

UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación



Una Institución Adventista

**Aplicación de los mapas conceptuales en la matemática,
componente geometría y medición: su eficiencia en el
desarrollo de las capacidades fundamentales en los
estudiantes de secundaria de la I.E. Adventista
Unión Americana, Ica, 2014**

Por:

Daniel Pecho Ojeda

Asesor:

Dr. Bernardo Raúl Acuña Casas


Lima, mayo de 2016

Aplicación de los mapas conceptuales en la matemática, componente geometría y medición: su eficiencia en el desarrollo de las capacidades fundamentales en los estudiantes de secundaria de la I.E. Adventista Unión Americana, Ica, 2014

TESIS

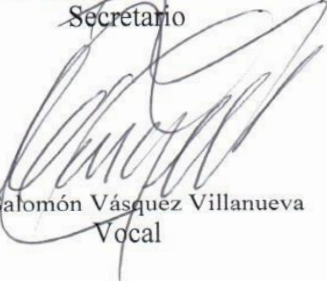
Presentada para optar el Grado Académico de Magíster en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

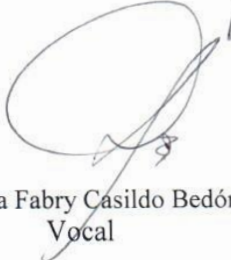
JURADO DE SUSTENTACIÓN


Dra. Erika Inés Acuña Salinas
Presidenta


Dr. Víctor Daniel Álvarez Manrique
Secretario


Dr. Bernardo Raúl Acuña Casas
Asesor


Dr. Salomón Vásquez Villanueva
Vocal


Mg. Ana Fabry Casildo Bedón
Vocal

Lima, 27 de mayo de 2016

ANEXO 07 DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIA DE LA TESIS

Yo **BERNARDO RAÚL ACUÑA CASAS**, identificado con DNI N° 06810223, docente en la Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación de la Escuela de Posgrado de la Universidad Peruana Unión;

DECLARO:

Que la tesis titulada: *“Aplicación de los mapas conceptuales en la matemática, componente geometría y medición: su eficiencia en el desarrollo de las capacidades fundamentales en los estudiantes de secundaria de la I.E. Adventista Unión Americana, Ica, 2014”*, constituye la memoria que presenta el Bachiller **DANIEL PECHO OJEDA**, para obtener el grado académico de Magíster en Educación con mención en Investigación y Docencia, cuya tesis ha sido desarrollada en la Universidad Peruana Unión con mi asesoría.

Asimismo dejo constancia de que las opiniones y declaraciones registradas en la tesis son de entera responsabilidad del autor. No comprometen a la Universidad Peruana Unión.

Para los fines pertinentes, firmo esta declaración jurada, en la ciudad de Ñaña (Lima), a los veintisiete días del mes de mayo de 2016.



Dr. **BERNARDO RAÚL ACUÑA CASAS**

Asesor



DEDICATORIA

A Susana mi amada esposa, a Daniel y Josué
mis hijos y a Eudolia mi madre querida.

AGRADECIMIENTO

A Dios por brindarme la oportunidad de investigar y compartir conocimiento con mis estudiantes.

Al Dr. Raúl Acuña Casas, apreciado maestro y asesor, por su paciencia y apoyo en la realización de esta investigación.

A Yolanda, Susana y Leonardo mi gratitud por su valioso aporte y ayuda en afinar la investigación.

A los maestros que están frente a estudiantes, no deseosos de aprender la matemática, que día a día tienen que buscar estrategias diversas para hacer de esta ciencia una ciencia digerible.

A los administradores de la MOP y ASEAMOP por su apoyo y consideración en la realización de este proyecto.

TÉRMINOS Y SÍMBOLOS USADOS

- AS Aprendizaje significativo
- CE Clases expositivas
- CF Capacidad fundamental
- CI Coeficiente intelectual
- CM Comunicación matemática
- EB Examen bimestral
- EP1 Evaluación periódica 1
- EP2 Evaluación periódica 2
- EP3 Evaluación periódica 3
- GC Grupo de control de la investigación
- GE Grupo experimental de la investigación
- GM Geometría y medición
- MT Método tradicional
- MC Mapas conceptuales
- PE Prueba de entrada
- RD Razonamiento y demostración
- RP Resolución de problemas

INDICE

DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
TÉRMINOS Y SÍMBOLOS USADOS.....	vi
INDICE.....	vii
ÍNDICE DE CUADROS.....	x
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	xi
ÍNDICE DE TABLAS.....	xii
ÍNDICE DE ANEXOS.....	xiv
RESUMEN.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
INTRODUCCION.....	xvii
CAPÍTULO I.....	1
EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	1
1. Planteamiento del problema.....	1
1.1. Descripción de la situación problemática.....	1
1.2. Planteamiento y formulación del problema.....	4
2. Finalidad e importancia de la investigación.....	5
2.1. Propósito.....	5
2.2. Relevancia social.....	6
2.3. Relevancia pedagógica.....	6
3. Objetivos de la investigación.....	7
3.1 Objetivo general.....	7
3.2. Objetivos específicos.....	7
4. Hipótesis de estudio.....	7
4.1. Hipótesis principal.....	7
4.2. Hipótesis derivadas.....	7

5. Variables de estudio	8
5.1. Variable independiente	8
5.2. Variables dependientes	8
5.3. Operacionalización de variables	10
5.4. Variables intervinientes	11
CAPÍTULO II.....	13
FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN	13
1. Bases teóricas	13
1.1. Formación de conceptos naturales y artificiales.....	14
1.2. Teorías asociacionistas sobre la formación de conceptos	14
1.3. Teorías asociacionistas sobre la formación de conceptos artificiales	15
1.4. Teorías asociacionistas sobre la formación de conceptos naturales.....	18
1.5. Teorías sobre las representaciones mentales	21
2. Teorías del aprendizaje desde la reestructuración	32
2.2. La teoría de la equilibración de Piaget	37
2.3. Teoría de Vygotsky	40
2.4. Aprendizaje significativo de Ausubel	43
3. Marco teórico, tecnológico.....	44
3.1. El aprendizaje significativo como base de los mapas conceptuales.....	46
3.2. Metaconocimiento y metaaprendizaje.....	52
3.3. Sentido lógico y sentido psicológico.....	57
3.4. El constructo estructura cognitiva	58
3.5. Inclusión por subsunción.....	60
3.6. Aprendizaje subordinado.....	62
3.7. Aprendizaje supraordinado.....	62
3.8. Aprendizaje combinatorio	63
3.9. Mapa cognitivo.....	66

3.10.	Mapas de conocimientos	71
3.11.	Los postorganizadores gráficos	73
4	Marco conceptual	75
CAPÍTULO III		79
MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN		79
1.	Tipo de estudio	79
2.	Diseño de la investigación.....	79
3.	Población.....	79
4.	Recolección de datos y procesamiento.....	81
5.	Instrumentos utilizados.....	85
6.	Medición de las variables estudiadas	85
CAPÍTULO IV		86
RESULTADOS Y ANÁLISIS		86
1.	Análisis descriptivo de la población.....	86
2.	Análisis comparativo mediante la prueba estadística específica.....	91
2.1.	Pruebas de normalidad para las distribuciones de calificaciones del segundo año de secundaria:	91
2.2.	Pruebas de normalidad para las distribuciones de calificaciones del tercer año de secundaria:.....	93
2.3.	Prueba T de student para la comparación de medias del segundo año de secundaria..	96
2.4.	Prueba T de Student para la comparación de medias del tercer año de secundaria ...	107
3.	Interpretación de Resultados	119
CONCLUSIONES.....		123
RECOMENDACIONES		126

ÍNDICE DE CUADROS

1	Variable dependiente, capacidades y destrezas.....	9
2	Distribución de estudiantes de segundo y tercer grado de secundaria en grupo de control y experimental por sexo.....	12
3	Características de los tres tipos de aprendizaje según Norman (1978)	30
4	Principales diferencias entre asociacionismo y constructivismo.....	33
5	Diferencias entre las actitudes necesarias para el aprendizaje significativo y el memorístico.....	50
6	Tipos de conexiones comúnmente utilizadas en los mapas de conocimientos.....	71
7	Registro de notas del área de matemática de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	82
8	Registro de notas del área de matemática de los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	83

ÍNDICE DE GRÁFICOS

1	Ejemplo de mapa conceptual para la sustracción.....	76
2	Pruebas de normalidad de las calificaciones del 2do. año de secundaria.....	90
3	Pruebas de normalidad de las calificaciones del 3er. año de secundaria.....	92

ÍNDICE DE TABLAS

1	Estudiantes del nivel secundario por grados matriculados en la I.E. Unión Americana.....	79
2	Horario grupo de control y experimental.....	80
3	Distribución de frecuencias del género de los estudiantes de 2do. y 3er año de secundaria de la I.E. Unión Americana	85
4	Distribución de frecuencias de las edades de los estudiantes de 2do. y 3er año de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	86
5	Estadísticos del coeficiente intelectual de los estudiantes de 2do y 3ro año de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	86
6	Significado del CI de los estudiantes de 2do. y 3er. Año de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	88
7	Prueba de normalidad de las calificaciones del segundo año de secundaria.....	91
8	Prueba de normalidad de las calificaciones del tercer año de secundaria.....	94
9	Prueba de la capacidad de razonamiento y demostración de los grupos del segundo año.....	95
10	Prueba de muestras independientes de la prueba del rendimiento de la capacidad de razonamiento y demostración.....	96
11	Prueba de rendimiento de la capacidad de comunicación matemática de los grupos del segundo año.....	98
12	Prueba de muestras independientes de la prueba del rendimiento de la capacidad de comunicación matemática.....	99
13	Prueba de rendimiento de la capacidad de resolución de problemas de los grupos del segundo año.....	100
14	Prueba de muestras independientes de rendimiento de la capacidad de resolución de problemas.....	101

15	Prueba final del tercer bimestre de geometría y medición del área de matemática de los grupos del segundo año.....	102
16	Prueba de muestras independientes de rendimiento de la prueba final tercer bimestre	104
17	Promedio bimestral del tercer periodo de geometría y medición del área de matemática de los grupos del segundo año.....	105
18	Prueba de muestras independientes de la nota bimestral del 3er periodo.....	106
19	Prueba de la capacidad de razonamiento y demostración de los grupos del tercer año.....	108
20	Prueba de muestras independientes de la prueba del rendimiento de la capacidad de razonamiento y demostración.....	109
21	Prueba de rendimiento de la capacidad de comunicación matemática de los grupos del tercer año.....	111
22	Prueba de muestras independientes de la prueba del rendimiento de la capacidad de comunicación matemática.....	112
23	Prueba de rendimiento de la capacidad de resolución de problemas de los grupos del tercer año.....	113
24	Prueba de muestras independientes de rendimiento de la capacidad de resolución de problemas.....	115
25	Prueba final del tercer bimestre de geometría y medición del área de matemática de los grupos del tercer año.....	116
26	Prueba de muestras independientes de rendimiento de la prueba final tercer bimestre	118
27	Promedio bimestral del tercer periodo de geometría y medición del área de matemática de los grupos del tercer año	119
28	Prueba de muestras independientes de la nota bimestral del tercer periodo.....	120

ÍNDICE DE ANEXOS

1	Unidad de aprendizaje del IV bimestre del segundo y tercer grado de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica.....	140
2	Registro de asistencia de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	141
3	Registro de asistencia de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Unión Americana.....	142
4	Instrumentos de evaluación EP1, EP2, EP3 y EB.....	143
5	Mapas conceptuales elaborados por los estudiantes del 2° y 3° del nivel secundaria de la I.E. Americana de Ica.....	151

RESUMEN

En la presente investigación se ha tomado dos grupos, segundo y tercer grado del nivel secundario de la I.E. Adventista Unión Americana de Ica. Cada grado se ha dividido en forma aleatoria en dos subgrupos, es decir grupo control (GC) y grupo experimental (GE). El grupo de control de la investigación estuvo conformado por 14 estudiantes de segundo grado y 12 estudiantes del tercer grado; el grupo experimental por 14 estudiantes de segundo grado y 11 estudiantes de tercero de secundaria.

Al grupo de control se le impartió las clases de matemática, componente geometría y medición, mediante clases expositivas y orales, es decir con el método tradicional; en el caso del grupo experimental se les dio la idea de lo que era la teoría de los mapas conceptuales previamente, asimismo se compartió las clases de matemática, notando con claridad el cambio de actitud de los estudiantes, la creatividad que desarrollaban durante la hora de clase y otros aspectos que han diferenciado notablemente los resultados no sólo en el aula, sino también los resultados finales académicos. En ambos casos se trabajó las capacidades en el área de matemática: Resolución de problemas, razonamiento y demostración y comunicación matemática.

Prueba de esto las notas de los estudiantes del tercer año de secundaria en el caso del grupo experimental marcaron una diferencia favorable de 1.86 como promedio a diferencia del grupo de control. Permitiendo afirmar que la enseñanza de la matemática mediante los mapas conceptuales es favorable para el aprendizaje de los estudiantes. Esto también repercutió en el desarrollo de la clase, el interés de los estudiantes por aprender más y más y por consiguiente la mejora de su comportamiento conductual en clase.

PALABRAS CLAVE: Mapas conceptuales, capacidades fundamentales, aprendizaje de matemática, matemática, aprendizaje significativo.

ABSTRACT

Two groups have been taken in this investigation, the second and third grade high school level of I.E. Adventist Union Americana School in Ica, each grade has been splintered in two groups randomly, it means, control group (GC) and experimental group (GE). 14-second grade students and 12 third grade students formed the Control Group; 14-second grade students and 11 third grade high school students formed the Experimental Group.

The Math classes were given to the control group, Geometric Component and Measurement using the oral explanation and oral classes, it means, the traditional method, however, the experimental group was given the idea of the concept maps theory, sharing with them the math classes, A change of attitude was noticed in the students, a lot of creativity during the classes and other aspects that made a lot of difference in the results not only in the classroom but in the final academic results. In both cases Math Area Skills were worked: Solution of problems, Reasoning and Demonstration and Mathematical Communication.

Proving this, the third grade high school students' scores in the experimental group made a big difference with 1.86 average difference from the control group. Affirming this way that the Math teaching using Concept Maps is advantageous for the learning of the students. It also has an effect on the development of the class, the interest of the students for learning more and more, therefore, the improvement of the student's behavior in class.

KEYWORDS: Concept maps, core capabilities, learning math, math, meaningful learning.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa Adventista Unión Americana, ubicada en el Jr. Urubamba 127 de la ciudad de Ica, con el objetivo de determinar la relación existente entre el desarrollo de capacidades fundamentales de la Matemática, mediante mapas conceptuales en el componente geometría y medición, en comparación con las clases expositivas o el método tradicional.

El tipo de investigación corresponde a una investigación experimental cuantitativo, experimental dado que se tiene un grupo de control y otro experimental, aplicándose previamente el pretest (prueba de entrada) y luego el posttest (examen bimestral). Los datos o resultados pasaron los estadígrafos que corresponden a una investigación cuasi experimental.

En el capítulo I, se especifica el planteamiento, la formulación del problema general y de los problemas específicos. Asimismo, se detalla la importancia, el propósito, la justificación, los objetivos, las hipótesis de la investigación, y la operacionalización de las variables de estudio.

En el capítulo II, se presenta el marco teórico de la investigación correspondiente a los mapas conceptuales como estrategia en el desarrollo de las competencias fundamentales de matemática, relacionado a la solución de problemas en el área de geometría y medición.

En el capítulo III se describe el método de la investigación, indicando el tipo y diseño, la población, medición de las variables, la técnica de recogida de datos, el procesamiento estadístico de datos y el estadístico de prueba de las hipótesis planteadas.

En el capítulo IV, se exhiben los resultados y sus correspondientes análisis. Además, se incluye el análisis demográfico de la población, la prueba de hipótesis y las interpretaciones respectivas.

En el capítulo V, se registran las conclusiones generadas de acuerdo con las teorías consultadas los análisis de los datos obtenidos, de los cuales se desprende las recomendaciones respectivas.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. Planteamiento del problema

1.1. Descripción de la situación problemática

Al empezar un nuevo milenio, es evidente que la ciencia ha tenido un desarrollo vertiginoso, logrando cosas que no se podían imaginar como consecuencia de la investigación transdisciplinaria. Las relaciones que tiene no pueden ser explicadas por las teorías de la disciplina participante, debido a la complejidad de los hechos y de los escenarios que constantemente cambian. Por ejemplo, para comprender la complejidad del cerebro, para su abordaje, surgió una nueva ciencia llamada Neurociencia, que está integrada por la biología, la psicología, la pedagogía, entre otras.

En los últimos 20 años, está surgiendo una nueva manera de estudiar los hechos, sobre todo, sociales y de vida cotidiana. La Neurociencia, ha surgido, metafóricamente hablando, de la unión entre la psicología y la pedagogía, donde cada uno deja de ser en sí mismo, para dar lugar a una nueva unidad vivencial, así como el matrimonio, donde los problemas no se resuelven independientemente, sino con el diálogo entre las dos partes, como método para hallar las soluciones de aquellas situaciones problemáticas.

A pesar del avance de la neurociencia todavía hay “misterios” que el hombre no ha conseguido revelar, por ejemplo: ¿Cómo volver a reconstruir los recuerdos?, ¿En qué lugar del cerebro se almacenan los conocimientos?, etc.

Vemos tantos avances en nuestro entorno y somos conscientes de que necesitamos más que antes, estar al lado del conocimiento, para esto debemos elegir las mejores estrategias para un aprendizaje significativo; esto es precisamente lo que está faltando en nuestra juventud, la aplicación de estrategias que le permitan obtener el éxito.

Sin duda la ciencia ha avanzado rápidamente, pero a pesar del avance de la ciencia, en el tema educativo, el Perú pasa serias dificultades. En América Latina y el Caribe existe el mayor índice de deserción escolar a nivel mundial. En nuestro país la situación no ha sido mejor, Nano (1995), dice al respecto:

La Educación Peruana está muy distanciada de la de todos los países latinoamericanos en general con un muy bajo nivel. La construcción de colegios no fue suficiente y el descuido de la calidad a lo largo del decenio pasado sigue siendo un punto negativo.

Haciendo una “radiografía” de la educación peruana las cosas difíciles de remediar a corto plazo son más crudas, según lo que presenta el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI, 2014). Tenemos que la tasa de analfabetismo a nivel nacional es de 6,3% de los cuales jóvenes entre los 15 a 19 años de edad marcan un analfabetismo de 0,8%, que a diferencia de años anteriores existe un decrecimiento favorable, entendiendo que en nuestro país analfabeto es la persona que no sabe leer ni escribir, pero también a esto se suma el reto del analfabetismo en la zona rural en nuestro país, en este sentido las cifras no son nada alentadoras, se necesita en el Perú trabajar más en la zona rural donde se tiene un 15,7% de analfabetismo, y la región Sierra es la más golpeada porque el analfabetismo llega a la nada alentadora cifra de 11.3% de analfabetismo; al respecto, Cueto (1997) amplía más explicaciones. Por ejemplo: En el 2014 el promedio de años de estudio en nuestro país fue de 10,1 años, sabiendo que todo niño debería pasar 14 años de estudio desde inicial hasta culminar la secundaria; lo que significa que muchos niños y jóvenes van desertando de los estudios por la necesidad de ejercer algún oficio para incrementar los ingresos económicos y sostener la canasta familiar. El porcentaje de deserción escolar se va incrementando a medida que van pasando los años de estudio; el nivel secundario marca un mayor índice de deserción a

diferencia del nivel inicial y primario. En Lima metropolitana se registra 11,2 años promedio y en el resto del país 9,5 años. Los jóvenes de 15 a 19 años registraron 9,8 años y en la Región Selva la cifra es alarmante: es el 8,8 años y en la zona rural el promedio de años de estudio es más alarmante aún, registra un 7,6 años. Todo esto es el resultado a la poca atención del sector educación del Estado peruano; en el 2013, el gasto público realizado en el Perú por alumno ha sido de s/. 2427 nuevos soles por alumno, una cifra por debajo del promedio en todo los demás países de Latinoamérica.

Los estudiantes tienen un alto índice de atraso en los grados de estudio que cursan respecto de la edad que la norma establece, esto se debe en parte al ingreso tardío, a la alta repitencia y, por último, al retiro temporal. El 53.9% de niñas ingresan al colegio con una edad mayor a la establecida.

Para nadie es un secreto los resultados en un estudio auspiciado por la UNESCO, donde los escolares peruanos quedaron en último lugar en matemáticas y ante penúltimas en lenguaje, en el grupo de países latinoamericanos que participaron. Al respecto el Dr. Jaime Saavedra, Ministro de Educación dijo: “Lamentablemente el Perú se encuentra en el sótano de la Educación en América Latina. Nos disputamos con Honduras y Haití el último lugar en calidad educativa”. Y actualmente mejor no hablamos de los resultados de la ECE (Evaluación Censal Estudiantil 2015) donde los resultados reflejan el poco interés que existe en nuestras autoridades y la poca inversión en Educación, nuestros niños de 2do. grado de primaria no comprenden lo que leen, sólo un 49,8% logra entender lo que leen en forma satisfactoria. En matemática, es menos alentador, solo el 26,6 % de todos los estudiantes de 2do. grado de primaria pueden resolver un problema de matemática en forma satisfactoria. En el nivel secundario los resultados reflejan una similitud con lo que pasa en primaria, inclusive la preocupación reside es más cuando se toca el tema de matemática. Hay mucho pan que rebanar, se

necesita trabajar con ahínco, en forma consciente, como dirían algunos como para agradar a Dios antes que a los hombres.

Frente a estos hechos, cifras y datos, lo más sabio es buscar solución al problema y no culpables, mejorar nuestro sistema educativo que cada vez se ahonda en el desprestigio, y gran parte de la responsabilidad y la solución está en el maestro, quien es parte de dicho sistema. El maestro debe enfocar su enseñanza desde el aprendizaje; al respecto, el director general de la UNESCO, Federico Mayor Zaragoza, dijo: “tenemos que mirar la educación no desde la enseñanza sino desde el aprendizaje”. En ese sentido, el maestro deberá enseñar cumpliendo la misión que postulan los autores del Informe Delors (1996): aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser. El cambio debe comenzar por el maestro, un cambio de esquemas preestablecidos, de idiosincrasias; cambios de metodologías e innovación. Pero por sobre todo cambio del maestro, un cambio de “actitud” y entusiasmo; y, como parte de este cambio, se ha de generar la eficiencia en el desarrollo de las capacidades fundamentales de los estudiantes de educación secundaria. Lo que precisamente se pretende realizar con esta investigación sobre el uso de mapas conceptuales en el desarrollo de capacidades fundamentales de las matemáticas, componente geometría y medición, en la I.E. Unión Americana de Ica, Perú.

1.2. Planteamiento y formulación del problema

Luego de haber analizado la realidad problemática, surge el presente trabajo como una contribución en la tarea del desarrollo de capacidades fundamentales de las matemáticas en los estudiantes, para el aprendizaje de las matemáticas, cuyo problema general y específicos se formulan del siguiente modo:

Problema general

¿La aplicación de los mapas conceptuales es eficiente en el desarrollo de las capacidades fundamentales de matemática, componente geometría y medición, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014?

Problemas específicos

¿La aplicación de los mapas conceptuales es eficiente en el desarrollo de las capacidades de razonamiento y demostración de matemática, componente geometría y Medición, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014?

¿La aplicación de los mapas conceptuales es eficiente en el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática, componente geometría y medición, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014?

¿La aplicación de los mapas conceptuales es eficiente en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas de matemática, componente geometría y medición, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014?

2. Finalidad e importancia de la investigación

2.1. Propósito

Uno de los primeros propósitos fue mejorar la enseñanza de la matemática mediante la aplicación de mapas conceptuales. Hoy los estudiantes necesitan más que clases expositivas y aburridas, hacer tangible y entretenida la ciencia de la matemática. La generación que hoy se sienta a escuchar las clases de matemática y cuenta con la tecnología a la mano, mientras el maestro hace todo lo posible para captar la atención de los estudiantes, ellos tienen las herramientas necesarias para aprender de una manera más significativa, entre esas herramientas están las clases por videos, el

internet, etc. donde toda la información lo tienen en la palma de sus manos, vía Tablet, iPhone, iPad, laptop y otras herramientas modernas.

2.2. Relevancia social

Al concluir que la enseñanza de la matemática por medio de los mapas conceptuales ha elevado el nivel de aprendizaje de los estudiantes de segundo y tercero de secundaria en la I.E. Unión Americana de Ica, se podría compartir dicha estrategia de tal manera que los estudiantes se puedan beneficiar al momento de aprender matemática, viendo esta ciencia como una herramienta útil para adquirir y afianzar el conocimiento.

Esta situación permite por otra parte, la forma entretenida de aprender matemática elaborando mapas conceptuales, donde el alumno se torna en un creador y no solo en un pasivo oyente, tratando de recordar todo lo que el maestro le ha mencionado. Los estudiantes tendrían la oportunidad de elaborar su propio conocimiento, descubriendo día tras día la aplicación de la matemática en las cosas prácticas y útiles de la vida.

2.3. Relevancia pedagógica

Los maestros de matemática deben despertar iniciativas a la hora de presentar y desarrollar las clases de matemática a los estudiantes, inculcando nuevas técnicas de aprender esta ciencia tan “cerrada” y dificultosa para muchos.

Los institutos pedagógicos y las facultades de educación de las universidades estatales y privadas que promueven la carrera o la especialidad de matemática, tendrían que incluir en su plan de estudios técnicas de enseñanza de la matemática que incluya el conjunto de estrategias de los mapas conceptuales, para hacer de esta ciencia, una ciencia más asequible a los estudiantes, apoyando también la idea que el Ministerio de Educación plantea hoy por medio de las rutas del aprendizaje.

3. Objetivos de la investigación

3.1 Objetivo general

Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales de geometría y medición en el desarrollo de las capacidades fundamentales de matemática, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014

3.2. Objetivos específicos

- a. Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de la capacidad de razonamiento y demostración, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.
- b. Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.
- c. Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.

4. Hipótesis de estudio

4.1. Hipótesis principal

La aplicación de los mapas conceptuales de geometría y medición es eficiente en el desarrollo de las capacidades fundamentales de matemática, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014

4.2. Hipótesis derivadas

- a. La aplicación de los mapas conceptuales de geometría y medición es eficiente en el desarrollo de la capacidad de razonamiento y demostración, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.

- b. La aplicación de los mapas conceptuales de geometría y medición es eficiente en el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.
- c. La aplicación de los mapas conceptuales de geometría y medición es eficiente en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.

5. Variables de estudio

5.1. Variable independiente

Aplicación de los mapas conceptuales de geometría y medición.

La temática desarrollada en la unidad de aprendizaje correspondiente al cuarto bimestre es: ángulos, triángulos, cuadriláteros y polígonos.

Las puntuaciones en la escala vigesimal de las siguientes pruebas:

PE: Prueba de entrada

EP1: Evaluación periódica 1

EP2: Evaluación periódica 2

EP3: Evaluación periódica 3

EB: Examen bimestral

5.2. Variable dependiente

Desarrollo del aprendizaje de matemática a través de las capacidades fundamentales.

