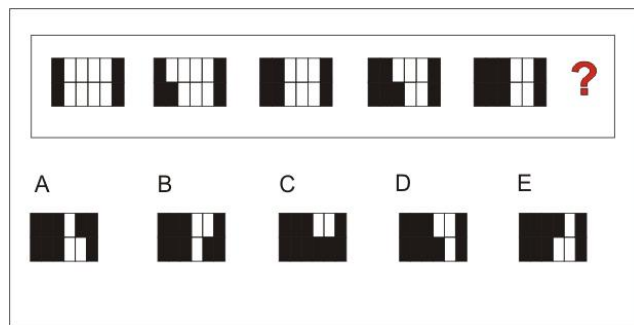


12) Dibuja una recta y marca en ella 4 puntos A, B, C y D.

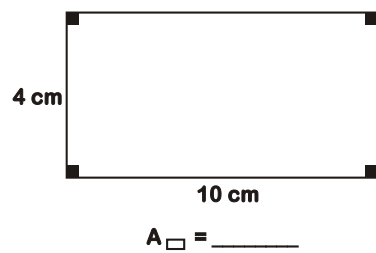
13) Trazar con rojo una recta perpendicular y con azul una recta paralela en el gráfico:



14) ¿Qué figura sigue en la serie? Encierra la alternativa correcta.



15) Usando colores sombrea el área y luego halla su valor.

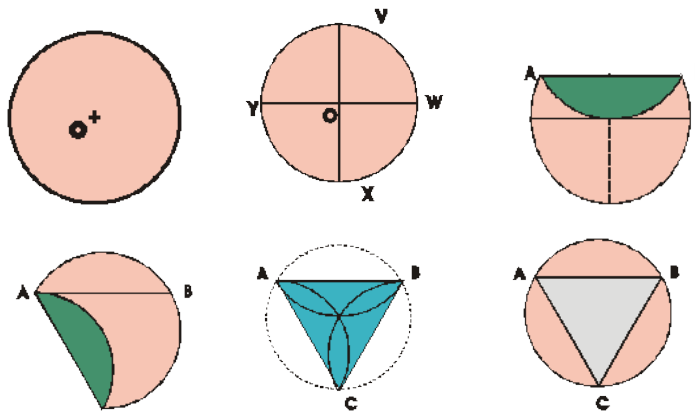




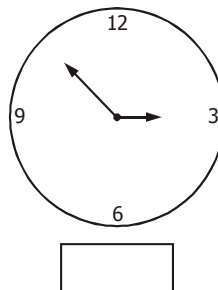
16) Un aula de forma cuadrada, mide 10 m de lado. ¿Cuál es el área de tres aulas iguales?

17) Construye: de un círculo un triángulo inscrito, sigue la secuencia de las imágenes.

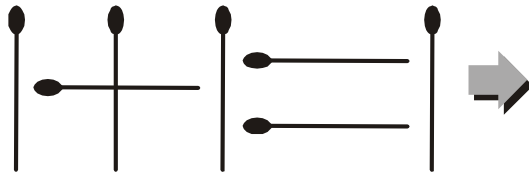
**Recursos:** Papel lustre cortado en círculos; regla, colores, lápiz, goma



18) Ahora usamos el transportador para medir los ángulos que forman las manecillas del reloj. (prolonga las manecillas si es necesario) y escribe su medida en el rectángulo.



19) Moviendo un palito de fósforo, hacer que la igualdad resulte verdadera.



20) Construye una figura de origami con la hoja de color, que te proporcionen con el cuadernillo.

## Anexo 2. Confiabilidad y base de datos

\*Validez y confiabilidad Habilidades geometricas.sav [Conjunto\_de\_datos1] - IBM SPSS Statistics Editor de datos

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

1: a20 Visible: 22 de 22 variables

	Sujeto	p1	p2	p3	p4	p5	p6	p7	p8	p9	p10	p11	p12	p13	p14	p15	p16	p17	p18	p19	p20	a20	var	var	var	var
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1				
2	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1				
3	3	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1				
4	4	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0				
5	5	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1				
6	6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0				
7	7	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1				
8	8	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1				
9	9	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1				
10	10	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0				
11	11	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0				
12	12	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
13	13	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1				
14	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
15	15	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1				
16	16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1				
17	17	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
18	18	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1				
19	19	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1				
20	20	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1				
21	21	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0				
22	22	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
23	23	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1				
24	24	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1				
25	25	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0				
26	26	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1				
27	27	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0				
28	28	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1				
29	29	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1				

Vista de datos Vista de variables

IBM SPSS Statistics Processor está listo

ES 06:47 p.m. 19/04/2014

Base de datos Habilidades geometricas.sav [Conjunto\_de\_datos1] - IBM SPSS Statistics Editor de datos

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

16: Post\_Hab\_moldear | 2 | Visible: 58 de 58 variables

	Pre_Hab_b_visu	Pre_Hab_verbal	Pre_Hab_dibuj	Pre_Hab_logica	Pre_Hab_moldear	Pre_Hab_geometricas	Post_Hab_b_visu	Post_Hab_verbal	Post_Hab_dibuj	Post_Hab_logica	Post_Hab_moldear	Post_Hab_geometricas	Pre_contr	Pre_exper	Post_contr	Post_exper	var	var
1	2	0	2	1	2	8	3	1	1	1	3	9	8	7	9	11		
2	2	0	1	0	3	6	4	1	2	1	3	11	6	7	11	12		
3	5	1	3	0	1	10	4	2	1	1	2	10	10	8	10	17		
4	4	1	0	3	3	11	3	3	4	2	2	14	11	13	14	12		
5	2	0	2	1	4	10	2	2	1	3	10	10	10	12	10	12		
6	2	0	2	1	2	8	4	0	0	1	2	7	8	8	7	12		
7	2	2	2	2	3	11	3	1	1	2	1	8	11	10	8	17		
8	3	3	2	3	3	14	3	0	2	1	2	8	14	15	8	16		
9	3	0	1	1	3	9	3	2	2	2	4	13	9	11	13	17		
10	3	1	3	1	4	13	2	3	4	1	2	12	13	11	12	17		
11	2	2	2	2	2	9	2	0	2	1	2	7	9	9	7	16		
12	3	3	2	3	2	13	2	3	1	4	3	13	13	12	13	17		
13	3	1	3	3	4	15	5	2	3	3	3	16	15	14	16	18		
14	3	3	3	3	0	12	4	1	0	3	3	11	12	7	11	16		
15	3	3	4	1	3	14	2	1	3	1	4	11	14	12	11	16		
16	3	3	2	1	2	11	2	0	2	1	2	7	11	9	7	16		
17	3	2	3	3	4	16	2	2	3	0	3	10	16	15	10	17		
18	3	1	3	3	4	14	3	3	2	3	3	14	14	15	14	15		
19	4	2	2	2	3	12	3	0	0	1	3	7	12	14	7	16		
20	3	2	2	2	3	11	3	1	2	1	4	11	11	12	11	16		
21	4	0	0	1	2	7	3	2	3	1	2	11	.	.	.	.		
22	3	1	1	1	1	7	2	1	2	4	3	12	.	.	.	.		
23	3	0	2	1	2	8	5	2	4	3	3	17	.	.	.	.		
24	3	2	2	2	4	13	4	2	0	3	3	12	.	.	.	.		
25	2	3	4	1	2	12	3	0	4	1	4	12	.	.	.	.		
26	2	0	2	1	2	8	2	3	2	3	2	12	.	.	.	.		
27	2	1	1	3	3	10	3	3	4	3	4	17	.	.	.	.		

Vista de datos Vista de variables

Base de datos Habilidades geometricas.sav [Conjunto\_de\_datos1] - IBM SPSS Statistics Editor de datos

Archivo Edición Ver Datos Transformar Analizar Marketing directo Gráficos Utilidades Ventana Ayuda

16: Post\_Hab\_moldear | 2 | Visible: 58 de 58 variables

	Pre_Hab_b_visu	Pre_Hab_verbal	Pre_Hab_dibuj	Pre_Hab_logica	Pre_Hab_moldear	Pre_Hab_geometricas	Post_Hab_b_visu	Post_Hab_verbal	Post_Hab_dibuj	Post_Hab_logica	Post_Hab_moldear	Post_Hab_geometricas	Pre_contr	Pre_exper	Post_contr	Post_exper	var	var
19	4	2	2	2	3	12	3	0	0	1	3	7	12	14	7	16		
20	3	2	2	2	3	11	3	1	2	1	4	11	11	12	11	16		
21	4	0	0	1	2	7	3	2	3	1	2	11	.	.	.	.		
22	3	1	1	1	1	7	2	1	2	4	3	12	.	.	.	.		
23	3	0	2	1	2	8	5	2	4	3	3	17	.	.	.	.		
24	3	2	2	2	4	13	4	2	0	3	3	12	.	.	.	.		
25	2	3	4	1	2	12	3	0	4	1	4	12	.	.	.	.		
26	2	0	2	1	2	8	2	3	2	3	2	12	.	.	.	.		
27	2	1	1	3	3	10	3	3	4	3	4	17	.	.	.	.		
28	5	1	3	3	3	15	5	2	4	3	4	16	.	.	.	.		
29	4	1	0	3	3	11	5	3	3	3	3	17	.	.	.	.		
30	2	1	2	1	4	11	5	2	4	3	3	17	.	.	.	.		
31	2	0	3	1	2	9	4	3	4	3	4	16	.	.	.	.		
32	2	3	1	3	3	12	5	3	4	2	3	17	.	.	.	.		
33	3	3	2	3	3	14	5	2	4	3	4	16	.	.	.	.		
34	3	0	0	1	3	7	5	2	3	3	3	16	.	.	.	.		
35	3	1	2	1	4	12	4	3	4	3	4	16	.	.	.	.		
36	2	2	2	2	2	9	4	3	4	3	4	16	.	.	.	.		
37	3	3	2	3	4	15	2	4	4	4	3	17	.	.	.	.		
38	3	1	3	3	4	15	3	3	3	3	3	15	.	.	.	.		
39	1	3	3	3	4	14	4	3	4	3	4	16	.	.	.	.		
40	2	1	3	2	4	12	3	3	4	4	4	16	.	.	.	.		
41																		
42																		
43																		
44																		
45																		

Vista de datos Vista de variables

### Anexo 3. Programa: “Trabajemos Juntos”.

#### PROYECTO DE TRABAJO COOPERATIVO

1. Título : “Trabajemos Juntos”
2. Justificación :

El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los estudiantes trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. El aprendizaje cooperativo comprende tres tipos de grupos de aprendizaje. Los grupos “formales” que funcionan durante un período que va de una hora a varias semanas de clase. En estos grupos los estudiantes trabajan juntos para lograr objetivos comunes, asegurándose de que ellos mismos y sus compañeros completen la tarea de aprendizaje asignada. Los grupos “informales” de aprendizaje cooperativo operan durante unos pocos minutos hasta una hora de clase. El docente puede utilizarlos durante una actividad de enseñanza directa para centrar la atención de los estudiantes, para asegurarse de que los estudiantes procesen cognitivamente el material que se les está enseñando y para dar cierre a una clase. Autores: David W. Johnson, Roger Johnson, Edythe J. Holubec. Editorial Paidós. Buenos Aires. 1999.

Vivimos en un mundo en el que la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. A nuestro alrededor podemos observar evidencias geométricas; en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales. Este entorno demanda de las personas que pongan en práctica habilidades geométricas como obtener información a partir de la observación; interpretar, representar y describir relaciones entre formas; desplazarse en el espacio; entre otras. En ese sentido, aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. (Cabellos Santos, 2006).

3. Grado : 5º grado de primaria
4. Sección : Caleb
5. Temporalidad : Mayo a Julio
6. Valor : Cooperación
7. Meta :

Desarrollo de prueba escrita y exhibición de diversos poliedros  
construidos con papel y/o sorbetes.

8. Definición:

El programa es un instrumento curricular donde se organizan las actividades de enseñanza-aprendizaje, que permite orientar al docente en su práctica con respecto a los objetivos a lograr, las habilidades que deben manifestar los estudiantes, las actividades y contenidos a desarrollar, así como las estrategias y recursos didácticos.

El programa “Trabajemos Juntos” promueve conductas cooperativas para optimizar las habilidades geométricas, se organiza a través de sesiones de aprendizaje aplicadas en clase.

Slavin; definió el cooperativismo como una "técnica del salón de clases en la cual los estudiantes trabajan en actividades de aprendizaje en pequeños grupos y reciben recompensas o reconocimientos basados en la realización o desempeño grupal". (Slavin, 1980, p. 315).

9. Descripción del programa

Objetivos:

Desarrollar el progreso de las capacidades geométricas.

Aprender información nueva.

Contenido:

a) Habilidad visual geométrica (identifica – relaciona)

- Sólidos
- Elementos de los sólidos.
- Tangram

- Conteo de triángulos y cubos.
- b) Habilidad verbal geométrica: Argumenta
- Simbología
  - Ángulos
- c) Habilidad para dibujar geoméricamente (uso de instrumentos geoméricos)
- Cuadrados
  - Rayo
  - Segmento
  - Recta
- d) Habilidad Lógica geométrica (resuelve problemas)
- Perpendicular y paralelas.
  - Series gráficas.
  - Área del cuadrado y del rectángulo. Problemas
- e) Habilidad para modelar geoméricamente:
- Construcción de un triángulo en un círculo
  - Uso del transportador
  - Uso de palitos de fósforo.
  - Origami

### **Metodología**

El aprendizaje cooperativo no es sólo un método o técnica de enseñanza y aprendizaje; es una concepción diferente de este proceso. La meta que se propone es conseguir que los estudiantes aprendan sintiéndose comprometidos con el aprendizaje de sus compañeros. Para ponerlo en práctica es necesario que los estudiantes trabajen en grupos y que dentro del aula se valoren, desarrollen y practiquen competencias sociales, cognitivas, de comunicación o relación interpersonal, y de actuación o inserción social.

Dentro de este esquema identifica esencialmente tres elementos:

- a) Una estructura de tarea (las actividades mismas que se realizan en el salón, las cuales son de naturaleza instruccional variada);
- b) Una estructura de recompensas, vinculada a procesos interpersonales como el tipo de consecuencias que para una persona tiene la ejecución o el rendimiento en el aula de clase de otro compañero o compañera, y la "interdependencia positiva", en tanto el éxito de una persona contribuye con el éxito de la otra; además, los logros de un objetivo particular del estudiante están relacionados unos con otros en función del desempeño o la ejecución en tareas que se realizan de forma individual y/o grupal, junto al sentido de pertenencia, que confiere cohesión al grupo; y finalmente.
- c) Una estructura de autoridad, referida al control relativo que los estudiantes pueden tener sobre sus propias actividades en tanto el control resulta ser impuesto por el docente. Según Díaz Barriga (1999) el aprendizaje colaborativo se caracteriza por la igualdad que debe tener cada individuo en el proceso de aprendizaje y la mutualidad, entendida como la conexión, profundidad y bidireccionalidad que alcance la experiencia, siendo ésta una variable en función del nivel de competitividad existente, la distribución de responsabilidades, la planificación conjunta y el intercambio de roles.

**Duración:**

El programa tiene una duración de 8 sesiones con el estudiante, con seguimiento constante

El programa tiene como propósito trabajar cinco dimensiones bien definidas:

**ETAPAS DEL PROYECTO**

Para llevar a cabo este trabajo identificamos cuatro etapas:

**Etapa 1: Formación y preparación para el trabajo cooperativo**

En esta etapa buscamos relevar toda la información necesaria para reconocer los alcances y potencialidades del método cooperativo para el trabajo en el aula de Matemática. Es preciso en esta etapa describir las



características peculiares del aprendizaje cooperativo, sus supuestos teóricos, exigencias y limitaciones. Centramos nuestro interés en tres capacidades: de comunicación, de resolución de conflictos y de solidaridad para el aprendizaje mutuo. Estas categorías de análisis fueron delimitadas dentro de lo observable en el desarrollo de una clase.

## **Etapa 2: Adecuación de la estrategia al contexto**

En esta etapa se planifican y diseñan las experiencias áulicas en base a selección de los temas a ser abordados mediante la estrategia cooperativa. Geometría es un organizador del área de matemática en el nivel primaria, con una carga horaria de 40 horas bimestrales, con los siguientes contenidos básicos:

- Sólidos
- Elementos de los sólidos.
- Tangram
- Conteo de triángulos y cubos.
- Simbología
- Ángulos
- Cuadrados
- Rayo
- Segmento de recta
- Recta
- Perpendiculares y paralelas.
- Series gráficas.
- Área del cuadrado y del rectángulo. Problemas
- Construcción de un triángulo en un círculo
- Uso del transportador
- Uso de palitos de fósforo.
- Origami

Para el desarrollo de estos temas se planteó:

### 1. Objetivos:

- Comprender los temas de las clases de trabajos prácticos

- Ayudar a sus compañeros de grupo a comprender los temas
- Desarrollar habilidades de comunicación con sus compañeros
- Resolver eficazmente los conflictos que puedan surgir en la interacción en el aula
- Desarrollar habilidades de cooperación para el aprendizaje de sus compañeros

2. Coordinadas espacio-temporales: el trabajo se desarrollará durante 4 semanas, con 2 clases de 2 horas por semana, de resolución de problemas y ejercicios de aplicación, con los estudiantes de una comisión de trabajos prácticos de geometría, formada por 30 estudiantes del quinto grado “ “ del Colegio Unión.

3. Recursos y materiales: Se elaborarán guías de trabajos prácticos con ejercicios variados sobre los distintos temas de la materia

4. Técnicas de evaluación y retroalimentación: para validar la eficacia del intento educativo se exigirá a cada equipo la entrega de los ejercicios y problemas resueltos al finalizar cada clase. Además se organizarán tres evaluaciones parciales individuales sobre los distintos temas. Para el monitoreo de las habilidades sociales que se desplegarán en clase, se elaborarán grillas de observación diaria en las que los estudiantes tutores realizarán sus registros.

### **Etapa 3: Implementación de la estrategia cooperativa**

La etapa 3 implicará la puesta a prueba de la experiencia de trabajo cooperativo en el aula. Utilizando los preceptos de la investigación-acción comprometiendo al equipo en las tareas de trabajo en el aula. Se desarrollarán en esta etapa una secuencia de acciones que fueron cuidadosamente planificadas:

1. Especificar los objetivos de aprendizaje
2. Conformar los grupos:

Se organizarán 6 grupos de 5 estudiantes. Son preferibles los grupos heterogéneos. Los grupos compuestos por estudiantes con diferentes rendimientos y distintos intereses permiten que los estudiantes tengan acceso a diversas perspectivas y métodos de resolución de problemas, y

producen un mayor desequilibrio cognitivo, necesario para estimular el aprendizaje y el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Para formar grupos heterogéneos similares conviene utilizar la distribución estratificada.

Este tipo de distribución permite al docente asignar a cada grupo un estudiante de un nivel superior, un estudiante de nivel inferior y el resto de nivel medio.