Cuadro 1. *Variable dependiente, capacidades y destrezas*

Variable dependiente	Capacidades básicas en Matemática	Destrezas	Escala
		- Resuelve	0 – 20

Aplicación de mapas conceptuales de geometría plana	Resolución de problemas		
	Razonamiento y demostración	- Identifica-analiza-crea-aplica	0 – 20
	Comunicación matemática	- Interpreta-calcula	0 – 20

5.3. Operacionalización de variables

TÍTULO: APLICACIÓN DE LOS MAPAS CONCEPTUALES EN LA MATEMÁTICA, COMPONENTE GEOMETRÍA Y MEDICIÓN: SU EFICIENCIA EN EL DESARROLLO DE LAS CAPACIDADES FUNDAMENTALES EN LOS ESTUDIANTES DE SECUNDARIA DE LA I.E. ADVENTISTA UNIÓN AMERICANA, ICA, 2014

Variable independiente	Objetivos de aprendizaje	Contenido	Método/Estrategias	Aplicación de instrumentos	Temporalización
<p>Aplicación de los Mapas Conceptuales en Geometría y Medición</p> <p>Def. La aplicación de los mapas conceptuales en geometría y medición es un programa que permite que los estudiantes de secundaria desarrollen las capacidades fundamentales en el área de matemática.</p>	<p>Objetivo principal Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de las capacidades fundamentales de matemática - componente Geometría y Medición, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014</p> <p>Objetivos específicos</p> <p>a. Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de la capacidad de razonamiento y demostración, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.</p> <p>b. Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de la capacidad de comunicación matemática, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.</p> <p>c. Determinar la eficiencia de la aplicación de los mapas conceptuales en el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas, en los estudiantes de 2° y 3° de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica, año 2014.</p>	<p>El contenido va de acuerdo con la programación anual correspondiente al IV bimestre del año académico 2014 en el área de Matemática, componente: geometría y medición, que comprende los siguientes contenidos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ángulos 2. Triángulos 3. Cuadriláteros 4. Polígonos 	<p>Con el GC se lleva las clases en forma tradicional es decir en forma expositiva. Con el GE se comparte la lección enfatizando en la elaboración de mapas conceptuales en forma grupal e individual. Reforzando las inquietudes saltantes al elaborar los mapas conceptuales</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Pretest • Evaluación 1 EP1 • Evaluación 2 EP2 • Evaluación 3 EP3 • Examen Bimestral EB o Postest 	<p>Desarrollo de contenidos:</p> <p>Ángulos 2 semanas Triángulos 2 semanas Cuadriláteros 1 semana Polígonos 1 semana</p> <p>Avaluaciones:</p> <p>Pretest 21 y 22 octubre EV1 04 y 05 octubre EV2 18 y 19 noviembre EV3 02 y 03 de noviembre EB 16 y 17 diciembre</p>
Variable dependiente	Dimensiones o subvariables	Indicadores			
		DESTREZAS	Unidad de medida	Unidad operacional	
<p>Desarrollo de las capacidades fundamentales. (DAM)</p> <p>Def. Desarrollar el aprendizaje de matemática es el deseo de todo maestro, más aun desarrollando las capacidades fundamentales: Razonamiento y Demostración, Comunicación Matemática y Resolución de problemas.</p>	<p>Razonamiento y Demostración (RD)</p> <p>Def. Es la capacidad para formular e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifica 2. Analiza 	Sistema vigesimal	0-20	
	<p>Comunicación Matemática (CM)</p> <p>Def. Es la capacidad para organizar y comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad; para expresar ideas matemáticas con precisión; para reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y la realidad, y aplicarlos a situaciones problemáticas reales.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpreta 2. Calcula 	Sistema vigesimal	0-20	
	<p>Resolución de problemas (RP)</p> <p>Def. Implica reconocer, describir, organizar y analizar los elementos constitutivos de un problema para idear estrategias que permitan obtener, de forma razonada, una solución contrastada y acorde a ciertos criterios preestablecidos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resuelve 	Sistema vigesimal	0-20	

5.4. Variables intervinientes

- Número de estudiantes por aula
- Horario en el turno tarde
- Pre requisitos
- Edad
- Sexo
- Factor ambiental
- Maduración psicológica

El control se hizo de acuerdo al siguiente equipamiento: Respecto al número de estudiantes, el segundo grado de secundaria contó con 28 estudiantes y el tercero de secundaria 23 estudiantes, se tomó una prueba de entrada para verificar que los grupos de investigación cumplan con la homogenización, dado que a la hora de diferenciar a los estudiantes del grupo de control o experimental exista el problema de no ser homogéneo no solo en la cantidad sino también en los prerrequisitos temáticos. El grupo de control estuvo conformado por 9 hombres y 5 mujeres del segundo de secundaria que hacen un total de 14 estudiantes, 5 hombres y 7 mujeres del tercero de secundaria que hacen un total de 12 estudiantes, en total el grupo de control estuvo conformado por 14 estudiantes de segundo y 12 estudiantes de tercero sumando 26 estudiantes en el grupo de control.

El grupo experimental estuvo conformado por 6 hombres y 8 mujeres del segundo de secundaria que hacen un total de 14 estudiantes, 4 hombres y 7 mujeres del tercero de secundaria que hacen un total de 11 estudiantes, en total el grupo de control estuvo conformado por 14 estudiantes de segundo y 11 estudiantes de tercero sumando 25 estudiantes en el grupo experimental. En total la participación fue de 51 estudiantes

entre los del segundo y del tercer grado de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica. (Ver cuadro)

Cuadro 2. *Distribución de estudiantes de segundo y tercer grado de secundaria en grupo de control y experimental por sexo*

GRUPOS		2° SEC.				3° SEC						
SEXO	H	%	M	%	T1	H	%	M	%	T2	TOTAL	
GC	9	64%	5	36%	14	5	42%	7	58%	12	26	
GE	6	43%	8	57%	14	4	36%	7	64%	11	25	
					28						23	51

Respecto al sexo en el Cuadro 2 observamos que en el grupo de control (GC) participaron 14 hombres y 12 mujeres sumando 26 participantes; y en el grupo experimental (GE) participaron 10 hombres y 15 mujeres sumando 25 participantes, en total como referencia al sexo, participaron 24 hombres y 27 mujeres haciendo un total de 51 participantes.

Respecto al factor ambiental, el aula asignada para la investigación fue el 306, ubicada en el tercer piso, de fácil acceso, ventilado y con un televisor a disposición de los estudiantes, fue el único ambiente donde se desarrolló las clases y actividades de la investigación.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Bases teóricas

Antes de plantearnos el sentido y función de los mapas conceptuales, es importante poner bases donde se apoyan los mapas conceptuales, es decir, sobre los conceptos y su función.

Según el diccionario Larousse de la lengua española, se define a los conceptos como una construcción simbólica de la mente que trata de alcanzar el fundamento de los objetos, yendo más allá de los datos sensoriales y con una inclinación clara a organizarlos en grupos.

Novak y Gowin (1988), ponen principal énfasis a la capacidad natural que tiene el ser humano para percibir regularidades y agrupar en función de tales constancias o regularidades. Así, los conceptos se definen como una "regularidad en los sucesos o en los objetos que se designan mediante algún término", o como señala Ontoria y otros (1992), "los conceptos son, según Novak y Gowin, las imágenes en la mente que provocan en el hombre las palabras o signos con los que expresamos regularidades". Estas imágenes en la mente tienen elementos que son comunes a todas las personas y elementos personales que le dan un carácter único.

En otras palabras, para Novak y Gowin, los acontecimientos son cualquier cosa que sucede o puede provocarse y los objetos son alguna cosa que existe y se puede analizar.

Esta acción de detectar regularidades y reconocer y/o aplicar signos de identificación permite el descubrimiento del lenguaje por el niño, Novak y Gowin (1988). Cada niño, desde pequeño, muestra que reconoce muchas cosas a su alrededor, como la voz de mamá, la hora que le toca el baño, etc. Estos primeros conocimientos los adquiere por descubrimiento y, como señala Novak y Gowin (1988), "mientras que el niño no haya construido este primer conjunto de conceptos a partir de la experiencia, no podrá emplear el lenguaje para reconocer y designar regularidades".

Para otros autores, entre ellos Ausubel (1983), los conceptos son las peculiaridades de los objetos, eventos, situaciones que poseen atributos de criterio comunes, y que se designan a través de algún signo o símbolo.

Según Bruner, Goodnow y Austin (1956), los conceptos sirven básicamente para:

- a. Reducir la complejidad de su ambiente;
- b. Reconocer objetos que hay en el entorno;
- c. Minimizar la necesidad de aprender de manera constante;
- d. Dirigir las habilidades musicales e instrumentales;
- e. Ordenar y relacionar clases de hechos.

Como se ve, la función que cumple el concepto es muy importante, porque sin ella la forma de ver el mundo sería desarreglada y caótica.

1.1. Formación de conceptos naturales y artificiales

Los conceptos se adquieren cada día de manera natural en acciones cotidianas de aprendizaje (familiares, escolares, etc.), y por eso el estudio de la formación de los conceptos conlleva a tener muchas dificultades. Es por eso que algunos autores han usado el estudio de conceptos artificiales en sus investigaciones sobre la formación de conceptos. Este estudio de la formación de conceptos naturales implica mayor dificultad ya que:

- Adquirir conceptos de manera natural se produce a través de un proceso lento, gradual y longitudinal a través del tiempo.
- El control de las variables externas que intervienen presentan mayor dificultad, así como controlar los conocimientos previos relacionados con los conceptos que se estudiarán.
- No resulta nada fácil la manipulación experimental de los conceptos.

1.2. Teorías asociacionistas sobre la formación de conceptos

Se entiende por asociación a la propiedad que tienen los fenómenos psíquicos de unirse a la conciencia, independientemente de la voluntad. Esta asociación se produce en virtud de las leyes de contigüidad, semejanza y contraste, mencionadas por Aristóteles.

Según el punto de vista asociacionista, el nivel de retención de una persona que aprende depende de las asociaciones entre el aprendizaje nuevo y el aprendizaje previo que tenga almacenado en su memoria. La mayoría de investigaciones que se han elaborado según este enfoque, han usado estímulos escasos de significado e inconexos, que fomenta un aprendizaje de tipo memorístico.

1.3. Teorías asociacionistas sobre la formación de conceptos artificiales

1.3.1. Teorías conductistas clásicas

En los primeros trabajos que se realizaron sobre la formación de conceptos artificiales se intentó presentar estímulos extraños sobre los que difícilmente los sujetos experimentales adquirieran conocimientos previos y que les permitiera, al mismo tiempo, poder cambiar las dimensiones de dichos estímulos (forma, tamaño, color, etc.). En esta línea, Hull (1920) utilizó el que se puede considerar como el primer estudio experimental sistemático.

Hull (1920) utilizó símbolos chinos para desarrollar su investigación. Los distintos caracteres chinos resultan muy variables, pero solamente algunas de esas variables (radicales), son significativas en la formación del concepto a estudiar. En el procedimiento a seguir se les presentaba en cada ensayo un estímulo y, a continuación, se le preguntaba por el concepto que representaba, si no acertaban recibían en feed back el nombre del concepto adecuado. Tras unos pocos ensayos, los sujetos lograban relacionar o asociar cada estímulo con su concepto apropiado, aunque muchas veces, no eran conscientes de denominar la raíz en el que basaban

su categorización.

A pesar de la artificialidad de la tarea, Hull quiso generalizar estos resultados, afirmando que este experimento demostraba la forma de como las personas adquieren los conceptos en situaciones naturales.

1.3.2. Teorías conductistas mediacionales

En la década de los cincuenta la comunidad intelectual observó que existían algunos conceptos que en formación, escaseaban de algún elemento, por tanto, no se cumplía la teoría de los conductistas clásicos. Esta nueva dificultad favoreció introducir el concepto "respuesta mediacional". Es decir, los conceptos no se creaban esencialmente por la similitud de los estímulos hacia el radical que constituía el concepto, sino que varios conceptos, que carecían de esta comunalidad de elementos se creaban por similitud en la representación que provocaban. Esta admisión de representaciones mentales supuso una clara ruptura del modelo E-R clásico, para dar entrada a respuestas no manifiestas o cognitivas. A pesar de ello las representaciones mediacionales se consideraban, según el principio isomorfista, como iguales a los conceptos origen de la representación y podían explicarse en los mismos términos y mediante los mismos conceptos que las conductas manifiestas.

1.3.3. Teorías de la comprobación de hipótesis

Por ese mismo tiempo, cobraba fuerza una nueva concepción conceptual. Los primeros en utilizar animales en sus experimentos fueron Lashley (1929) y Krechevsky (1932), quienes observaron que las ratas mientras aprendían tareas de condicionamiento, antes del aprendizaje de la solución correcta, mostraban diversas "soluciones intentadas", como colocarse en ciertos lugares. Es Krechevsky directamente quién denomina esta nueva actitud "hipótesis". Después

de un período de olvido reanudó la investigación Harlow (1949), con sus estudios sobre "disposición de aprendizaje" y Levine (1959), quién recuperó el término "hipótesis" en su investigación sobre el aprendizaje discriminativo.

Según esta teoría, el sujeto dispone, al principio de un problema, de una especie de "banco" de hipótesis potenciales para ser utilizadas según la ocasión. Cada vez que se le plantea el problema, el sujeto muestrea las hipótesis de que dispone y va respondiendo en base a ellas. El mantenimiento o rechazo de las hipótesis va a depender del éxito que el sujeto considere que tienen para resolver el problema.

La investigación más relevante y que es la obra clásica sobre las teorías de la comprobación de hipótesis fue la realizada por Bruner, Goodnow y Austin en 1956. En esta fecha, publicaron *A study of Thinking*, poco después de que Usgos diera a conocer su teoría mediacional.

Según Bruner, Goodnow y Austin los conceptos se clasifican en: a) conceptos conjuntivos; b) conceptos disyuntivos y c) conceptos relacionales.

Estos tres autores, llegaron a la conclusión de que los sujetos adultos no realizaban una búsqueda aleatoria, sino que estaban guiados por auténticas hipótesis. Otra de las conclusiones que ha sido confirmada en las investigaciones posteriores, ha sido la preferencia que mostraban los sujetos por la información positiva, en detrimento de la negativa. Refiriéndonos al análisis de las estrategias realizado por Bruner, Goodnow y Austin (1956) en la investigación anterior, mostró que la estrategia más eficaz era partir de un modelo inicial del concepto, desde el cual ir modificando paulatinamente los rasgos que lo definen.

Sin embargo, el interés de estas conclusiones puede verse oscurecido por la propia artificialidad de la tarea en el aprendizaje de los conceptos. Éstos, al tener una estructura de clase lógica, se podrán clasificar sin ninguna ambigüedad, no

según grados o probabilidades, sino en función de su pertenencia o no a una categoría, como una cuestión de todo o nada.

De Vega (1984), resume de esta forma los supuestos de la perspectiva clásica, bañados por "una ilusión racionalista fuertemente arraigada en nuestra cultura":

- Los conceptos son bien definidos, es decir, que hay una lista criterial de atributos que comparten de modo suficiente y necesario todos los miembros del concepto.
- Homogeneidad interna: como consecuencia de lo anterior, los ejemplares de un concepto son equivalentes y todos ellos son igualmente representativos del concepto que los incluye.
- Los conceptos son fundamentalmente arbitrarios: cualquier conjunto de atributos, cuando se agrupan y se establece la relación pertinente entre ellos, constituye un concepto.

1.4. Teorías asociacionistas sobre la formación de conceptos naturales

Dada lo difícil de las teorías asociacionistas para explicar la adquisición natural de los conceptos, ya que se centraron más en el proceso de identificación de los mismos y en la concepción de que las reglas lógicas explicaban el pensamiento humano, es por lo que surgieron otras teorías que intentaban dar explicación al proceso de adquisición de los conceptos. Estas nuevas teorías siguen teniendo una concepción asociacionista del aprendizaje, pero ya no se ven los conceptos como estructuras deterministas sujetas a una lógica de clases, sino como entidades que se forman respondiendo a *modelos o prototipos*. Incluso, posteriormente, Bruner (1983), reconoció que "las conclusiones de sus estudios sólo eran apropiadas para el estrecho mundo en el que se obligaba a trabajar a los sujetos".

Teorías probabilísticas

Estos nuevos modelos que surgen, tienen en común el asumir la concepción probabilística en la formación de conceptos. En este sentido, la posesión de los atributos del concepto por parte de un ejemplar y su pertenencia a la categoría no son una cuestión de todo o nada, sino de grados o probabilidades".

Wittgenstein (1953), fue pionero en manifestar las debilidades de la concepción clásica y en proponer que lo que une a distintos elementos dentro de un mismo concepto es un *cierto parecido familiar*.

Wittgenstein, al analizar las categorías del hombre de la calle, observa que los miembros de un conjunto no comparten un conjunto invariable de atributos. Por ejemplo, vaca y murciélago, como dos posibles ejemplares del concepto mamífero generan concepciones distintas, aunque una más cerca de la otra del concepto prototípico que la gente tiene de mamífero. De aquí que tengamos menos problemas en categorizar a la vaca o a la oveja dentro del concepto mamífero, que a la ballena o el murciélago, ya que los dos primeros, debido a su parecido familiar, se acercan más al prototipo de mamífero que los dos últimos.

Wittgenstein basa sus críticas sobre la concepción clásica de entender los conceptos, en los siguientes puntos de Vega (1984):

- a. Los miembros de un concepto no comparten un conjunto invariable de atributos (pueden existir pequeñas o grandes diferencias entre ellos).
- b. Los ejemplares de las categorías naturales no son equivalentes, ya que en todas las categorías existen ejemplares más representativos o típicos que otros.
- c. Las categorías naturales no son construcciones arbitrarias que las comunidades o los individuos elaboran a su antojo, sino que mantienen una correspondencia con la estructura correlacional objetiva del mundo.

¿Qué es lo que ocurre cuando un sujeto, en una situación natural, adquiere un concepto probabilístico? Respondiendo a esta cuestión están los autores que defienden la concepción *prototípica* y los que lo hacen de la teoría del *ejemplar*.

Concepción prototípica

El aporte trascendente de esta nueva concepción que llega hasta nuestros días es la de Eleanor Rosch (1978), en contra de la opinión tradicional, manifiesta que los conceptos tienen un carácter difuso o borroso y que sus límites no son firmes. No todos los miembros de una categoría la representan de la misma forma, es decir, que existen conceptos más típicos que otros y que éstos operan como elementos de referencia o prototipos.

Para Rosch y Mervis (1975), las categorías naturales tan sólo comparten una semejanza familiar basada en un núcleo de características comunes. Por tanto, las categorías tienen una estructura interna, de modo que los miembros que pertenecen a ella se ordenarían a lo largo de un continuo, de mayor a menor tipicidad o representatividad.

Según Good y Brophy (1996), "en situaciones de aprendizaje cotidiano, los niños aprenden primero a clasificar y a denominar objetos usando categorías de nivel básico (silla, mesa), en vez de categorías de nivel superordinado (mueble) o categorías de nivel subordinado (sillón, mesa de cocina)". El nivel básico de los conceptos se refiere a aquel nivel más abstracto, en el que los casos de un concepto todavía tienen más o menos las mismas formas o partes. Por tanto, silla es básica debido a que todas las sillas comparten ciertas características estructurales, mientras que mueble no lo es ya que los distintos tipos de muebles pueden ser muy distintos. Por otra parte, la teoría del prototipo también predice que el aprendizaje es más fácil y la recuperación de la memoria es más rápida, cuando se usan ejemplos prototípicos de conceptos, Nosofsky (1988).

Los tres principios básicos por los que se rigen las categorías humanas serían:

- a. La estructura correlacional del mundo, por la cual ciertos atributos tienden a darse juntos, mientras que otros, rara vez o nunca son compartidos por un mismo objeto.
- b. La economía cognitiva. Este principio de economía de esfuerzo se orienta a la obtención del máximo de información, empleando el mínimo de recursos cognitivos.
- c. Existen distintos niveles estructurados de abstracción o de inclusión jerárquica.

Este último, comparte alguna de las características de la teoría de Ausubel y de Novak, al establecer que los conceptos se encuentran estructurados según un eje vertical, donde estarían clasificados según el grado de inclusividad o generalidad en categorías básicas, supra ordenadas y subordinadas, y según un eje horizontal, por el cual existirían conceptos con el mismo nivel de inclusividad, aunque no necesariamente con el mismo grado de tipicidad.

1.5. Teorías sobre las representaciones mentales

La representación conceptual

El concepto representa una generalización de algún aspecto del medio. Para ello, ha sido esencial que la realidad se reduzca a los aspectos más distintivos, frecuentes o relevantes. La diferencia más imprescindible del concepto referente al bosquejo estaría en que, en la construcción del esquema, intervienen necesariamente varios conceptos y su consideración es analizada a partir una perspectiva menos "laicista" y más experiencial. Los conceptos se situarían entre las imágenes y las proposiciones. La secuencia que seguiría la información de entrada sería:

- a. Representación mental del mundo exterior a través de imágenes que sirven de material básico para formar los conceptos y esquemas,
- b. A partir de las imágenes se forman las unidades lógico-semánticas más sencillas

que son los conceptos,

- c. Los conceptos, a su vez, forman la materia base con la que se forman las proposiciones y los esquemas.

Al hablar de representación conceptual nos referimos, a la representación mental de los conceptos. Éstas son las distintas formas que han ideado los investigadores para hacer explícita la estructura simbólica de los conceptos. Estas representaciones, ¿Se hacen a través de simples rótulos verbales?, ¿Qué sucede con la representación de los conceptos abstractos? Básicamente, la representación conceptual se puede clasificar, según de Vega (1984), en cuatro tipos:

Las representaciones dimensionales. Los estímulos se clasifican en un continuo cuantitativo y, por tanto, pueden obtener una característica en mayor o menor valor. Tiene la ventaja de que cualquier estímulo puede quedar encuadrado dentro de una dimensión, sin embargo, no necesariamente en el mismo grado o nivel, ya que eso forma parte de la percepción particular de cada individuo. Este tipo de representación está teniendo una buena aceptación en la actualidad gracias a las técnicas estadísticas de diagnóstico multidimensional, si bien no parece muy verosímil que nuestros conceptos mantengan una estampa rígida y estática.

Los rasgos. La representación se hace en base a los atributos cualitativos de un estímulo. La representación a través de rasgos no es un asunto de mayor o menor grado, como ocurría con las dimensiones, sino que son propiedades de todo o nada.

Las proposiciones. Como hemos visto, primeramente, se trata, de representaciones reticulares, cuyos componentes son nodos conceptuales y eslabones asociativos. Presentan como ventaja su enorme poder de flexibilidad que hace que se acomoden perfectamente a cualquier tipo de representación.

Las plantillas. Esta forma de representación se puede describir como una pauta

holista, que guarda una relación isométrica con los objetos que representa. Esta relación isométrica de la representación con el objeto representado, no se desarrolla "punto a punto" o "detalle a detalle", sino que solamente representa la esencia estructural del objeto. La representación a través de plantillas estaría más cerca de la concepción de la teoría de la imagen, aunque en ésta la representación se interpreta como totalmente igual al objeto representado.

La mayor parte de estas representaciones parte de la base de que un concepto se puede describir como una serie de componentes más elementales, exceptuando la plantilla para la que se requiere de la presencia simultánea de todos los componentes estructurales.

En la medida que aumenta el grado de abstracción de los conceptos, también lo hace la dificultad para poder representarlos en cualquiera de estas formas. Se necesitaría conocer las características que engloban o definen el concepto abstracto para poder desglosar sus rasgos, poderlos clasificar en sus dimensiones, etc. Solamente, la representación a través de plantillas, presenta serias dificultades para encontrar una única imagen global.

Teorías proposicionales

Según el enfoque proposicional, al recordar un hecho particular o de definir un concepto, las palabras afluyen a nuestra mente de forma rápida y espontánea, formando proposiciones.

La proposición es la unidad semántica más pequeña con valor de verdad y, por tanto, se puede juzgar como verdadera o falsa. Decir "El alumno leyó un libro" contiene una proposición. Esta proposición, a su vez, contiene varios conceptos: "alumno", "leer" y "libro".

Las proposiciones son abstractas y semánticas, es decir, que no se trata de

representaciones análogas al estilo de una cámara fotográfica, sino que reflejan conceptos y relaciones. La *teoría de la imagen*, Joselyn y otros (1979), defiende que la representación mental de la realidad se hace a través de imágenes que tienen un carácter isomorfo y reproducen, por tanto, fielmente, "punto a punto", el mundo exterior.

El código proposicional es universal y, aunque existe la tendencia a compararlas con sus expresiones lingüísticas, esto no es correcto, ya que las proposiciones subyacen a las lingüísticas. De esta forma se podrá entender que, distintas expresiones verbales cuyo significado sea equivalente, pese a las diferencias gramaticales, se podrán representar en la mente como una misma proposición.

Desde un punto de vista formal se suelen representar a través de redes o árboles. Estas representaciones contienen dos tipos de elementos estructurales: los *nodos* que representan unidades conceptuales, y los *eslabones* que son las líneas que hacen de conexión entre los nodos y que representan algún tipo de relación entre éstos.

En este punto resulta imperativa la comparación entre el sistema proposicional, y el modo de representación del conocimiento a través de los mapas conceptuales. La relación entre conceptos y palabras enlace, con las que se forman los mapas conceptuales, y los nodos y eslabones, con los que se presentan las representaciones proposicionales, así como la representación de ambas a través de estructuras arborescentes y desarrollando sus ramificaciones en forma de redes de conceptos, resultan muy similares.

La teoría ACT (Adaptive Control of Thought)

Esta es una teoría de amplio espectro que intenta abarcar un dominio de fenómenos cognitivos muy amplio, entre ellos el aprendizaje de conceptos.

Esta teoría, no sólo se limita a formular una serie de principios generales, sino que desarrolla modelos que establecen predicciones verificables. Lo nuevo de esta teoría,

respecto de otras teorías computacionales, la asunción del paralelismo de los procesos mentales frente a la concepción serial de los otros modelos cognitivos en los años 60, y la distinción conceptual y formal entre el conocimiento declarativo y procedimental:

- *Conocimiento declarativo*. Contiene información descriptiva sobre el mundo, sobre cómo está organizado y lo que en él sucede. Este conocimiento declarativo nunca desencadena acciones, sino que, en todo caso, lo que puede es activar el conocimiento procedimental o procedural.

La organización de esta memoria declarativa Anderson (1983), tiene forma más bien de "jerarquía enmarañada".

- *Conocimiento procedimental*. Tiene que ver con las destrezas ejecutivas dirigidas a la acción.

Esta distinción tiene importantes repercusiones en el campo educativo ya que requerirán de distintos planteamientos didácticos en su aprendizaje. Mientras que, para los primeros, bastaría con la simple exposición organizada del material de aprendizaje, para los segundos, se requiere de una práctica reiterada del propio aprendiz.

Según esta teoría, los procesos que darían cuenta de la formación de conceptos serían, sobre todo, las generalizaciones y discriminaciones.

Derivado del modelo ACT, ha surgido "el modelo de memoria episódica del desarrollo conceptual" de Richard y Goldfarb (1986), que es un intento de integración de la teoría ACT de Anderson (1983), con la teoría episódica del desarrollo conceptual de Nelson (1978,1979 y 1983). Para estos dos autores que proponen la teoría, un concepto consistiría en "una serie de rasgos que se vuelven activos simultáneamente". Para ellos, el concepto de "coche" se aprende por aprendizajes sucesivos. Si la primera vez que se le señala el coche al niño, éste tiene ciertas características o rasgos (color azul, deportivo, etc.), la segunda vez comparará los rasgos con los del episodio anterior.

En este proceso los rasgos comunes se tienden a fortalecer, mientras que los distintos pasan a ser accesorios.

Teoría de los esquemas

La interpretación de esquema, anexada recientemente después del período de mayor impacto del modelo conductista, tiene antecedente que se remonta a Piaget, aunque el último redescubrimiento se ha realizado desde el ámbito de la inteligencia artificial.

Esta recuperación ha hecho que sea el camino dominante en la psicología actual y surgió a partir de la necesidad de dotar a los programas de un mayor nivel de comprensión, ya que la dotación de destrezas sintácticas y conocimiento léxico era insuficiente Minsky (1975); Schank y Abelson (1977).

Los esquemas son, según Piaget (1929), construcciones mentales con que el ser humano va representando la realidad a fuerza de actuar sobre ella, de manera que cuando de nuevo se enfrenta a una situación semejante, acopla esa realidad al esquema (asimilación), mientras que cuando la realidad no encaja en un esquema, éste se modifica (acomodación), ajustándose a la nueva realidad.

Dado que esta definición nos parece bastante completa, resaltamos los aspectos más importantes incluidos en ella:

a. Se nutren de las situaciones *experienciales* vividas. Las reiteraciones en el enfrentamiento de una situación van formando un esquema. Es decir, que, en la composición del esquema, tanto hay un componente semántico como experiencial. Esta construcción a partir de las condiciones vivenciales, va a hacer que los esquemas no sean totalmente lógicos ni exactos de la realidad, dependiendo, por tanto, la formación del esquema, del tipo de experiencia concreta que cada individuo tiene con la realidad.

b. No es lógico ni racional pensar que la codificación de la información para la

formación del esquema, se lleve a cabo de una sola vez. No se concibe el esquema de animal mamífero la primera vez que se ve uno de ellos, o en todo caso este sería muy incompleto. Los dos *procesos de codificación sucesivos* son: 1) Se produce la codificación de la experiencia concreta de forma más o menos isomórfico a la realidad que representa y 2) De esa codificación isomórfico se selecciona la información más sobresaliente, que pasa luego a formar parte de una segunda codificación de tipo semántico y, posteriormente, pasa a formar parte del esquema. Este mismo proceso se llevaría a cabo cada vez que se tenga la experiencia con un animal mamífero, con lo cual el esquema se iría completando y perfeccionando. Este proceso de doble codificación presenta mucha coincidencia con la memoria episódica y semántica de Tulving (1972).

- c. La importancia vital del esquema, es que *reducen y simplifican* la información de la realidad. Para la formación del esquema se seleccionan los aspectos más frecuentes, distintivos o relevantes de una realidad, pero no necesariamente los más importantes desde una perspectiva lógica. Esto refuerza al carácter idiosincrático del esquema.
- d. Se le atribuye a un mismo esquema situaciones diversas (*generalización*). Esto se produce al extraer sólo aquellas informaciones más pertinentes en las distintas situaciones. Este fenómeno de la generalización posibilita una gran economía de esfuerzo pues, de lo contrario, habría que aprender cada una de las nuevas situaciones particulares de la realidad. La generalización, a pesar de tener la enorme ventaja de la economía de esfuerzo, tiene el inconveniente de que propicia un mayor grado de equivocidad, pues no todas las situaciones que representa un esquema son iguales.
- e. El esquema se genera por la *similitud y regularidad* de las situaciones vividas que se presentan de forma recurrente. Si siempre que se activa el esquema de carrera de autos ha sido porque lo hemos visto por la televisión, existirá, de forma recurrente,

una similitud entre los elementos que componen esa retransmisión (bandera cuadrículada, meta, partida, staff de mecánicos, etc.). Si un día asistimos a una carrera de autos en directo se modificaría la regularidad en la situación vivida y, a partir de entonces, el esquema se completaría con elementos como calor humano, apuestas, modelo de autos, butacas sectorizadas, etc.

Además de estas cuestiones mencionadas en la definición, existen algunas más que son importantes para la comprensión del esquema:

a. Adoptan un papel *dialéctico con la realidad* y con los *esquemas del resto de individuos*. El proceso de comprensión requiere que los esquemas tengan un carácter activo, que se produce a través de los mecanismos de asimilación y acomodación. Cuando la nueva información no presenta incongruencias con el esquema, aquella se asimila, pero la presentación de información incongruente con los esquemas requiere de la modificación del mismo para poderla asimilar (acomodación). Por tanto, la construcción del conocimiento se realiza a través de los enfrentamientos constantes de los esquemas con la realidad.

Otro proceso dialéctico es el que se produce en la puesta en contacto entre los esquemas de los diferentes individuos. Los esquemas se desarrollan a través de la experiencia individual, pero al estar formados sobre la misma realidad, los esquemas interindividuales son muy similares entre ellos. Las diferencias mayores entre los esquemas se van limando en el proceso dialéctico, de puesta en contacto de unos esquemas con otros.

b. Responden a una *organización jerárquica* en el sentido de que están interconectados entre ellos, así, unos esquemas están incluidos dentro de otros, manteniendo relaciones subordinadas y supra ordenadas. De esta forma, el esquema de pupila estaría integrado dentro del de ojo y éste, a su vez, dentro del de rostro,

etc. Estas relaciones jerárquicas tienen como límite ciertos esquemas atómicos que ya no se pueden dividir en subesquemas, como el de pupila. Hasta ahora se ha hecho mucho énfasis en la jerarquización vertical de los esquemas, y no tanto en las relaciones horizontales que mantienen entre ellos.

La adquisición de estos esquemas la realizamos los humanos desde el nacimiento (esquemas sensorios motrices), y van surgiendo a través de la experiencia personal en situaciones recurrentes. A pesar del desconocimiento exacto del proceso de inducción que genera los esquemas, de Vega (1984), señala que la explicación de la génesis de los prototipos conceptuales probablemente sea válida para los esquemas, pues éstos pueden considerarse una modalidad de prototipo.

Existe una gran variedad de dominios de contenidos que se pueden expresar mediante esquemas y que está teniendo últimamente una gran expansión. Así se ha investigado la importancia de los contextos para la generación de esquemas (Bartlett, 1932; Bransford y Johnson, 1973); la importancia de los marcos (frames) en los procesos perceptivos habituales Minsky (1975); la elaboración de los guiones situacionales Schank y Abelson (1977), a través de personajes, objetos y acciones, muy utilizados para elaborar programas de comprensión de historias; esquemas de dominio Kintsch y Dijk (1978), utilizados en la comprensión de textos; la aplicación de los esquemas a los estereotipos sociales Taylor y Crocker (1981); a los esquemas de autoconcepto, Markus (1977).

	CRECIMIENTO	REESTRUCTURACIÓN	AJUSTE
CARACTERÍSTICAS GENERALES	Añadir conocimientos a los ya acumulados: aprendizaje verbal tradicional	Comprensión súbita Sentimiento de comprender materiales que antes estaban desorganizados. A menudo acompañado de ¡oh! o ¡ahá!	Hacer más eficientes los esquemas existentes. Ni conocimiento ni estructuras nuevas, sólo refinamiento de las destrezas disponibles
ATRIBUTOS DE LAS ESTRUCTURAS DE CONOCIMIENTO DEL ALUMNO	Acumulación de conocimientos a los esquemas existentes	Se forman nuevas estructuras de esquemas	Los parámetros de los esquemas se ajustan para la máxima eficiencia. Los casos especiales se codifican
ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE	Estudio, probablemente usando sistemas mnemotécnicos y un procesamiento profundo	Pensamiento. Enseñanza mediante ejemplos, analogías, metáforas. Diálogo socrático	Práctica
EVALUACIÓN	Tests de hechos: respuestas cortas; elección múltiple Test de reconocimiento y de recuerdo básico	Test de conceptos. Preguntas que exigen inferencias o solución de problemas	Rapidez, fluidez. Actuación bajo estrés o presión
INTERFERENCIA CON OTROS TEMAS	Alta	Media	Baja

RELACIONADOS		
TRANSFERENCIA A OTROS TEMAS RELACIONADOS	Baja	Alta
		De conocimientos generales: alta. De conocimientos específicos (ya ajustados): muy baja

En relación a las teorías anteriores, la teoría de los esquemas se caracteriza por la importancia que cobra el carácter *semántico* e interactivo de los mismos, de tal forma que resultan sustanciales el significado conceptual y las redes proposicionales que forman los esquemas.

Cuadro 3. Características de los tres tipos de aprendizaje según Norman (1978)

El proceso de aprendizaje según esta teoría se produce por modificación y generación de esquemas. Según Rumelhart y Norman (1978,1981), desde un punto de vista lógico pueden distinguirse tres tipos de aprendizaje: de crecimiento, de reestructuración y de ajuste, que explicarían la generación y modificación de los conceptos. Los de *crecimiento* se producen por acumulación de información en los esquemas existentes, los de *ajuste* son los que tienen que ver con la modificación o evolución de los esquemas y los de *reestructuración* están implicados en la formación de nuevos esquemas a partir de los ya existentes. Las características más detalladas de los tres tipos de aprendizaje se presentan en el cuadro 3.

La diferencia entre esquema y proposición está en que el esquema resulta más amplio que la proposición, de hecho, el esquema está formado por proposiciones o relaciones semánticas entre conceptos. El esquema es una realidad fundamentalmente "psicológica", mientras que la proposición es más "logicista", siendo la notación proposicional un formalismo vacío de contenido psicológico, Paivo (1977).

Por último, se suele crear confusión entre el concepto psicológico de esquema y el

esquema didáctico. Esta última estrategia de aprendizaje se desarrolla más adelante.

Los modelos mentales

El concepto modelo mental se basa en la idea de que los sistemas cognitivos constituyen modelos de las situaciones con las que interactúan que les permiten, no sólo interpretarlas, sino también hacer predicciones a partir de ellas.

Esta nueva concepción aporta, sobre todo, una mayor flexibilidad en relación a la teoría de los esquemas, aunque siguiendo ambas el modelo proposicional. Aunque ambos se parecen, los modelos mentales difieren de los esquemas en que, mientras éstos últimos constituyen representaciones estables, los modelos mentales se construyen en ocasión de cada interacción concreta. Estas representaciones a través de modelos son dinámicas e implícitas.

La representación del conocimiento a través de modelos mentales ha sido creada por Holland y otros (1986). Su teoría la forman un conjunto de reglas relacionadas que se activan simultáneamente. Estas reglas se pueden dividir en *empíricas* e *inferenciales*. Dentro de las empíricas se pueden subdividir en *sincrónicas*, que representan la información descriptiva de la memoria semántica, y *diacrónicas*, que informan sobre los cambios que pueden esperarse en el entorno si se satisfacen sus condiciones.

El aprendizaje de conceptos según esta nueva visión, consistiría en la adquisición de nuevas reglas y relaciones entre reglas. La adquisición de nuevas reglas se obtiene mediante un proceso inductivo.

2. Teorías del aprendizaje desde la reestructuración

Hemos visto como la mente representa la realidad, ahora tendremos que preguntarnos como aprendemos, pero no desde una perspectiva sino desde una visión más holista y funcional como la que aportan reestructuración.

Dadas las limitaciones del procesamiento de la información y sus dificultades en crear

una verdadera teoría del aprendizaje, se comienzan a recuperar autores perdidos de la época de entreguerras europea. Esto sucede a medida que la nueva psicología cognitiva se iba interesando por el significado y se iba autodenominando como constructivista. Esta recuperación se realizó con no pocas resistencias debido, a la imposibilidad de integrar a estos autores en la corriente dominante del "procesamiento de la información", ya que existe una verdadera fractura entre la psicología cognitiva que hacen unos y otros: mientras el procesamiento de la información adopta los presupuestos del asociacionismo y el

	<i>ASOCIACIONISMO</i>	<i>CONSTRUCTIVISMO</i>
<i>UNIDAD DE ANÁLISIS</i>	<i>Elementos</i>	<i>Estructuras</i>
<i>SUJETO</i>	<i>Reproductivo Estático</i>	<i>Productivo Dinámico</i>
<i>ORIGEN DEL CAMBIO</i>	<i>Externo</i>	<i>Interno</i>
<i>NATURALEZA DEL CAMBIO</i>	<i>Cuantitativa</i>	<i>Cualitativa</i>
<i>APRENDIZAJE POR</i>	<i>Asociación</i>	<i>Reestructuración</i>

mecanicismo, la "otra" psicología cognitiva, puede ser calificada como estructuralista y organicista.

Estas nuevas teorías rechazan el principio de correspondencia o isomorfismo entre la realidad y las representaciones que provocan en los sujetos, ya que éstos poseen una organización mental propia que les hace interpretar la realidad de forma particular. Por tanto, dan una gran importancia al pensamiento productivo, ya que los sujetos modificamos la realidad al conocerla y no sólo la reproducimos tal cual es.

Cuadro 4. *Principales diferencias entre asociacionismo y constructivismo*

En el Cuadro 1 se pueden apreciar algunas de estas diferencias enunciadas por Pozo (1996).

El ser humano será un organismo en continuo proceso de cambio en todos los sentidos, no estático, que interpreta la realidad en función de sus conocimientos, experiencias, habilidades, etc. Por tanto, bajo este enfoque se le va a dar una gran importancia a los procesos de cambio conceptual, de cambio en el proceso de adquisición del conocimiento.

Los precedentes del binomio mecanicismo-organicismo se pueden encontrar en los filósofos Heráclito y Parménides. Heráclito era el partidario del cambio ("todo fluye", "nada permanece igual"). Utilizaba una preciosa analogía para explicar el continuo proceso de cambio del ser humano, cuando decía que no podemos bañarnos dos veces en el mismo río, ya que ni el agua ni nosotros somos los mismos cuando nos bañamos por segunda vez.

Por su parte, Parménides sostenía la posición contraria, todo movimiento sólo se produce en apariencia, no en la realidad. De alguna forma esta misma perspectiva en la adquisición del conocimiento es la que se sigue manteniendo en la actualidad.

Una de las diferencias más importantes entre ambos enfoques es la unidad básica de análisis de la que parten. Mientras que el procesamiento de la información sostiene que un todo se puede dividir en sus partes componentes y que la suma de esas partes es igual al todo, en el estructuralismo se parte de unidades más molares en las que el todo no es simplemente la suma de las partes.

Siguiendo este enfoque, Vygotsky (1934), propone el estudio de análisis por unidades, donde esas unidades al contrario que los elementos, conservan las propiedades básicas del todo.

Esta concepción de que los conceptos no son un simple acopio de rasgos, sino que constituyen parte de teorías más amplias, les da una importancia crucial a los conceptos como motores del cambio de esas estructuras. Esto lleva consigo según Pozo (1989), que "el proceso fundamental del aprendizaje sería la reestructuración de las teorías de las que forman parte los conceptos. Dado que las teorías o estructuras del conocimiento pueden diferir entre sí en su organización interna, la reestructuración es un proceso de cambio cualitativo y no meramente cuantitativo".

2.1. Aprendizaje por "insight"

La escuela de la GESTALT surgió a principios de siglo en Alemania por el descontento existente con las teorías asociacionistas del otro lado del Atlántico. Si bien la teoría psicológica E-R puede considerarse una continuación de la escuela empirista, la corriente gestáltica recoge la herencia racionalista. Estos psicólogos, encabezado por Köhler y Wertheimer, optaron por continuar el estudio de los procesos mentales superiores pero rechazando el enfoque asociacionista. Sus trabajos, más que incidir en el estudio de la génesis del conocimiento, se centró en la estructura del mismo. Las ideas que presiden esta escuela se pueden considerar como antiatomistas o estructuralistas, en la medida que rechazan que el estudio de la suma de las partes sea igual al estudio del todo, o puesto en términos del estudio del conocimiento, "rechazan la concepción del conocimiento como una suma de partes preexistentes". Su objeto de estudio son las globalidades ya que ellos demuestran la relatividad esencial de las partes al todo. Los elementos separados nada significan por sí mismos, es su participación en el conjunto (gestalten), la que les da su significación.

El aporte de esta corriente se centró, tanto en la aportación de las estructuras perceptivas como en hacer de crítica al movimiento asociacionista anterior. A este respecto, señala Pinillos (1977) " El valor principal de estas teorías acaso se cifre en la agudeza con que han

puesto de relieve las inconsistencias e insuficiencias de un asociacionismo, que pretende reducir todos los procesos cognoscitivos al establecimiento de conexiones mecánicas entre dos tipos de elementos conductuales: estímulos y respuestas, incapaces de dar cuenta de la estructura del conocimiento".

Los gestaltistas consideraban que el proceso de reestructuración tiene lugar por "insight", o comprensión de la estructura global de la situación. Así como los conductistas consideraban necesario la descomposición de las actividades o conductas en sus partes más simples para el aprendizaje, los gestaltistas hacen hincapié en la reorganización perceptiva de los elementos para comprender la estructura global o gestalten.

Wertheimer (1945), fue el creador de la división del pensamiento en productivo y reproductivo. En este sentido, el pensamiento reproductivo sería aquel que se limita a un empleo más o menos mecánico de la experiencia pasada para resolver situaciones nuevas, mientras que el productivo implica el descubrimiento de una nueva configuración perceptiva o conceptual, a través de la comprensión de la organización de los elementos que componen la nueva situación o problema.

Existe una alta coincidencia entre distintos autores sobre la falta de base teórica en la explicación de la génesis del conocimiento que la teoría presenta. De esta forma, como fórmula Wertheimer (1945), la comprensión de un problema está íntimamente ligada a la toma de conciencia de sus rasgos estructurales, pero, ¿cómo se produce la reestructuración?, el cambio de una estructura por otra. Respondiendo a esta pregunta algunos autores ofrecen explicaciones en la línea piagetiana al entender que una nueva estructura surge cuando se desequilibra la estructura anterior Burton y Burton (1978), pero la influencia de la experiencia previa sobre la reestructuración por insight queda insuficientemente explicada, ya que más bien se dedican a estudiar los fenómenos que interfieren o influyen negativamente en la formación de la reestructuración, como por ejemplo la fijeza funcional.

Hoy parece haber un cierto acuerdo en aceptar que la experiencia previa puede ejercer un efecto obstaculizador de la reestructuración, pero también que la experiencia previa o la familiaridad con los elementos de un problema, facilita posteriormente la resolución de problemas que contengan ciertos rasgos estructurales comunes, Pozo (1989).

Por tanto, resumiendo podríamos decir que esta corriente propone un punto de vista interesante sobre el desarrollo de conceptos, que sigue siendo muy actual, reforzando lo que planteaba Polya (1965), pero que adolece del suficiente estudio teórico que justifique la creación de los conceptos que proponen.

2.2. La teoría de la equilibración de Piaget

Como es ya sabido Piaget se interesó muy poco por los problemas de aprendizaje, sin embargo su teoría de la equilibración es de repaso obligado cuando se estudian las teorías que explican el proceso de aprendizaje.

Su concepción del aprendizaje se encuentra en la línea de la tradición de Freud, Dewey, o la escuela de la Gestalt al interpretar que aquel está regido por un proceso de equilibración. Este equilibrio del que habla tiene un sentido amplio, desde el aprendizaje de contenidos concretos a la búsqueda del equilibrio corporal, mental, etc. En este sentido Piaget (1977), nos dice: "un organismo, en relación a su medio, presenta múltiples formas de equilibrio, desde el de las posturas hasta la homeostasis y dichas formas son necesarias a su vida: se trata por lo tanto, de caracteres intrínsecos, y los desequilibrios duraderos constituyen estados patológicos, orgánicos o mentales". De esta forma el aprendizaje se facilitaría cuando tenga lugar una disonancia o conflicto cognitivo Cantor (1983); Hewson y Hewson (1984); Murray (1983); Zimmerman y Blom (1983). Como teoría homeostática que es, hay que entender que los desequilibrios temporales que tengan como consecuencia un aprendizaje y que obliguen a una reequilibración interna, tienen como resultado un estado de bienestar y progreso cognitivo, mientras que el estado interno de desequilibrio continuado

por la generación constante de desequilibrios sin resolución, o falta de recursos para enfrentarse a ellos, puede generar estados de desequilibrio o patológicos.

A pesar de esta despreocupación aparente por los problemas de aprendizaje y según señala Pozo (1989), "distinguía entre aprendizaje en sentido estricto, por el que se adquiere del medio información específica, y aprendizaje en sentido amplio, que consistiría en el progreso de las estructuras cognitivas por procesos de equilibración". Al mismo tiempo hacía depender el aprendizaje de los conocimientos específicos, del desarrollo de las estructuras cognitivas generales. Esa búsqueda del equilibrio que él enfatiza, es lo que hace que los seres humanos avancen cognitivamente.

Su principal preocupación son los procesos internos que tienen lugar en el sujeto. Toma lo social como secundario para sus objetivos, no es que lo desconsidere, sino que lo toma como constante para ocuparse de cómo integra el sujeto su experiencia para producir conocimientos. Este conocimiento no surge ni del objeto ni del sujeto, sino de la interacción entre el sujeto y el objeto, tal como es percibido, es decir, del proceso de construcción. Conocer algo es asimilarlo a su esquema, a su estructura de conocimiento. En este sentido, asimilar significa incluir un acontecimiento o actividad en los esquemas ya existentes.

Para explicar el progreso cognitivo a través de sucesivos procesos de equilibrio y desequilibrio, utiliza los conceptos de *asimilación* y *acomodación*.

Asimilación

Para Piaget, la asimilación es la integración de elementos exteriores a estructuras en evolución o ya acabadas en el organismo. En el campo más psicológico, la asimilación vendría a ser la interpretación que hacemos de los estímulos que recibimos del exterior, en función de nuestros esquemas o estructuras conceptuales disponibles. Asimilamos las diversas formas del medio o entorno a nuestras ideas. De este modo conocemos, adaptando las cosas a la forma y el conocimiento de nuestros conceptos. Este proceso se suele observar

cuando pasamos por ejemplo una lámina del Rorschach. Estas representan dibujos que carecen de un significado determinado, por ello los sujetos hacen un esfuerzo por adaptarlo al esquema más próximo. De esta forma, una mancha de tinta carente de significado, puede ser un oso o un murciélago dependiendo del significado que otorguemos al dibujo. Piaget concede a este hecho una gran importancia, de tal forma que se puede generalizar a la adquisición del conocimiento en general. El mundo carece de significados en sí mismo (lámina del Rorschach), y somos nosotros los que proyectamos nuestros propios significados sobre los objetos o eventos de la realidad.

Acomodación

Este aprendizaje por reestructuración o comprensión lo complementa Piaget con otro proceso complementario, la acomodación. Dada la condición de la persona como ser en continua evolución, es de pensar que los esquemas sean estructuras sujetas a modificaciones, aunque éstas sean pequeñas, para así permitir la asimilación de informaciones que de otra forma serían rechazadas o desestimadas. Por tanto, cuando en la aplicación de un esquema determinado, es necesario efectuar un cambio para ajustarlo a las particularidades percibidas de la nueva información, hablamos entonces de acomodación. Este proceso de acomodación lleva consigo la modificación del esquema previo y, posteriormente, una nueva asimilación o reinterpretación de los datos o conocimientos anteriores, en función de la estructura del nuevo esquema construido.

Otro posible sentido que tiene la acomodación, es el de ajustarse a la realidad. Por medio de la acomodación, nuestros conceptos o ideas se adaptan recíprocamente a las características vagas del mundo. Si estos esquemas no dispusieran de la capacidad de modificarse en función de la retroalimentación que reciben del exterior, probablemente estarían demasiado alejados de la realidad, o serían demasiado infantiles y, por supuesto, aumentarían las diferencias conceptuales entre las estructuras conceptuales de los distintos

individuos. Esto va a ser que distintos individuos de una misma cultura, posean parecidas estructuras conceptuales, o que estas diferencias aumenten cuando esta procedencia sea más marcada. Por tanto, el proceso de acomodación consiste en la adaptación que se crea entre un esquema nuevo (creado "ad hoc") y una situación nueva.

Una cuestión que no parece quedar clara en esta teoría, es el punto o el momento a partir del cual la nueva información genera un proceso de asimilación o de acomodación o ¿hasta qué punto debe desviarse la nueva información para que sea considerada asimilación o acomodación? Furth (1969), ratifica este argumento cuando dice que "no hay reglas a priori para enjuiciar que extensión deben poseer las modificaciones, a fin de que el resultado pueda ser llamado un nuevo esquema". También Hernández (1984), se pronuncia en este sentido cuando dice: "lo primero que hay que advertir es de lo poco precisa que puede ser la diferencia entre asimilación y acomodación, porque se supone que toda nueva información puede incluir cierta modificación o ajuste del esquema".

La formación de un nuevo esquema como consecuencia de un proceso de acomodación, puede ocurrir de distintas formas: a) formarse dos esquemas de uno anterior; b) formarse uno nuevo de dos viejos; c) formarse uno nuevo a base de reestructuraciones en uno viejo; etc. Koplowitz (1975).

El desarrollo de nuevos esquemas en la acomodación, va a depender de factores como la maduración o estado avanzado de desarrollo neurológico, del entorno físico y social, que proporciona la oportunidad para que el sujeto interactúe y desarrolle esquemas, y de la equilibración como factor que reduce el desequilibrio, mediante la construcción de nuevos esquemas.

2.3. Teoría de Vygotsky

Este autor por el que recientemente se le ha prestado mucho interés, ha pasado desapercibido durante décadas, incluso dentro de la comunidad psicológica soviética. Esto

no es de extrañar, dada la orientación marcadamente asociacionista de la psicología pauloviana dominante en la época.

La psicología vygotskiana viene a aportar la importancia de la organización del entorno social y cultural, en el que cualquier conocimiento se genera. En este sentido, su enfoque centrado en los factores externos, se puede percibir como complementario al de Piaget, centrado en una perspectiva marcadamente individual.

Esta recuperación de la figura de Vygotsky, está relacionada con la importancia que actualmente se le está dando a los procesos de aprendizaje en situaciones socioculturales específicas y al carácter anticipatorio de algunas de sus ideas, como la distinción entre conceptos espontáneos y científicos.

Para Vygotsky los significados se encuentran en el mundo exterior, provienen del medio social externo y es cada persona individualmente quien tiene que interiorizarlos, ayudada o mediada por la interacción de otras personas. En este proceso de mediación distingue dos clases de instrumentos: las herramientas y los signos. La *herramienta* actúa directamente sobre el estímulo modificándolo. El *signo* no actúa sobre el estímulo, sino sobre la persona que lo utiliza, es decir, como mediador de la persona con el entorno (ej. lenguaje). Por tanto, para Vygotsky, el aprendizaje sería un proceso que va desde fuera hacia adentro es decir desde el exterior del sujeto al interior, convirtiendo las acciones externas sociales en internas psicológicas.

En la adquisición del conocimiento propone la "ley de la doble formación", por medio de la cual cada significado que el niño adquiere aparece dos veces, primero en la relación interpersonal y después de forma internalizada (intraindividual).

En su concepción sobre la formación de conceptos, Vygotsky estableció que la unidad de análisis de la psicología debía de ser el significado de la palabra. Por tanto, la noción de concepto tiene su origen en la palabra. Una vez que la palabra se internaliza pasa a formar

un signo mediador.

Vygotsky en su tendencia antiasociacionista, rechaza las leyes de la asociación para la formación de los conceptos, aunque no de forma tan radical como otros estructuralistas, ya que en su opinión los procesos asociativos no deben de ser rechazados.