### 3. Acondicionar el aula:

Se dispuso en semicírculos las sillas de los integrantes de cada grupo, de modo que todos pudieran mirarse a la cara y pudiesen ver al docente con comodidad.

### 4. Distribuir los materiales de enseñanza:

Limitar los recursos que se distribuyen a cada grupo es una manera de crear una interdependencia positiva, pues obliga a los estudiantes a trabajar juntos para cumplir con la tarea.

### 5. Asignar roles:

Para asegurar la interdependencia de las tareas se instará a los estudiantes a que asuman distintos roles en cada clase (lector de consignas, redactor de trabajos, organizador del debate, organizador de consultas, etc.)

### 6. Explicar la tarea académica

### 7. Estructurar la meta grupal de interdependencia positiva:

En cada clase se hará hincapié en la necesidad de trabajar en equipo, asegurándose de que cada estudiante debe haber comprendido la tarea, pero también de que lo hayan hecho sus compañeros. La cooperación, el compromiso solidario, la atención al que solicita ayuda serán habilidades que se procurarán practicar permanentemente, involucrando a cada estudiante en el aprendizaje de todos.

### 8. Estructurar la evaluación individual:

Se planificarán, un examen parcial de evaluación diagnóstica y un examen final integrador.

### 9. Especificar las conductas deseadas:

Se insistirá en que las conductas esperadas se vinculaban directamente con el buen funcionamiento del grupo como equipo de trabajo.

La capacidad para comunicarse con sus compañeros y docentes, la habilidad para solucionar posibles conflictos tanto de la interacción como cognitivos al tratar de resolver los problemas y ejercicios planteados.

10. Proporcionar asistencia en relación a la tarea:

Al inicio de cada actividad, se describirá las características del trabajo a realizar y se recordará los conceptos y elementos teóricos que fueran necesarios para ubicar a los estudiantes en el tema y sus procedimientos de resolución.

11. Intervenir para enseñar habilidades de colaboración: Para ayudar al buen funcionamiento del equipo los tutores y docente responsable guiarán permanentemente las actividades del grupo insistiendo en la necesidad de interactuar positivamente, de intercambiar ideas, respetando las opiniones ajenas, y procurando que el éxito de cada uno surja del avance de todos.

12. Evaluar la calidad y cantidad del aprendizaje de los estudiantes:

Las evaluaciones realizadas en forma individual serán discutidas a posteriori en el seno de cada grupo para reconocer las debilidades y fortalezas de cada uno y retroalimentar el proceso. La ventaja cualitativa del método permitirá aportar indicadores respecto del logro de competencias cognitivas pero asociadas a habilidades sociales para transmitir, comunicar, interactuar, integrar un equipo, etc.

#### **Etapa 4: Valoración comparativa, contraste de la hipótesis planteada y formulación de nuevas**

En esta etapa de síntesis y valoración de las tareas realizadas, verificaremos los efectos que las clases de aprendizaje cooperativo produjeron en el rendimiento académico y las habilidades sociales de los estudiantes intervinientes. Utilizando las categorías previamente definidas y los criterios de validación planificados, intentaremos acercar datos referidos a la eficacia del intento educativo. Centrando la atención en las capacidades intelectuales y sociales alcanzadas, verificaremos el logro de

los objetivos, con los métodos de indagación en ciencias sociales más comunes.

Para que la cooperación funcione bien, hay cinco elementos esenciales:

- a) Interdependencia positiva. Los miembros de un grupo deben tener claro que los esfuerzos de cada integrante no sólo benefician a él mismo sino también a los demás miembros. Por tanto, supone compromiso con el éxito de otras personas, además del propio.
- b) Responsabilidad individual. Cada miembro será responsable de cumplir con la parte del trabajo que le corresponda.
- c) La interacción. Esta preferentemente será cara a cara. Los estudiantes deben realizar juntos una labor, compartiendo los recursos existentes y ayudándose, respaldándose, alentándose y felicitándose unos a otros por su empeño en aprender.
- d) Habilidades interpersonales y grupales. El aprendizaje cooperativo es más complejo que el aprendizaje individualista y el aprendizaje competitivo porque requiere que los estudiantes aprendan tanto las materias escolares como las prácticas interpersonales necesarias para funcionar como grupo. Así, los miembros del grupo deben saber cómo ejercer la dirección, tomar decisiones, crear un clima de confianza, comunicarse y manejar los conflictos, y deben sentirse motivados para hacerlo.
- e) Evaluación grupal. Los miembros del grupo deben analizar en qué medida están alcanzando sus metas y manteniendo relaciones de trabajo eficaces. Los grupos deben determinar qué acciones de sus miembros son positivas o negativas, y tomar decisiones acerca de qué conductas conservar o modificar.

#### LA DISPOSICIÓN DE LOS GRUPOS EN EL AULA

Al disponer el aula para el trabajo en grupos cooperativos, el docente debe tener presentes las siguientes pautas:

- 1) Los miembros de un grupo de aprendizaje deben sentarse juntos y de forma tal que puedan mirarse a la cara.
- 2) Todos los estudiantes deben estar en condiciones de ver al docente al frente del aula sin tener que girar en sus sillas o adoptar una posición incómoda.
- 3) Los distintos grupos deben estar lo bastante separados como para que no interfieran unos con otros.
- 4) Para emplear con eficacia el aprendizaje cooperativo, hay que arreglar el aula de modo que los estudiantes tengan un fácil acceso a los demás, al docente y a los materiales que necesitan para ejecutar las tareas asignadas.

El docente escribirá el nombre del rol en un lado de la ficha y las frases que podría decir quien lo desempeña en el otro lado, o las funciones de ese rol.

Algunos de los roles que proponemos son:

**Analista.** Relaciona los conceptos y las estrategias actuales con el material previamente estudiado y con los marcos cognitivos existentes.

**Compendiador o sintetizador.** Reformula las principales conclusiones del grupo, o lo que se ha leído o analizado, del modo más completo y exacto que le es posible.

**Corrector.** Corrige cualquier error en las explicaciones de otro miembro o resume y complementa cualquier dato importante que se haya omitido.

**Crítico de ideas.** Cuestiona intelectualmente a sus compañeros criticando sus ideas, al mismo tiempo que les transmite su respeto en tanto personas.

**Encargado de ampliar.** Amplía las ideas y conclusiones de los miembros del grupo, agregando nueva información o señalando consecuencias.

**Encargado de buscar fundamentos.** Les pide a los miembros del grupo que fundamenten sus respuestas y conclusiones con hechos o razonamientos.

**Encargado de explicar ideas o procedimientos.** Transmite las ideas y opiniones de cada uno.

**Encargado de llevar un registro.** Anota las decisiones y redacta el informe del grupo.

**Encargado de verificar la comprensión.** Se asegura de que todos los miembros del grupo sepan explicar cómo se llega a determinada respuesta o conclusión.

**Inquisidor.** Hace preguntas profundas que conducen a un análisis o profundizan la comprensión.

**Integrador:** Integra las ideas y los razonamientos de los miembros del grupo en una única posición con la que todos puedan concordar.

**Observador.** Registra la frecuencia con que los miembros del grupo adoptan las actitudes deseadas.

**Verificador.** Verifica la validez del trabajo del grupo en función de las instrucciones, del tiempo disponible y del sentido común.

#### LA INTERDEPENDENCIA POSITIVA

La interdependencia positiva vincula a los estudiantes de tal manera que ninguno de ellos podrá cumplir la tarea a menos que todos lo hagan. Se dan cuenta de que el trabajo de cada miembro es indispensable para que el grupo logre sus objetivos. La interdependencia positiva respecto a los objetivos tiene el efecto de unir a los miembros del grupo, les da una razón concreta para actuar. Con el fin de implementar la interdependencia positiva respecto de las metas, el docente les informará a los estudiantes que deben alcanzar los siguientes objetivos:

- 1) Todos los miembros del grupo obtendrán una puntuación acorde con el criterio preestablecido cuando se los evalúe independientemente: “Cada uno debe tener más del 90 por ciento de las respuestas correctas en la prueba de evaluación y también debe asegurarse de que todos los demás miembros del grupo también superen el 80 por ciento”
- 2) Todos los miembros del grupo mejorarán su rendimiento, superando sus niveles anteriores.

- 3) La puntuación global del grupo superará el estándar preestablecido. “Cada miembro del cuarteto puede obtener hasta 100 puntos. Voy a sumar los puntos de cada uno de ustedes para determinar la puntuación total del grupo. Esa puntuación deberá ser más de 370 puntos”. Cuando los estudiantes empiezan a trabajar cooperativamente por primera vez, la interdependencia respecto de los objetivos no suele ser suficiente para garantizar la cooperación entre ellos.

Hay que desarrollar otros tipos de interdependencia:

- a) Interdependencia respecto de los recursos. El docente dará a cada miembro de un grupo sólo una parte de la información, de modo que los miembros tengan que combinar sus recursos.
- b) Interdependencia respecto de los premios. Hay dos tipos de premios tangibles que puede emplear el docente para implementar la interdependencia positiva: premios escolares, por ejemplo, puntos adicionales, y premios no escolares, como tiempo libre, recreos, calcomanías o stickers.
- c) Interdependencia de los roles. Esta interdependencia se implementa asignando a los miembros del grupo roles complementarios e interconectados. Los roles especificarán la responsabilidad de cada uno.

La interdependencia entre los grupos extiende a toda la clase los resultados positivos del aprendizaje cooperativo, al fijar objetivos para el conjunto de la clase, además de los objetivos individuales y grupales. Un modo de implementar esta interdependencia es otorgar puntos adicionales a cada miembro de la clase si todos satisfacen determinado criterio de excelencia.

Cuando un grupo termina la tarea asignada, sus miembros deben buscar otros grupos que también hayan terminado, para comparar y explicar sus respuestas y estrategias, o bien otros grupos que no la hayan terminado, para ayudarlos a hacerlo.

## LA RESPONSABILIDAD INDIVIDUAL



Cada miembro de un grupo se hace personalmente responsable de contribuir a lograr los objetivos del grupo y ayudar a los demás miembros a que también lo hagan. Cuanto mayor es la interdependencia positiva dentro de un grupo de aprendizaje cooperativo, más responsables se sentirán los estudiantes. Los estudiantes se dan cuenta de que si no hacen lo que les toca, perjudican a sus compañeros de grupo, además de perjudicarse a sí mismos.

Durante el aprendizaje cooperativo los estudiantes aprenden conocimientos, destrezas, estrategias o procedimientos dentro de un grupo, y luego los aplican por sí solos para demostrar su dominio personal del material aprendido. Los estudiantes aprenden juntos cómo desempeñarse aún mejor individualmente.

Los modos más comunes de hacerlo son:

- 1) Tomar una prueba individual a cada estudiante.
- 2) Tomar exámenes orales individuales al azar.
- 3) Observar a cada grupo y registrar la frecuencia con que cada miembro contribuye al trabajo grupal.
- 4) Asignarle a un estudiante de cada grupo el rol de encargado de verificar la comprensión.
- 5) Hacer que los miembros del grupo se corrijan sus respectivos trabajos.

#### LAS CONDUCTAS DESEABLES

El docente debe enseñarles a los estudiantes las destrezas o prácticas sociales requeridas para colaborar unos con otros y motivarlos para que las empleen a efectos de trabajar productivamente en grupo.

Para alcanzar los objetivos comunes los estudiantes deben:

- 1) Llegar a conocerse y confiar unos en otros.
- 2) Comunicarse con precisión y claridad.
- 3) Aceptarse y apoyarse unos a otros.
- 4) Resolver los conflictos de forma constructiva.

Los cuatro niveles de práctica cooperativa coinciden con las cuatro divisiones de los roles que asumen los estudiantes durante las clases cooperativas:

Prácticas de formación: permanecer con el grupo y no deambular por la clase; hablar en un tono de voz bajo; turnarse; y llamarse unos a otros por el nombre.

- a) Prácticas de funcionamiento: expresar las ideas y opiniones personales, orientar el trabajo del grupo y alentar a todos a que participen.
- b) Prácticas de formulación: comprender mejor los materiales que estudian, emplear estrategias apropiadas de razonamiento como, por ejemplo, relacionar lo que se está estudiando con los conocimientos previos, y retener el material asignado.
- c) Prácticas de incentivación: el conflicto cognitivo, la búsqueda de más información y la explicación de los fundamentos en que se basan las conclusiones a las que cada uno ha llegado. Por ejemplo, criticar las ideas y no cambiar de opinión a menos que uno sea lógicamente persuadido a hacerlo (la regla de acatar la opinión de la mayoría no promueve el aprendizaje).

## ESTRATEGIAS USADAS

Ejercitar o repasar la lección en pares.

Esta técnica es útil para implementar que los estudiantes repasen lo que han aprendido de una lección. El procedimiento es el siguiente:

- 1) El estudiante "A" lee el primer problema asignado y explica, paso a paso, los procedimientos y estrategias necesarios para resolverlo. El estudiante "B" verifica que la solución sea correcta y promueve y orienta la actividad del par.
- 2) Los estudiantes "A" y "B" intercambiarán sus roles para abordar el segundo problema.
- 3) Cuando el par resuelve dos problemas, los miembros verifican sus respuestas con el otro par que compone su grupo de cuatro. Si hay discrepancias, deben analizar sus razonamientos y llegar a un consenso.
- 4) El procedimiento prosigue hasta que los estudiantes resuelven todos los problemas asignados. Para verificar la responsabilidad individual, el

docente puede pedirles a algunos estudiantes, elegidos al azar, que expliquen cómo resolver uno de los problemas propuestos.

### **Resolver problemas matemáticos en pares**

Esta técnica permite a los estudiantes ejercitar las destrezas necesarias para resolver problemas en la vida real. Fuera del colegio, la mayor parte de las actividades dirigidas a resolver problemas matemáticos se realizan en equipos cuyos integrantes interactúan para clarificar y definir un problema, para analizar y proponer métodos de resolución de problemas y para verificar la lógica aplicada y los cálculos.

En primer lugar, el docente formará grupos cooperativos de aprendizaje (inicialmente pares, con el tiempo de tres o cuatro, a medida que los estudiantes se van volviendo diestros para trabajar en equipo) que sean heterogéneos en cuanto a los conocimientos matemáticos. Los miembros del grupo deben entender que su objetivo común es resolver un problema, ponerse de acuerdo en la respuesta y ser capaces de explicar cada paso que dieron para resolverlo.

En segundo lugar, los miembros del grupo deben leer el problema, determinar qué saben y qué ignoran al respecto y luego hacer una descripción matemática del problema empleando ecuaciones, diagramas o gráficos. Tras analizar y acordar los métodos para resolver el problema, los miembros del grupo harán los cálculos, explicando los fundamentos de cada paso y verificando los resultados de los cálculos. Ambos estudiantes ponen su firma a la respuesta, indicando así que concuerdan con la solución y pueden explicar cómo llegaron a ella.

A continuación un formato sugerente, con el cual se puede registrar las observaciones alineadas con los objetivos del programa.

<i>Observador:</i> _____				
<i>Fecha:</i> _____				
<i>Actos / Estud.</i>	<i>Daniel</i>	<i>Josué</i>	<i>Zulema</i>	<i>Blanca</i>

<i>Aporta ideas</i>				
<i>Estimula la participación</i>				
<i>Verifica la comprensión</i>				
<i>Orienta al grupo</i>				
<i>Cumple las normas del aula</i>				
<i>Total</i>				

Al dorso de la hoja del formulario, se toman notas acerca de ciertas conductas que tienen lugar pero que no corresponden a las prácticas que están siendo observadas.

Una vez que se ha realizado la observación, se muestra al grupo el formulario de observación con los datos recogidos. Se pregunta a los estudiantes qué conclusiones extraen con respecto a su propia participación en el grupo y sobre el funcionamiento general del grupo. Después del análisis de las conclusiones, se ayuda al grupo a fijar un objetivo de mejora: ¿qué podrían agregar para funcionar mejor mañana de lo que lo hicieron hoy?

Una forma de ayudar a los grupos a analizar y reflexionar sobre su trabajo consiste en volcar en un gráfico los datos procedentes de la observación y la autoevaluación acerca de la interacción de los miembros. El diagrama de barras es uno de los más útiles. Un ejemplo de diagrama de barras sería el siguiente:

puntos	Miembro del grupo: _____				
	Fecha: _____				
30					
25					

20					
15					
10					
5					
	Trabaja durante la tarea	Aporta ideas	Integra/sintetiza	Ayuda a sus compañeros	Completa las tareas asignadas

- Progreso del grupo a largo plazo: diagrama de barras semanal.

Las observaciones no estructuradas (o anecdóticas) son las que se realizan sin que estén previamente contempladas. Suele tratarse de observaciones puntuales y específicas que son lo bastante breves para tomar nota rápidamente, captan un aspecto importante de la conducta de uno o más estudiantes y ayudan a responder preguntas acerca de la eficacia con que se ha implementado el aprendizaje cooperativo. Las fichas podrán usarse durante las reuniones con los padres para brindar ejemplos de la capacidad y las cualidades positivas del alumno.

El docente debe centrar su atención en las conductas positivas. Estas deberán ser festejadas cuando estén presentes y mencionadas en caso de estar ausentes.

#### LA EVALUACIÓN DE LA CALIDAD Y LA CANTIDAD DEL APRENDIZAJE

Diagnosticar significa recoger datos para emitir un juicio, y evaluar es juzgar el valor de algo sobre la base de los datos recogidos. El diagnóstico no implica asignar calificaciones. El docente puede diagnosticar sin hacer una evaluación, pero no puede evaluar sin haber diagnosticado.

No todos los resultados del aprendizaje (por ejemplo, el nivel de razonamiento, el dominio de los procedimientos para resolver problemas, el pensamiento meta cognitivo) pueden evaluarse por medio de las tareas o las pruebas escritas. Estos importantes resultados sólo se evalúan observando a los estudiantes “pensar en voz alta”. Sobre la base

de la información recogida durante los diagnósticos, los estudiantes establecen objetivos para mejorar su rendimiento.

El docente debe esbozar un plan de diagnóstico para cada una de sus clases, centrándose en varios puntos:

- 1) El proceso de aprendizaje. Se trata de que los grupos de aprendizaje cooperativo aprendan a definir y organizar los procesos de trabajo, controlar la calidad de estos procesos registrando indicadores de progreso y volcar las puntuaciones obtenidas en un diagrama de calidad para evaluar la eficacia de su trabajo.
- 2) Los resultados del aprendizaje. El docente debe medir cuánto han aprendido los estudiantes en una clase. Tradicionalmente, el rendimiento se evalúa mediante pruebas escritas. En los últimos tiempos, en cambio, se procura evaluar los resultados mediante mediciones de desempeño. Las evaluaciones basadas en el desempeño requieren que los estudiantes demuestren lo que pueden hacer con lo que saben, poniendo en práctica un procedimiento o una técnica. Los estudiantes podrán presentar trabajos concretos (origami, tangram, sólidos de papel, poliedros con sorbetes), exhibiciones, demostraciones, proyecciones de vídeo, etc.
- 3) El ámbito en que se efectúa el diagnóstico. Como es imposible colocar a los estudiantes en muchas situaciones de la vida real, el docente puede hacerles realizar tareas simuladas o resolver problemas simulados de la vida real. Al realizar un diagnóstico auténtico, basado en el desempeño, el docente tiene que contar con procedimientos para inducir los desempeños y para elaborar los criterios de evaluación.