En la formación de conceptos espontáneos o familiares identificó tres fases. Una primera de **cúmulos no organizados**, más propias de la edad preescolar y las otras dos, denominadas **los complejos y los conceptos**.

En la primera fase es típica la falta de coherencia en la clasificación. En esta fase los niños agrupan objetos que son dispares y no tienen, por tanto, rasgos comunes. La función de los cúmulos sería la de referencia más que la de posesión de significado.

En las dos siguientes fases, los conceptos, aparte de la función de referencia, obtienen ya significado.

En la fase del **complejo** el niño ya es capaz de asociar objetos en base a rasgos perceptivos inmediatos, con la particularidad de que éste todavía no es capaz de mantener de forma constante el criterio clasificador. De esta forma puede comenzar eligiendo figuras cuadradas blancas y acabar seleccionando figuras rojas con cualquier forma.

En la fase más avanzada de los complejos, y haciendo de puente hacia la formación de conceptos, estarían los **pseudoconceptos**. En esta fase el niño agrupa adecuadamente los objetos a partir de sus rasgos sensoriales comunes, pero todavía no es consciente del como lo ha hecho, es decir, no se da cuenta y, por tanto, no manifiesta los rasgos comunes que tienen los objetos relacionados.

Los conceptos propiamente dichos se pueden formar: 1) cuando los pseudoconceptos se han formado por generalización de rasgos similares y, 2) a través de los **conceptos potenciales** que resultan de la abstracción de un rasgo constante en una serie de objetos.

En la adquisición de los conceptos, tiene una gran importancia la distinción realizada

entre conceptos científicos y espontáneos. Mientras los conceptos espontáneos van de lo concreto a lo abstracto, los científicos se forman al contrario. Parece que la secuencia seguida por la formación de los conceptos en el niño, es primero la formación de conceptos espontáneos, y después los científicos. A través de las abstracciones que el niño realiza sobre los objetos, va formando en su mente una red de conceptos espontáneos, que la utiliza como banco de datos, sobre los que construye, más tarde, los conceptos científicos. El concepto científico se forma, por tanto, relacionando de forma jerárquica distintos conceptos, dentro de esa red conceptual creada.

2.4. Aprendizaje significativo de Ausubel

En relación a la teoría de Vygotsky, digamos que Ausubel se ocupa de la internalización de los conceptos científicos en los contextos escolares, donde se supone que los estudiantes vienen ya con una serie de conceptos o pseudoconceptos.

Integración de la asociación y la reestructuración

La complejidad cognitiva del ser humano, hace pensar que la adquisición del conocimiento, no se ajusta de forma exclusiva a ninguno de los dos planteamientos que se han defendido a lo largo de la historia de la psicología.

De otro lado, es importante el aprendizaje de tipo asociativo, sobre todo, en la adquisición de conductas más elementales, ya que es filogenéticamente más antiguo; sin embargo, también lo es el aprendizaje que hace evolucionar las estructuras cognitivas (reestructuración).

En la actualidad parece superado el planteamiento de que la mente humana es exclusivamente una máquina de asociar; asimismo, el pensamiento de que el aprendizaje es meramente construcción.

El planteamiento de que en el sistema cognitivo ambos procesos se complementan, ha

encontrado como críticas principales lo poco económico que resultaría el funcionamiento simultáneo de ambos sistemas de aprendizaje alternativos. Otro argumento mantiene que si poseemos un sistema cognitivo único, también debería de serlo el sistema de aprendizaje.

Para defender la complementariedad de ambos procesos, se argumenta que ante la complejidad y lo dinámico de las necesidades de aprendizaje, se requerirán también de varios sistemas alternativos, más que reducirlo a un sistema excluyente.

La conveniencia de la convivencia de ambos modelos, se ve reforzada por situaciones concretas que han mostrado que en diversas ocasiones, las técnicas de aprendizaje asociativo son más eficaces que las constructivistas, y al contrario. Por tanto, parece que hay ciertas tareas en las que se adecua mejor un tipo de procedimiento que otro, aunque esto no signifique que los dos puedan coexistir. De esta forma, si jugar al ajedrez requiere de un considerable esfuerzo constructivo, también es cierto que los grandes jugadores poseen en su memoria reproducciones de series de movimientos que les facilitan la tarea.

La distinción entre las dos formas de aprendizaje, una más repetitiva o mecánica y otra más reflexiva, presenta una amplia coincidencia con la división realizada por Wertheimer (1945), entre pensamiento productivo y reproductivo y la distinción entre aprendizaje memorístico-significativo de Ausubel, Novak y Hanesian (1983).

3. Marco teórico, tecnológico

Las definiciones que intentan apresar el término, quedan condicionadas por el hincapié que se hace en los distintos aspectos del mismo, lo que matiza la significación global del mapa conceptual.

Moreira (1987), hace el énfasis en la organización jerárquica y en el carácter bidimensional del mapa conceptual. Así los concibe como diagramas bidimensionales que muestran relaciones jerárquicas entre conceptos de una disciplina, y que derivan su existencia de la propia estructura. Por bidimensionalidad se refiere al doble sentido de

lectura que a su entender deben de tener los mapas conceptuales; la lectura jerárquica vertical, entre conceptos con distinto grado de inclusividad, y la horizontal, entre conceptos de aproximadamente igual nivel de inclusividad. Para él, si los mapas conceptuales sólo se limitan a reflejar una mera estructura jerárquica vertical, se convierten en listas de ideas o conceptos, existiendo sólo énfasis en relacionarlos proposicionalmente en su estructura vertical. La dimensión horizontal le da al mapa un carácter más integrador, ya que se relacionan los términos no sólo por inclusividad jerárquica, sino que permite crear vínculos entre conceptos de distintas ramas conceptuales. Esta doble dimensión del mapa conceptual es también remarcada por Steward y otros (1979).

Ontoria y otros (1992), los concibe como una técnica que puede ser presentada como estrategia, método y recurso esquemático:

- a. Estrategia: Es una herramienta sencilla y poderosa al mismo tiempo, que ayuda a los estudiantes a aprender y a los educadores a organizar los materiales objeto de ese aprendizaje.
- b. Método: Es, sin duda, una técnica de enseñanza-aprendizaje que ayuda a profesores y estudiantes a captar el significado de los materiales curriculares.
- c. Recurso: El mapa conceptual es un recurso esquemático que representa un conjunto de significados que expresan las ideas y las relaciones que existen entre si.

Para Neisser (1981), el mapa conceptual es un caso concreto de esquema didáctico, ya que el conocimiento se organiza en unidades, las representaciones holísticas se dividen en subunidades interrelacionadas, y existe una estructuración serial y jerárquica de las representaciones.

Como señala Ontoria y otros (1992), los mapas conceptuales también coinciden con los esquemas respecto a los procesos de memorización que implican:

- a. Codificación de la información, cumpliendo los cuatro procesos básicos: selección,

abstracción, interpretación e integración. Cuando se desarrolla un mapa conceptual se realiza un proceso de selección de términos que ya existen en la estructura cognitiva del sujeto, y se efectúa la colocación en el orden jerárquico vertical, de mayor a menor inclusividad. Le sigue un proceso de abstracción para elegir los elementos más significativos. El mapa conceptual es un producto de la propia interpretación del individuo, ya que difícilmente dos personas reflejan una realidad de la misma forma. Finalmente, con el proceso de integración, se puede modificar el esquema existente o cambiarlo por uno nuevo. Sin embargo, esto difícilmente se producirá cuando el mapa conceptual refleja los conocimientos previos; pero, sí en el proceso de negociación de significados o contrastación con los mapas de otras personas, o con mapas modelos que obligan a modificar los esquemas propios.

- b. Recuperación. Facilita la recuperación de la información relevante, ya que refleja la estructura cognitiva conceptual del sujeto y fomenta la comprensión y el aprendizaje de tipo significativo.

Por último, Novak y Gowin (1988), definen el mapa conceptual como un "recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones".

Lo que se entiende por mapa conceptual es, sin duda, una percepción idiosincrática donde entran la mayor parte de las ideas importantes que lo forman, pero donde podrían entrar otros. También se realiza una organización y distribución de conceptos que es particular.

3.1. El aprendizaje significativo como base de los mapas conceptuales

Ausubel dedicó varios capítulos de su obra a aclarar el importante papel que desempeñan en el aprendizaje significativo, los conceptos y proposiciones que el sujeto ya conoce. Probablemente, la idea más relevante de su teoría, quede resumida en el siguiente párrafo,

del epígrafe de su libro *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo* (1978), "si tuviéramos que reducir toda la psicología educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que influye en el aprendizaje, es lo que el estudiante ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia". A pesar de la amplia aclaración conceptual sobre la importancia de los conocimientos previos, su contribución se centró en la fundamentación teórica y no llegó a desarrollar instrumentos simples que le permitieran al profesor conocer "lo que el estudiante ya sabía".

Sin embargo, respecto a la importancia de los conocimientos previos ante un nuevo aprendizaje, podríamos considerar que los extremos se tocan. Es decir, es necesario que el sujeto disponga de ciertos conocimientos previos ante un nuevo aprendizaje, pero cuando el nivel de éstos es elevado (material muy familiar), el procesamiento es relativamente bajo, Yates y Chandler (1991). Esto ha sido el principal objetivo y la justificación de la creación de los mapas conceptuales, por parte de Novak, intentar crear una proyección práctica y funcional de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel. En esta línea, lo expresa Novak y Gowin (1988) en su obra *Aprendiendo a aprender*, "los mapas conceptuales se han desarrollado especialmente para establecer comunicación con la estructura cognitiva del estudiante, y para exteriorizar lo que él ya sabe de modo que quede a la vista, tanto de él mismo como del profesor".

Otro de los principios de la teoría ausubeliana, es la diferenciación progresiva. Del tratamiento dado al término, parece que se refiere a dos cuestiones distintas, pero muy relacionadas. Por una parte, supone que la estructura cognitiva de las personas está organizada de forma jerárquica, y los conceptos en ella presentes se diferencian progresivamente en relación a su grado de inclusividad o generalidad. Pero, por otro lado, estos conceptos no son estáticos, sino que están en continuo proceso de transformación.

Cuando un nuevo concepto es aprendido y pasa a formar parte de una idea más general o

subsumido, este último también sufre alguna modificación. Si este proceso se repite con frecuencia, es entendible que el concepto subsumido sufra una transformación o diferenciación progresiva a lo largo del tiempo. Por ejemplo: para un niño al que el concepto de educación es prácticamente igual a escuela, ese concepto se verá transformado y ampliado cuando se entere de que existe una educación a distancia, o que los padres también educan, o que existe una educación no reglada.

Este proceso hará que, el concepto subsumidor de educación se transforme a través del aprendizaje de ideas con menor grado de generalización; y, al mismo tiempo, en su organigrama jerárquico conceptual, se cambie al ocupar el concepto de educación un orden jerárquico superior al de escuela.

Los mapas conceptuales constituyen un método para mostrar al profesor y al estudiante, el organigrama jerárquico conceptual, que éste posee sobre un tema determinado. La organización y el grado de diferenciación de conceptos de la estructura cognitiva del estudiante se hace, de esta forma, patente y manifiesta.

Otro de los principios importantes de la teoría ausubeliana es el de la reconciliación integradora. Como señala Novak y Gowin (1988), "Este principio establece que existe una mejora en el aprendizaje significativo, cuando el que aprende reconoce nuevas relaciones (vínculos conceptuales) entre conjuntos de ideas o proposiciones". Por tanto, para obtener un buen aprendizaje no basta con la diferenciación progresiva de conceptos como algo fijo y estático, sino que además es necesario establecer conexiones cruzadas entre ideas o juicios de diferentes ramales conceptuales, y facilitar la tarea de subir y bajar por las distintas jerarquías conceptuales.

La creación de nuevas relaciones conceptuales, entre ideas o juicios aparentemente poco relacionados y situados a distinto nivel de la jerarquía conceptual, facilita la reconciliación integradora y se relaciona con capacidad creativa y originalidad de las ideas.

Términos claves

Aprendizaje receptivo

La teoría del aprendizaje de Ausubel se ocupa, sobre todo, del aprendizaje de asignaturas escolares en una situación de clase y con un método de enseñanza expositivo. De aquí que también se le denomine receptivo significativo o expositivo significativo. Su objetivo es la adquisición y retención de los conocimientos de manera importante y surge como oposición al modelo de aprendizaje memorístico dominante en aquel momento.

En un principio llama la atención y pueden parecer contradictorios los términos receptivo y significativo. Podría entenderse que para que un método de aprendizaje sea representativo, su adquisición tiene que ser activa. El término receptivo es utilizado en contraposición al de descubrimiento y con él quiere dar a entender que el profesor es el responsable de transmitir la organización del material y la determinación de los contenidos.

Por tanto, receptivo significa que el estudiante no tiene por qué estar físicamente activo, buscando o indagando soluciones a sus problemas, sino que incluso con una actitud física pasiva se puede estar adquiriendo un aprendizaje de tipo significativo. Esto depende de que el sujeto sea capaz de estar mentalmente activo para incorporar los nuevos conocimientos de manera sustancial a su estructura mental y, para ello, es esencial tener una base previa relacionado con el nuevo concepto o contenido a aprender.

Aprendizaje significativo

El término significativo se utiliza en oposición al aprendizaje de contenido "sin sentido" y se refiere, tanto a un contenido con estructuración lógica propia, como a aquel material que potencialmente puede ser aprendido de forma significativa. La condición para que un aprendizaje sea significativo es que sea incorporado de forma sustancial a la estructura mental del sujeto, y para ello es necesario relacionar el material nuevo que se intenta incorporar, con el que el sujeto ya posee.

Como se puede entender el proceso de unión de los nuevos conocimientos con los ya existentes es, como señala Ontoria y otros (1992), un proceso activo y personal.

- a. Activo, porque depende de la asimilación deliberada de la tarea de aprendizaje por parte del estudiante.
- b. Personal, porque la significación de toda la tarea de aprendizaje, depende de los recursos cognitivos que utilice cada estudiante.

La técnica de realización de mapas conceptuales, coincide plenamente con el proceso de adquisición del aprendizaje significativo de Ausubel, ya que el mapa conceptual surge de la intención de querer relacionar los nuevos conceptos, con los presentes en su estructura mental.

Aprendizaje memorístico vs. significativo

Muchos de nosotros hemos sufrido alguna experiencia en nuestro aprendizaje escolar, de pasar de una exigencia reproductiva y memorística, a una de tipo significativo. Ha sido habitual lograr un aprendizaje, inicialmente de forma puramente memorística, olvidarlo al poco tiempo y, posteriormente adquirirlo de forma significativa.

Comenzar a aprender significativamente no es fácil, sobre todo, cuando se nos ha acostumbrado a un aprendizaje memorístico. Esta variación de estilo tiene que llevar apareado necesariamente un cambio de mentalidad o de actitud en el estudiante, que le permita enfrentar el nuevo reto.

En este sentido Coll y otros (1992), han adaptado el siguiente cuadro de Novak y Gowin (1988). Esto se puede apreciar en el siguiente gráfico.

Cuadro 5. *Diferencias entre las actitudes necesarias para el aprendizaje significativo y el memorístico.*

Aprendizaje significativo	Aprendizaje memorístico
----------------------------------	--------------------------------

<ul style="list-style-type: none"> • Esfuerzo deliberado por relacionar los nuevos conocimientos con los ya existentes en la estructura cognitiva. • Orientación hacia aprendizajes relacionados con experiencias, con hechos u objetos. • Implicación afectiva para relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ningún esfuerzo por integrar los nuevos conocimientos con los ya existentes en la estructura cognitiva. • Orientación hacia aprendizajes no relacionados con experiencias, hechos u objetos. • Ninguna implicación afectiva para relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores.
--	---

El aprendizaje significativo y memorístico más que formar un planteamiento dicotómico, forma uno continuo que va desde las experiencias altamente significativas, pasando por la mayor parte de las actividades de aprendizaje, que implican tanto ejercitar la memoria como la adquisición significativa, hasta llegar al polo puramente memorístico, donde se retiene arbitrariamente.

Sin embargo, y a pesar de que las personas pueden utilizar indistintamente los dos modelos para adquirir diversos tipos de aprendizaje, parece lógico pensar que una vez que se es consciente de los dos tipos de aprendizaje, no aprendemos unos contenidos de forma memorística y otros de forma significativa, sino que se tenderá a tener un patrón fijo de actuación. En este sentido Novak y Gowin (1988) dicen: "Naturalmente, cualquier individuo puede oscilar entre los estilos memorístico y significativo de una vez para otra, dependiendo de su disposición para el aprendizaje, de tal manera que el estilo de aprendizaje de un individuo se caracteriza mejor por su conducta general que por la forma en que realice una sola tarea de aprendizaje".

Se puede adquirir conocimiento de diversas formas, en teoría, en cualquier punto medio de la continua memorización significativa. Una tarea que en un principio puede requerir un aprendizaje puramente memorístico, como las palabras de un idioma extranjero, se pueden aprender de forma significativa. Esto dependerá fundamentalmente del estilo de enseñanza

de la materia, las condiciones del material, los conocimientos previos y el grado de predisposición hacia la comprensión.

3.2. Metaconocimiento y metaaprendizaje

Desde siempre el hombre ha estado interesado por la forma en que se adquiere el conocimiento y, por tanto, en la manera en que los humanos aprendemos a aprender.

Por metaconocimiento se hace referencia a la naturaleza misma de la adquisición del conocimiento. Esta forma en que se adquiere el conocimiento ha tenido, últimamente, un auge especial debido a la rápida ampliación o crecimiento de los conocimientos pertenecientes a las distintas disciplinas del saber.

Este auge actual sobre los distintos planteamientos en la adquisición del conocimiento, tiene unos antecedentes muy lejanos que se remontan a la antigua Grecia. Para Platón las ideas puras eran inculcadas en nuestra alma en el momento del nacimiento; por tanto, para él, el proceso de adquisición del conocimiento va de dentro hacia afuera, ya que el acto de conocer se produce proyectando sobre la realidad esas ideas innatas, o pasándolas a la conciencia.

Frente a esta concepción innatista del conocimiento, se genera la concepción de la adquisición del conocimiento de Aristóteles. Para él el conocimiento procede de la realidad y, a través de los sentidos, se va imprimiendo o reflejando sobre una mente limpia de ideas innatas (tabula rasa).

El metaaprendizaje se refiere o está relacionado a la naturaleza del aprendizaje. Desde que Ebbinghaus comenzara con sus investigaciones sobre la memoria, basándose en el aprendizaje de sílabas sin sentido, hasta las investigaciones más actuales sobre el aprendizaje de materiales significativos, ha transcurrido un gran trecho. Es en este último enmarque donde se encuadran los mapas conceptuales como una técnica para plasmar la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Para los autores de esta teoría los humanos poseemos una capacidad especial para percibir regularidades en acontecimientos y objetos, y para codificar esas regularidades con etiquetas conceptuales como perro, amor, etc.

Los niños desde los primeros años de vida son capaces de aprender muchos de los conceptos por aprendizaje receptivo significativo. En este sentido, señalan González y Novak (1993), "entre las edades de 0 a 30 meses los niños normales comienzan a percibir regularidades en objetos y acontecimientos en su entorno y a descubrir el enlace entre etiquetas del lenguaje utilizadas en su medio cultural y las regularidades percibidas". Este aprendizaje se verá multiplicado una vez que comienzan a utilizar el lenguaje, ya que entonces aprenderán de los niños mayores y adultos los significados de nuevas etiquetas conceptuales, enriqueciendo de esta forma su vocabulario.

Por su parte, cada cultura tiende a uniformar los significados de cada una de las etiquetas conceptuales que utiliza. De esta forma, se consigue que exista una mayor concordancia entre los significados y, por tanto, un mayor entendimiento entre los miembros de esa cultura.

Al mismo tiempo que sucede esta tendencia uniformadora de la cultura, cada individuo a través de sus particulares experiencias va modulando cada uno de los significados conceptuales, hasta el punto de que podríamos hablar de un continuo teórico sobre el grado de desviación del significado de los conceptos individuales respecto a los culturalmente aceptados. Para salvar la existencia de este doble significado de los conceptos (cultural y personal), Ausubel crea el concepto de *inclusor* que hace referencia a las ideas o conceptos relevantes y genéricos que posee la persona en su estructura cognitiva y que se forman a través de la experiencia. De esta forma, puede suceder que la diferencia entre el significado idiosincrático (personal) y el socialmente aceptado (cultural), sea cuestión de matices o mantenga amplias diferencias.

El aprendizaje memorístico tradicional de nuestras escuelas ha influido poderosamente en la anulación del potencial creativo de los estudiantes ya que se le ha dado preferencia, sobre todo, a la inculcación de los significados culturalmente aceptados, desechando los idiosincráticos de los estudiantes o la búsqueda de nuevos significados.

Los organizadores previos

Según la teoría del aprendizaje significativo-cognitivo de Ausubel, para que un aprendizaje sea significativo, tiene que conectar con la estructura cognitiva del sujeto. Una forma de garantizar este hecho es a través de los organizadores previos, ya que su función sería la de hacer de puente entre lo que el alumno ya conoce y lo que necesita conocer, antes de aprender los nuevos contenidos. Éstos se pueden definir como conceptos o ideas iniciales presentados como marcos de referencia de los nuevos conceptos y nuevas relaciones.

Para Ausubel los organizadores previos deben de ser, por un lado, claros y estables, y por otro, relevantes e inclusivos, debiéndose presentar al alumno en un nivel superior de abstracción, generalización e inclusión, para que sean eficaces.

Poniéndonos en el caso más extremo, si intentamos aprender un concepto totalmente nuevo para nosotros y que no lo asociamos con ningún otro presente en nuestra estructura cognitiva, no será posible aprenderlo significativamente. Si al presentar este nuevo concepto lo relacionamos intencionadamente con otro u otros que son familiares a la estructura cognitiva, el sujeto podrá hacer alguna conexión entre el concepto desconocido a aprender, con sus conocimientos más próximos a la materia.

Los organizadores previos se pueden dividir en comparativos (analógicos) y expositivos, Cabero (1989). Los *expositivos* se utilizan cuando sabemos que el alumno tiene alguna información previa sobre el nuevo contenido a aprender. En este caso, el presentar un guión, decir el título del tema, o enumerar los objetivos que se pretenden, pueden actuar de organizadores previos. Lo que se pretende con ellos es presentar la información más

relevante presente en la estructura cognitiva del alumno. Los *comparativos* se utilizan cuando se tiene la certeza de que el tema que se introduce es totalmente nuevo y que los estudiantes apenas poseen información previa sobre el mismo. En este caso, lo que se pretende es que, mediante una analogía que sea más familiar que el concepto que intentamos explicar, el alumno posea un armazón comparativo donde vaya adhiriendo los distintos conocimientos posteriores. También se utilizan cuando no existe discriminabilidad entre el nuevo material y el presente en la estructura cognitiva. En este caso el utilizar organizadores comparativos que bosquejen explícitamente las semejanzas y diferencias entre ambos conjuntos de ideas, puede mejorar significativamente la discriminabilidad.

También Ausubel divide los organizadores previos en comparativos y expositivos, pero les da un sentido muy distinto al anterior. Para él los comparativos son utilizados, precisamente, para aprender un contenido relativamente familiar, mientras que los expositivos para introducir un contenido nuevo. Esta clasificación aparentemente contradictoria se produce porque Ausubel utiliza los organizadores previos comparativos, no para presentar una situación analógica, pero más familiar como Cabero, sino para establecer comparaciones entre las nuevas ideas y las preexistentes cuando aparentemente sean similares o causen confusión. Ausubel utiliza los organizadores expositivos para proporcionar inclusive pertinentes y próximos ante la presentación de un material nuevo, lo mismo que hace Cabero al utilizar los organizadores comparativos.

Todavía hoy continúa viva la polémica sobre la efectividad de los organizadores previos en el aprendizaje. Barnes y Clawson (1975), después de analizar 32 estudios sobre la utilización de organizadores previos, concluyen que apenas 12 de ellos facilitan el aprendizaje, por lo que, en general, no podemos decir que faciliten el mismo. Esta disparidad de pareceres se puede deber en parte, a la misma definición de organizador previo y a las características que según Ausubel deben de cumplir.

Para Mayer (1979), estas inconsistencias pueden deberse a la variable estado interno del sujeto. Según éste, el organizador solamente sería válido, si el sujeto no tiene esquemas disponibles sobre esa información o si no pueden ser activados durante el aprendizaje. Por lo tanto, la eficacia de los organizadores previos es más alta cuando la nueva información es muy técnica, no familiar, difícil o larga. Willerman (1991), pone la eficacia de éstos, sobre todo, en situaciones en que el material a aprender está mal organizado, o cuando los estudiantes tienen habilidades limitadas.

El proceso que realiza el alumno de relacionar la nueva información con la que ya posee, es un mecanismo encubierto y, por tanto, difícilmente verificable. Una posible clasificación de los organizadores previos en función de este criterio puede ser:

- a. Organizadores previos implícitos. Son aquellos que el profesor enuncia con la intencionalidad de elicitar en el alumno los conocimientos y organización que posee sobre los nuevos contenidos. El profesor sospecha o intuye que utilizando estos organizadores implícitos, el alumno evoca los contenidos y organización de los mismos, pero no posee la certeza de si lo ha conseguido o no. El hacer referencia a los guiones, títulos, índices, etc. del tema, hacen esta función.
- b. Organizadores previos explícitos. Son las posibles formas en que el alumno puede evocar la organización y contenidos que posee del nuevo tema y una de ellas es, sin duda, el mapa conceptual. Si antes de comenzar el tema, se les pide que realicen un mapa conceptual con los conocimientos previos que tienen del mismo, el alumno se ve obligado a hacer el esfuerzo mental de reflejarlo en el papel y esto queda manifiesto de forma escrita. Sirvan, en este sentido, las palabras de Novak cuando expresa: "puesto que los mapas conceptuales constituyen una manifestación explícita y manifiesta de los conceptos y proposiciones que posee una persona, permiten a profesores y estudiantes intercambiar sus puntos de vista sobre la validez de un vínculo proposicional

determinado, o darse cuenta de las conexiones que faltan entre los conceptos y que sugieren la necesidad de un nuevo aprendizaje"

3.3. Sentido lógico y sentido psicológico

El sentido lógico es característico de los propios contenidos. Como señala Ontoria y otros (1992), "la significatividad potencial del material depende de la significatividad lógica, es decir, que el contenido o material posea una estructura interna organizada, de tal forma que sus partes fundamentales tengan un significado en sí y se relacionen entre sí de modo no arbitrario. Esta potencial significatividad lógica no sólo depende de la estructura interna del contenido, sino también de la manera en que éste sea presentado al alumno".

El criterio de "sentido lógico" se aplica primordialmente a las siguientes características de un contenido: no arbitrariedad, claridad y verosimilitud.

La "significatividad psicológica" va más allá y se refiere a esas otras relaciones entre conceptos casi infinitas que el individuo puede establecer. Estaría relacionado con las interpretaciones que las personas hacemos sobre el mundo, más que con la forma en que nos dicen que es el mundo. Para ello, es imprescindible el establecer ideas inclusoras bajo las cuales poder asimilar los nuevos conocimientos.

Cuando el alumno aprende proposiciones lógicamente significativas no adquiere sólo el sentido lógico per se (significatividad lógica), sino la finalidad que ellas tienen para él (significatividad psicológica). Por tanto, la significatividad psicológica posee un carácter idiosincrático, propio del individuo, mientras que la lógica posee un carácter más universal. Para Ausubel esta naturaleza idiosincrática, particular del aprendizaje, prevalece sobre el sentido lógico universal.

El sentido lógico y psicológico también se refleja en el desarrollo de los mapas conceptuales. Cuando se solicitan contenidos académicos, se le está dando preferencia a la significatividad lógica del material, a pesar de las interpretaciones que el alumno puede hacer

del mismo. Cuando se solicitan contenidos experienciales, se hace hincapié en el deseo de que el alumno exprese la significatividad psicológica a través del mapa conceptual.

Por tanto, en los mapas conceptuales, parece que existe una mayor propensión a evocar el sentido psicológico cuando:

- a. Se realizan sobre materias escasamente estructuradas.
- b. Se realizan sobre materias nuevas o sobre las que el alumno tiene pocos conocimientos.
- c. Se solicita elaborar el mapa conceptual de los conocimientos previos que el alumno tiene sobre un tema, más que cuando se utiliza como postorganizador.
- d. Se solicitan experiencias, opiniones personales o valoraciones.

Normalmente, en el proceso de aprendizaje, se intenta evitar que un individuo piense y comprenda de forma diferencial a los demás. Por tanto, existe una comunalidad de sentido en las proposiciones que según dice Araujo y Chadwick (1988), "puede ser debida al propio sentido lógico de las proposiciones potencialmente significativas y además porque es notoria la comunalidad interindividual de experiencia (back-ground) ideacional entre individuos de una misma cultura".

Los materiales de estudio poseen en su mayor parte esa estructura interna. Sin embargo, y a pesar de las tendencias uniformadoras de la cultura, se sigue manteniendo diferencias en las mismas asociaciones conceptuales hechas por distintos sujetos.

Esto sugiere, que en el período de formación de las estructuras, cognitivas intervienen tantas variables que es fácilmente deducible el que existan pequeñas diferencias sustanciales entre individuos de una misma cultura.

3.4. El constructo estructura cognitiva

La estructura cognitiva consiste según Ausubel en un conjunto de ideas que preexisten al nuevo aprendizaje que se va a instaurar. La formación y desarrollo de estas estructuras

depende del modo como percibe la persona los aspectos psicológicos del mundo personal, físico y social.

Éste es un término básico para entender la formación de conceptos, así como la modificación y adquisición de otros nuevos. Ausubel lo define como "construcciones hipotéticas, es decir, entidades supuestamente hipotéticas que tanto deben explicar la unidad, cierre y homogeneidad individual, como las semejanzas y coincidencias de determinados modos de comportamiento". Por tanto, de lo dicho, se desprende que cada estructura cognitiva tiene un cierto carácter individual que nos hace distintos en nuestra manera de entender el mundo. A pesar de ello, esta cierta idiosincrasia de la estructura cognitiva no es incompatible con que exista una cierta generalidad en las concepciones realizadas por las mismas.

En el terreno más propiamente educativo, Ausubel sostiene que la estructura cognitiva de una persona es el factor que decide acerca de la significación del material y de su adquisición y retención. De aquí la importancia que tiene en el aprendizaje de nuevos conceptos, la potenciación de la estructura cognitiva del sujeto, haciendo que no existan incongruencias o choques entre la estructura mental ya existente en el estudiante, con los nuevos conocimientos que se intentan transmitir.

Cuando el nuevo material entra en conflicto con los conocimientos presentes en la estructura cognitiva del sujeto, o cuando carece de la preparación previa que sirva de base o sujeción sobre a los nuevos conocimientos que se adhieran, éstos no podrán ser incorporados. Este procedimiento de crear conflicto o disonancia cognitiva, presentando nuevas informaciones contradictorias con las que el sujeto ya posee, ha sido un procedimiento muy utilizado. Como veremos más adelante, se provoca el cambio conceptual del estudiante pasando de concepciones conceptuales no compartidas a otras socialmente aceptadas.

Según Ontoria y otros (1992), "las ideas nuevas sólo pueden aprenderse y retenerse

útilmente, si se refieren a conceptos y proposiciones ya disponibles que proporcionan las anclas conceptuales".

Por tanto, el proceso de adquisición del conocimiento va a estar directamente relacionado con cual sea el tipo de estructura cognitiva del sujeto. Dependiendo de esto, seleccionará un tipo de material como significativo o lo desechará.

La idea que se desprende de lo dicho sobre la estructura cognitiva es que es un proceso individual e intransferible, ya que en su formación interviene la interacción de distintas variables como son las necesidades, motivaciones, deseos, aspiraciones, etc. del sujeto. Estas variables pueden modular de tal forma el desarrollo de la estructura cognitiva, que será difícil que dos sujetos posean una estructura cognitiva semejante.

A pesar de la idiosincrasia de cada estructura cognitiva, si es posible que existan ciertos patrones básicos de estructuras que sean relativamente semejantes a distintos sujetos.

Si como dijimos antes, existen ciertos patrones básicos de estructuras cognitivas entre individuos de una misma cultura, y que para que un aprendizaje sea significativo tiene que conectar necesariamente con dicha estructura, no es difícil darse cuenta de la transcendencia de este hecho en la adquisición del aprendizaje sobre cualquier tipo de material (discurso expositivo, material impreso, audiovisual, etc.).

3.5. Inclusión por subsunción

La adquisición de nuevos conocimientos se realiza siempre que el individuo posea estudios anteriores, ya estables de carácter más genérico, bajo los cuales abarca el nuevo aprendizaje.

El término inclusor o subsuntor, hace referencia a las ideas o conceptos relevantes y genéricos que posee el sujeto en su estructura cognitiva, y que permiten apoyar la asimilación de nuevos aprendizajes. Los dos términos se refieren a lo mismo; sin embargo, uno hace hincapié en las ideas más generales presentes en la estructura cognitiva (inclusor) y, el otro,

a la relación de subordinación de los conceptos que se asimilan respecto de los preexistentes en la estructura cognitiva (subsunción). Estos inclusores hacen la función de fijación o anclaje a los nuevos conocimientos. Éste constituye el núcleo de la teoría de Ausubel; la relación o interacción que se establece entre los nuevos conocimientos y los presentes en la estructura cognitiva.

Se puede considerar que cada vez que se produce una nueva inclusión, el concepto inclusor se modifica con la asimilación de la nueva información, aunque sólo sea ligeramente.

A través del paso del tiempo, es de suponer que un mismo concepto inclusor se modifique mucho o poco, dependiendo de la frecuencia en su utilización y de la variedad de ideas subordinados que se hayan adquirido. Si un inclusor se utiliza con mucha frecuencia, pero el conocimiento que se intenta asimilar es siempre el mismo, hay que suponer que no hay una verdadera elicitación de éste, o si ésta se produce se realiza de forma muy automática, sin que exista una verdadera modificación del concepto inclusor.

Tampoco se modifica el concepto inclusor, cuando después del paso del tiempo, se pierden u olvidan los elementos relacionados. Cuando esto sucede se produce según Ausubel la inclusión obliterativa o residual. Es decir, el inclusor que ha ganado en riqueza y complejidad a lo largo del tiempo, la mantiene a pesar de que se olviden algunos de los elementos subordinados que lo formaron.

El aprendizaje por subsunción también se llama aprendizaje subordinado y como dice Ontoria y otros (1992), se produce cuando los inclusores poseen un mayor grado de abstracción, generalidad e inclusividad.

Disponibilidad de subsuntores

Si no existen esos conceptos inclusores con un mayor grado de generalidad que las ideas que se intentan asimilar, difícilmente se podrán adherir a la estructura cognitiva y quedar

ancladas.

En esta construcción hipotética que es la estructura cognitiva, se producen una serie de procesos que intervienen en el aprendizaje.

3.6. Aprendizaje subordinado

En la explicación de este proceso sirve lo expuesto en el apartado de "inclusión por subsunción".

El aprendizaje subordinado puede adoptar dos formas:

- a. Subordinación derivativa. El nuevo contenido que se aprende sirve solamente para confirmar y afianzar el concepto inclusor. Suelen ser ejemplos específicos de ideas o juicios conocidos.
- b. Subordinación correlativa. Éste es el tipo de aprendizaje más común que se produce en la escuela. Se da, cuando el nuevo contenido o adquisición de conocimiento, aporta alguna variante novedosa al concepto inclusor existente. La novedad de la nueva información suele producirse por ampliación, por una elaboración, o por modificación de lo que ya se sabía.

El proceso que se produce en el aprendizaje subordinado es la diferenciación progresiva. Existe un orden concreto en la estructura cognitiva que va de los conceptos más generales a los más específicos. En el aspecto instruccional de presentación del material escolar, según este proceso, consistiría en presentar al inicio las ideas más generales e inclusivas, e ir las diferenciando progresivamente hasta llegar a las ideas menos inclusivas o más específicas. Ausubel dice que ese orden de presentación corresponde al sentido en el que el conocimiento es presentado, organizado y almacenado en el sistema cognitivo.

3.7. Aprendizaje supraordinado

Se produce cuando los nuevos conocimientos a aprender son de mayor grado de

abstracción, generalidad e inclusividad que los ya asentados en la estructura cognitiva. Este aprendizaje se produce, cuando los conocimientos adquiridos con anterioridad, se integran como elementos de un concepto más amplio e inclusivo.

Este tipo de aprendizaje se fomenta muy poco en la escuela ya que el procedimiento que normalmente siguen, tanto el profesor como los libros de texto, es el de comenzar por los conceptos o ideas más generales e ir las desglosando progresivamente cada vez con un mayor grado de especificidad (diferenciación progresiva).

El proceso que tiene lugar en la mente, del niño cuando adquiere este tipo de aprendizaje se le denomina reconciliación integradora.

Esta acción no consiste en asimilar de repente un concepto de mayor generalidad que el que posee en su mente, sino que es una secuencia de abajo-arriba. Normalmente se produce como consecuencia del estudio de relaciones entre conceptos para, en algún momento del aprendizaje, inferir una categoría que las engloba, de rango superior a las que ya poseía.

Ontoria y otros (1992), sugieren el fomento de tareas donde se busquen diferencias, comparaciones y semejanzas entre los conceptos para provocar o facilitar la reconciliación conceptual.

Novak (1992), sugiere que para conseguir de modo más seguro la reconciliación integradora, tenemos que organizar la enseñanza de tal manera que podamos "subir y bajar" por las jerarquías conceptuales, a medida que se presenta información nueva. "Haríamos bien en comenzar por los conceptos o ideas más generales, pero ilustrando enseguida como se relacionan con los conceptos subordinados con ellos, y después volver atrás, por medio de ejemplos, a significados nuevos para opiniones de orden superior".

3.8. Aprendizaje combinatorio

Los nuevos conocimientos se adhieren a la estructura cognitiva pero sin establecerse relaciones de subordinación o supraordinación. La relación de las nuevas ideas con la

estructura cognitiva se produce en función de las semejanzas o elementos comunes entre ellas, pero no por incluir o ser incluidas unas por otras. Es de suponer, que en el aprendizaje combinatorio, al faltar la jerarquización ordenada de las ideas, la retención de información sea menos efectiva, ya que sólo quedan relacionadas por asociación y no por una relación jerárquica.

Ausubel describe dos postulados por los que justifica los procesos de diferenciación progresiva y reconciliación integradora, así como la organización jerárquica de la estructura cognitiva, Araujo y Chadwick (1988):

- a. Es más fácil para los seres humanos, diferenciar aspectos de un todo inclusivo previamente aprendido, que formular ese todo inclusivo a partir de las partes previamente aprendidas.
- b. La organización de contenidos por parte de un individuo consiste en una estructuración jerárquica por la cual los más inclusivos ocupan el tope de la estructura y subsumen progresivamente proposiciones, conceptos y datos más inclusivos y altamente diferenciados.

Utilización de mapas conceptuales

Esta versión del mapa conceptual se utiliza en educación infantil y en los primeros cursos de educación primaria, sobre todo, cuando el curso o parte de los niños no saben leer.

En el mapa preconceptual los términos conceptuales son sustituidos por dibujos que los representan. Como es de suponer, la aplicación de la técnica a estos niveles de la enseñanza necesita una labor de apoyo más constante.

Apoyando la forma de trabajo a través de mapas preconceptuales, se encuentran algunas investigaciones que señalan que el proceso de recuerdo se ve favorecido cuando lo que se aprende son dibujos o figuras, en lugar de términos conceptuales, Shepard (1967).

A estas edades se suele trabajar por centros de interés, donde pueden confluír distintos temas. En este sentido, se recomienda dejar bien atadas las conexiones entre distintos conceptos, sobre todo, cuando pertenecen a áreas de conocimiento distintas.

Tiene también la particularidad de que hay que elaborar el material que forman los conceptos (dibujos, figuras, etc.). Una forma de facilitar la manipulación y acercar la realización del mapa a los niños, es realizarlo en papel continuo sobre el suelo. Con estas actividades se consigue acostumbrarlos a relacionar elementos atendiendo a criterios lógicos o psicológicos, facilitando de esta forma la estructuración del pensamiento.

Demarcando el mapa conceptual: Diferenciación con otros términos

Para demarcar el término mapa conceptual es conveniente relacionarlo con términos afines o próximos para que, mediante el estudio comparativo de semejanzas y diferencias, se llegue a identificar sus señas de identidad. Los términos con los que se podría crear mayor confusión, tanto por su significante como por su significado, son los siguientes:

Esquema didáctico

Las dos estrategias tienen la característica común de presentar la información de forma resumida o esquematizada, mostrando los conceptos principales del tema y la relación u organización que existe entre ellos.

Aun siendo ésta una característica común, existen diferencias que es conveniente destacar:

- a. El mapa conceptual provoca un mayor impacto visual. Tanto por la organización jerárquica que presenta, como por los remarques gráficos que distinguen los conceptos de las palabras enlace y de los ejemplos, provocando una mayor retención visual.
- b. En el esquema, el vínculo que existe entre los conceptos principales y sus subordinados suele estar implícito, mientras que el mapa conceptual lo resuelve a

través de las palabras enlace, que forman una proposición al relacionar el concepto principal con el subordinado.

- c. En el mapa, los conceptos suelen quedar diferenciados de los ejemplos, mientras que en el esquema no es tan evidente.
- d. El mapa conceptual facilita la integración a través de las relaciones cruzadas.
- e. El esquema puede ser jerárquico, pero no es éste un requisito imprescindible. En estos se mezclan ejemplos utilizados en la enseñanza, conceptos y proposiciones en un entramado que puede ser jerárquico, pero que, generalmente, no muestra las relaciones de supraordinación y subordinación que existe entre los principales conceptos y proposiciones.

Ausubel presupone que la estructura cognitiva está organizada de forma jerárquica, es decir, que las proposiciones y conceptos más generales y menos específicos incluyen a las proposiciones y conceptos menos generales y menos inclusivos. De esta forma, los mapas conceptuales seguirían la misma organización que la estructura cognitiva.

3.9. Mapa cognitivo

El término mapa cognitivo depende originariamente de Tolman (1948). Sin embargo, ha sido Lynch (1960, 1972), quién lo popularizó. Lynch procedía del campo de la arquitectura y su investigación se centró en el estudio de las representaciones o mapas esquemáticos que hacen los habitantes americanos de sus ciudades. De su investigación ha extraído conceptos que se han hecho populares en los últimos tiempos como los hitos, trayectos, distritos, nodos, bordes, etc.

La analogía mapa cognitivo se hace en comparación con el término mapa cartográfico, pero a diferencia de éstos, los cognitivos no son una estructura acabada y estática situada en nuestra cabeza, sino más bien un proceso constructivo de razonamiento espacial, que nos permite tanto resolver problemas de localización espacial u orientación, como comprensivos.

Este carácter flexible y dinámico de los mapas cognitivos le van a conferir su carácter de idiosincrasia, ya que están modulados por la imaginación y ésta depende, a su vez, de la información conceptual y de la estructura de proposiciones que se posea.

A nivel metodológico, el principal problema que entrañan las investigaciones sobre mapas cognitivos, es la de que no necesariamente se tiene porque dar una correspondencia perfecta entre la organización y concreción de la representación mental, y la plasmación explícita que el sujeto haga de ella. Las distorsiones, la represión o el olvido pueden hacer que el producto final se altere respecto al original.

De Vega (1984), sintetiza algunas propiedades de los mapas cognitivos que emergen de las investigaciones actuales:

- a. El mapa cognitivo es un tipo de representación multimodal. Sin duda, existe una representación análoga o imaginativa de algunas relaciones espaciales; pero además, la información espacial se organiza categóricamente (ej. existen diversos tipos de unidades geográficas con una relación jerárquica de inclusión de clases entre ellas), y se ve modulada por esquemas cognitivos.
- b. Un sistema euclidiano no constituye un buen modelo de los mapas cognitivos. En efecto, a diferencia de los geográficos, no son una estructura rígida de relaciones espaciales. Las distancias y orientaciones fluctúan considerablemente en función de parámetros contextuales y semánticos (ej. la asimetría de la distancia entre puntos de referencia y lugares secundarios). Por este motivo, las llamadas técnicas de análisis multidimensional, Shepard (1964); Kruskal (1964), deben considerarse con precaución, ya que, a partir de las estimaciones ordinales de distancia, construyen una representación euclidiana del “mapa cognitivo”, de una muestra de sujetos.
- c. El mapa cognitivo incluye procesos de razonamiento espacial. No es sólo una representación, sino un conjunto de heurísticos o reglas que permiten establecer

inferencias. Navegar en alta mar u orientarse en la ciudad constituyen destrezas de resolución de problemas, además de un sistema de conocimientos conceptuales y representaciones analógicas.

- d. El mapa cognitivo se ajusta a un principio de economía. Seguramente el mapa cognitivo más "perfecto" sería aquel que reflejase con fidelidad todas las relaciones espaciales entre los lugares de nuestro ambiente. Sin embargo, este tipo de representación casi cartográfica implicaría una sobrecarga de nuestra memoria. El sistema cognitivo ha optado por una solución más económica en que las representaciones espaciales son más livianas e imprecisas, pero ello se subsana con una mayor cantidad de procesamiento.
- e. El mapa cognitivo satisface demandas adaptativas. Cuando los contrastamos con los mapas cartográficos normativos, encontramos en aquella multitud de "imperfecciones" y sesgos. Pero quizá carezca de sentido contrastar una representación mental con un código bastante arbitrario como es el mapa. El criterio más correcto de valoración del mapa cognitivo debe ser su valor adaptativo. En este sentido, hay que reconocer que nuestra conducta espacial (y la de otras muchas especies) muestra una enorme eficiencia. Ello sugiere que los procesos subyacentes son suficientemente "precisos" y "correctos".

Novak y Gowin, en su obra "Aprendiendo a Aprender" (1988, p. 33), definían el mapa conceptual como un "recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones". Por tanto, estos autores hacen referencia a la representación de los significados que es lo que constituye el mapa conceptual. Sin embargo, en lo que se refiere a la organización y distribución, es lo que se denomina mapa cognitivo.

Novak y Gowin (1988) establecen la diferencia entre estos dos conceptos de la forma

siguiente: "Mapa cognitivo es el término con el cual designamos la representación de lo que creemos que es la organización de los conceptos y proposiciones en la estructura cognitiva de un estudiante determinado. Los mapas cognitivos son idiosincráticos, mientras que los conceptuales deben representar un área de conocimiento de la manera que considerarían válida los expertos en el tema. Puede ser que los expertos no estén de acuerdo en ciertos detalles de un mapa (en parte porque los conceptos más importantes en cualquier campo cambian constantemente con las nuevas investigaciones), pero la mayoría admitiría que un mapa de conceptos bien concebido constituye una representación razonable de un cuerpo cualquiera de conocimientos".

El mapa cognitivo, por tanto, tiene un carácter individual e idiosincrático. En teoría podrán existir tantos mapas cognitivos como individuos, mientras que en el mapa conceptual también existe el carácter individual de los conceptos, pero con una mayor comunalidad o tendencia a compartir las mismas estructuras conceptuales respecto a una disciplina.

Ontoria y otros (1992), abordan la diferenciación de los dos conceptos de la siguiente forma: "Novak admite la posibilidad de diversos mapas cognitivos "correctos" sobre un mismo contenido informativo, debido a la gran variedad de organizaciones que pueden darse entre un mismo bloque de conceptos. Sin embargo, existen disciplinas fuertemente formalizadas donde las diferencias individuales presentarían errores de significado".

Por tanto, parece que podemos concluir que un mapa conceptual es una estrategia construida por expertos y que representa muchas de las comunalidades de ese dominio de conocimiento. De otro lado, tiene por tanto, un alto grado de validez disciplinar y puede ser considerado el punto de vista oficial de un campo. Sin embargo, un mapa cognitivo está construido por sujetos no expertos. Éste representa muchas idiosincrasias que mantienen los individuos y tienen un grado menor de validez disciplinar.

Sin embargo, socialmente, se puede constatar que existe una tendencia a considerar bajo

el rótulo de mapa conceptual, tanto la organización de los conceptos, como el bloque de conceptos asociados, independientemente de que sean realizados por expertos o novatos. De hecho, cuando se solicita la elaboración de un mapa conceptual sobre un determinado tema, normalmente, no se tiene en cuenta la calidad de experto o novato sobre el mismo. También se entiende que va incluido tanto la cantidad de conceptos asociados como la organización que de ellos se hace.

Árboles conceptuales

El término árbol conceptual o árbol de conceptos es una técnica creada por Tessmer y Discroll (1986). Se suele utilizar para representar una relación jerárquica de conceptos, de los más generales a los más específicos, en orden de verticalidad. De ahí el nombre de árbol de conceptos que posee la disposición física de un árbol invertido (tronco principal, ramas principales, ramas secundarias y extremos de las ramas o ramas apicales).

La diferencia principal respecto del mapa conceptual, es la de no seguir una estructura proposicional, ya que no existen conexiones semánticas entre los conceptos. De esta forma, el árbol conceptual sería una organización vertical de ideas, conectadas por rayas y presentadas por orden de inclusividad. Los conceptos más subordinados del árbol se suelen hacer seguir de ejemplos de cada uno de ellos.

Como demuestra Hirumi y Bowers (1991), la utilización del árbol conceptual incrementa la habilidad para nombrar la definición de los conceptos coordinados y para establecer la relación jerárquica entre ellos. También aumenta la motivación percibida por los estudiantes cuando la utilizan.

La ausencia de conexiones semánticas entre conceptos y, por tanto de proposiciones, parece que le da al árbol conceptual un carácter más esquemático y esencializador, que redundaría en una mayor abstracción y complejidad al presentarse estas lagunas interconceptos. Esta técnica parece que sería más aconsejable para personas que ya dominan la forma de

ejecutar mapas conceptuales, y que no les es necesario explicitar las relaciones entre los conceptos.

3.10. Mapas de conocimientos

Esta es una estrategia de aprendizaje espacial y verbal, que se ha desarrollado en los últimos 20 años en la Universidad Cristiana de Texas. Puede ser definida como "una presentación bidimensional, que usa un ordenamiento espacial de nodos y conexiones, para representar información conceptual y relacional sobre un campo de conocimiento dado", Lambiotte y otros (1989).

El sistema de conexiones de los mapas de conocimientos se puede dividir en tres categorías: conexiones dinámicas, estáticas y elaborativas (Cuadro 5). Cada conexión incorpora una flecha para indicar la direccionalidad, y una etiqueta verbal abreviada que denota la especificación de la relación.

Cuadro 6. *Tipos de conexiones comúnmente utilizadas en los mapas de conocimientos*

Tipos de conexiones dinámicas		
Tipos	Ejemplos	
Resultados	Conduciendo sobre clavos --R→	Rueda pinchada
Influencias	Política extranjera ---I->	Política económica
Próximo	Suma de puntuaciones ---P->	Dividir por el número de puntuaciones
Llevar a ... Conducir a ...	Estudiando ---L->	Paso de curso
Tipos de conexiones estáticas		
Tipos	Ejemplos	
Tipo	Perro	Canino
Parte	Mano	Dedo
Característica	Sapo	Ojos saltones
Definición	Nuggar	Un bote de carga usado en el Nilo
Función	Martillo	Clavar, romper
Tipo de conexiones elaborativas		
Tipos	Ejemplos	

Analogía	El tiempo ---A→	Un río
Ejemplo	M antes de P ---E->	Campo
Comentario	Peso atómico ---C->	Ejerc. De laboratorio

Investigaciones previas con esta técnica han encontrado que las propiedades visuales y semánticas de los nodos (ej. claridad y cantidad de contenidos), son importantes para desarrollar ejecuciones efectivas en estos mapas.

Está demostrado que la presentación de mapas de conocimientos por parte de expertos, puede favorecer positivamente a la adquisición y retención de información, Rewey y otros (1989).

McCagg y Dansereau (1991), han centrado sus esfuerzos en el estudio de la generación de mapas de conocimientos por parte de los estudiantes. Utilizando esta estrategia, encuentran diferencias significativas a favor de la misma, cuando estudian como contenido la psicología fisiológica.

Como se puede apreciar, la similitud entre la técnica de mapas de conocimientos y la de mapas conceptuales, es muy grande. La doble dimensión de la organización informativa

(horizontal y vertical), el efecto de destaque o impacto visual, la división entre nodos (conceptos) y conectores, incluso la utilización como herramienta de aprendizaje del sujeto, o como estrategia de enseñanza del profesor, hacen que sean dos técnicas prácticamente similares. La distinción principal viene representada por la estructuración de las conexiones (dinámicas, estáticas y elaborativas), utilizadas en los mapas de conocimientos, mientras que el tipo de conexión utilizado en el mapa conceptual es más abierto.

3.11. Los postorganizadores gráficos

El término es originario de Thelen (1984), y se refiere a las representaciones gráficas espaciales en las que se muestra de forma simplificada la información relevante y las interrelaciones entre esas informaciones.

En estas representaciones, se eliminan los elementos lingüísticos que dan el sentido discursivo, y quedan sustituidos, generalmente, por trazos o disposiciones en el espacio.

Hernández y García (1991), clasifican los postorganizadores en cuatro grandes categorías: las estructuras de representación jerárquica, las secuenciales, las radiales y las estructuras de "preformato".

En las **estructuras jerárquicas**, la estructuración de la información se hace de forma arborescente, de lo más general a lo más específico, formando categorías inclusivas. Dentro de estas estructuras, las modalidades frecuentemente usadas son los cuadros sinópticos y las pirámides.

En el *cuadro sinóptico* se van desplazando las ideas de lo más general a lo más específico, bien de arriba a abajo, bien de izquierda a derecha.

La *pirámide* es otra técnica que desglosa las ideas o conceptos por orden de inclusividad. De esta forma, en la parte superior de la pirámide estarían los conceptos más inclusivos, en el centro los de inclusividad media, y en la base los detalles.

Las **estructuras secuenciales** están formadas generalmente por rótulos verbales remarcados, en donde los conceptos muestran relaciones entre sí de causa-efecto o condicionales. Por tanto, este tipo de postorganizador sirve para plasmar los pasos a seguir o la secuencia de un proceso.

Dentro de estas estructuras secuenciales estarían incluidos el encadenamiento y los diagramas de flujo.

Por *encadenamiento* se entiende una secuencia concatenada donde los conceptos están sujetos a un orden estricto. Se representa generalmente de forma horizontal, a través de rótulos de conceptos y flechas.

El *diagrama de flujo* tiene una representación similar al encadenamiento, pero a diferencia de éste, puede tener relaciones condicionales, salidas unívocas o ramificadas y una dirección de lectura hacia adelante o hacia atrás.