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 01

### I. DESARROLLO: “SÓLIDOS GEOMÉTRICOS”

#### Objetivo

Reconocer sólidos geométricos de acuerdo a sus características.

Asignar los roles a los integrantes de cada grupo.

La tutora o guía explica las clases motivando el aprendizaje.

#### Resumen

Los sólidos geométricos están presentes en nuestra vida diaria. Los vemos a nuestro alrededor. Es importante retomar con los estudiantes, esos objetos que son cercanos a ellos y tomarlos como herramientas para introducir el tema de sólidos. Para comenzar la primera sesión el profesor (a) puede llevar algunos objetos representativos y pedir que los describan inicialmente, color, tamaño, forma, para qué sirven, etc. Desde los primeros cursos es importante que los estudiantes reconozcan los sólidos y además les den los nombres respectivos para irse familiarizando fácilmente con ellos.

Además, solamente se trabajará la identificación de sólidos, algunas características y sus nombres.

#### Materiales:

- Cuaderno
- Lápiz, algunos sólidos geométricos
- tijeras, pegamento.

#### Duración:

3 horas

Desarrollo:

## PRIMERA CLASE

### Introducción del tema

Para esta primera parte, lleve algunos sólidos que sean de fácil reconocimiento: cajas, balones, velas, libros, latas, etc. Pase a algunos de los estudiantes para que los toquen, den el nombre del objeto, lo describan de alguna manera, digan para qué se utiliza.

### Desarrollo del tema

Teniendo los ejemplos que ha llevado, concluya que estos elementos son sólidos geométricos.

Aquí viene una parte muy importante que es dar algunas características de cada sólido y el nombre respectivo.



Retome los ejemplos que han llevado los estudiantes y haga que algunos muestren su objeto y den el nombre del o los sólidos que allí reconocen.

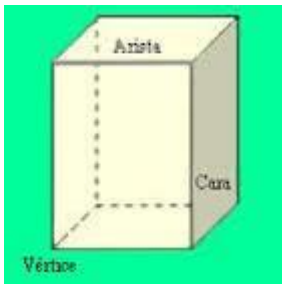
Reúna los objetos en dos conjuntos: los que ruedan y los que se deslizan.



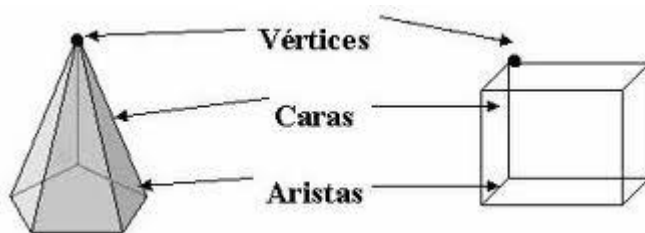
Es importante que ellos comprendan que cada cara no es un sólido sino una figura plana.

Haga el ejercicio con varios de los objetos.

Con la ayuda del guía, observarán detenidamente la forma de cada objeto, identificando los que tienen bases y caras y los que solo tienen base.



Reconocemos las partes de un poliedro:



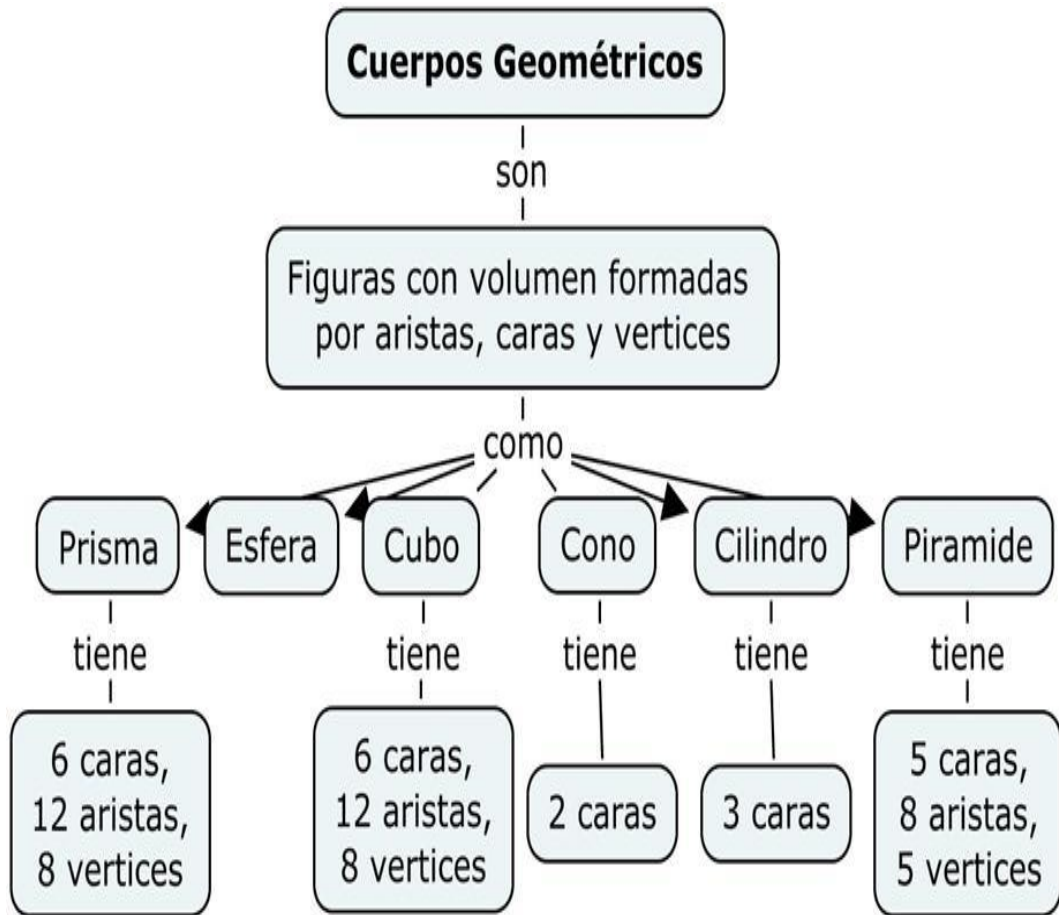
LOS POLIEDROS TIENEN CARAS Y BASE.  
LOS NO POLIEDROS TIENEN BASES CIRCULARES

Evaluación:

HOJA DE TRABAJO - TALLER DE COMPETENCIAS

En una hoja de trabajo se pueden colocar estos ejercicios para resolverlos de manera colectiva y luego hacer la puesta en común y las correcciones correspondientes:

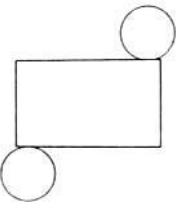

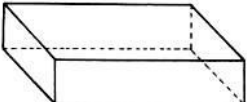
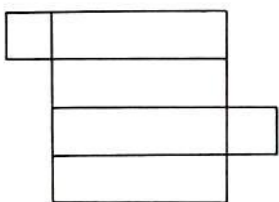

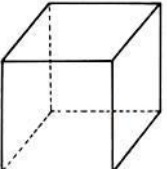
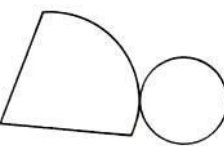

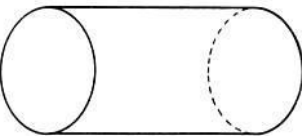
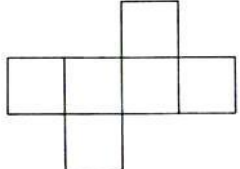
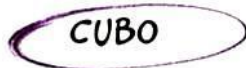
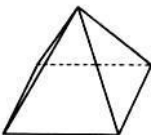
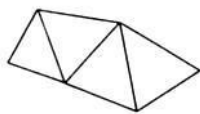

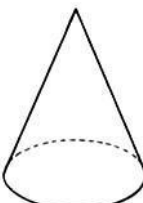
Para el profesor o guía: Es bueno ubicar cada ejercicio propuesto de acuerdo a la competencia y al proceso que se trabajan en éste, por eso en cada ejercicio aparecerán estos datos, pero básicamente son para que el profesor o guía lo tenga en cuenta y no necesariamente deben estar en la hoja de trabajo de los estudiantes.



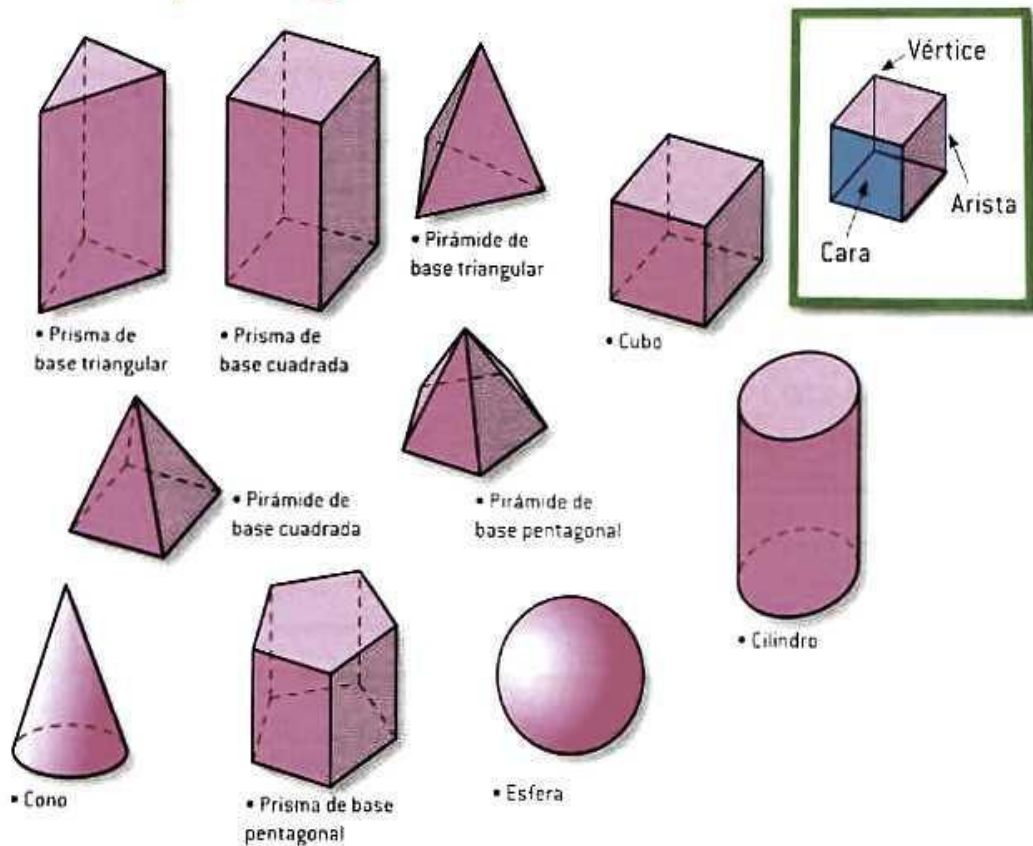
# SE DESARMARON LOS CUERPOS

Pensá cómo quedaría cada cuerpo si lo desarmamos.

Uní como corresponde.

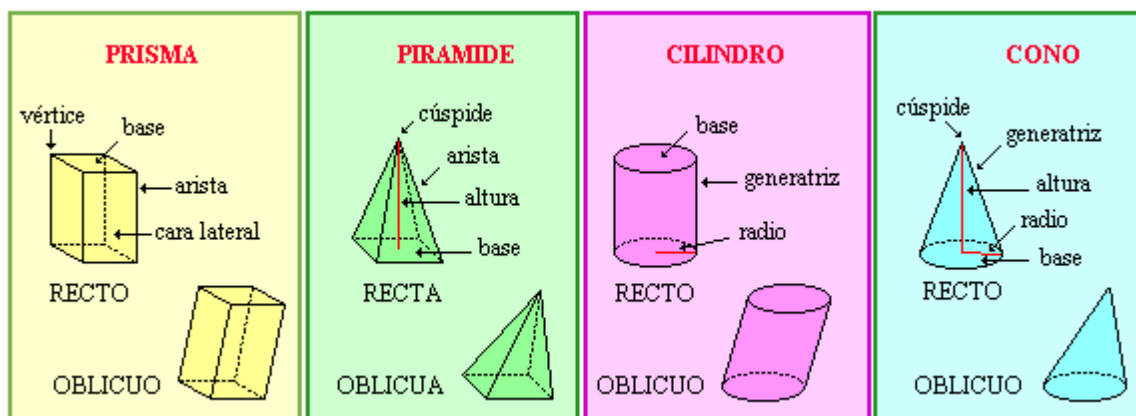
		
		
		
		
		

# Cuerpos geométricos



Observen los cuerpos y respondan.

- 1 ¿Qué cuerpo no tiene aristas? \_\_\_\_\_
- 2 ¿Cuáles son los cuerpos con caras triangulares? \_\_\_\_\_
- 3 ¿Cuántas aristas tiene el prisma de base triangular? \_\_\_\_\_
- 4 ¿Qué cuerpos tienen 8 aristas? \_\_\_\_\_
- 5 ¿Cuántos vértices tiene el prisma de base pentagonal? \_\_\_\_\_



### PROFUNDIZACIÓN:

Realice la siguiente actividad para profundizar en el tema:

#### TRABAJO POR GRUPOS - TALLER DE COMPETENCIAS

Lleve algunos sólidos contruidos para ser entregados por grupos o parejas, según el número de estudiantes.

En una bolsa coloque varios sólidos, puede ayudarse de los bloques lógicos, haga que uno por uno toquen primero el sólido dentro de la bolsa y que describan el objeto. Luego que den el nombre del sólido.


Finalmente, pida al grupo que dibujen los sólidos que han sacado, en su cuaderno y le coloquen el nombre a cada uno.

Seguramente los dibujos serán una aproximación, pero es bueno que vayan relacionándose con ellos. Pídales que utilicen la regla en los casos que se necesita.

#### Bibliografía

- Conexiones 1.
- Delta 1

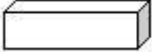
#### Palabras claves


Cilindro: 

Cono: 

Esfera: 

Cubo: 

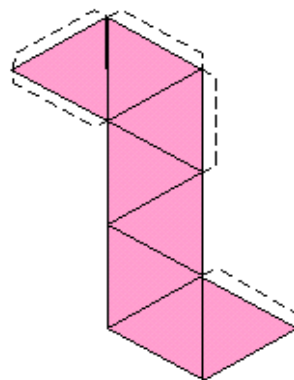
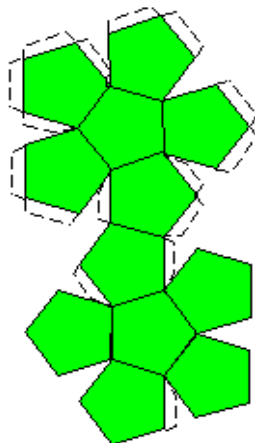
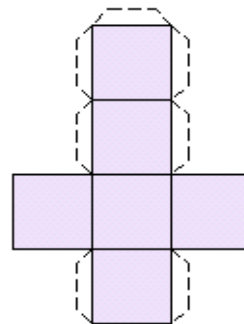
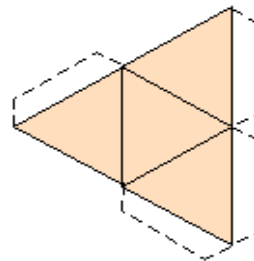
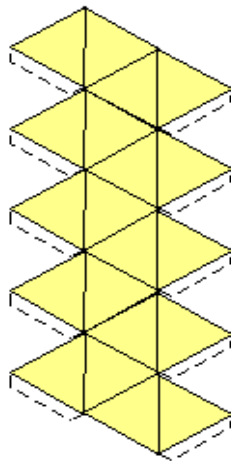
Prisma: 

Cara: Esquina:  cara

Recursos asociados:

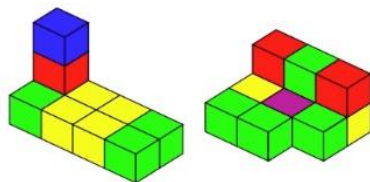
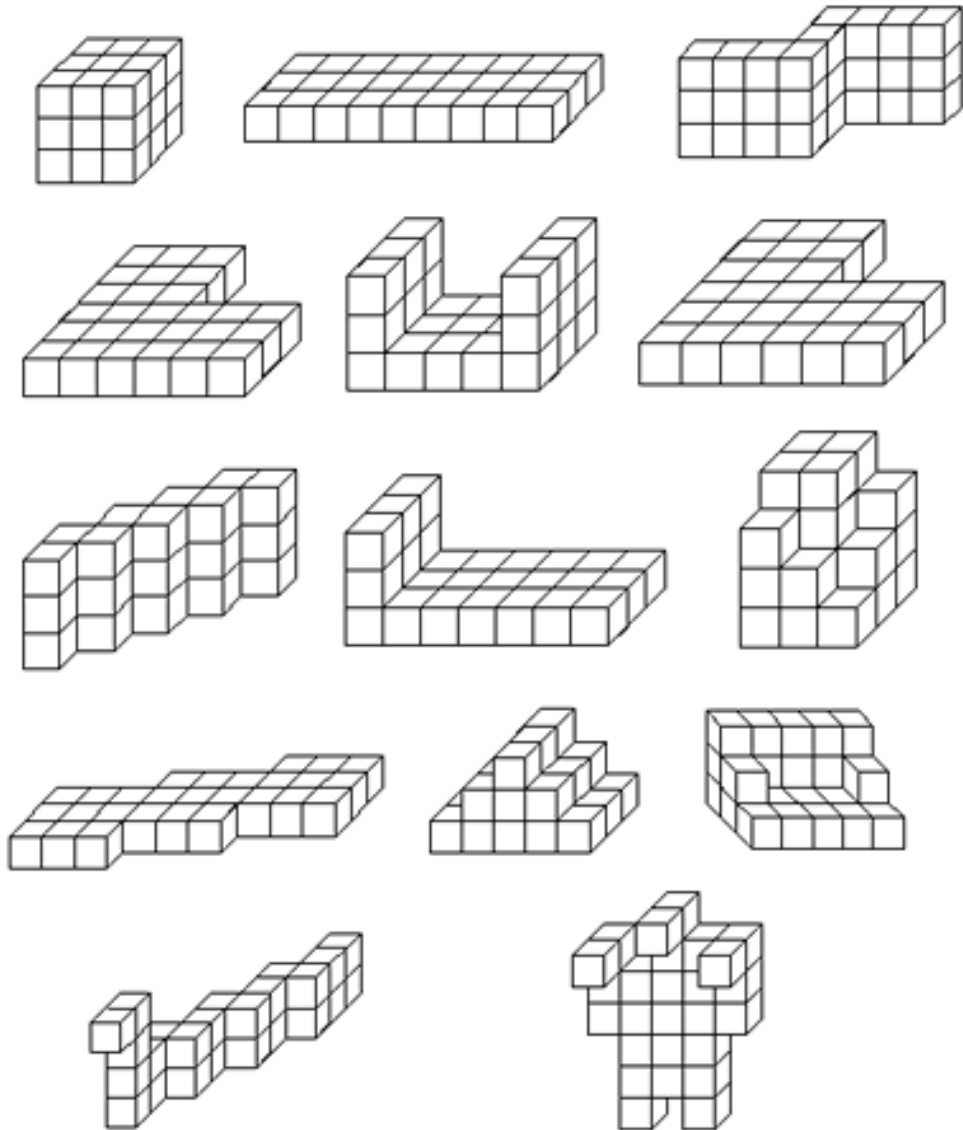
Otros textos relacionados, se encuentra en la siguiente dirección:

[www.norma.com/MATEMÁTICAS](http://www.norma.com/MATEMÁTICAS) y consultar el material COMPETENCIAS EN PROCESOS.



## EVALUACIÓN GRUPAL DEL TRABAJO REALIZADO

¿Cuántos cubos observas en cada figura?



## SESIÓN DE APRENDIZAJE 02

### I. DESARROLLO: “CONTEO DE TRIÁNGULOS”

OBJETIVO:

Resuelve problemas identificando cuantitativamente, el máximo número de triángulos.

Elabora un tangram.

Asignar los roles a los integrantes de cada grupo.

#### ANEXO 01

RECTÁNGULO



TRIÁNGULO



TRIÁNGULO

RECTÁNGULO



SEGMENTO S



ROMBO





## ANEXO 02

### CONTEO DE FIGURAS

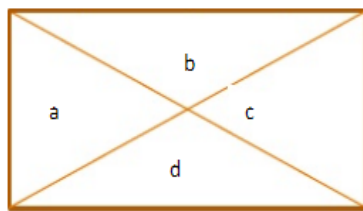
El conteo de figuras tiene por objeto hallar la máxima cantidad de figuras geométricas (triángulos, cuadrados, cuadriláteros, ángulos, segmentos, sectores circulares, círculos, etc.)

Existen varias formas o procesos para solucionar ejercicios, es decir cuando las líneas o espacios en la figura están desordenadas usaremos el método analítico, asignando números o letras a los espacios que tenga la figura propuesta.

También se usa la fórmula, cuando las líneas o espacios de la figura se encuentran alineados.

Veamos los siguientes ejemplos:

1.-¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Solución:



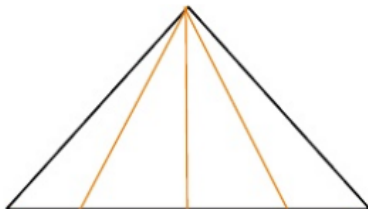
de una letra: a, b, c, d = 4



de dos letras: ab, bc, cd, ad = 4

**total de triángulos= 8**

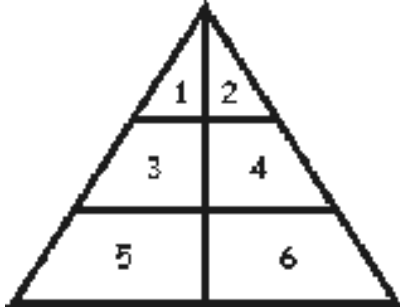
2.- ¿Cuántos triángulos hay en la figura siguiente?



## TRIÁNGULOS

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos observas en la siguiente figura?



1 dígito → 1,2 = 2

2 dígitos → 12, 13, 24 = 3

3 dígitos → 135, 246 = 2

4 dígitos → 1234 = 1

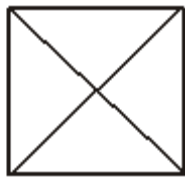
6 dígitos → 123456 = 1

9 triángulos

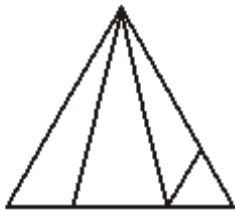
**¡A TRABAJAR SE HA DICHO!**

¿Cuántos triángulos observas en cada figura?

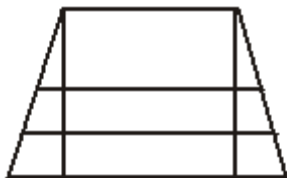
1)



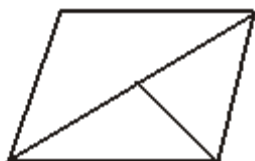
2)



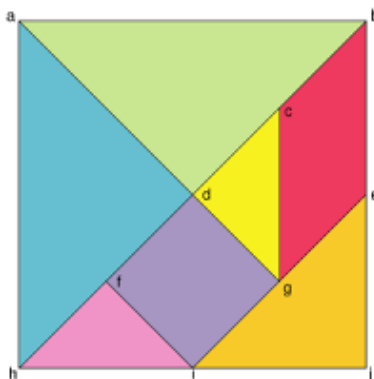
3)



4)



## EL TANGRAM: UN EXCELENTE MATERIAL DIDÁCTICO



EL TANGRAM es un rompecabezas que consta de 7 piezas. Es un juego que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia. No se conoce con certeza su origen, pero hay quienes suponen que se inventó en China a principios del siglo XIX, pues las primeras noticias escritas sobre el tangram datan de esa época y lugar. En 1818 se publicaron libros de tangram en algunos países de Europa y en Estados Unidos, lo que lo hizo un juego popular y de mucho auge.

Es un gran estímulo para la creatividad y se lo puede aprovechar en la enseñanza de la matemática para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas.

En la enseñanza de la matemática el tangram se puede utilizar como material didáctico que favorecerá el desarrollo de habilidades del pensamiento abstracto, de relaciones espaciales, lógica, imaginación, estrategias para resolver problemas, entre muchas otras, así como un medio que permite introducir conceptos geométricos.

Además EL TANGRAM se constituye en un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas, comprender y operar la notación algebraica, deducir relaciones, fórmulas para área y perímetro de figuras planas y un sin número de conceptos que

abarcen desde el nivel preescolar, hasta la básica y media e incluso la educación superior.

La configuración geométrica de sus piezas (5 triángulos, 1 cuadrado y 1 paralelogramo), así como su versatilidad por las más de mil composiciones posibles con sólo siete figuras, hacen de él un juego matemático.

El tangram más común es el tangram chino, llamado también: "tabla de la sabiduría" o "tabla de los siete elementos" porque se ha comprobado que su uso continuo motiva la reflexión y desarrolla la inteligencia la capacidad creadora, la fraternidad individual y colectiva y la introducción a la geometría y a las matemáticas.

Sus reglas son muy simples:

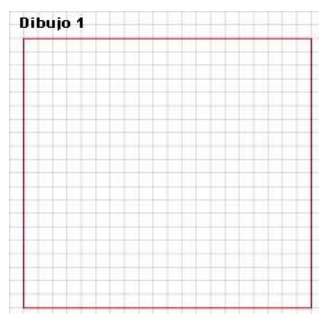
1. Con dichos elementos, ni uno más ni uno menos, se deben de construir figuras. Es decir, al momento de formar las distintas figuras no debe quedar ni una de las piezas sin utilizarse, además que éstas no deben superponerse.
2. El tangram es un juego planimétrico, es decir, todas las figuras deben estar contenidas en un mismo plano.
3. Aparte de esto, se tiene libertad total para elaborar las figuras.

¿Cómo construir un juego de tangram?

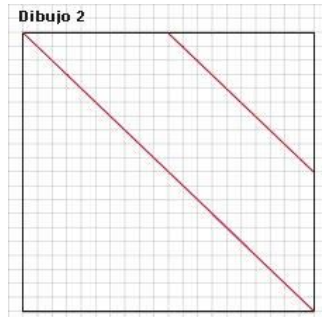
Para empezar sugerimos que los alumnos trabajen en una hoja de cuadrícula chica (es decir cuadrículas o cuadrados de 0.5cm por lado), pues eso facilitará los cálculos de las figuras. Si no se trabaja en este tipo de papel, entonces deberá utilizarse una regla, con la cual realizará las respectivas medidas. Luego continuamos con los siguientes pasos.

¡Empecemos!

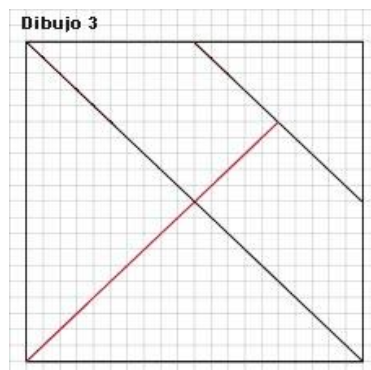
Paso 1: Dibuja un cuadrado de 10 cm por lado. (20 cuadritos de la hoja).



Paso 2: Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.

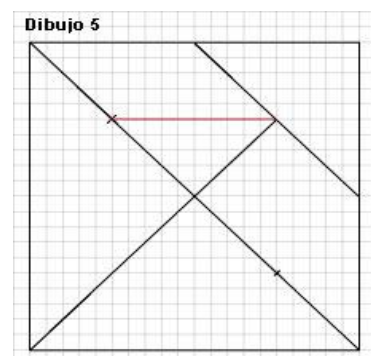


Paso 3: Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.

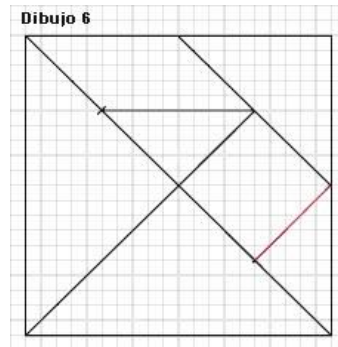


Paso 4: La primera diagonal que trazaste deberás partirla en cuatro partes iguales. (Cada pedacito medirá 5 cuadritos).

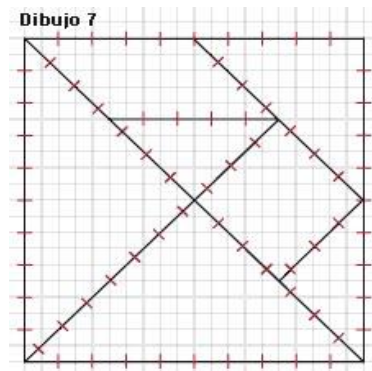
Paso 5: Traza la recta que se muestra en el dibujo siguiente (dibujo 5)



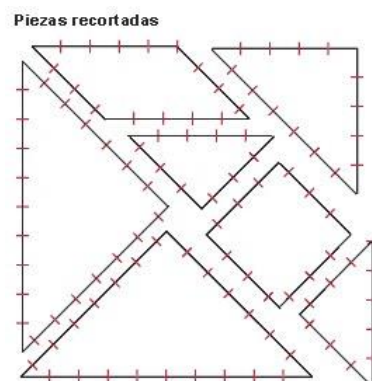
Paso 6: Por último traza esta otra recta (la de la figura 6)



Paso 7: Ahora deberás graduar el tangram haciendo marcas de 1cm (o de dos cuadritos) tal y como se muestra en el dibujo siguiente. Para marcar las diagonales necesariamente deberás usar una regla.



Paso 8: Por último recortamos las piezas, de tal manera que obtengamos lo que se presenta en la siguiente figura.

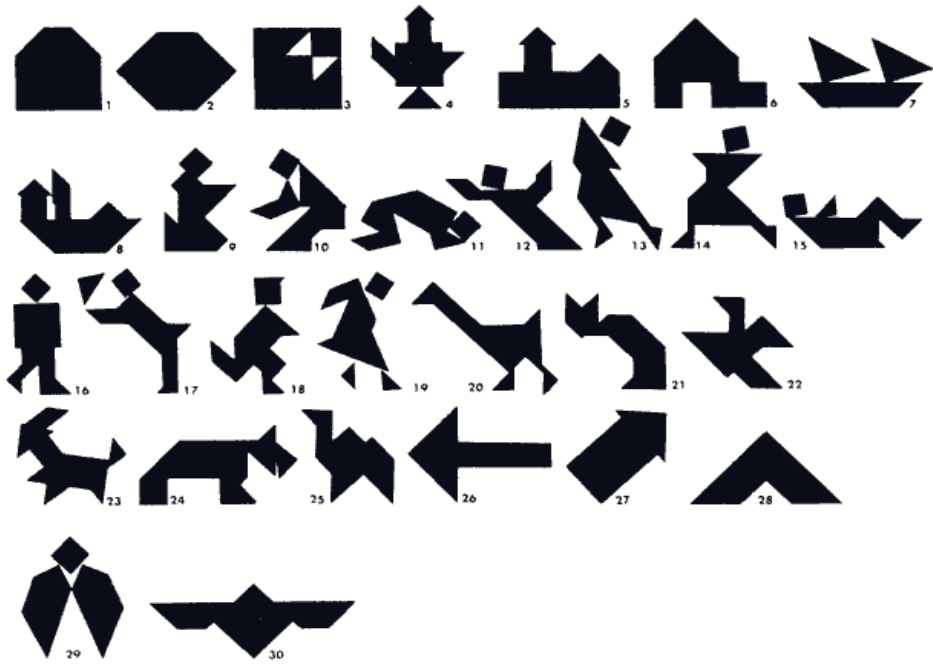


¡Listo! Ya tienes tu propio juego del Tangram.

Hemos dado un ejemplo de cómo se construye el juego del tangram utilizando una hoja con cuadrículas, pero no es lo único que se puede utilizar, ya que te puedes construir dicho juego con diferentes tipos de materiales: cartulina, papel, cartón, madera, etc.

Actividades propuestas con el tangram chino y más

1. Forma triángulos con las piezas del tangram. Utiliza primero una sola pieza, luego, dos, tres, hasta llegar a utilizar las siete piezas. a) ¿Cuántos triángulos puedes formar en cada caso? ¿Estás seguro que no existen más? b) Clasifica los que encuentres en función: b.1) De la medida de sus ángulos. b.2) De la medida de sus lados. c) ¿Cuál es el triángulo de mayor perímetro? ¿Cuál es el de mayor área?
2. Forma rectángulos con las piezas del tangram. Utiliza diferente números de piezas hasta llegar a utilizar las siete. a) ¿Cuántos rectángulos puedes formar en cada caso? b) ¿Cuál es el de mayor perímetro? ¿Cuál es el de mayor área?
3. Utilizando algunas piezas del tangram, construye figuras semejantes. Dibújalas en papel cuadriculado y anota la relación entre sus lados y sus áreas. Utilizando las piezas 1, 2 y 5 construye dos cuadrados y encuentra su razón de semejanza.
4. Formar todos los cuadrados de distinto tamaño posibles con distintas piezas del tangram. Determinar las respectivas áreas.
5. ¿Qué combinación de piezas dan como resultado otra pieza del tangram? Encuentra todas las alternativas posibles.





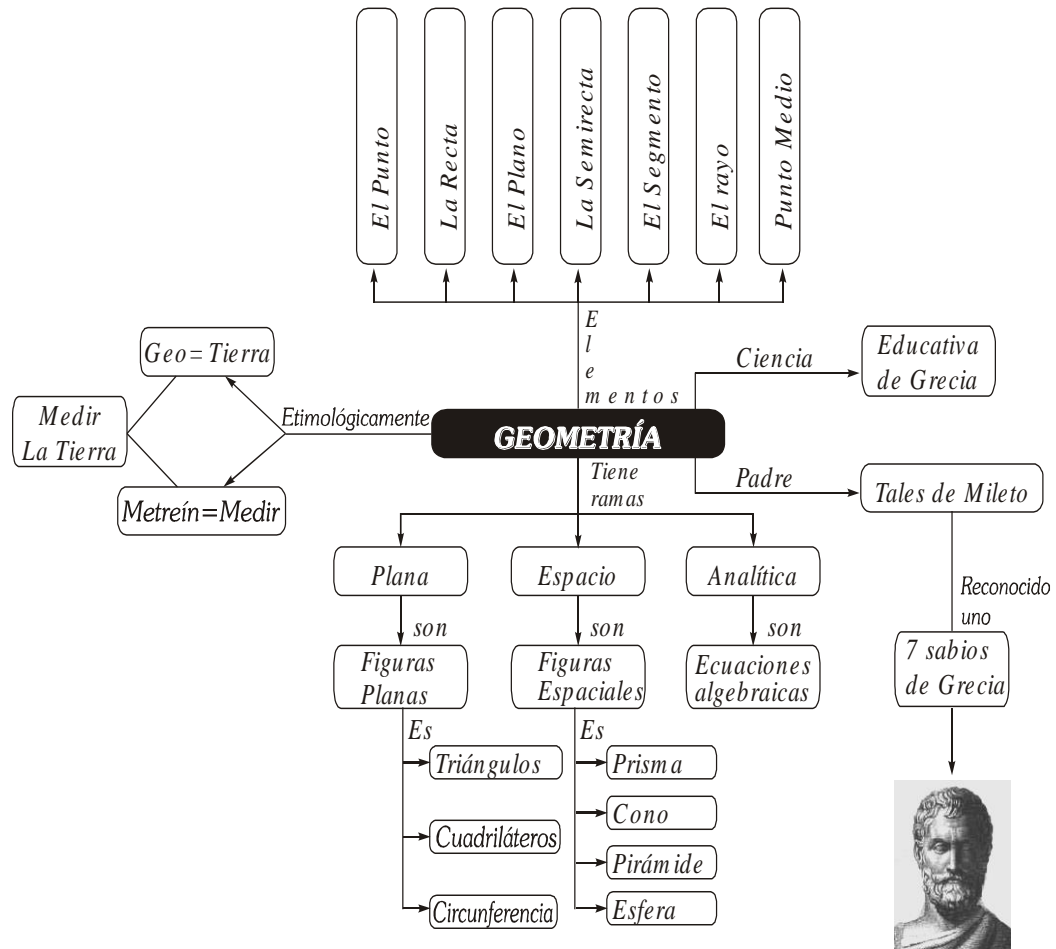
## SESIÓN DE APRENDIZAJE: 03

### I. DESARROLLO: “CONSTRUCCIÓN DE ÁNGULOS”

OBJETIVO:

Usa lenguaje geométrico en problemas.

Construye ángulos.



# INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA

## ELEMENTOS GEOMÉTRICOS

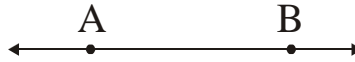
### 1. EL PUNTO

Es una marquita redonda que se denota con una letra mayúscula.

• A se lee: El punto A

2. LA RECTA

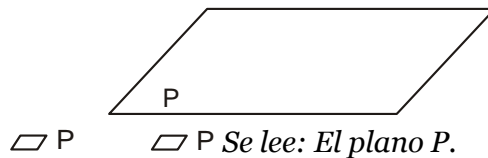
Es un conjunto ilimitado de puntos que se extiende en direcciones opuestas.