En las **estructuras radiales** el concepto principal se sitúa en el centro y de él derivan, de forma un tanto anárquica, las ideas contenidas en el texto, pudiendo, a su vez, formar nuevas ramificaciones. A este tipo pertenecerían los entramados (webbing) y redes de conceptos.

Los **pre formatos** son estructuras gráficas previamente establecidas como por ejemplo el diagrama de uve de Gowin, Novak y Gowin (1988).

Los organizadores gráficos se pueden considerar una variación de los organizadores previos de Ausubel, pero con una representación visual, que muestra una relación entre los términos claves con el fin de conectar con la estructura cognitiva. Así los esquemas gráficos, los cuadros sinópticos, diagramas, etc., pueden hacer esta función.

La misma ambigüedad de los resultados obtenidos en las distintas investigaciones sobre la utilización de organizadores previos (Barnes y Clawson, 1975), también se ha dado con los organizadores previos de tipo gráfico. Smith (1978), (citado por Moore y Readence, 1983), llega a la conclusión de que los organizadores gráficos no facilitan el aprendizaje.

Aunque estos dos mismos autores (Moore y Readence, 1983), en una revisión realizada, si encuentran que los organizadores gráficos incrementan el aprendizaje.

La efectividad de los postorganizadores gráficos parece que es más clara. Incluso, tienen un mayor efecto sobre el aprendizaje, que cuando se les compara con los organizadores previos de tipo gráfico (Moore y Readence, 1983).

4 Marco conceptual

Aprendizaje activo

Se llama aprendizaje activo cuando hay participación de los individuos involucrados en el proceso enseñanza aprendizaje, al realizar un mapa conceptual, se obliga al estudiante a relacionarse, a jugar con los conceptos, a que se empape con el contenido. No es una simple memorización; se debe prestar atención a la relación entre los conceptos. Es un proceso activo.

Aprendizaje significativo

Se llama aprendizaje significativo a los nuevos conceptos que son adquiridos por descubrimiento, que es la forma en que los niños adquieren sus primeros conceptos y lenguaje, o por aprendizaje receptivo, que es la forma en que aprenden los niños y los adultos en la escuela.

Comunicación matemática

Capacidad básica para organizar y comunicar el pensamiento matemático con coherencia y claridad; para expresar ideas matemáticas con precisión; para reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y la realidad, y aplicarlos a situaciones problemáticas reales.

Impacto visual

La forma de representar los mapas conceptuales redondeando los conceptos y señalando por flechas o rayas las palabras-enlace entre ellos, es de un gran impacto gráfico.

Jerarquización

La forma convencional de desarrollar los mapas conceptuales, es recogiendo los conceptos más generales o inclusivos en los lugares superiores de la estructura gráfica, e ir descendiendo por orden de inclusividad. Los ejemplos se sitúan en el último lugar.

Mapa conceptual

Los mapas conceptuales, son una técnica que cada día se utiliza más en los diferentes niveles educativos, desde preescolar hasta la Universidad, en informes, en tesis de investigación, utilizados como técnica de estudio hasta herramienta para el aprendizaje, ya que permite al docente ir construyendo con sus estudiantes y explorar en estos los conocimientos previos y al sujeto organizar, interrelacionar y fijar el conocimiento del contenido estudiado. (Ver gráfico adjunto).

Gráfico 3. Ejemplo de mapa conceptual para la sustracción

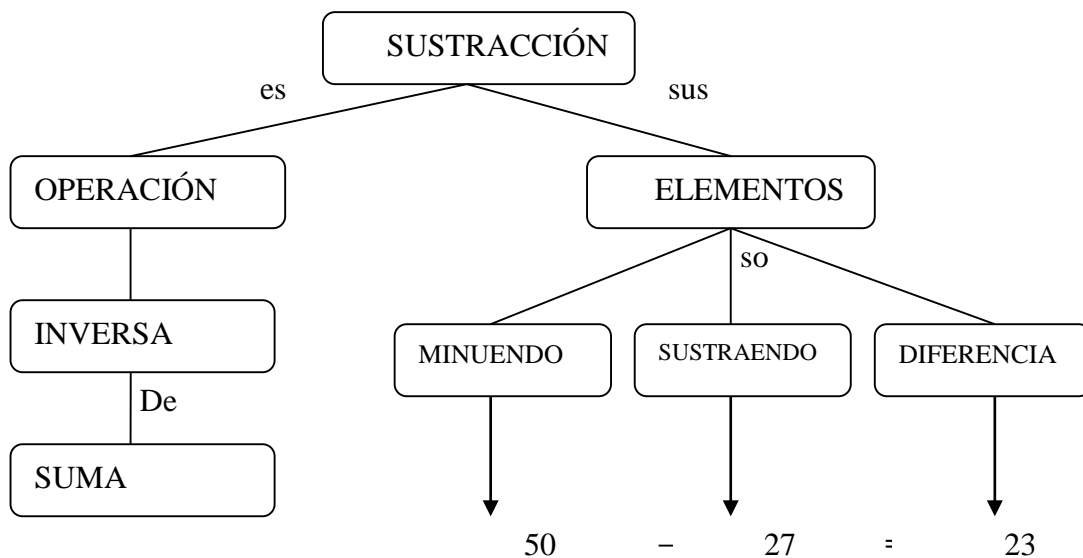


Gráfico 3. *Ejemplo de mapa conceptual para la sustracción*
Elaborado por: Aníbal Ramos Leandro

Palabras enlace

Es la relación que se establece entre distintos términos conceptuales (conceptos). Normalmente se utiliza una palabra o varias y tienen por objeto hacer de enganche o ancla entre los dos conceptos que se relacionan, para que queden fijados en la estructura cognitiva. Las palabras enlace marcan el tipo de relación entre ambos.

La presentación de los conceptos provoca imágenes mentales en el receptor, mientras que la palabra-enlace no las provoca, su misión es relacionar y fijar.

Proposición

Es la relación que se establece entre dos o más términos conceptuales. Está compuesta como mínimo por dos palabras y una palabra-enlace, formando una unidad semántica.

Según Ontoria y otros (1992, p. 37), existen tres características propias de los mapas conceptuales que las diferencian de otros recursos gráficos y estrategias o técnicas cognitivas: la jerarquización, la selección y el impacto visual.

Razonamiento y demostración

Capacidad fundamental que sirve para formular e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos y comprobar demostraciones matemáticas, elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de prueba para que el estudiante pueda reconocer estos procesos como aspectos fundamentales de las matemáticas.

Resolución de problemas

Capacidad básica que implica realizar tareas que demandan procesos de razonamientos más o menos complejos y no simplemente una actividad asociativa y rutinaria. Resolución de problemas, para construir nuevos conocimientos solucionando problemas de contextos

reales o matemáticos; para que tenga la oportunidad de aplicar y adaptar diversas estrategias en diferentes contextos, y para que al controlar el proceso de resolución reflexione sobre éste y sus resultados. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

Selección

Se refiere a la labor de esencialización que tiene lugar al elegir la información. El mapa conceptual, como estrategia de esencialización que es, sólo recogerá los conceptos más importantes del texto o mensaje.

CAPÍTULO III

MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Tipo de estudio

La presente investigación es tecnológica educativa experimental, dado que se tiene los tres elementos básicos que intervienen en la observación experimental:

- a. Ambiente en que se efectúa la investigación: un solo ambiente ubicado en el tercer piso, aula 306, salón ventilado con las características adecuadas para el desarrollo de la investigación.
- b. Los grupos que se contraponen: segundo y tercero de secundaria dividido en dos subgrupos, grupo de control (GC) y grupo experimental (GE).
- c. El estímulo o variable experimental: Mapas conceptuales (MC) en el aprendizaje.

2. Diseño de la investigación

$$\begin{array}{l} GE : \quad O_1 \quad X \quad O_2 \quad O_3 \quad O_4 \quad O_5 \\ GC : \quad O'_1 \quad \quad O'_2 \quad O'_3 \quad O'_4 \quad O'_5 \end{array}$$

dónde:

$O_1 = O'_1$ (pretest)

$O_2, O_3, O_4, O'_2, O'_3, O'_4$ (Evaluaciones periódicas)

O_5 y O'_5 (Evaluación bimestral)

X = Uso de los mapas conceptuales en el aprendizaje

Por demostrar que:

$H_0: O_i = O'_i$, para $i = 2, 3, 4, 5$

$H_a: O_i > O'_i$, para $i = 2, 3, 4, 5$.

3. Población

La población seleccionada estuvo conformada por los estudiantes del segundo y tercer año de secundaria de la I.E. Unión Americana de Ica que se matricularon en el año 2014: 28 estudiantes en el segundo año y 23 en el tercer año. Se eligieron estos porque los estudiantes se encuentran en la edad más propicia para iniciar el aprestamiento en el desarrollo de las capacidades fundamentales de matemática; y por los contenidos de una

matemática básica, que de alguna manera facilita al docente llenar los vacíos o deficiencias conceptuales que se detectan en clase de manera más rápida, debido a que no son ni muy abstractos ni muy rigurosos a la mentalidad de los educandos.

La I.E. Unión Americana de Ica, nivel secundario, en el 2014 matriculó: primer año (31), segundo año (29), tercer año (25), cuarto año (24) y quinto año (27). Haciendo un total de 136 estudiantes. En el segundo y tercer grado del nivel secundaria, sumaron 54 estudiantes del nivel secundario, de los cuales se descartó 3 por encontrarse en situación de traslado (ver tabla adjunta).

Tabla 1. *Estudiantes del nivel secundario por grados matriculados en la I.E. Unión Americana*

Grado	Estudiantes
Primer grado	31
Segundo grado	29
Tercer grado	25
Cuarto grado	24
Quinto grado	27
Total	136

Fuente: Nóminas de matrícula 2014 (Agosto)

Dado la responsabilidad del investigador en la institución educativa, se facilitó un ambiente exclusivo y en horario especial: segundo de secundaria los días lunes y miércoles de las 15:00 horas hasta las 16:00 horas, el grupo de control; el grupo experimental, los mismos días, en el horario de las 16:00 horas hasta las 17:00 horas; tercer año de secundaria los días martes y jueves de las 15:00 horas hasta las 16:00 horas, el grupo experimental; y el grupo de control los mismos días en el horario de 16:00 horas hasta las 17:00 horas. En la semana siguiente se intercalan los grupos en los horarios definidos; así sucesivamente en las 9 semanas que duró la investigación, con el único objetivo de eliminar las variables intervinientes con el tema de horarios (ver tabla adjunto)

Tabla 2. *Horario grupo de control y experimental*

Semana	Primera semana				Segunda semana			
Días y grados	2° Martes y Jueves		3° Lunes y Miércoles		2° Martes y Jueves		3° Lunes y Miércoles	
Grupo	GC	GE	GC	GE	GC	GE	GC	GE
Inicio	15:00	16:00	15:00	16:00	16:00	15:00	16:00	15:00
Fin	16:00	17:00	16:00	17:00	17:00	16:00	17:00	16:00

Fuente: Registro del investigador.

Ningún alumno se percató que se estaba realizando una investigación, desconocían el grupo de control e investigación, con el propósito de no sesgar la muestra. Se hizo la distribución de los estudiantes en dos grupos en forma aleatoria y los padres de familia no participaron en el proceso de la investigación.

La parte puramente experimental de la investigación, se llevó a cabo en el período del 20 de octubre al 19 de diciembre, correspondiente al cuarto bimestre académico del 2014.

4. Recolección de datos y procesamiento

Prueba de entrada o pretest

La recolección de datos de la investigación fue inicialmente con la prueba de entrada, se realizó para el segundo año de secundaria el día 13 de noviembre y para tercero de secundaria el 15 de noviembre, en forma imprevista, con carácter obligatorio y personal; los resultados fueron publicados, con la indicación que las notas eran referenciales, que no afectaba su promedio bimestral, pero pretendía conocer cuánto saben de los temas a tocar en el cuarto bimestre. La prueba de entrada cumplía el objetivo de homogenizar las muestras poblacionales, más adelante estaremos detallando los resultados. La escala utilizada en la prueba de entrada para los resultados fue la escala vigesimal, dado que en el nivel secundario del sistema educativo peruano se utiliza dicha escala.

Evaluaciones periódicas

Se programó tres evaluaciones periódicas en las fechas siguientes: EP1 (03 al 07 de noviembre), EP2 (17 al 21 noviembre) y EP3 (01 al 05 de diciembre), las evaluaciones buscaban medir las Capacidades Fundamentales (CF) de la Matemática (Razonamiento y Demostración, Comunicación Matemática y Resolución de Problemas). Ver resultados Cuadro 6 y Cuadro 7.

Cuadro 7 Registro de notas del área de Matemática de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Unión Americana

MATEMÁTICA: GEOMETRÍA Y MEDICIÓN														
N°	RM			CM			RP			PROMEDIO			E B	PB
	1	1	1	2	2	3	3	3	R D	C M	R P			
	1	2	3	1	2	3	1	2	3					
1	1	1	1	1	1	1	1	8	1	1	14	1	1	11
2	2	2	0	3	5	3	2		0	1		0	0	
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	1	1	15
4	3	3	5	5	1	4	8	4	8	4		7	5	
5	8	9	8	1	1	1	1	1	1	8	12	1	1	11
6				2	3	2	1	1	0			1	1	
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	1	1	17
8	9	9	8	7	5	5	8	6	6	9		7	5	
9	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	17	1	1	16
10	5	6	6	5	0	6	8	9	1	6		6	6	
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	1	1	14
12	3	4	4	5	5	6	4	2	2	4		3	5	
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	1	1	14
14	2	4	7	5	7	4	2	1	8	4		4	3	
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	1	9	14
16	7	6	8	5	4	5	2	6	9	7		6		
17	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1	16	1	1	14
18	1	1	2	4	0	3	8	7	0	1		8	2	
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	1	1	14
20	4	3	4	5	4	2	4	2	2	4		3	6	
21	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	14	1	1	16
22	1	5	6	8	6	4	3	4	6	0	6	7	6	
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18	1	1	16
24	6	6	5	8	9	7	8	3	4	6		5	4	
25	1	1	1	1	1	1	9	7	5	1	10	7	1	10
26	3	2	1	3	0	0	0			2			0	
27	1	1	1	2	1	2	1	1	2	1	19	2	1	18
28	4	7	4	0	9	0	8	9	0	7		0	5	
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	1	1	15
30	5	4	6	7	0	8	6	1	2	6		3	5	
31	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	14	1	1	13
32	6	0	1	1	4	2	6	0	3	0		4	1	
33	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	17	1	1	17
34	7	6	7	9	7	0	4	6	5	7		6	8	
35	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	1	9	12
36	8	1	1	0	5	5	7	0	2	6		3		
37	1	9	1	1	6	1	8	7	1	1	8	1	8	10
38	9	2	5	0				2	5	2		1		
39	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	19	2	1	18
40	9	7	7	8	8	0	0	9	0	8		0	6	
41	2	8	7	1	1	1	9	1	9	1	13	1	1	12
42	1		8	0	8	1		2		1		0	2	
43	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	1	1	18
44	2	8	9	9	4	6	4	7	8	9		8	8	
45	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	1	1	14
46	3	2	4	7	5	2	1	2	1	6		3	5	
47	2	1	1	1	6	1	1	1	9	1	11	1	1	13
48	4	5	2	7	4	2	5	2	5	2		2	3	
49	2	7	5	1	1	1	1	7	8	1	9	1	1	10
50	5		5	1	0	2			5			0	1	
51	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15	1	1	14
52	6	6	4	4	2	5	7	6	6	5		6	0	
53	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	16	1	1	17
54	7	7	8	7	9	0	8	0	0	7		7	8	
55	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	13	1	1	15
56	8	6	5	6	2	5	2	9	8	0	6	9	3	

PROMEDIO BIMESTRAL 14.15

En el cuadro se puede visualizar el promedio del segundo grado de secundaria en la investigación: 14.15, se destaca que sólo son 3 los desaprobados y representan el 11,54%. Se puede visualizar las notas obtenidas en las tres evaluaciones periódicas por las capacidades básicas de Matemática.

Cuadro 8. Registro de notas del área de Matemática de los estudiantes del tercer grado de secundaria de la I.E. Unión Americana

MATEMÁTICA: GEOMETRÍA Y MEDICIÓN														
Nº ORDE N	RAZ. DEM.			COM. MATE.			RES. PROB.			PROMEDIOS			E B	P.B.
	1	1	1	2	2	2	3	3	3	R D	C M	R P		
1	8	1	1	1	1	1	1	8	9	1	1	1	1	11
2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3	0	0	19
3	8	1	8	9	1	1	8	5	1	9	1	8	1	9
4	1	2	2	2	1	2	1	1	2	2	2	1	2	20
5	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	18
6	1	1	1	1	1	1	1	9	1	1	1	1	1	13
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
8	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	17
9	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	14
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
11	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	15
12	1	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	2	1	20
13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
14	1	1	2	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	18
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13
16	1	1	1	2	2	1	1	1	2	1	1	1	1	15
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
18	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
20	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	20
21	1	1	1	1	1	1	1	1	9	1	1	1	8	11
22	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	17
	2	6	7	7	6	5	5	8	6	5	6	6	0	
PROMEDIO BIMESTRAL													15.5	9

En el Cuadro N°7 se visualiza el promedio del tercer grado de secundaria: 15.59, se destaca que sólo se tiene un estudiante desaprobado que representa 4.35%. Se visualiza las notas de las evaluaciones periódicas por capacidades básicas de la Matemática.

Evaluación bimestral

La evaluación bimestral para el segundo grado de secundaria se programó para el lunes 15 de diciembre y para el tercer año de secundaria 16 de diciembre. Consta de 10 ítems diferenciando cada capacidad fundamental. El sistema de calificación es vigesimal.

5. Instrumentos utilizados

Los utilizados en la investigación: Prueba de entrada (PE), Evaluaciones periódicas (EP1, EP2 y EP3) y la Evaluación Bimestral (EB). Las evaluaciones registradas por la institución no contaron en la investigación.

6. Medición de las variables estudiadas

Para procesar y analizar los resultados se utilizó el software estadístico IBM SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) versión 22.0

CAPÍTULO IV
RESULTADOS Y ANÁLISIS

1. Análisis descriptivo de la población

Tabla 3. *Distribución de frecuencias del género de los estudiantes de 2do. y 3er. año de secundaria de la I.E. Unión Americana*

Grado de estudio	Genero	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Segundo año	Femenino	13	46,4	46,4	46,4
	Masculino	15	53,6	53,6	100,0
	Total	28	100,0	100,0	
Tercer año	Femenino	14	50,0	60,9	60,9
	Masculino	9	32,1	39,1	100,0
	Total	23	82,1	100,0	

De la tabla 3, podemos observar: 1) en la muestra de estudiantes del segundo año de la IE Unión Americana de Ica, 46,4% son de género femenino y el 53,6% son de género masculino. Aproximadamente 6/13 avos partes del total de estudiantes matriculados son mujeres y 7/13 avos son hombres, y 2) en la muestra de estudiantes del tercer año de la IEA Unión Americana de Ica, 60,9 % son de género femenino y el 39,1% son de género masculino. Aproximadamente 3/5 del total de estudiantes matriculados son mujeres y 2/5 son hombres.

Tabla 4. *Distribución de frecuencias de las edades de los estudiantes de 2do. y 3er. año de secundaria de la I.E. Unión Americana*

Grado de estudio	Edad	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Segundo año	13-14	28	100,0	100,0	100,0
	13-14	12	52,2	52,2	52,2
Tercer año	15-16	10	43,5	43,5	95,7
	≥17	1	4,3	4,3	100,0
Total		23	100,0	100,0	

De la tabla 4, podemos observar: 1) en la muestra de estudiantes del segundo año de la I. E Unión Americana de Ica, 100,0 % son de la edad de 13-14 años. 2) en la muestra de estudiantes del tercer año de la IE Unión Americana de Ica, 52,2 % están entre las edades de 13-14 años, 43,5% están entre las edades de 15-16 años, 4,3% están entre las edades de ≥ 17 años.

Tabla 5. *Estadísticos del coeficiente intelectual de los estudiantes de 2do. y 3er. año de secundaria de la I.E. Unión Americana*

N	Válido	Significado del CI de los estudiantes segundo año	Significado del CI de los estudiantes de tercer año
		28	23
Percentiles	Perdidos	0	0
	5	3,45	4,00
	10	4,00	4,00
	15	4,35	4,00
	25	5,00	4,00
	50	5,00	5,00
	75	5,00	5,00
	90	5,00	5,00
	95	5,00	5,00

De la tabla 5, observamos, que el mínimo de los valores que toma la variable coeficiente intelectual de los estudiantes encuestados del segundo año es 3,45, en la escala se ubica en

el rango limítrofe, significando que el estudiante tiene dificultades de estar al tanto en el colegio y necesita clases especiales. Es generalmente empleado en trabajo bajo considerable supervisión. El máximo ocurre en el valor 5, en la escala se ubica en la categoría rango normal promedio, que se caracteriza se desenvuelve bien. Se arregla en el colegio y eventualmente en enseñanza de nivel secundario.

El 50% de estudiantes tiene un coeficiente intelectual desde rango limítrofe, pasando por rango normal lento hasta tender por el lado izquierdo al rango normal promedio, quedando la otra mitad para aquellos que tiene un coeficiente intelectual muy próximos por el lado derecho al rango normal promedio como indica el que la mediana sea 5.

Hay un 10% de estudiantes que tienen un rango limítrofe, hay un 90% de estudiantes de segundo año que tiene un rango normal promedio. Ningún estudiante del segundo año obtuvo un coeficiente intelectual en las categorías: deficiencia mental profunda, deficiencia mental leve, Rango normal superior y tampoco hay rango brillante.

En la misma tabla observamos, que el mínimo de los valores que toma la variable coeficiente intelectual de los estudiantes encuestados del tercer año es 4, en la escala se ubica en el rango normal lento, significando que el estudiante tiene dificultades de estar al tanto en el colegio y necesita clases especiales. Es generalmente empleado en trabajo bajo considerable supervisión del docente. El máximo ocurre en el valor 5, en la escala se ubica en la categoría rango normal promedio, que se caracteriza que se desenvuelve bien. Se arregla en el colegio y eventualmente en enseñanza de nivel secundario.

El 50% de estudiantes tiene un coeficiente intelectual desde rango normal lento hasta tender por el lado izquierdo al rango normal promedio, quedando la otra mitad para aquellos que tiene un coeficiente intelectual, muy próximos por el lado derecho al rango normal promedio, como indica el que la mediana sea 5.

Hay un 10% de estudiantes de segundo año que tiene un rango normal lento, hay 90% de estudiantes de tercer año que tiene un rango normal promedio. Ningún estudiante del segundo año obtuvo un coeficiente intelectual en las categorías: deficiencia mental profunda, deficiencia mental leve, rango limítrofe, Rango normal superior y tampoco hay rango brillante.

Tabla 6. *Significado del CI de los estudiantes de 2do. y 3er. año de secundaria de la I.E. Unión Americana*

Grado	Rangos	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Valido	Porcentaje Acumulado
Segundo año	70 - 80 (Rango limítrofe)	1	3,6	3,6	3,6
	80 -90 (Rango normal lento)	3	10,7	10,7	14,3
	90 -110 (Rango normal promedio)	24	85,7	85,7	100,0
	Total	28	100,0	100,0	
Tercero año	80 -90 (Rango normal lento)	9	39,1	39,1	39,1
	90 -110 (Rango normal promedio)	14	60,9	60,9	100,0
	Total	23	100,0	100,0	

En la tabla 6 observamos los resultados de la aplicación de la escala del coeficiente intelectual de Willam Stern, a los estudiantes de segundo año de secundaria. En orden decreciente concluimos: 1) el 85,7% son estudiantes que alcanzan un CI de rango normal promedio, 2) 10,7 % alcanza un rango normal lento, y 3) 3,6% alcanza un rango limítrofe.

En la misma tabla podemos observar los resultados de la aplicación de la escala del coeficiente intelectual de Willam Stern, a los estudiantes de tercer año de secundaria. En orden decreciente concluimos: 1) el 60,9 % son estudiantes que alcanzan un CI de rango normal promedio, 2) 39,1 % alcanza un rango normal lento.

Algunas tablas bidimensionales

- Prueba de hipótesis

Para realizar el tipo de contraste a las hipótesis estadísticas formuladas, usamos la prueba t – student para la diferencia de dos medias. Se basa en constatar si las medias de cada grupo de estudiantes son similares. Este tipo de contrastes es válido cuando se da en algunas de las siguientes condiciones:

- Las varianzas son similares y las observaciones de cada muestra son normales.
- Las varianzas son similares y el tamaño de muestra son grandes.
- Hay diferencia notable entre las varianzas de cada grupo, pero cada muestra son similares y además las muestras son grandes o aproximadamente normales.

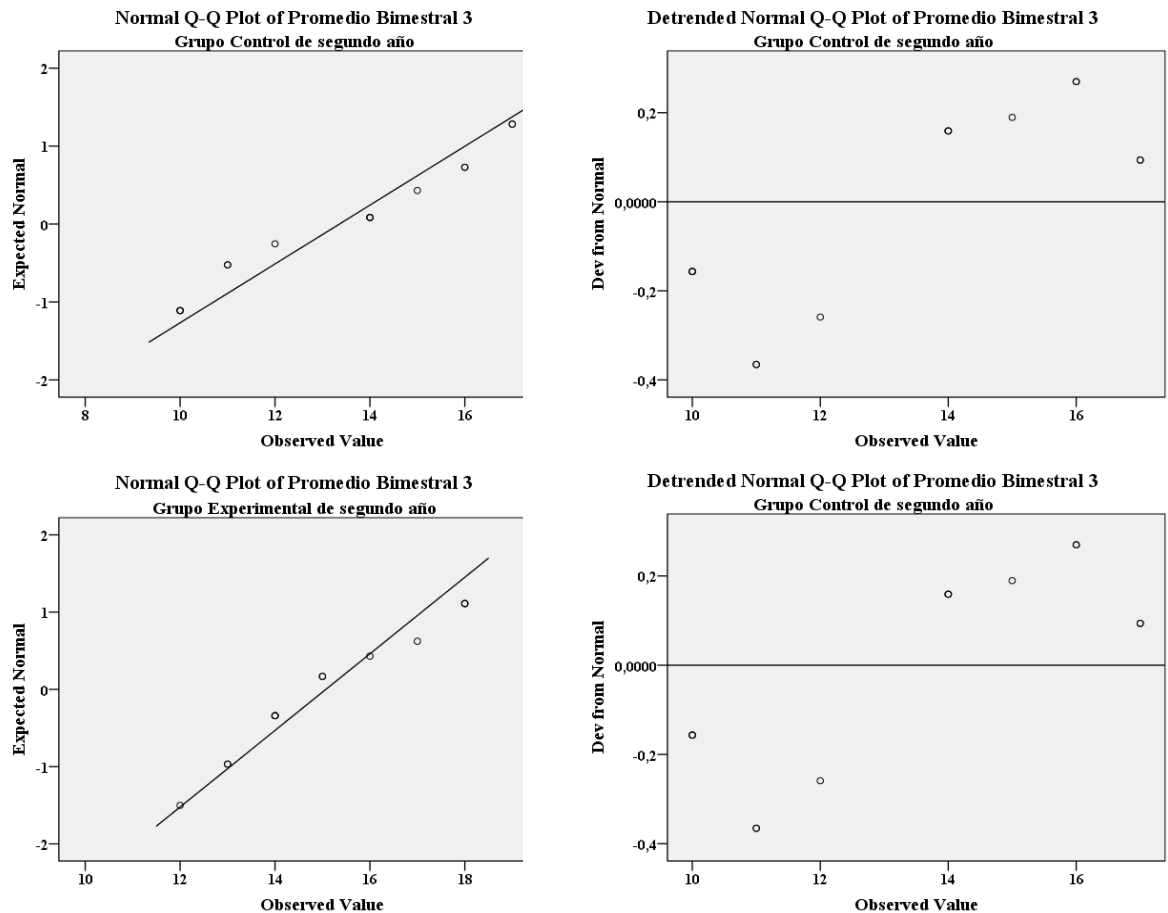
Para analizar la normalidad de la distribución de los datos – calificaciones- aplicaremos la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk.