$\overleftrightarrow{AB}$  Se lee: La recta AB

3. EL PLANO

Es un conjunto ilimitado de puntos que se extiende en todas sus direcciones.



$\square P$  Se lee: El plano P.

4. LA SEMIRECTA

Es un conjunto ilimitado de puntos que se extiende en una sola dirección. No se considera el punto de origen.



$\overrightarrow{AB}$  ó  $\overrightarrow{AB}$  Se lee: La semirecta AB

5. SEGMENTO

Es una porción de recta comprendida entre dos puntos llamados extremos. Se puede medir.



$\overline{AB}$  ó  $\overline{AB}$  Se lee: El segmento

6. EL RAYO

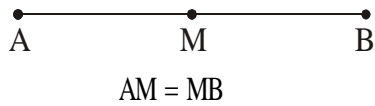
Es un conjunto ilimitado de puntos que se extiende en una sola dirección. Se considera el punto de origen.



$\overrightarrow{AB}$  se lee: El rayo.  $\overrightarrow{AB}$

## 7. PUNTO MEDIO

Es el punto que divide al segmento en dos segmentos iguales.



• *M: Punto medio*

## PRACTIQUEMOS

### 1. Relaciona:

$\overleftrightarrow{M}$	<i>La Recta</i>
$\overrightarrow{AP}$	<i>El punto</i>
$\overline{TS}$	<i>El plano</i>
$\overrightarrow{QR}$	<i>La semirecta</i>
$\overline{CD}$	<i>El Rayo</i>
• <i>T</i>	<i>El Segmento</i>

### 2. Resuelve en tu cuaderno:

- Dibuja dos rectas que pasen por un punto.
- Dibuja dos rayos cuyo origen sea el punto A.
- Dibuja un segmento AB en la recta t.
- Dibuja una recta y marca en ella 4 puntos A, B, C y D.  
¿Cuántos segmentos determinan estos cuatro puntos?
- Dibuja un segmento PQ y halla el punto medio M.

### 3. Investiga:

- Biografía de Euclides (Padre de la Geometría)
- ¿Qué otros personajes aportaron en el estudio de la Geometría?

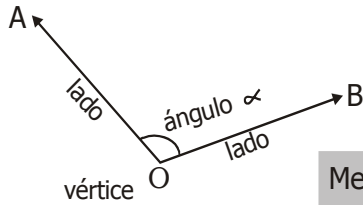
# ÁNGULOS

Es

---



---



Medida del ángulo AOB =  $m\hat{A}OB = \sphericalangle AOB = \sphericalangle BOA = \alpha$

Pueden ser:

<p><math>\alpha &lt; \alpha &lt; \alpha</math> "AGUDO"</p>	<p><math>\beta = \underline{\hspace{2cm}}</math> "RECTO O <u>          </u>"</p>	<p><math>\alpha &lt; \gamma &lt; \alpha</math> "OBTUSO"</p>
<p><math>\phi = \underline{\hspace{2cm}}</math> "LLANO"</p>	<p><math>\delta = \underline{\hspace{2cm}}</math> "1 VUELTA"</p>	<p><math>\alpha = \textit{alfa}</math>  <math>\beta = \underline{\hspace{2cm}}</math>  <math>\gamma = \underline{\hspace{2cm}}</math>  <math>\phi = \underline{\hspace{2cm}}</math>  <math>\delta = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>

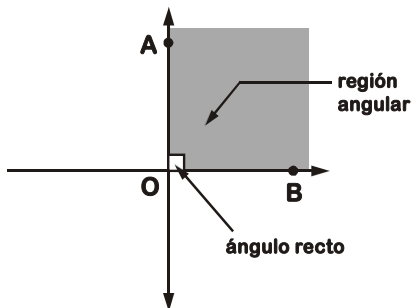
## Clasificación de los ángulos

### Ángulos

CARACTERÍSTICAS FÍSICAS:

A. ÁNGULO AGUDO Y ÁNGULO RECTO.

Antes de reconocer qué ángulo es, repasemos lo que aprendimos.

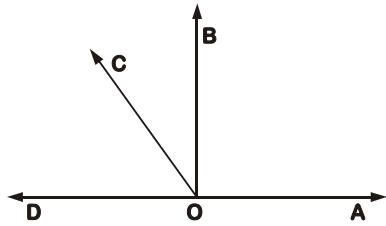


El ángulo recto es aquel que mide:

\_\_\_\_\_.

$\sphericalangle AOB$  es recto

- Ahora mide y completa: (usa transportador)



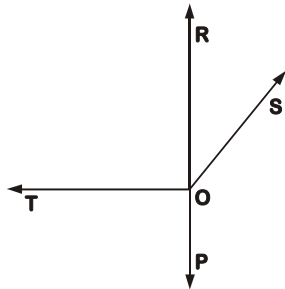
¿Cuántos ángulos agudos hay? \_\_\_\_\_

Mídelos y denótalos:

---



---



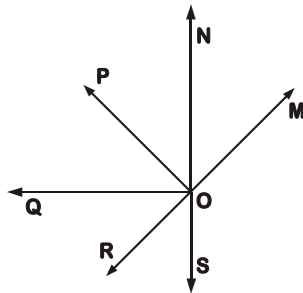
¿Cuántos ángulos rectos hay? \_\_\_\_\_

Denótalos:

---



---



¿Cuántos ángulos rectos hay? \_\_\_\_\_

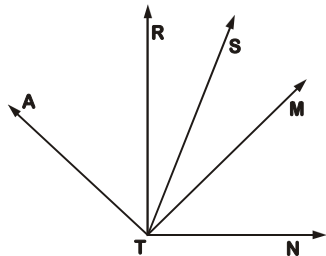
¿Cuántos ángulos agudos hay? \_\_\_\_\_

Denota los ángulos agudos:

---

Denota los ángulos rectos:

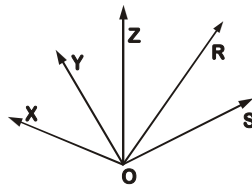
---



Denota los ángulos rectos:

Denota los ángulos agudos:

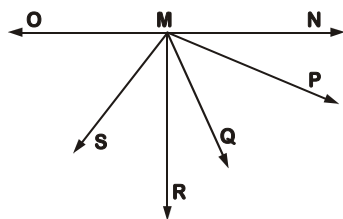
---



Denota los ángulos rectos:

Denota los ángulos agudos:

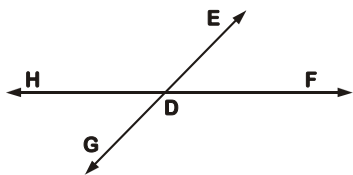
---



Denota los ángulos rectos:

Denota los ángulos agudos:

---

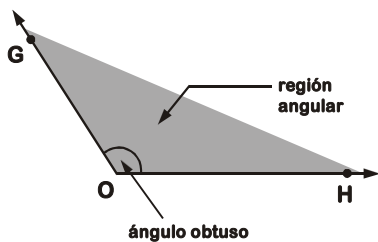


Denota los ángulos agudos:

\_\_\_\_\_

### B. ÁNGULO OBTUSO Y ÁNGULO LLANO.

Ya conoces los ángulos rectos y agudos, ahora trabajemos con otras dos clases de ángulos.



El ángulo obtuso es aquel que mide:

\_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ GOH es obtuso.

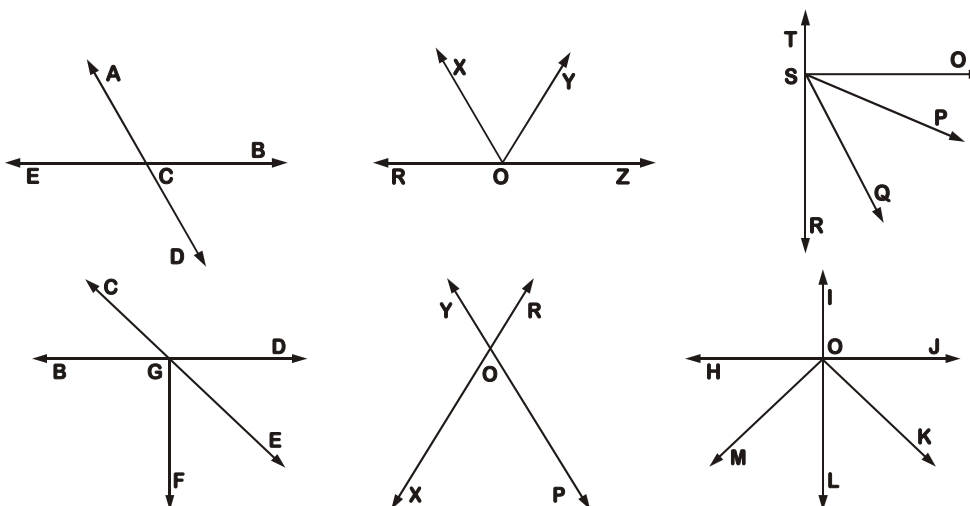
El ángulo llano es aquel que mide:

\_\_\_\_\_.

$\sphericalangle$ AOS es llano.



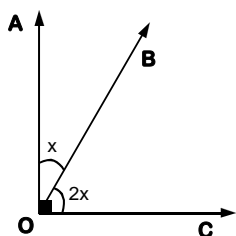
- Denota y mide los ángulos que se te proponen y clasifícalos.



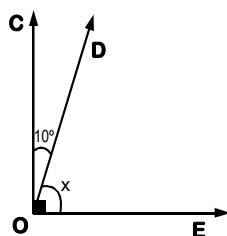
Obtuse	Llanos

## ¿Cuál es el valor?

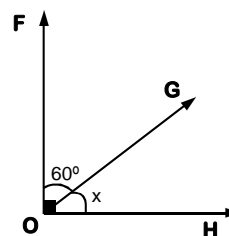
Halla el valor de "x" con los datos que se te proporcionan, escribiendo correctamente.



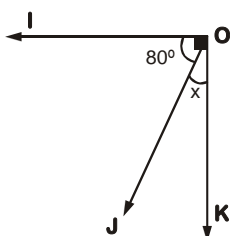
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



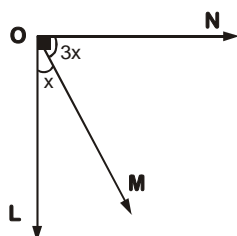
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



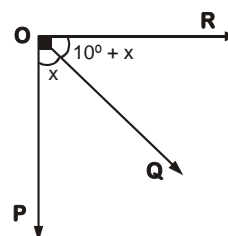
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



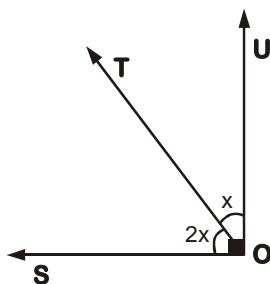
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



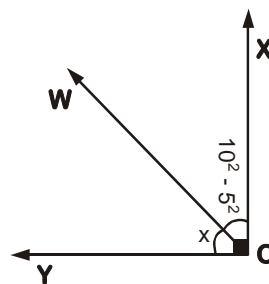
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



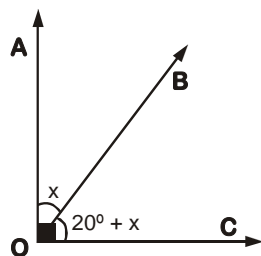
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



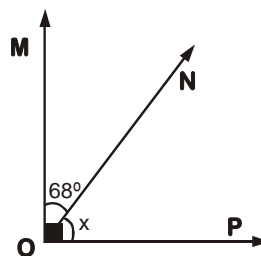
$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$



$$x = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

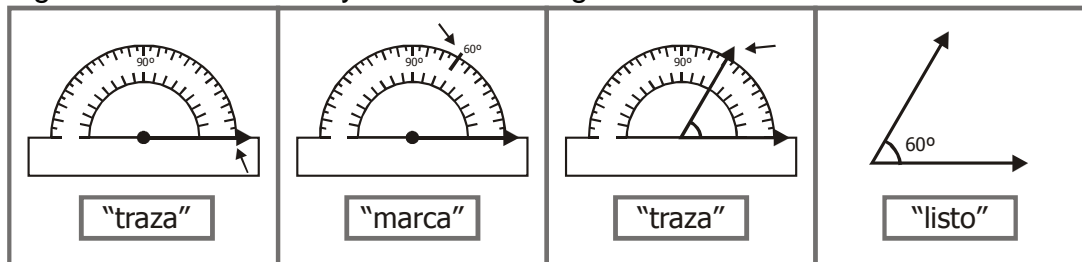
Ahora, hazlo tú:

1. Relaciona con una línea de diferente color:

- |  |            |
|--|------------|
| - $m \sphericalangle \text{COD} = 35^\circ$  | ● obtuso   |
| - $m \sphericalangle \text{EOF} = 120^\circ$ | ● 1 vuelta |
| - $m \sphericalangle \text{GOH} = 85^\circ$  | ● obtuso   |
| - $m \sphericalangle \text{IOJ} = 153^\circ$ | ● llano    |
| - $m \sphericalangle \text{KOM} = 360^\circ$ | ● agudo    |
| - $m \sphericalangle \text{NOP} = 180^\circ$ | ● agudo    |

## Dibujando ángulos

Sigue las instrucciones y trazarás un ángulo.

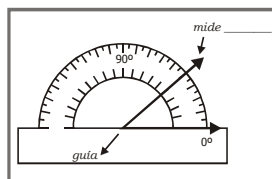


## Midiendo ángulos

Los ángulos se miden con el \_\_\_\_\_.

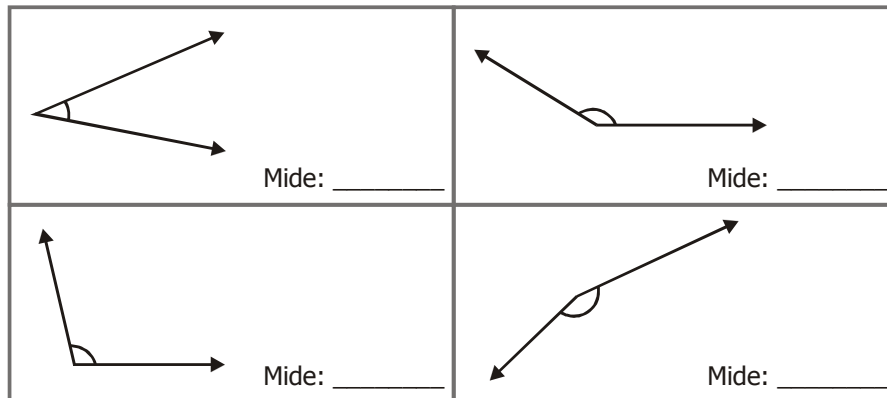
¿Cómo lo usamos?

1. Colocamos el transportador de manera que su centro coincida con el vértice del ángulo y uno de los lados del ángulo pase por  $0^\circ$  (0 grados).



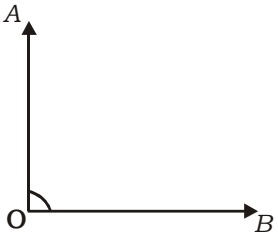
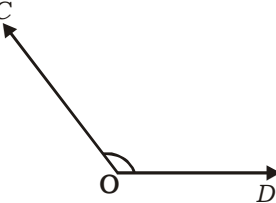
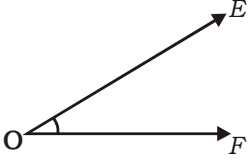
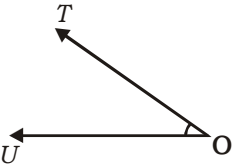
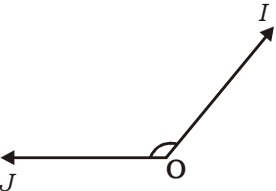
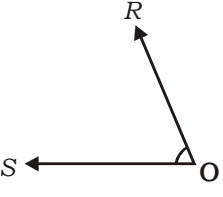


2. Mira en el transportador el número por el que pasa el otro lado del ángulo. Este número es la medida del ángulo en grados.



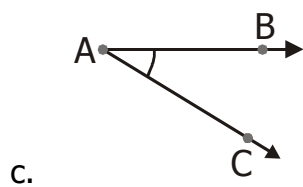
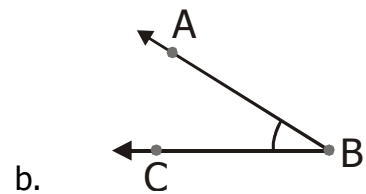
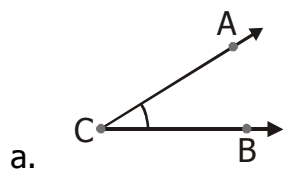
## Practiquemos

1. Escribe verdadero "V" o falso "F" según corresponda:
- Un ángulo que mide  $70^\circ$  es agudo. ( )
  - Un ángulo que mide  $98^\circ$  es recto. ( )
  - Un ángulo que mide  $180^\circ$  es obtuso. ( )
  - Un ángulo que mide  $90^\circ$  es recto. ( )
  - Un ángulo que mide  $15^\circ$  es obtuso. ( )
  - Un ángulo que mide  $90^\circ$  es agudo. ( )
2. Mide estos ángulos y escribe qué clase de ángulos son:

 <p>denotación: _____ mide: _____ clase de ángulo: _____</p>	 <p>denotación: _____ mide: _____ clase de ángulo: _____</p>	 <p>denotación: _____ mide: _____ clase de ángulo: _____</p>
 <p>denotación: _____ mide: _____ clase de ángulo: _____</p>	 <p>denotación: _____ mide: _____ clase de ángulo: _____</p>	 <p>denotación: _____ mide: _____ clase de ángulo: _____</p>

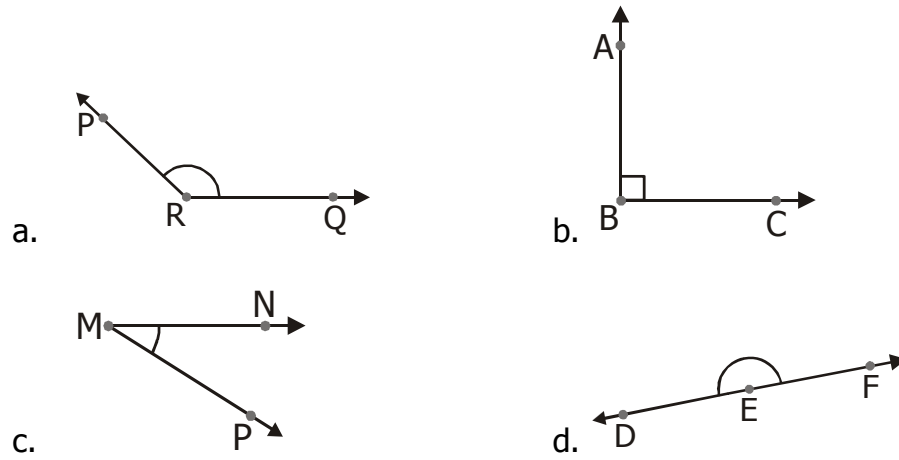
TAREA GRUPAL: Marca con un “x” la alternativa correcta.