Esta prueba nos muestra tanto lo gráfico de normalidad como la prueba de Kolmogorov-Smirnov y Shapiro-Wilk de la distribución de las calificaciones del promedio bimestral del área curricular de matemática, componente curricular de Geometría y Medición de los estudiantes del segundo año, tanto del grupo control como del grupo experimental. El gráfico de cuartiles reales y teóricos de una distribución normal gráfico de Q-Q Normal y el gráfico Q-Q Normal sin tendencias se presentan a continuación:

2. Análisis comparativo mediante la prueba estadística específica

2.1. Pruebas de normalidad para las distribuciones de calificaciones del segundo año de secundaria:

Gráfico 2. Pruebas de normalidad de las calificaciones del 2do. año de secundaria



Los dos primeros gráficos de normalidad corresponden al grupo control del segundo año de secundaria. Habría que especificar que los valores correspondientes a una normal vienen representados por la recta y los puntos son las diferentes calificaciones de los estudiantes con los valores observados frente a lo esperado bajo la hipótesis de normalidad. Si los puntos se acercan a la recta el ajuste es aceptable, si los puntos se alejan el ajuste se desvirtúa. En el gráfico Q-Q normal de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de geometría y medición vemos que las calificaciones no se alejan mucho de la recta, por lo

tanto el ajuste es aceptable y la distribución es normal. En el gráfico Q-Q normal sin tendencia de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de matemática, componente de geometría y medición vemos que las desviaciones de las calificaciones de los estudiantes respecto de la recta horizontal no siguen un patrón determinado, por consiguiente se confirma la normalidad de la distribución muestral. Esto nos permite aceptar la normalidad de las calificaciones del grupo control del segundo año.

Los dos últimos gráficos de normalidad corresponden al grupo experimental del segundo año de secundaria. En el gráfico Q-Q normal de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de geometría y medición vemos que las calificaciones no se alejan mucho de la recta, por lo tanto el ajuste es aceptable y la distribución es normal. En el gráfico Q-Q normal sin tendencia de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de matemática, componente de geometría y medición vemos que las desviaciones de las calificaciones de los estudiantes respecto de la recta horizontal no siguen un patrón determinado, por consiguiente se confirma la normalidad de la distribución maestral. Esto nos permite aceptar la normalidad de las calificaciones del grupo experimental del segundo año.

Tabla 7. Prueba de Normalidad de las calificaciones del segundo año de secundaria

Grupo		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadística	Df	Sig.	Estadística	df	Sig.
Promedio Bimestral 1	Control	0,170	14	0,200*	0,891	14	0,084
	Experimental	0,202	14	0,125	0,906	14	0,137

*. Este es un límite inferior de la verdadera importancia.

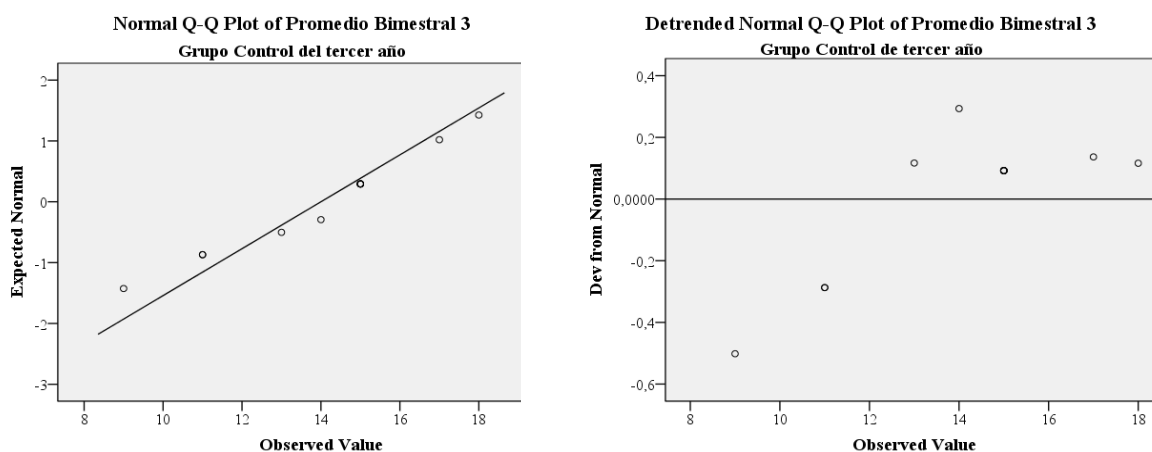
a. Corrección de significación Lilliefors

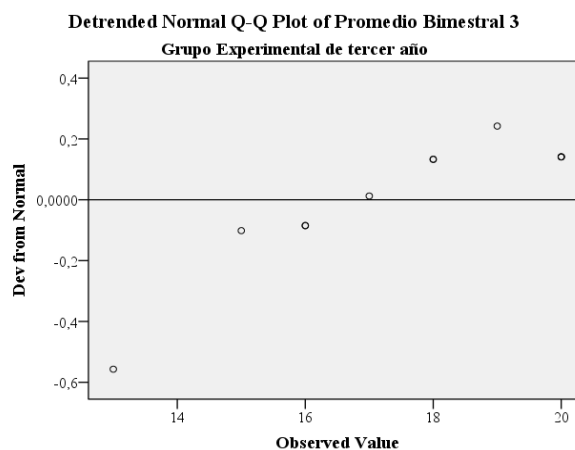
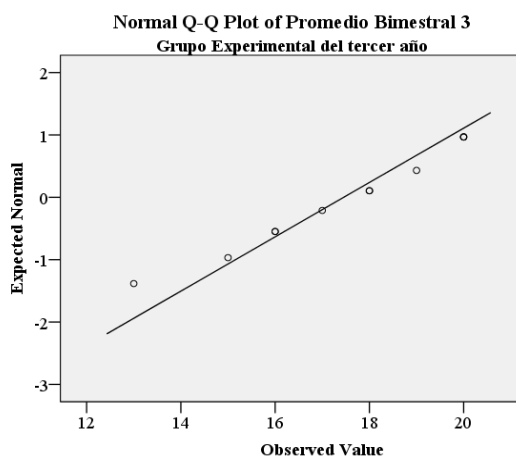
De la tabla 7, para el grupo control, contractando la hipótesis nula: “los datos proceden de una distribución normal”. Con un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de 0,170 de 14 grados de libertad, la significación de contraste es $0,200 > 0,050$ ($p > \alpha$), luego se acepta y, con un estadístico de Shapiro-Wilk de 0,891 de 14 grados de libertad, la significación de contraste de $0,084 > 0,050$ ($p > \alpha$), luego la distribución de la que proceden las calificaciones del promedio bimestral es normal. Esto confirma lo que habíamos intuido en el análisis de los gráficos de normalidad.

Para el grupo experimental, contractando la hipótesis nula: “los datos proceden de una distribución normal”. Con un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de 0,202 de 14 grados de libertad, la significación de contraste es 0,125, luego se acepta y, con un estadístico de Shapiro-Wilk de 0,906 de 14 grados de libertad, la significación de contraste de 0,137, luego la distribución de la que proceden las calificaciones del promedio bimestral es normal. Esto confirma lo que habíamos intuido en el análisis de los gráficos de normalidad.

2.2. Pruebas de normalidad para las distribuciones de calificaciones del tercer año de secundaria:

Gráfico 3. Pruebas de normalidad de las calificaciones del 3er. año de secundaria





Los dos primeros gráficos de normalidad corresponden al grupo control del tercer año de secundaria. Habría que especificar que los valores correspondientes a una normal vienen representados por la recta y los puntos son las diferentes calificaciones de los estudiantes con los valores observados frente a lo esperado bajo la hipótesis de normalidad. Si los puntos se acercan a la recta el ajuste es aceptable, si los puntos se alejan el ajuste se desvirtúa. En el gráfico Q-Q normal de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de geometría y medición vemos que las calificaciones no se alejan mucho de la recta, por lo tanto el ajuste es aceptable y la distribución es normal. En el gráfico Q-Q normal sin tendencia de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de geometría y medición vemos que las desviaciones de las calificaciones de los estudiantes respecto de la recta horizontal no siguen un patrón determinado, por consiguiente se confirma la normalidad de la distribución maestra. Esto nos permite aceptar la normalidad de las calificaciones del grupo control del segundo año.

Los dos últimos gráficos de normalidad corresponden al grupo experimental del tercer año de secundaria. En el gráfico Q-Q normal de las calificaciones obtenidas en el cuarto bimestre del área curricular de geometría y medición vemos que las calificaciones no se alejan mucho de la recta, por lo tanto el ajuste es aceptable y la distribución es normal. En el gráfico Q-Q normal sin tendencia de las calificaciones obtenidas en el cuarto

bimestre del área curricular de geometría y medición vemos que las desviaciones de las calificaciones de los estudiantes respecto de la recta horizontal no siguen un patrón determinado, por consiguiente se confirma la normalidad de la distribución muestral. Esto nos permite aceptar la normalidad de las calificaciones del grupo experimental del tercer año.

Tabla 8. *Prueba de Normalidad de las calificaciones del tercer año de secundaria*

Grupo		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico a	Df	Sig.	Estadístico a	df	Sig.
Promedio Bimestral 1	Control	0,223	12	0,070*	0,924	12	0,324
	Experimental	0,139	11	0,200	0,924	11	0,357

*. Este es un límite inferior de la verdadera importancia.

a. Corrección de significación Lilliefors.

De la tabla 8, para el grupo control, contractando la hipótesis nula: “los datos proceden de una distribución normal”. Con un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de 0,223 de 12 grados de libertad, la significación de contraste es $0,070 > 0,050$ ($p > \alpha$), luego se acepta y, con un estadístico de Shapiro-Wilk de 0,924 de 12 grados de libertad, la significación de contraste de $0,324 > 0,050$ ($p > \alpha$), luego la distribución de la que proceden las calificaciones del promedio bimestral es normal. Esto confirma lo que habíamos intuido en el análisis de los gráficos de normalidad.

Para el grupo experimental, contractando la hipótesis nula H_0 : “los datos proceden de una distribución normal”. Con un estadístico de Kolmogorov-Smirnov de 0,139 de 11 grados de libertad, la significación de contraste es 0,200, luego se acepta y, con un estadístico de Shapiro-Wilk de 0,924 de 11 grados de libertad, la significación de contraste de 0,357, luego la distribución de la que proceden las calificaciones del promedio bimestral es normal. Esto confirma lo que habíamos intuido en el análisis de los gráficos de normalidad.

2.3. Prueba T de student para la comparación de medias del segundo año de secundaria

Razonamiento y demostración

En este caso lo que queremos es comparar la media de dos grupos del segundo año que son independientes, respecto de la capacidad de razonamiento y demostración de geometría y medición.

Tabla 9. Prueba de la capacidad de razonamiento y demostración de los grupos del segundo año

Grupos	N	Media	Desviación estándar	Promedio Error estándar	
Nivel de la capacidad Razonamiento y demostración	Control	14	13,14	2,983	0,797
	Experimental	14	15,43	2,533	0,677

En la tabla 9 podemos ver que, el grupo control disponemos de 14 estudiantes, con una media de nivel de la capacidad de razonamiento y demostración de $\bar{X}_C=13,14$ y una desviación estándar de 2,983. Para el grupo experimental disponemos de 14 estudiantes, con una media de nivel de la capacidad de razonamiento y demostración de $\bar{X}_E=15,43$ y una desviación estándar de 2,533. La diferencia de dos medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del nivel académico en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental son iguales o distintas:

$H_0: \mu$ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo control) = μ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo control) \neq μ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo control) = μ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo control) < μ (nivel de capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

Tabla 10. Prueba de muestras independientes del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración, segundo año.

Antes de interpretar la tabla 10, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

		Prueba Levene's para la igualdad de varianzas		Prueba t de igualdad de medias						
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-colas)	Diferencia Significativa	Diferencia error estándar	95% intervalo de confianza de la diferencia	de la
									Inferior	Superior
Nivel de capacidad	Igualdad de las varianzas asumidas	1,175	0,288	-2,185	26	0,038	-2,286	1,046	-4,436	-0,136
	Igualdad de las varianzas no asumidas				25	0,038	-2,286	1,046	-4,439	-0,133

$H_0: \sigma^2$ (nivel de la capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo control) = σ^2 (Nivel de la capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (Nivel de la capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo control)
 $\neq \sigma^2$ (Nivel de la capacidad de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 1,175 con significación $p = 0,288$. Así que, para un nivel de significación de, aceptamos la hipótesis nula. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-4,436, -0,136)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es, $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste 2,185 con 26 grados de libertad tiene una significación $p/2 = 0,019 < 0,050$. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna. Esto es, la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo control del segundo año de secundaria.

Comunicación matemática

En este caso lo que queremos es comparar la media de dos grupos del segundo año que son independientes, respecto de la capacidad de comunicación matemática de geometría y medición.

Tabla 11. Prueba de nivel de la capacidad de comunicación matemática de los grupos del segundo año

Grupos	N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
--------	---	-------	---------------------	-------------------------

Nivel de la capacidad de comunicación matemática	Control	14	13,64	2,678	0,716
	Experimental	14	15,21	2,293	0,613

En la muestra, para el grupo control disponemos de 14 estudiantes, con una media de nivel de la capacidad de comunicación matemática de $\bar{X}_C=13,64$ y una desviación estándar de 2,678. Para el grupo experimental disponemos de 14 estudiantes, con una media de nivel de la capacidad de comunicación matemática de $\bar{X}_E=15,21$ y una desviación estándar de 2,293. La diferencia de 2 medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental son iguales o distintas:

$H_0: \mu$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo control) = μ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo control) $\neq \mu$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo control) = μ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo control) < μ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

Tabla 12. Prueba de muestras independientes de la prueba del nivel de la capacidad de comunicación matemática

Prueba Levene's para igualdad de varianzas	Prueba t de igualdad de medias
--	--------------------------------

	F	Sig.	t	Df	Sig. (2- colas)	Diferencia medias	Diferencia error estándar	95% intervalo de confianza de la diferencia	
								Inferior	Superior
Nivel de la capacidad de comunicación matemática	0,551	0,465	1,668	26	0,107	-1,571	0,942	-3,508	0,365
Igualdad de las varianzas asumidas									
Igualdad de varianzas no asumidas			-1,668	25,399	0,108	-1,571	0,942	-3,510	0,368

Antes de interpretar la tabla 12, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo control) = σ^2 (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo control) \neq σ^2 (nivel de la capacidad de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,551 con significación $p = 0,465$. Así que, para un nivel de significación de, aceptamos la hipótesis nula. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, I= (-3,508, 0,365), que incluye al 0, las medias se pueden considerar iguales. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -1,668 con 26 grados de libertad tiene una significación $p/2 = 0,0535 > 0,050$. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula H_0 . Esto es, la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo experimental es igual que la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo control del segundo año de secundaria.

Resolución de problemas

Tabla 13. Prueba de nivel de la capacidad de resolución de problemas de los grupos del segundo año

Grupo		N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
Nivel de la capacidad de resolución de problemas	Control	14	13,07	3,362	0,898
	Experimental	14	15,93	2,702	0,722

En la muestra, para el grupo control disponemos de 14 estudiantes, con una media de nivel de la capacidad de resolución de problemas de $\bar{X}_C=13,07$ y una desviación estándar de 3,362. Para el grupo experimental disponemos de 14 estudiantes, con una media de nivel de la capacidad de resolución de problemas de $\bar{X}_E=15,93$ y una desviación estándar de 2,702. La diferencia de 2 medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo control y del grupo experimental son iguales o distintas:

$H_0: \mu$ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo control) = μ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo control) $\neq \mu$ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo control) = μ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo control) $< \mu$ (nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

Tabla 14. Prueba de muestras independientes de nivel de la capacidad de resolución de problemas

		Prueba Levene's para la igualdad de varianzas		Prueba t de igualdad de medias							
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-colas)	Diferencia significativa	Diferencia error estándar	95% Intervalo de confianza de la diferencia		
										Inferior	Superior
Nivel de la capacidad de resolución de problemas	Igualdad de varianzas asumidas	0,941	0,341	-2,478	26	0,020	-2,857	1,153	-5,227	-0,488	
	Igualdad de varianzas no asumidas			-2,478	24,851	0,020	-2,857	1,153	-5,232	-0,482	

Antes de interpretar la tabla 14, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$$H_0: \sigma^2 (\text{nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo control}) = \sigma^2 (\text{nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo experimental})$$

$$H_1: \sigma^2 (\text{nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo control}) \neq \sigma^2 (\text{nivel de la capacidad de resolución de problemas de GM del grupo experimental})$$

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,941 con significación $p = 0,341$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-5,227, -0,488)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es, $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo

experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -2,478 con 26 grados de libertad tiene una significación $p/2= 0,010 < 0,050$. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Esto es, la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo experimental es igual que la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo control del segundo año de secundaria.

Prueba final del cuarto bimestre-segundo año

Tabla 15. Prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del área de matemática de los grupos del segundo año

Grupo		N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
Prueba final del cuarto bimestre	Control	14	13,21	3,142	0,840
	Experimental	14	13,50	2,794	0,747

En la muestra, para el grupo control disponemos de 14 estudiantes, con una media de rendimiento del examen bimestral del tercer periodo de $\bar{X}_C=13,21$ y una desviación estándar de 3,142. Para el grupo experimental disponemos de 14 estudiantes, con una media de rendimiento del examen bimestral del tercer periodo de $\bar{X}_E=13,50$ y una desviación estándar de 2,794. La diferencia de dos medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del rendimiento académico en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental son iguales o distintas:

H_0 : μ (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo control) = μ (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo experimental)

H_1 : μ (rendimiento de la prueba final 3er. Bimestre de GM del grupo control) \neq μ (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo control) = μ
(rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (rendimiento de la prueba final 3er. Bimestre de GM del grupo control) < μ
(rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo experimental)

Tabla 16. Prueba de muestras independientes de rendimiento de la prueba final 3er bimestre

		Prueba Levene's por la igualdad de varianzas		Prueba t de igualdad de medias						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2- colas)	Diferencia significativa	Diferencia error estándar	95% Intervalo de confianza de la diferencia	
								Inferior		Superior
Prueba final del cuarto bimestre	Igualdad de las varianzas asumidas	0,483	0,493	-,254	26	0,801	-,286	1,124	-2,596	2,024
	Igualdad de las varianzas no asumidas			-0,254	25,650	0,801	-0,286	1,124	-2,597	2,026

En la tabla 16, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo control) = σ^2 (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo control) \neq σ^2 (rendimiento de la prueba final 3er. bimestre de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,483 con significación $p = 0,493$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha =$

0,05, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-2,5966, 2,024)$, que incluye al 0, las medias se pueden considerar iguales. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -0,254 con 26 grados de libertad tiene una significación $p/2 = 0,4005 > 0,050$. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula H_0 . Esto es, la media del rendimiento de la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del grupo control es igual que la media del rendimiento de la prueba final del cuarto bimestre geometría y medición del grupo experimental del segundo año de secundaria.

Promedio bimestral del segundo año

Tabla 17. Promedio bimestral del tercer periodo de geometría y medición del área de matemática de los grupos del segundo año

	Grupos	N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
Nota bimestral del tercer periodo	Control	14	13,36	2,649	0,708
	Experimental	14	15,07	2,018	0,539

En la muestra, para el grupo control disponemos de 14 estudiantes, con una media de la nota bimestral de $\bar{X}_C = 13,36$ y una desviación estándar de 2,649. Para el grupo experimental disponemos de 14 estudiantes, con una media de la nota bimestral de $\bar{X}_E = 15,07$ y una desviación estándar de 2,018. La diferencia de dos medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media de la nota bimestral de geometría y medición del grupo control y del grupo experimental son iguales o distintas:

$H_0: \mu$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo control) = μ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo control) $\neq \mu$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo control) = μ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo control) < μ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo experimental)

Tabla 18. Prueba de muestras independientes de la nota bimestral del 3er periodo

	Prueba Levene's por la igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias							
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-colas)	Diferencia significativa	Diferencia estándar	95% Intervalo de confianza error	Inferior	Superior
Nota bimestral del tercer periodo	2,430	0,131	1,926	26	0,065	-1,714	0,890	3,544	-	0,115
Igualdad de varianzas asumidas										
Igualdad de varianzas no asumidas			1,926	24,287	0,066	-1,714	0,890	3,550	-	0,121

Antes de interpretar la tabla 18, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo control) = σ^2 (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (nota bimestral del 3er periodo de GM del grupo control) $\neq \sigma^2$ (nota bimestral del 3er. periodo de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 2,430 con significación $p = 0,131$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-3,544, 0,115)$, que incluye al 0, las medias se pueden considerar iguales. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -1,926 con 26 grados de libertad tiene una significación $p/2 = 0,0325 < 0,050$. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 . Esto es, la media de la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo control del segundo año de secundaria.

2.4. Prueba T de Student para la comparación de medias del tercer año de secundaria

Razonamiento y demostración

En este caso lo que queremos es comparar la media de dos grupos que son independientes, los estudiantes del grupo control del segundo y los estudiantes del grupo experimental del tercer año, dos grupos de estudiantes diferentes. El grupo experimental ha sido sometido al efecto de un programa de aprendizaje colaborativo vía mapas mentales y, el grupo control sigue con el modelo de aprendizaje tradicional.

Tabla 19. *Prueba de la capacidad de razonamiento y demostración de los grupos del tercer año*

Grupos		N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
Nivel de la capacidad Razonamiento y demostración	Control	12	14,00	2,296	0,663
	Experimental	11	17,27	2,328	0,702

En la muestra, para el grupo control disponemos de 12 estudiantes, con una media de nivel académico de $\bar{X}_C=14,00$ y una desviación estándar de 2,296. Para el grupo experimental disponemos de 11 estudiantes, con una media de nivel académico de $\bar{X}_E=17,27$ y una desviación estándar de 2,328. La diferencia de dos medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del nivel académico en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental distintas:

$H_0: \mu$ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo control) = μ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo control) \neq μ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo control) = μ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo control) < μ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental).

Tabla 20. Prueba de muestras independientes de la prueba del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración

	Prueba Levene's por la igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias							
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-colas)	Diferencia significativa	Diferencia error estándar	95% Intervalo de confianza de las diferencias		
								Inferior	Superior	
Nivel de la capacidad Razonamiento y demostración	0,149	0,703	3,392	21	0,003	-3,273	0,965	-5,279	-1,266	
Igualdad de varianzas asumidas										
Igualdad de varianzas no asumidas			-3,390	20,772	0,003	-3,273	0,965	-5,282	-1,264	

Antes de interpretar la tabla 20, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo control) = σ^2 (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental).

$H_1: \sigma^2$ (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo control) \neq σ^2 (nivel académico del examen de razonamiento y demostración de GM del grupo experimental).

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,149 con significación $p = 0,703$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-5,279, -1,266)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es, $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t

de contraste -3,392 con 21 grados de libertad tiene una significación $p/2= 0,0015 < 0,050$; por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 , esto es, la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo control del tercer año de secundaria.

Comunicación matemática

En este caso lo que queremos es comparar la media de dos grupos del tercer año que son independientes, respecto de la capacidad de comunicación matemática de geometría y medición.

Tabla 21. *Prueba de nivel de la capacidad de comunicación matemática de los grupos del tercer año*

Grupo	N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
Nivel de la capacidad de comunicación matemática Control	12	14,25	1,960	0,566
Experimental	11	17,64	1,912	0,576

En la muestra, para el grupo control disponemos de 12 estudiantes, con una media de nivel académico de $\bar{X}_C=14,25$ y una desviación estándar de 1,960. Para el grupo experimental disponemos de 11 estudiantes, con una media de nivel académico de $=17,64$ y una desviación estándar de 1,912. La diferencia de dos medias.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del nivel académico en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental distintas:

$H_0: \mu$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo control) = μ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo control) \neq μ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo control) = μ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo control) < μ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

Tabla 22. Prueba de muestras independientes de la prueba del nivel de la capacidad de comunicación matemática

	Prueba Levene's por la igualdad de varianzas		Prueba t por la igualdad de medias							
	F	Sig.	t	df	Sig. (2- colas)	Diferencia significativa	Diferencia error estándar	95% confianza	Intervalo de diferencias	
								Inferior	Superior	
Nivel de capacidad de comunicación matemática	0,045	0,833	-4,188	21	0,0	-3,386	0,809	5,068	-1,705	
Igualdad de varianzas asumidas										
Igualdad de varianzas no asumidas			-4,193	20,908	0,0	-3,386	0,808	5,066	-1,706	

En la tabla 22, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo control) = σ^2 (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo control) $\neq \sigma^2$ (nivel académico del examen de comunicación matemática de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,045 con significación $p = 0,833$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-5,068, -1,705)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es, $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -4,188 con 21 grados de libertad tiene una significación $p/2 = 0 < 0,050$; luego se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 . Esto es, la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo control del tercer año de secundaria.

Resolución de problemas

Tabla 23. Prueba de nivel de la capacidad de resolución de problemas de los grupos del tercer año

Grupo	N	Medi a	Desviaci ón estándar	Promedi o error estándar
-------	---	-----------	----------------------------	--------------------------------

Nivel de la capacidad de resolución de problemas	Control	12	13,83	3,215	0,928
	Experimental	11	17,36	2,656	0,801

En la muestra, para el grupo control disponemos de 12 estudiantes, con una media de nivel académico de $\bar{X}_C=13,83$ y una desviación estándar de 3,215. Para el grupo experimental disponemos de 11 estudiantes, con una media de nivel académico de $\bar{X}_E=17,36$ y una desviación estándar de 2,656. La diferencia de dos medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del nivel académico en el área curricular de geometría y medición del grupo control y del grupo experimental distinta:

$H_0: \mu$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo control) = μ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo control) $\neq \mu$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo control) = μ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo control) $< \mu$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

Tabla 24. Prueba de muestras independientes de nivel de la capacidad de resolución de problemas

Prueba Levene's para la	Prueba t para igualdad de medias
-------------------------	----------------------------------

		igualdad de varianzas				Sig. (2-colas)	Diferencia significativa	Diferencia error estándar	95% Intervalos de confianza de las diferencias	
		F	Sig.	t	df				Inferior	Superior
Nivel de la capacidad de resolución de problemas	Igualdad de varianzas asumidas	1,170	0,292	-2,856	21	0,009	-3,530	1,236	-6,101	-0,959
	Igualdad de varianzas no asumidas			-2,880	20,797	0,009	-3,530	1,226	-6,081	-0,980

Antes de interpretar la tabla 24, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo control) = σ^2 (nivel académico del examen de resolución de problemas GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo control) \neq σ^2 (nivel académico del examen de resolución de problemas de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 1,170 con significación $p = 0,292$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-6,101, -0,959)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste 2,856 con 21 grados de libertad tiene una significación $p/2 = 0,005 < 0,050$; Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Esto es, la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del

grupo experimental es igual que la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo control del tercer año de secundaria.