1. ¿Cuál es el ángulo ABC?

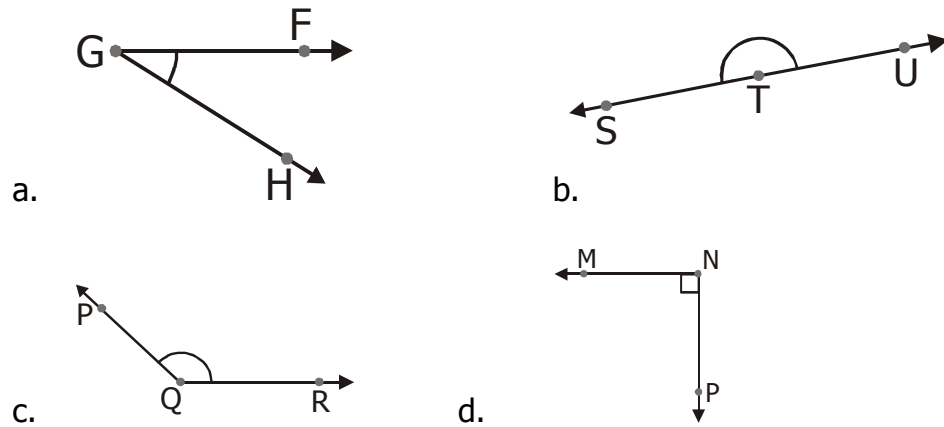


d. Ninguna de las anteriores

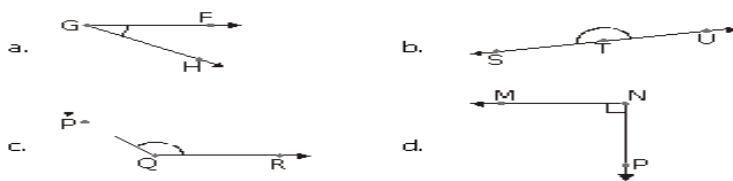
2. ¿Cuál es el ángulo agudo?



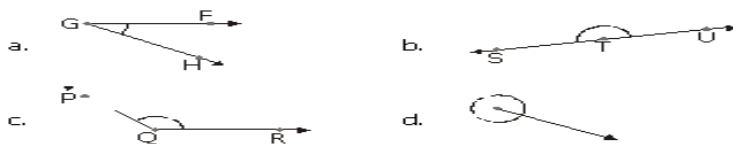
3. ¿Cuál es el ángulo recto?



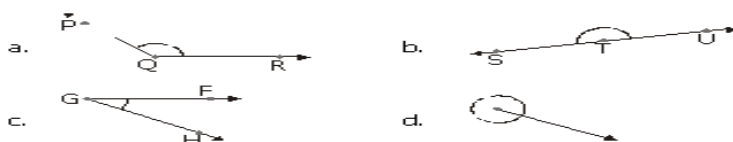
4. ¿Cuál es el ángulo llano?



5. ¿Cuál es el ángulo que forma una vuelta?



6. ¿Cuál es el ángulo que mide 120°?



## SESIÓN DE APRENDIZAJE: 04

### I. DESARROLLO: "HABILIDAD PARA DIBUJAR"

#### OBJETIVO:

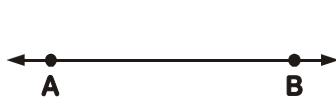
Usa transportador y reglas

Construcción de rayo, segmento y recta.

Asignación de roles a los grupos.

#### LA RECTA

Es un conjunto de infinitos puntos que se encuentran alineados, se representan por dos de ellos.

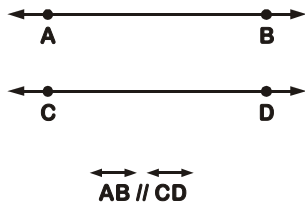


Recta  $\overleftrightarrow{AB}$

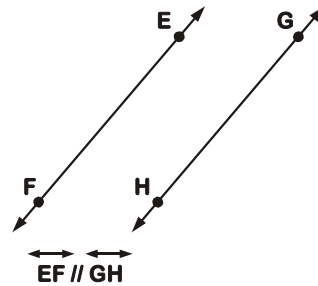
Se lee recta que pasa por los puntos "A" y "B".

- Rectas paralelas

Decimos que dos rectas son paralelas si no tienen ningún punto en común.

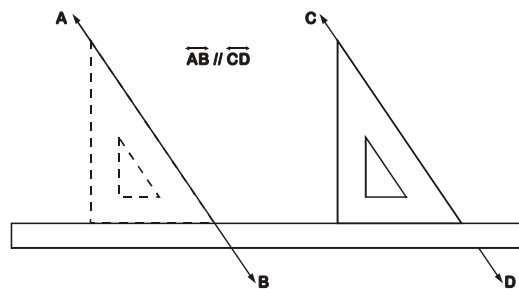


Se lee: La recta que pasa por "A" y "B" es paralela a la recta que pasa por "C" y "D"



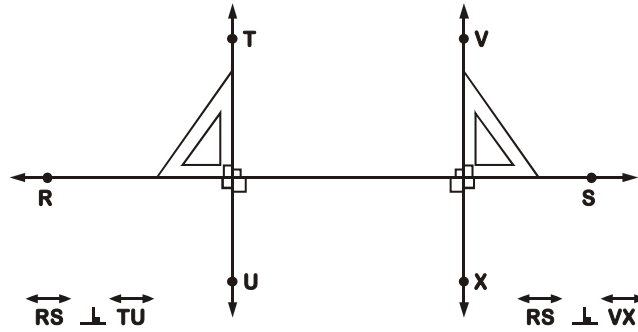
Se lee: La recta que pasa por "E" y "F" es paralela a la recta que pasa por "G" y "H"

Trazando paralelas:



- Rectas perpendiculares

Decimos que dos rectas son perpendiculares si al cortarse forman cuatro (4) ángulos rectos ( $90^\circ$ ).

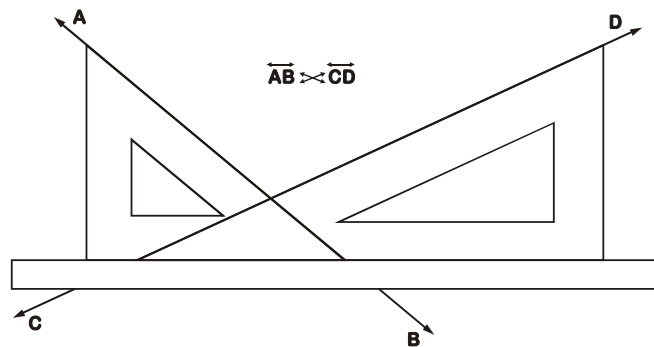


Se lee: La recta que pasa por "R" y "S" es perpendicular a la recta que pasa por "T" y "U".

Se lee: La recta que pasa por "R" y "S" es perpendicular a la recta que pasa por "V" y "X".

- Rectas oblicuas

Decimos que dos rectas son oblicuas si al cortarse no forman ángulos rectos ( $90^\circ$ ).

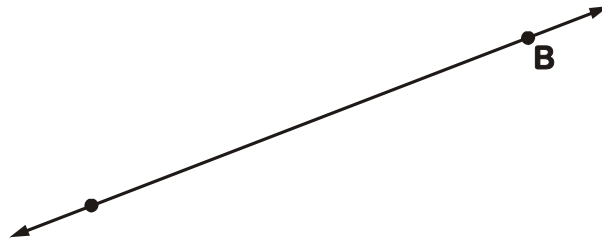


Se lee: La recta que pasa por "A" y "B" es oblicua a la recta que pasa por "C" y "D"

### CONSTRUYE EN EQUIPO

1. Traza una recta y luego dos rectas perpendiculares a ella. ¿Cómo son estas dos rectas entre sí?

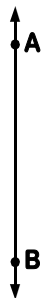
2. Sea una recta (ver gráfico) traza una recta perpendicular a ella, y otra recta perpendicular a esta. ¿Cómo son las rectas y entre sí?



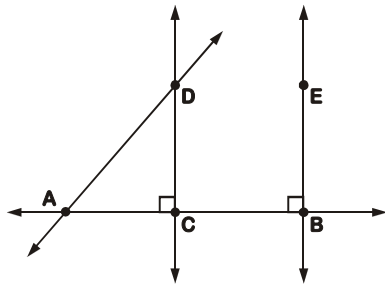
3. Dibuja dos rectas: "a" y "b" perpendiculares a "c" y otra recta "d" perpendicular a "a" y "b". Responde:

- a. ¿Cómo son "a" y "c" entre sí? Rpta.: \_\_\_\_\_  
b. ¿Cómo son "b" y "d" entre sí? Rpta.: \_\_\_\_\_

4. Dibuja con ayuda de tu escuadra tres rectas perpendiculares a la recta AB.



5. En la siguiente figura denota las rectas que son paralelas y perpendiculares entre sí.



Paralelas:

---



---

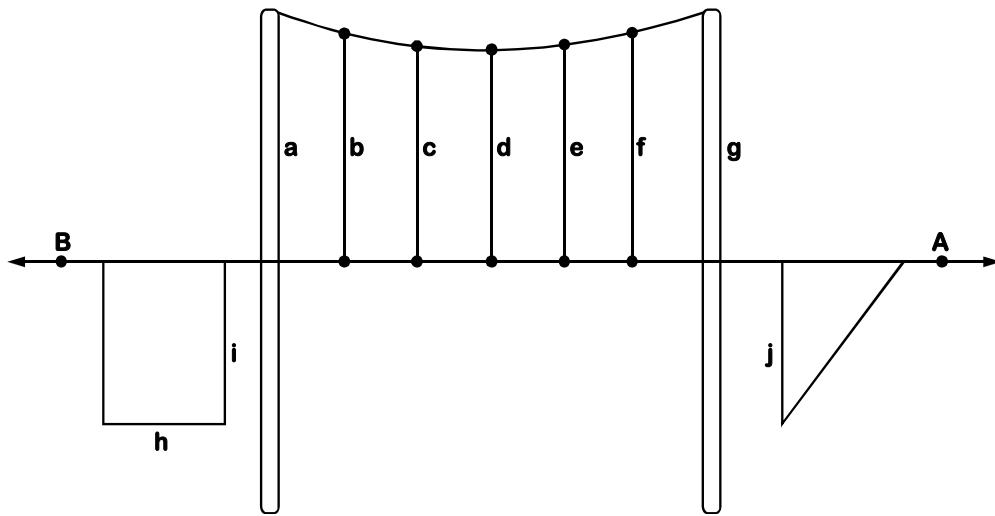
Perpendiculares:

---



---

6. El siguiente dibujo representa el puente más grande del Perú "AGUAYTÍA"



a. ¿Qué líneas son perpendiculares a la recta AB?

.....

b. ¿Qué líneas son paralelas a la recta AB?

.....

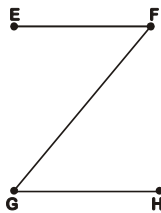
**SEGMENTO**

Es una porción de recta limitado por dos puntos llamados extremos.

Ejemplo: En las siguientes figuras encuentra y denota todos los segmentos.

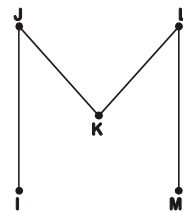


Segmentos:  
AB, BC, CD



Segmentos:

---



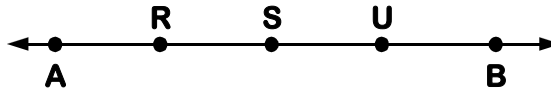
Segmentos:

---

Recordar: se lee "medida del segmento AB".

2. Denota ( nombra) todos los segmentos que determinan los puntos "R", "S", "U" sobre la recta AB.

Segmentos:



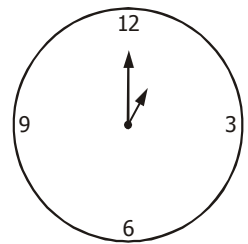
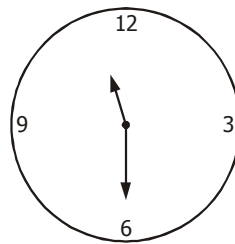
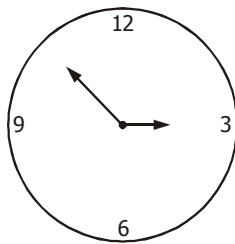
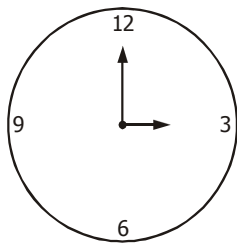
REFUERZO DE ÁNGULOS:

Para medir ángulos debes usar el transportador. Recuerda los pasos a seguir:

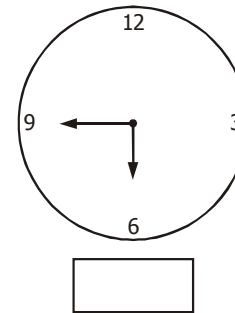
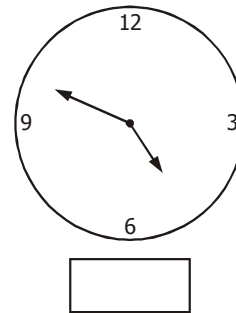
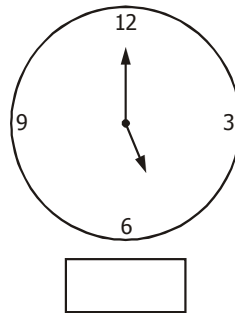
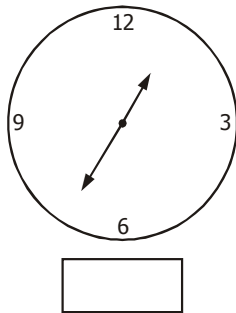
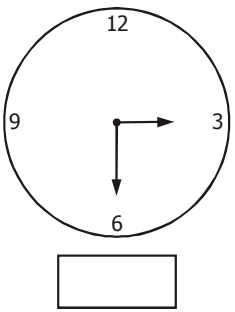
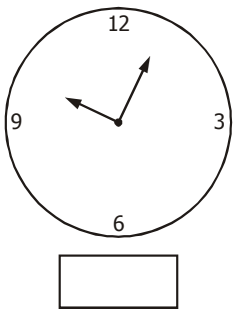
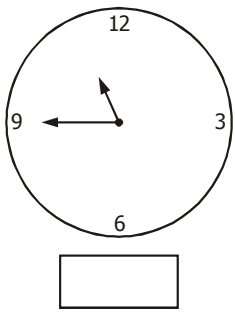
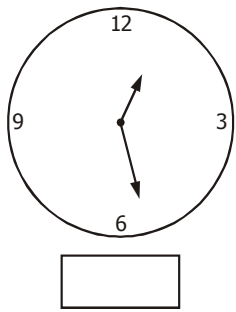
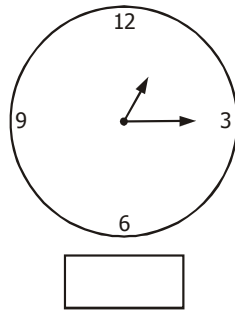
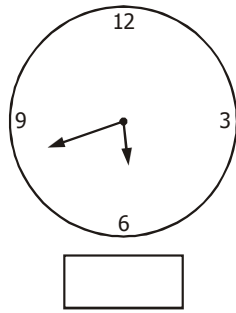
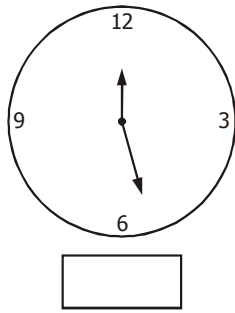
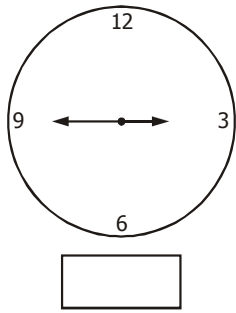
Paso 1: Se hace coincidir el vértice del ángulo con el centro del transportador y uno de los lados del ángulo con  $0^\circ$ .

Paso 2: Se identifica en el transportador el número por el que pasa el otro lado del ángulo. Ese número es la medida del ángulo.

Ahora usamos el transportador para medir los ángulos que forman las manecillas del reloj. (Prolonga las manecillas si es necesario)







## SESIÓN DE APRENDIZAJE: 05

### I. DESARROLLO: "SECUENCIAS LÓGICAS"

**OBJETIVO:**

Identifica figuras que no guardan relación con las demás, en una secuencia lógica.

Construye perpendiculares y paralelas.

Asignación de roles a los grupos.



Conjunto de figuras que están ordenadas y tienen una ley de formación.



### EJERCICIOS RESUELTOS

1. ¿Qué gráfico sigue?



**Solución:**



2. Completa la secuencia:



Solución:



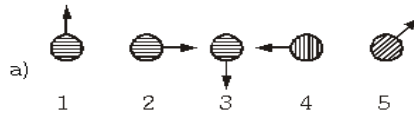
3. ¿Qué figura sigue?



**Solución:**



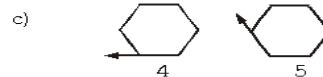
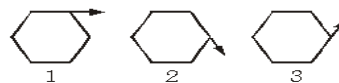
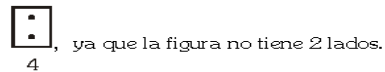
4. ¿Cuál de las figuras no guarda relación con las demás?



**Solución:**



**Solución:**



**Solución:**



¡REFORCEMOS EN GRUPOS!

Indica la figura que sigue en la serie:

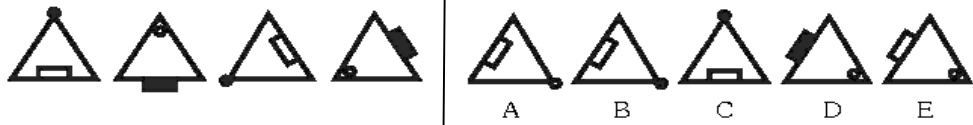
1)



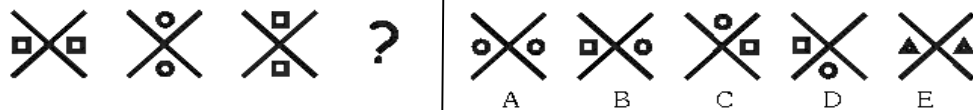
2)



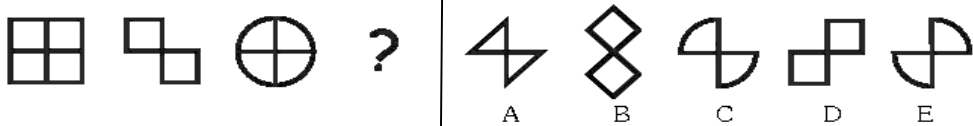
3)



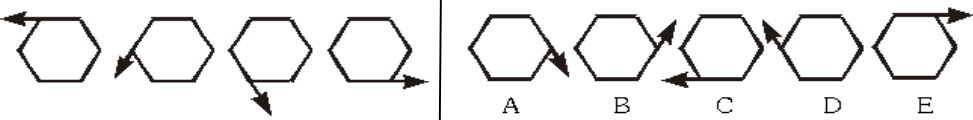
4)



5)



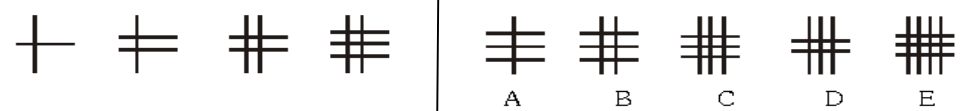
6)



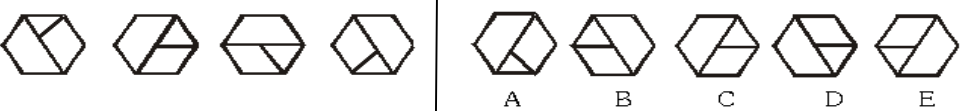
7)



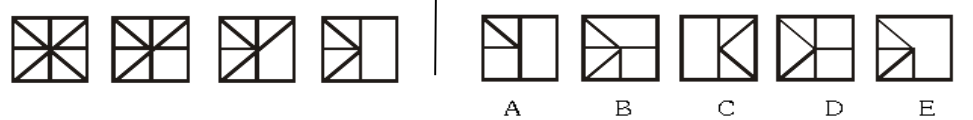
8)



9)



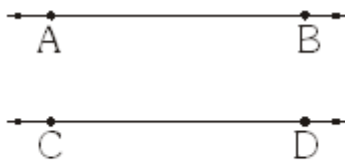
10)



## TIPOS DE RECTAS

### PARALELAS

Son aquellas rectas que al prolongarse no se intersectan

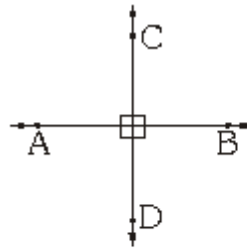


Se denota:  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

Se lee: La recta  $AB$  es paralela a la recta  $CD$ .

### PERPENDICULARES

Son aquellas rectas que al intersectarse forman cuatro ángulos rectos.

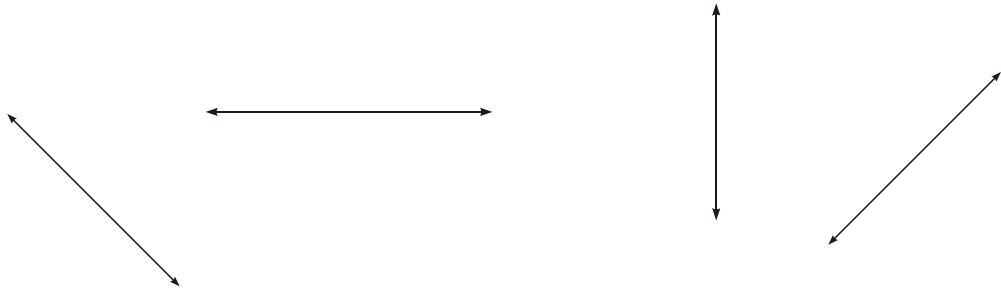


Se denota:  $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$

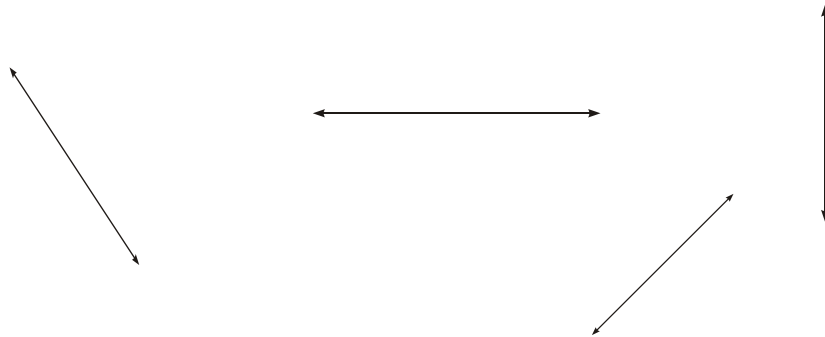
Se lee: La recta  $AB$  es perpendicular a la recta  $CD$ .

## PRACTIQUEMOS

1. Traza una recta paralela a cada una de estas rectas:



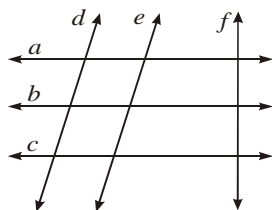
2. Traza una recta perpendicular a la recta dada:



3. En el siguiente croquis, indica las avenidas paralelas y perpendiculares.

<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <tr> <td colspan="3" style="border: none;">AV. PRECURSORES</td> </tr> <tr> <td style="width: 33%; height: 30px;"></td> <td style="width: 33%; height: 30px;"></td> <td style="width: 33%; height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="border: none;">AV. PERÚ</td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td style="height: 30px;"></td> <td style="height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="border: none;">AV. CUBA</td> </tr> <tr> <td style="height: 30px;"></td> <td style="height: 30px;"></td> <td style="height: 30px;"></td> </tr> <tr> <td colspan="3" style="border: none;">AV. LIBERTADORES</td> </tr> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 5px;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-size: small;">AV. TUPAC AMARU</div> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-size: small;">AV. LOS PROCERES</div> </div>	AV. PRECURSORES						AV. PERÚ						AV. CUBA						AV. LIBERTADORES			<p>Paralelas:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>Perpendiculares:</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
AV. PRECURSORES																						
AV. PERÚ																						
AV. CUBA																						
AV. LIBERTADORES																						

4. Escribe V si es verdadero o F si es falso:



- $a // b$  ( )
- $a // c$  ( )
- $d \perp e$  ( )
- $c \perp f$  ( )
- $b \perp f$  ( )
- $a \perp c$  ( )
- $d // e$  ( )

## SESIÓN DE APRENDIZAJE: 06

### I. DESARROLLO: “CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO CON PAPEL”

#### OBJETIVO:

Construye un triángulo en un círculo de papel.

Asignación de roles a los grupos.

Proponemos la estrategia de "aprender jugando", que se remonta a Sócrates y Platón, aplicado concretamente para el caso de la geometría del doblado y recorte de papel (papiroflexia) resaltando la acción circular como la morfología de la acción típica en el dominio visible, como lo establece el concepto de la geometría constructiva de lo cual abundaremos más adelante.

Agregaremos antes otras consideraciones del campo psicológico. Aporte indiscutido de la psicología es la división de los estadios inconsciente, consciente y preconscious de los actos mentales humanos. Podemos decir que existe un cierto isoformismo entre estos estadios y los estados sensible, formal y estético (lúdico) definidos por Schiller. Por ejemplo, los elementos comunes entre el estadio consciente y el estado o impulso formal son muy amplios; y en el estadio inconsciente se hallan los determinantes del impulso sensible, aunque es posible concebir partes del impulso sensible que no lo sean. Pero la relación entre el impulso estético (lúdico) y el estadio preconscious es el que da más fruto. El destacado psicólogo Lawrence Kubie, en su obra "El proceso creativo y su distorsión neurótica", sostiene que la creatividad descansa en el estadio preconscious, y recibe luego su forma comunicable en el estadio consciente. El estadio preconscious es el encargado de unir las distintas impresiones o datos, diríamos, en forma multiconexa y muy veloz, para encontrar nuevas relaciones, o isomorfismos, regularidades, y de allí nuevos conceptos que empujen el proceso científico, tecnológico y cultural. Se requiere en un primer momento adquirir un acervo de impresiones muy grandes, y en segundo lugar, un momento (estadio preconscious) en que seleccionemos y relacionemos de

la multitud, informe de impresiones las pertinentes y hagamos las relaciones, isoformismos o metáforas adecuadas. Kubie identifica que este segundo momento se da típicamente en las ocasiones de vigilia, entrando o saliendo del sueño, también se concibe otras ocasiones diferentes en que estas características pueden darse.

Estos dos momentos, los podemos generar en el taller o sesión de aprendizaje, específicamente, en el caso del aprendizaje de la geometría en la educación básica – primaria, sobre "aprender geometría doblando papel". Brindaremos el conocimiento de muchos procesos y objetos geométricos resultantes – por construcción – y también las conexiones entre objetos y procesos diferentes, como esperamos demostrar con los modelos que daremos a conocer.

Diremos también, que entre otros muchos pedagogos se ha discutido la utilidad de la papiroflexia concretamente para la enseñanza de las matemáticas. Según Blanco y Otero, esta "proporciona al profesor de matemáticas una herramienta pedagógica que les permite desarrollar diferentes contenidos, o sólo conceptuales, sino de procedimientos. También desarrolla la psicomotricidad ... fina, así como la percepción espacial." "Desarrolla la destreza manual", añaden, "la exactitud en la realización del trabajo y la precisión manual. Relaciona la disciplina de las matemáticas con otras ciencias como las artes; por ejemplo". También "motiva al estudiante a ser creativo, ya que puede desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría, no solo plana, sino también espacial". Hernández Acosta añade que la papiroflexia "estimula la imaginación y la creatividad" y el "desarrollo de la destreza, la exactitud y la precisión manual", "fomenta la capacidad de crear modelos propios". E "impulsa la creación imaginativa, no tanto en la búsqueda de la perfección sino en favor de la riqueza expresiva y la variedad de formas".

## SESIONES DE APRENDIZAJE CON GEOMETRÍA CONSTRUCTIVA.

### DESCRIPCIÓN

El principio establecido en nuestras sesiones es no hacer uso de definiciones, formulaciones algebraicas; se usan cantidades numéricas lo estrictamente necesario sólo para que el docente disponga los materiales adecuándolos al uso de los estudiantes. Se trata de construir las formas geométricas con el doblado -- y recorte – de papel, partiendo de una hoja de papel cortada en forma circular, o también, cuadrada (que sale a su vez de la forma circular). El maestro da las indicaciones a los estudiantes, pudiendo escoger no decirles "vamos a construir tal figura...", sino "si hacemos de esta manera, ¿qué figura nos saldrá?", para que el estudiante vaya descubriendo más espontáneamente el resultado del proceso de construcción que está ejecutando. A la medida del avance, el estudiante va descubriendo las relaciones – por ejemplo, como un cuadrado está relacionado con un octógono; como un triángulo equilátero con su circunferencia inscrita --. Si se desea, se puede ir introduciendo los nombres de los nuevos objetos o nuevas relaciones que se van descubriendo. Aún en el caso que no se den los nombres, el efecto seguirá siendo el mismo. La idea es que el estudiante sea puesto en contacto mediante su propia actividad de construcción, con el despliegue de su imaginación, con las formas presentes en la naturaleza, mediante una actividad libre pero reflejante de las leyes naturales.

Este aprestamiento le permitirá conocer procesos y conceptos que después hallarán en la química, la biología, la arquitectura, el arte, el diseño industrial y de ingeniería, etc. Es decir, se les dará las primeras impresiones y relaciones de los conocimientos que posteriormente – en la educación básica secundaria y educación superior – verán y someterán a definiciones y tratamiento formal.

A su vez, estas sesiones se convierten en ejercicios artísticos (estéticos), porque las armonías y regularidades permiten poner en juego la sensibilidad estéticas, y más si hacemos uso profuso de los colores y de la



imaginación, para convertir las formas geométricas en "casitas", "barcos", "pelotas", "planetas", "platos", etc.

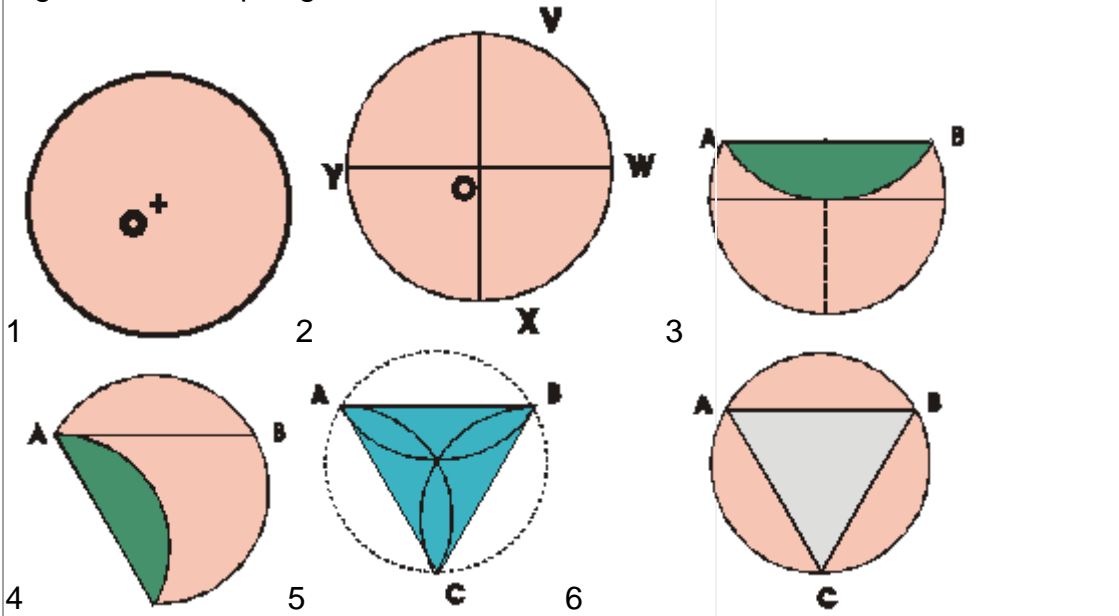
### Objetivos de las Sesiones

Las sesiones buscan un aprestamiento que permita al estudiante, guiado por su maestro, conocer, mediante su actividad lúdica y estética, procesos y conceptos geométricos que después hallarán en las diversas disciplinas científicas y tecnológicas, como la química, la botánica, la biología, la astronomía, la arquitectura, el arte, el diseño industrial y de ingeniería, etc.

El estudiante reconocerá el resultado de su acción de construcción, las formas geométricas, como los polígonos y los poliedros, hasta reconocer e identificar sus propiedades, elementos y relaciones, como resultado de la propia acción de construcción.

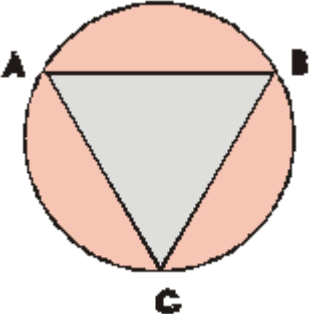
### Ejemplos de sesiones de aprendizaje

"Construyendo y conociendo un triángulo regular mediante el doblado de papel".

Actividades	Metodología – Plan de Trabajo	Observaciones
<p>1.- Construcción de un <b>triángulo inscrito</b>  <b>Recursos:</b> Papel lustre cortado en círculos; regla, colores, lápiz, goma</p> 		

<p>1.- Cortar un círculo de papel (recomendamos unos 9 cm. de diámetro).</p> <p>2.- Pliéguelo y márquenlo en forma "simétrica", refleja, perfecta.</p> <p>3.- Ahora, hagan un segundo doblez "simétrico" con lo obtenido.</p> <p>4.- Con los cuatro puntos (V, W, X e Y) y el centro marcados, sobrepongamos V con O. Obtenemos Ay B.</p> <p>5.- Usando A sobrepongamos O con el arco de circunferencia y obtengamos C.</p> <p>6.- Unamos con un doblez A y C. Tenemos el triángulo ABC:</p>	<p>1.- Formamos grupos de 4 miembros.</p> <p>2.- Cada estudiante del grupo hace dos triángulos, siguiendo las indicaciones.</p> <p>3.- Comparan las figuras resultantes</p> <p>4.- Uno de los triángulos será coloreado, y el otro, recortado</p> <p>5.- Pegan sus resultados (las piezas de papel con las dobleces marcadas) en un papel.</p>	<p>Se pretende que el estudiante construya y conozca el triángulo regular a través de una orientación dirigida y comparta sus experiencias con sus compañeros.</p>
--	--	--

2.- Identificar las partes del triángulo.  
**Recursos:** Papel lustre cortado en círculos; regla, colores, lápiz, goma.



<p>1.- Hacemos un triángulo según la actividad 1.</p> <p>2.- Identificamos y marcamos los lados del triángulo y el centro de la circunferencia.</p>	<p>1.- Formamos grupos de 4 miembros.</p> <p>2.- Cada estudiante del grupo hace dos triángulos, siguiendo las indicaciones.</p> <p>3.- Identificamos las partes y comprobamos las igualdades.</p>	<p>Se pretende que el estudiante identifique al triángulo y sus partes a través de una</p>
---	---	--

<p>3.- Comprobamos si los lados son iguales. ¿Lo son?</p> <p>4.- Comprobamos si los ángulos son iguales. ¿Lo son?</p>	<p>4 Pegan sus resultados (las piezas de papel con las dobleces marcadas) en un papel.</p>	<p>orientación dirigida y comparta sus experiencias con sus compañeros.</p>
---	--	---

**SESIÓN DE APRENDIZAJE: 07**

**I. DESARROLLO: “HALLANDO EL VALOR DEL ÁREA”**

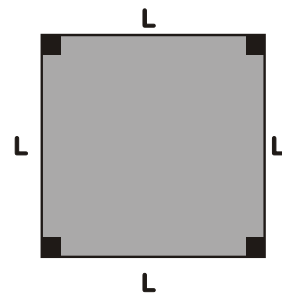
OBJETIVO:

Resuelves problemas encontrando el área del cuadrado y del triángulo.

Asignación de roles a los grupos.

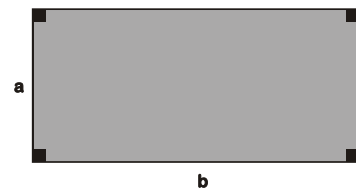
*Área de cuadriláteros*  
*cuadriláteros*

- El cuadrado \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



$$A_{\square} = L^2$$

- El rectángulo \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

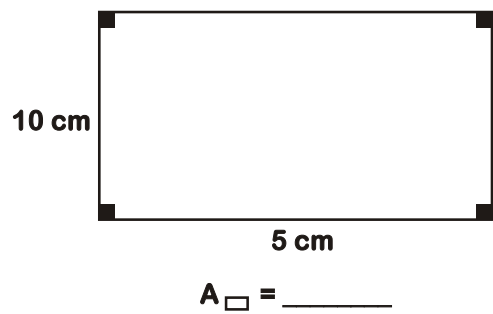
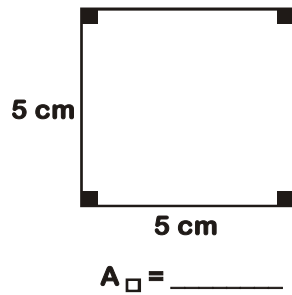
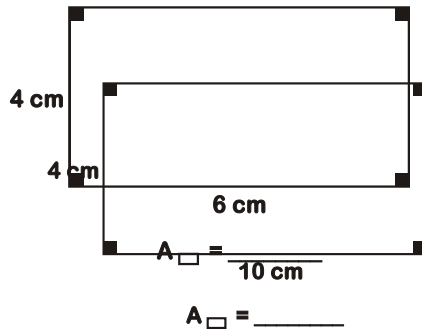


$$A_{\square} = a.b$$

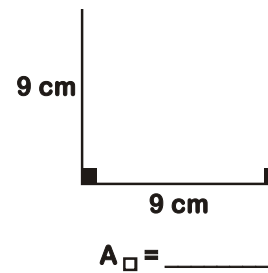
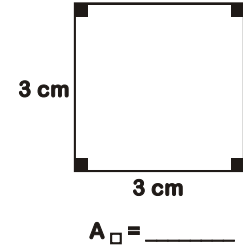
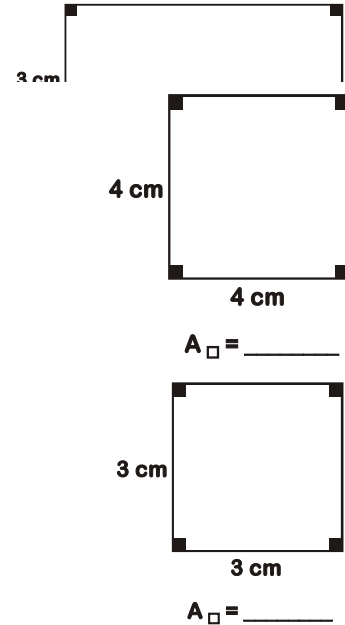
## AHORA HAZLO TÚ

\* Usando colores sombrea cada área y luego halla su medida.

1.



2.



## PROBLEMAS

- Un aula cuadrada de 10 m de lado se ha dividido en dos partes iguales. ¿Cuál es el área de tres aulas iguales?
- ¿Cuál es el área de un rectángulo cuya base mide 10 m y su altura es 20 m?

## SESIÓN DE APRENDIZAJE: 08

### I. DESARROLLO: “ORIGAMI”

#### OBJETIVO:

Construye figuras con origami

Resuelve problemas con palitos de fósforos.

Asignación de roles a los grupos.

El Origami es el arte japonés de doblado de papel, conocido también como papeloflexía. Literalmente se traduce así:

**ORI** (doblado)

**GAMI** (papel)

Es un arte preciso, de hacer coincidir bordes y realizar dobleces para crear figuras de todo tipo desde las más simples hasta las más complejas imaginables.

El papel se desarrolló en China hacia el año 105 d.C. por Tsai Lun, luego en el siglo VI fue llevado al Japón, Marco Polo en el siglo XIII lo llevó a Europa y los árabes lo introdujeron en España, la cual trajo el papel a nuestro continente americano.

### EL ORIGAMI EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

#### ALGUNOS BENEFICIOS Y CUALIDADES

El origami puede ser una gran ayuda en la educación, es por ello que aquí se incluye algunos beneficios y grandes cualidades.

- a) Da al profesor de matemática una herramienta pedagógica que le permita desarrollar diferentes contenidos no solo conceptuales, sino también procedimentales, también desarrolla habilidades motoras finas y gruesas que a su vez permitirá al estudiante desarrollar otros aspectos, como lateralidad, percepción espacial y la psicomotricidad.
- b) Desarrollar la destreza manual y la exactitud en el desarrollo del trabajo, exactitud y precisión manual.

- c) Desarrolla la interdisciplinar de la matemática con otras ciencias como las artes por ejemplo.
- d) Motiva al estudiante a ser creativo ya que puede desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no sólo plana sino también espacial.

## HABILIDADES DE COMPORTAMIENTO

El origami es un ejemplo de “Aprendizaje esquemático”, a través de la repetición de acciones. Para lograr el éxito, el estudiante debe observar cuidadosamente y escuchar atentamente las instrucciones específicas que luego llevará a la práctica. Este es un ejemplo en el cual los logros del estudiante dependen más de la actividad en sí que del profesor. Para muchos estudiantes el origami requiere de un nivel de paciencia que brindará orgullo con el resultado, la habilidad de enfocar la energía y un incremento en la auto-estima.

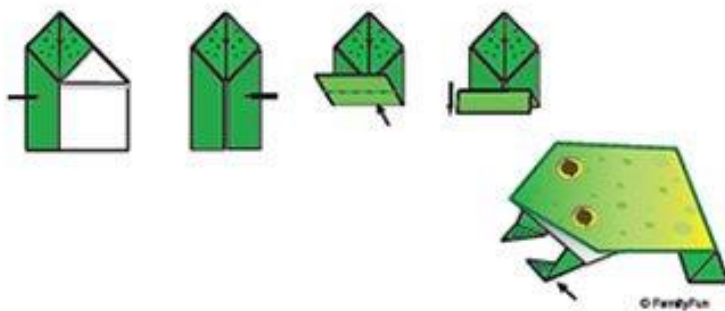
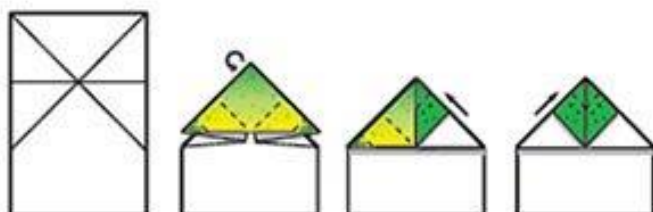
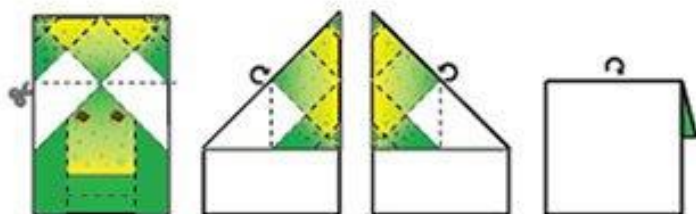
## APRENDIZAJE EN GRUPO

El origami es muy adecuado para trabajar en salón con 20 o más estudiantes. En un ambiente de diversas edades, el doblado de papel tiende a eliminar las diferencias de edad. Muchos maestros han observado que los estudiantes que no se destacan en otras actividades, son generalmente los más rápidos en aprender origami y ayudar a sus compañeros.

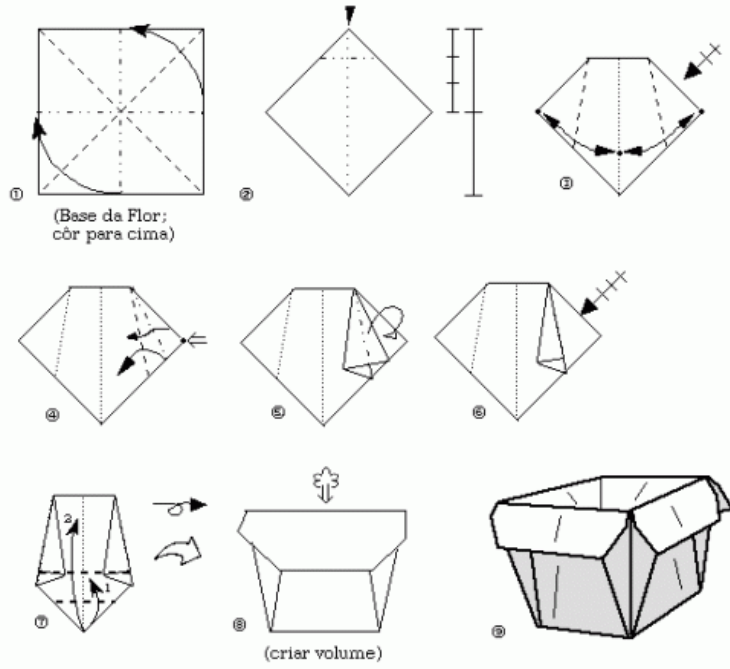
## DESARROLLO COGNITIVO

A través del doblado, los estudiantes utilizan sus manos para seguir un conjunto específico de pasos en secuencia, produciendo un resultado visible que es al mismo tiempo llamativo y satisfactorio. Los pasos se deben llevar a cabo en cierto orden para lograr el resultado exitoso: una importante lección no sólo en matemática sino para la vida. Piaget sostenía que “la actividad motora en la forma de movimientos coordinados es vital en el

desarrollo del pensamiento intuitivo y en la representación mental del espacio”.



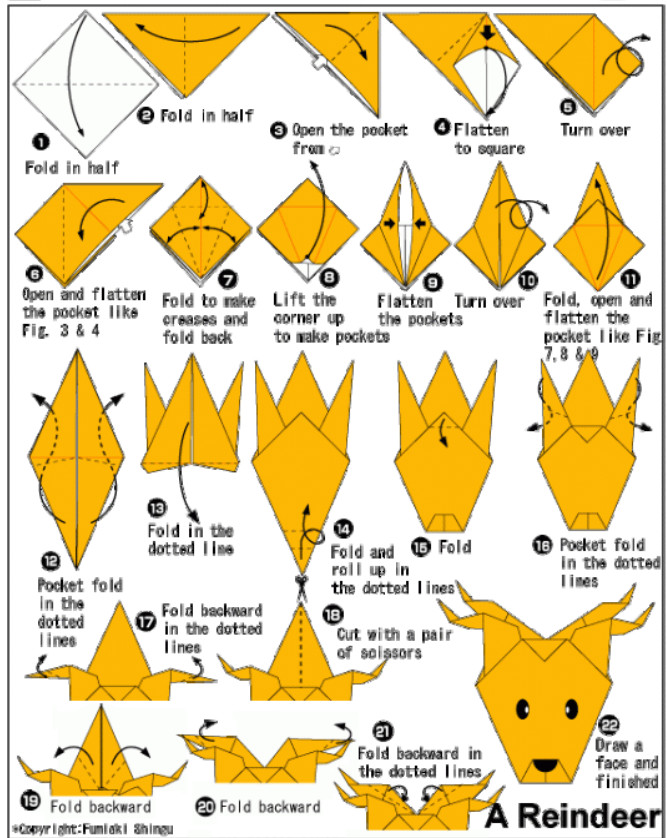
### Cesto de Papéis



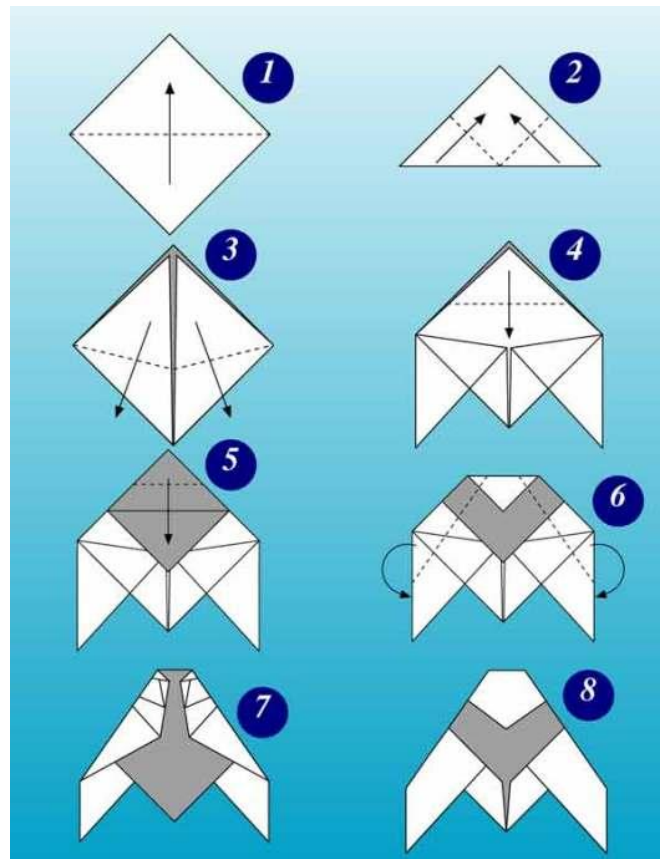
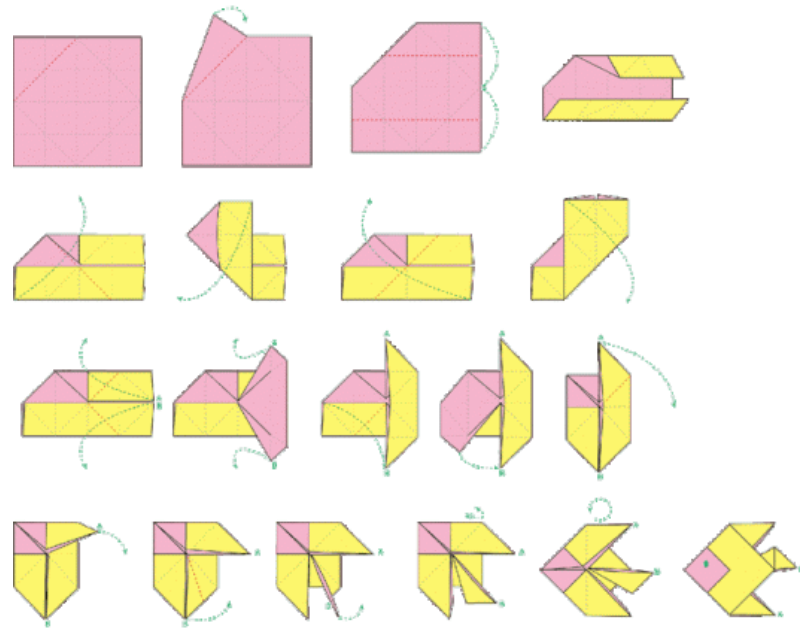
© Rudi A. Fev '99

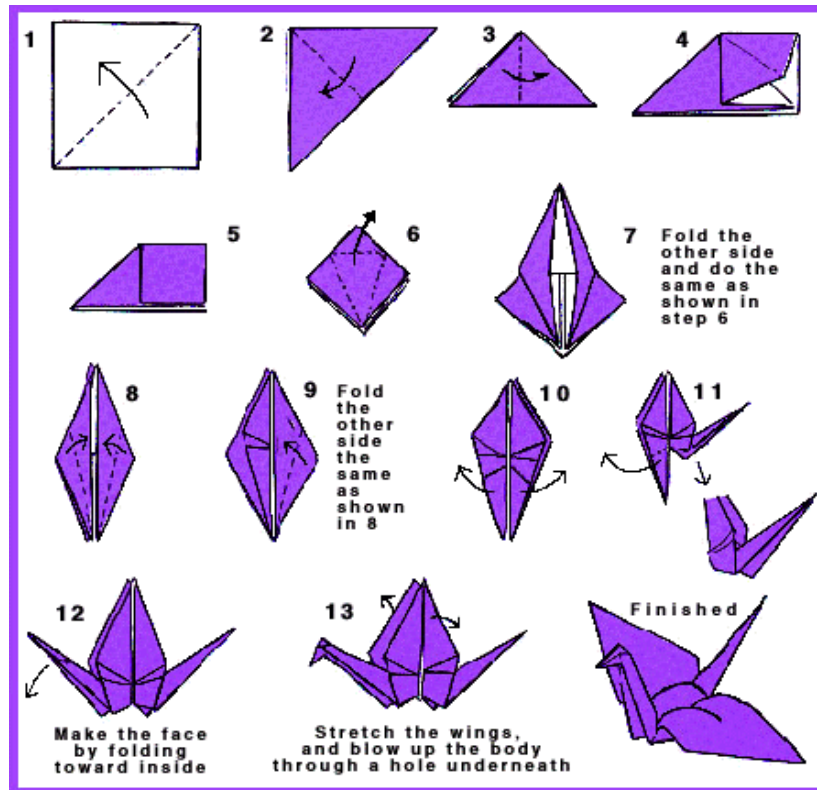
Click to Print

[Animation](#)



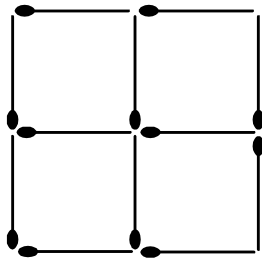






## PROBLEMAS SOBRE PALITOS

1. Con doce palitos de fósforo se ha formado el siguiente arreglo:

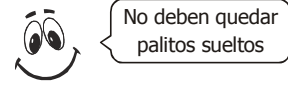
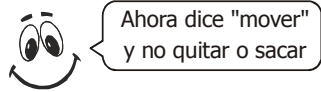


Ahora resuelve los siguientes retos que se te presentan a continuación:

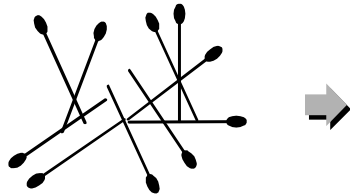
Primer Reto: "Quita" dos palitos de fósforo, de tal manera que queden sólo dos cuadrados. ¡Vamos tú puedes!

Segundo Reto: "Mover" cuatro palitos de fósforo, de tal manera que formen tres cuadrados iguales a los iniciales.

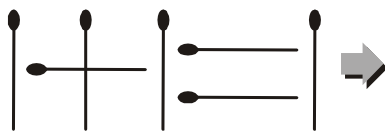
Reto Final: Moviendo cuatro palitos de fósforo, de la figura inicial formar diez cuadrados.



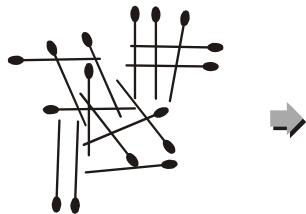
2. Con diez palitos de fósforo formar uno.



3. Moviendo un palito de fósforo, hacer que la igualdad resulte verdadera.



4. Con dieciséis palitos de fósforo formar nueve.



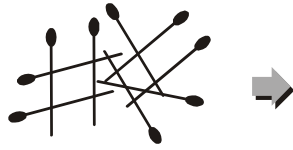
5. Con tres palitos de fósforo formar cuatro.



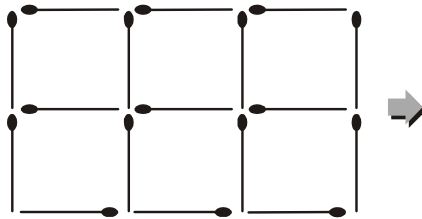
6. Con tres palitos de fósforo formar seis.



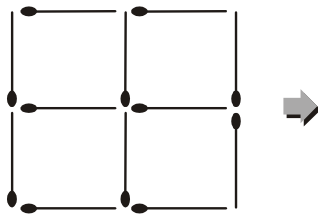
7. Con nueve palitos de fósforo formar tres docenas.



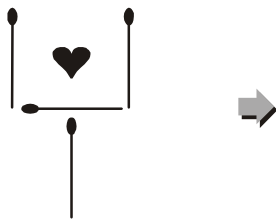
8. Quitar cinco palitos de fósforo de tal manera que queden tres cuadrados solamente.



9. Quitar dos palitos de fósforo, de tal manera que queden sólo dos cuadrados.



10. Mover dos palitos de fósforo de tal manera que el recogedor quede de la misma forma pero el corazón fuera de él.



11. Con cinco palitos de fósforo, formar dos triángulos equiláteros.