Prueba final del cuarto bimestre tercer año

Tabla 25. Prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del área de matemática de los grupos del tercer año

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Promedio error estándar
Prueba final del cuarto bimestre	Control	12	13,92	3,753	1,083
	Experimental	11	17,18	3,125	0,942

En la muestra, para el grupo control disponemos de 12 estudiantes, con una media de rendimiento académico de $\bar{X}_C=13,92$ y una desviación estándar de $\bar{X}_C3,753$. Para el grupo experimental disponemos de 11 estudiantes, con una media de rendimiento académico de $\bar{X}_E=17,18$ y una desviación estándar de 3,125. La diferencia de dos medias $\bar{X}_E - \bar{X}_C = 0$.

Para hacer el contraste que nos muestra si la media del rendimiento académico en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental distintas:

$H_0: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) = μ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) $\neq \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) = μ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) < μ
 (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

Tabla 26. Prueba de muestras independientes de rendimiento de la prueba final 3er bimestre

	Prueba Levene's para la igualdad de varianzas	Prueba t para la igualdad de medias								
		F	Sig.	t	Df	Sig. (2-colas)	Diferencia (2-Significati va	Diferenc ia error estándar	95% Intervalo de confianza de la diferencia	Inferior Superior
Prueba final del cuarto bimestre	Igualdad de las varianzas asumidas	0,534	0,473	-2,256	21	0,035	-3,265	1,448	-6,276	-0,255
	Igualdad de las varianzas no asumidas			-2,274	20,827	0,034	-3,265	1,436	-6,252	-0,278

Antes de interpretar la tabla 26, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) = σ^2 (rendimiento académico del examen bimestral GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) \neq σ^2 (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,534 con significación $p = 0,473$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-6,276, -0,255)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es, $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -2,256 con 21 grados de libertad tiene una significación $p = 0,035 < 0,050$; Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Esto es, la media del rendimiento de la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del rendimiento de la capacidad de la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del grupo control del tercer año de secundaria.

Promedio bimestral del tercer año

Tabla 27. Promedio bimestral del tercer periodo de geometría y medición del área de matemática de los grupos del tercer año

Grupos	N	Medias	Desviación estándar	Promedio error estándar
Nota bimestral del tercer periodo				
Control	12	14,00	2,594	0,749
Experimental	11	17,45	2,296	0,692

En la muestra, para el grupo control se dispuso de 12 estudiantes, con una media de rendimiento académico de $=14,00$ y una desviación estándar de 2,594. Para el grupo

experimental disponemos de 11 estudiantes, con una media de rendimiento académico de =17,45 y una desviación estándar de 2,296. La diferencia de dos medias.

Para hacer el contraste se muestra que si la media del rendimiento académico en geometría y medición del grupo control y del grupo experimental distintas:

$H_0: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) = μ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) $\neq \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

O equivalentemente, tomando dirección:

$H_0: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) = μ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

$H_1: \mu$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) < μ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

Tabla 28. Prueba de muestras independientes de la nota bimestral del 3er periodo

	Prueba Levene's para la igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias							
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-colas)	Diferencia de medias	Diferencia error estándar	95% Intervalo de confianza de las diferencias		
								Inferior	Superior	
Nota bimestral del tercer periodo	Igualdad de varianzas asumidas	0,052	0,821	-3,369	21	0,003	-3,455	1,025	-5,587	-1,322
	Igualdad de varianzas no asumidas			-3,388	20,980	0,003	-3,455	1,020	-5,575	-1,334

Antes de interpretar la tabla 28, haremos otro contraste que nos pruebe si las varianzas son iguales o distintas:

$H_0: \sigma^2$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) = σ^2 (rendimiento académico del examen bimestral GM del grupo experimental)

$H_1: \sigma^2$ (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo control) \neq σ^2 (rendimiento académico del examen bimestral de GM del grupo experimental)

Que es el llamado test de Levene, con un estadístico de contraste F de Snedecor de 0,052 con significación $p = 0,821$. Así que, para un nivel de significación de $\alpha = 0,05$, aceptamos la hipótesis nula, lo cual dice que debemos suponer que las varianzas son iguales. Considerando la opción varianzas iguales, para un 95% de confianza obtenemos un intervalo de confianza para diferencia de medias $\mu_C - \mu_E$, $I = (-5,587, -1,322)$, que no incluye al 0, por lo tanto $\mu_C - \mu_E < 0$, esto es, $\mu_E > \mu_C$, luego la media del grupo experimental es mayor que el grupo control. Considerando la otra opción, el estadístico t de contraste -3,369 con 27 grados de libertad tiene una significación $p = 0,0015 < 0,050$; Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Esto es, la media de la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo control del tercer año de secundaria.

3. Interpretación de Resultados

Los subíndices C y E del parámetro o estadístico, que se utilizó en ese orden, se refieren a los datos de los estudiantes del grupo control del segundo o tercer año de secundaria, y a los datos de los estudiantes del grupo experimental del segundo o tercer año de secundaria respectivamente. Para cada hipótesis de trabajo la estructura estadística es la siguiente:

$$\begin{aligned} H_0: \mu_C &\geq \mu_E \\ H_1: \mu_C &< \mu_E \end{aligned}$$

- a. Para la prueba de nivel de la capacidad de razonamiento y demostración, el estadístico t de contraste tuvo un valor de 2,185 con 26 grados de libertad con una significación $p/2 = 0,019 < 0,050$. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y

se acepta la hipótesis alterna. Esto es, la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo control de los estudiantes del segundo año de secundaria.

- b. Para la prueba de nivel de la capacidad de comunicación, el estadístico t de contraste $-1,668$ con 26 grados de libertad con una significación $p/2= 0,0535 > 0,050$. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula H_0 . Esto es, la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo experimental es igual que la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo control de los estudiantes del segundo año de secundaria.
- c. Para la prueba de nivel de la capacidad de resolución de problemas, el estadístico t de contraste $-2,478$ con 26 grados de libertad con una significación $p/2= 0,010 < 0,050$. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Esto es, la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo control de los estudiantes del segundo año de secundaria.
- d. Para la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición, el estadístico t de contraste $-0,254$ con 26 grados de libertad con una significación $p/2= 0,4005 > 0,050$. Por lo tanto se acepta la hipótesis nula H_0 . Esto es, la media del rendimiento de la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del grupo control es igual que la media del rendimiento de la prueba final del cuarto

bimestre geometría y medición del grupo experimental de los estudiantes del segundo año de secundaria.

- e. Para el promedio bimestral del tercer periodo de geometría y medición del área de matemática, el estadístico t de contraste -1,926 con 26 grados de libertad con una significación $p/2= 0,0325 < 0,050$. Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 . Esto es, la media de la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo control de los estudiantes del segundo año de secundaria.
- f. Para la prueba del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración, el estadístico t de contraste -3,392 con 21 grados de libertad con una significación $p/2= 0,0015 < 0,050$; por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 , esto es, la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de razonamiento y demostración en geometría y medición del grupo control de los estudiantes del tercer año de secundaria.
- g. Para la prueba de nivel de la capacidad comunicación matemática, el estadístico t de contraste -4,188 con 21 grados de libertad con una significación $p/2= 0 < 0,050$; luego se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alterna H_1 . Esto es, la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de comunicación matemática en geometría y medición del grupo control de los estudiantes del tercer año de secundaria.

- h. Para la prueba de nivel de la capacidad de resolución de problemas, el estadístico t de contraste $-2,856$ con 21 grados de libertad con una significación $p/2 = 0,005 < 0,050$; Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Esto es, la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de resolución de problemas de geometría y medición del grupo control de los estudiantes del tercer año de secundaria.
- i. Para la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición, el estadístico t de contraste $-2,256$ con 21 grados de libertad con una significación $p/2 = 0,018 < 0,050$; Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Esto es, la media del rendimiento de la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la media del nivel de la capacidad de la prueba final del cuarto bimestre de geometría y medición del grupo control de los estudiantes del tercer año de secundaria.
- j. Para el promedio bimestral del tercer periodo de geometría y medición del área de matemática, el estadístico t de contraste $-3,369$ con 21 grados de libertad con una significación $p = 0,0015 < 0,050$; Por lo tanto se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 . Esto es, la media de la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo experimental es mayor que la nota bimestral del tercer período de geometría y medición del grupo control de los estudiantes del tercer año de secundaria.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Conclusiones

- 1.1. Podemos concluir que los objetivos previstos en la investigación, en términos generales, se lograron. Los estudiantes del grupo experimental no sólo mejoraron significativamente el nivel de las capacidades fundamentales de matemáticas, componente geometría y medición, sino que además resultó ser mayor que el grupo control en la posprueba. En efecto, en la capacidad de razonamiento y demostración superaron al grupo control en 2.29 y 3.27 puntos de la escala vigesimal en el 2do y 3er grado de estudios respectivamente; en la capacidad de comunicación matemática superaron al grupo control en 1.57 y 3.39 puntos de la escala vigesimal en el 2do y 3er grado de estudios respectivamente; en la capacidad de resolución de problemas superaron al grupo control en 2.86 y 3.53 puntos de la escala vigesimal en el 2do y 3er grado de estudios respectivamente.
- 1.2. El uso de los mapas conceptuales al favorecer la representación jerárquica de los saberes teóricos de la geometría, también contribuyó a identificar reglas, teoremas, fórmulas matemáticas o situaciones geométricas nuevas, todas coherentes con los datos e incógnitas de manera que al relacionarlas implicó un planteamiento apropiado de la solución de los problemas, no problemas tipo, sino problemas formulados en base a las necesidades de la vida cotidiana del estudiante, de su familia y de su comunidad.
- 1.3. Igualmente, no sólo se evidenció el desarrollo de las capacidades matemáticas fundamentales sino también se mejoró las capacidades socio emocionales como

seguridad, confianza en la solución de problemas; interés por las necesidades sociales; y conciencia de la importancia de la matemática en el avance de la tecnología e informática.

- 1.4. El educando adquiere mayor capacidad de transmisión y transferencia del conocimiento geométrico al apoderarse a través de un aprendizaje significativo y colaborativo.
- 1.5. La elaboración de mapas conceptuales por parte de los educandos permitió el desarrollo, tanto involuntario como voluntariamente, de las competencias investigativas de búsqueda de información científica en los repositorios de tesis, bases de datos y otras fuentes digitales (se usó motores de búsqueda de información).
- 1.6. Concretando, la bondad de usar los mapas conceptuales como estrategia de aprendizaje reside en indagar nuevas formas de lograr que los educandos logren mayor interés y compromiso con las aplicaciones de los conceptos matemáticos en su entorno social.

2. Recomendaciones

Detallamos algunas recomendaciones que servirán para los lectores e interesados en ahondar mayor conocimiento respecto al estudio de los mapas conceptuales y su efectividad en la enseñanza de la matemática:

- 2.1. En la presente investigación para la construcción de mapas conceptuales se usó lápiz y papel, sería muy conveniente extender y mejorar los procedimientos de su uso a través de programas o software digitales para su construcción.
- 2.2. Brindar capacitación continua a los docentes del sistema educativo adventista del Perú en la construcción de mapas cognitivos, árboles conceptuales, mapas de conocimiento, posorganizadores gráficos y mapas conceptuales como medios de enseñanza de las asignaturas de matemática de nivel secundario.
- 2.3. Realizar nuevas investigaciones sobre el uso de los mapas conceptuales como estrategia de aprendizaje en las diferentes áreas y unidades curriculares de la estructura matemática del nivel secundario, sobre todo de aquellos conceptos que son requisitos esenciales en el nivel terciario o superior.
- 2.4. Replicar este estudio para las asignaturas del campo de las ciencias naturales, entre ellas física, química y biología y otras que requieren un análisis estricto y riguroso en la adquisición del conocimiento científico adaptada a la mentalidad escolar.

LISTA DE REFERENCIAS

- Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, Ma: Harvard University Press.
- Araujo, J. B. & Chadwick, C. B. (1988). *Tecnología educacional: Teorías de instrucción*. Ed. Paidós Ibérica, S. A. Barcelona.
- Ausubel, D. P. & Fitzgerald, D. (1961). The role of discriminability in meaningful school material. *Journal of Educational Research*.
- Ausubel, D. P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*, Grune and Stratton, Nueva York.
- Ausubel, D. P., Novak J. D., & Hanesian, H. (1978). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Editorial Trillas. 2da edición. México.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa*. Ed. Trillas. México.
- Ausubel, D. P., Schiff, H. M. & Goldman, M. (1953). Qualitative Characteristics in the learning process associated with anxiety. *Journal of Abnormal and Social Psychology*.
- Barnes, B. R. & Clawson, E. U. (1975). Do advance organizers facilitate learning. New York. Recommendations for further research based on an analysis of 32 studies. *Review of Educational Research*.
- Bartlett, F. (1932). *Remembering: A study in experimental and social psychology*. Cambridge. England. Cambridge Univ. Press.
- Bransford, J. D. & Johnson, M. K. (1973). *Considerations of some problems in comprehension*. En CHASE, W. G. (Ed.). *Visual information processing*. Academic Press. New York.
- Brophy, J. (Ed.). (1989). *Teaching for meaningful understanding and self-regulated learning advances in research on teaching*. Vol. 1, Greenwich, CT:JAI.

- Bruner, J. (1983). *In search of mind*. N. York: Harper & Row. Mapas conceptuales y condiciones instruccionales, Trad. cast. de J. J. Utrilla (1985). *En busca de la mente*. México D. F.: F.C.E.
- Bruner, J. S.; Goodnow, J. y Austin, G. A. (1956). *A study of thinking*. N. York: Willey. Trad. cast. de J. Vegas. *El proceso mental en el aprendizaje* (1978). Ed. Narcea. Madrid.
- Burton, E. y Burton, A. (1978). *The whole idea: Gestalt psychology*. En A. Burton J. Radford (Eds.) *Thinking in perspective*. Londres: Methuen. Trad. cast. de j. Fernández. *Perspectivas sobre el pensamiento* (1984). Alhambra, Madrid.
- Cabero, J. (1989) *Tecnología educativa: Utilización didáctica del vídeo*. Ed. PPU, S. A. Barcelona.
- Cantor, G. N. (1983). *Conflict, learning and Piaget: comments on Zimmerman and Blom's 'Toward an empirical test of the role of cognitive conflict in learning'*. *Developmental Review*.
- Chadwick C., B. (1988). *La Psicología del aprendizaje de enfoque constructivista*. <http://www.pgneispi.com/articles/education/chadwick-psicología.ht>
- Coll, C. y Gomez, C. (1994). *De qué hablamos cuando hablamos de constructivismo*. Cuadernos de Pedagogía.
- Coll, C. y otros (1993). *El constructivismo en el aula*. Ed. Graó. Barcelona.
- Coll, C., Pozo, J. I., Sarabia, B. & Valls, E. (1992). *Los contenidos de la reforma: Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes*. Ed. Santillana. Madrid
- Contreras, L. C. (1993). *Mapas conceptuales y resolución de problemas. Investigación en la Escuela*.

- Craik, F., I. M. & Lockhart, R. S. (1972). Levels of processing: a framework from memory research. *Journal of verbal learning and verbal behavior*, 11, 671-684. Traducción castellana, *Estudios de Psicología* (1980).
- Cueto, S., Jacoby, E., & Pollitt, E. (1997). Rendimiento de niños y niñas de zonas rurales y urbanas del Perú. *Revista de psicología*, 15.
- De Vega Rodríguez, M. (1979). *Procesamiento de información y desarrollo evolutivo: estudio de las representaciones a partir de tareas pictóricas y verbales* (Doctoral dissertation, Universidad de La Laguna).
- De Vega Rodríguez, M. (1984). *Introducción a la psicología cognitiva*. Alianza editorial.
- Flores Nano, L. (1995). *Diálogo por la democracia*.
- Furth, H. G. (1969). *Piaget and Knowledge: theoretical foundations*. Englewood Cliffs, N. J. Prentice-Hall, inc.
- Gilar, R. (2003). *Adquisición de habilidades cognitivas. Factores en el desarrollo inicial de la competencia experta*. Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes. Alicante, España
- González, F. M. y Novak, J. D. (1993). *Aprendizaje significativo: Técnicas y aplicaciones*. Ed. Cincel. Madrid.
- Good, T y Brophy, J. (1996). *Psicología educativa contemporánea*, Ed. McGraw-Hill. México.
- Harlow, H. F. (1949). The formation of learning sets. *Psychological Review*.
- Hernández, P. (1984). *Psicología de la educación hoy: Identidad y aplicaciones*. Sin publicar.
- Hernández, P. (1986). *Psicología de la educación y enseñanza universitaria*. Ed. ICE. Tenerife.
- Hernández, P. (1994). *Construyendo el constructivismo: Criterios para su fundamentación y su aplicación instruccional*. II Seminario sobre Constructivismo y Educación. Puerto de la Cruz. Tenerife.

- Hernández, P. (1997). Construyendo el constructivismo: Criterios para su fundamentación y su aplicación instruccional. En Rodrigo, M. J. y Arnay, J. "La construcción del conocimiento escolar. Ed. Paidós.
- Hernández, P. (2002), *Psicología de la educación*, Edit. Trillas. México.
- Hernández, P. y García, L. A. (1983). Objetivos educacionales y perfiles cognitivos en la evaluación académica. Memoria de licenciatura. Dpto. de Psicología Educativa, Evolutiva y Psicobiología. Universidad de la Laguna. Tenerife.
- Hernández, P. y García, L. A. (1991). Psicología y enseñanza del estudio. Teorías y técnicas para potenciar las habilidades intelectuales. Ed. Pirámide. Madrid.
- Hernández, P. y otros (1989). Diseñar y enseñar: Teoría y técnicas de la programación y del proyecto docente. Ed. Narcea-ICE Universidad de la Laguna. Madrid.
- Hernández, P. y otros (1995). Diseñar y enseñar: Teoría y técnicas de la programación y del proyecto docente. Ed. Narcea-ICE Universidad de la Laguna. 20 Ed. Madrid.
- Hernández, P., Sosa, A. y Serio, A. (1998). Efectividad de las actividades elaborativas en la enseñanza: Una aplicación audiovisual. Infancia y Aprendizaje.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (1996). *Metodología de la investigación científica*. Editorial McGraw-Hill. 2da edición. Colombia.
- Hewson, P. W. y Hewson, M. G. (1984). The role of conceptual conflict in conceptual change and the design of science instruction. *Instructional Science*.
- Hirumi, A. y Bowers, D. R. (1991). Enhancing Motivation and Acquisition of Coordinate Concepts by using concept trees. *The Journal of Educational Research*, 84 (5).
- Holland, J. H., Holyoak, K. J., Nisbett, R. E. y Thagard, P.R. (1986). Induction. Processes of inference, learning and discovery. Cambridge, Mass. The MIT Press.
- Hull, C. L. (1920). Quantitative aspects of evolution of concepts: An experimental study. *Psychological Monographs*, 28(1), i-86. <http://dx.doi.org/10.1037/h0093130>

- Instituto Nacional de Estadística e Informática, Perú (2015). Tasa de analfabetismo de la población de 15 y más años de edad, según ámbito geográfico, 2004 - 2014. Recuperado de https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones_digitales/.../cap06.pdf
- Jegede, O J., Alaiyemola, F. F. y Okebukola, P. A. (1990). The effect of concept mapping on students'anxiety and achievement in biology. *Journal of Research in Science Teaching*,
- Kinstsch, W. y Dijk, T. A. (1978). Toward a model of test comprehension and production. *Psychological Review*, 85 (5).
- Koplowitz, H. (1975). Piaget's constructionist epistemology. An exploration and a comparison with several alternative theories. *School of education, Universidad de Massachusetts, Amherst*. (trad. esp. en César Coll, Oikos- Tau, 1981).
- Krechevsky, I. (1932). "Hypothesis" in rats. *Psychological Review*, 38, 516-532.
- Kruskal, J. B. (1964). Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method. *Psychometrika*,
- Lambiotte, J. G., Dansereau, D. F., Cross, D. R., y Reynolds, S. B. (1989). Multirelational semantic maps. *Educational Psychology Review*, 1 (4).
- Lashley, K. S. (1929). *Brain mechanisms and intelligence*. University of Chicago Press.
- Levine, M. (1959). A model of hypothesis behavior in discrimination learning set. *Psychological Review*.
- Lynch, K. (1960). *The image of the city*. Cambridge, Mass. MIT Press.
- Lynch, K. (1972). *What time is this place?* The MIT Press. Cambridge. Massachusetts. Traducción castellana de Gustavo Gili, S. A. Barcelona 1975.
- Markus, H. (1977). Self-Schemata and Processing information about the self. *Journal of Personality and Social Psychology*, 35 (2).

- Mayer, R. E. (1979). Can advance organizers influence meaningful learning? Review of Educational Research.
- Mccagg, E. C. y Dansereau, D. F. (1991). A convergent paradigm for examining knowledge mapping as a learning strategy. *The Journal of Educational Research*, 84 (6), 317-324.
- Ministerio de Educación (2006). *Diseño Curricular Nacional*.
- Ministerio de Educación (2007). *Guía para el desarrollo de Capacidades*, segunda edición.
- Minsky, M. (1975). A framework for representing knowledge. En: P. H. Winston (Ed.). *The psychology of computer vision*. N. York, McGraw-Hill.
- Moore, D. W. y Readance, J. E. (1983). Meta-analisis of organizer research. Comunicación presentada en la reunión anual de la American Educational research Association, Montreal, Canadá, abril 11-15. (Moreira, 1992)
- Moreira, M. A. (1987). Mapas conceptuales como recurso instruccional y curricular en física. Trabajo presentado en el II Congreso Internacional sobre la Didáctica de las Ciencias y de las Matemáticas. 23-25 Septiembre, Valencia, España.
- Moreira, M. A. (1988). Mapas conceptuales en la enseñanza de la física. Contactos.
- Moreira, M. A. (1992). Mapas conceptuales y aprendizaje significativo. *Revista del Instituto de Física, UFRGS* . Recuperado de <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasesp.pdf>
- Moreira, M. A. (1994). Cambio conceptual: Crítica a modelos actuales y una propuesta a la luz del aprendizaje significativo. II Simposio Sobre Investigación en Educación en Física. 3-5 de Agosto. Argentina.
- Murray, F. B. (1983). Equilibration as cognitive conflict. *Developmental Review*, 3, 54-61.
- Neisser, U. (1981). *Procesos cognitivos y realidad*. Ed. Marova. Madrid.
- Nelson, D. N. (1979). Remembering pictures and words: appearance, significance and name. En L. S. Cermak y F. I. M. Craik: *Levels in processing in human memory*, Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- Nelson, K. (1978). How children represent Knowledge of they world in and out lenguaje. En R. Siegler (Ed.) Children's thinking: Wat develops? Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Nelson, K. (1983). The derivation of concepts and categories from event representations. En E. Scholnick (Ed.) New directions in conceptual representation: challenges to Piaget's theory? Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Nisbet, J., & Shucksmith, J. (1986). *Estrategias de aprendizaje*. Texto publicado en: Calidad Educativa. Editado por el Consorcio de Centros Educativos Católicos del Perú.
- Norman, D. A. (1978). Notes toward a theory of complex learning. En A. M. Lesgold; J. W. Pellegrino; S. D. Fokkema y R. Glaser (Edts.) Cognitive psychology and instruction. New York, Plenum Press.
- Norman, D. A. (1995). *El aprendizaje y la memoria*, Edit. Alianza Psicología. Madrid.
- Nosofsky, R. (1988). Similarity, frequency and category representations. Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition.
- Novak, J. D. (1991). Ayudar a los estudiantes a aprender como aprender. Enseñanza de las Ciencias, V. 9 (3).
- Novak, J. D. (1992). Teoría y práctica de la educación. Alianza Universidad. Madrid.
- Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1988). Aprendiendo a aprender. Ed. Martinez Roca. Barcelona.
- Novak, J. D. y Musonda, D. (1991). A twelve-year longitudinal study of science concept learning. American Educational Research Journal.
- Novak, J. D., Gowin, D. B. y Johansen, G. (1983). The use of concept mapping and knowledge vee mapping with junior high school science students. Science Education, 67 (5).
- Oficina de Medición de la Calidad del Aprendizaje, ME Perú (2015). Evaluación censal de estudiantes 2015 (ECE 2015). Recuperado de <http://umc.minedu.gob.pe/evaluacion-censal-de-estudiantes-ece-2015/>.

- Okebukola, P. A. O. (1990). Attaining meaningful learning of concepts in genetics and ecology: An examination of the potency of the concept mapping technique. *Journal of Research in Science Teaching*.
- Okebukola, P. A. O. y Jegede, O. J. (1987). Cognitiva preference and learning mode as determinants of meaningful through concept mapping, *Science Education*, In press.
- Okebukola, P. A. O. y Jegede, O. J. (1989). Students'anxiety towards and perception of difficulty of some biological concepts under the concept-mapping heuristic. *Research in Science and Technological Education*.
- Ontoria, A.; Ballesteros, A.; Cuevas, G.; Giraldo, L.; Gómez, J. P.; Martín, I. Molina, A.; Rodríguez, A. y Velez, U. (1992). *Mapas conceptuales: una técnica para aprender*. Ed. Narcea. Madrid.
- Paivo, A. (1977). *Imagens, propositions and knowlwdge*. En J. M. Nichols (eds.). *Imagens, perception and knowledge*. Dordrecht-Holland: Reidel Publishing Company.
- Piaget, J. (1929). *The Child's conception of the world*, Routledge, Londres.
- Piaget, J. (1970). Piaget's theory. En: P.H. Mussen (Ed.) *Carmichael's manual of child psychology*. N.York: Wiley. Trad. castellana de M. Serigos en *Monografías de Infancia y Aprendizaje*, 1981.
- Piaget, J. (1977). *Recherches sur l'abstraction réfléchiante*. (2 Vols.). Paris: P.U.F. Trad. cast. de A. Eutel: *Investigaciones sobre la abstracción reflexionante*, (1979). Huemul. Buenos Aires.
- Pinillos, J. L. (1977). *Principios de psicología*. Alianza Editorial, S.A. Madrid.
- Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (No. 04; QA11, P6.). México: Trillas.
- Pozo, J. I. (1989). *Introducción a la psicología cognitiva*. Ed. Alianza Psicología. Madrid.
- Pozo, J. L. (1996). *Aprendices y maestros*. Alianza Editorial. Madrid.

- processing in human memory, Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rewey, K. L., Dansereau, D. F., Skaggs, L. P., Hall, R. H; y Pitre, U. (1989). Effects of scripted cooperation and knowledge maps on the processing of technical material. *Journal of Educational Psychology*.
- Richard, D. D. y Goldfarb, J. (1986). The episodic memory model of conceptual development: An interrogative viwpoint, *Cognitive Development*.
- Rosch, E., & Lloyd, B. B. (Eds.). (1978). *Cognition and categorization*.
- Rumelhart, D. E. y Norman, D. A. (1978). Accretion, tuning and restructuring: thre modes of learning . En J. W. Cotton y R. Klatzky (Edts.). *Semantics factors in cognition*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Rumelhart, D. E. y Norman, D. A. (1981). Analogical processes in learning. In J. R. Anderson (cd.). *Cognitive skill and their, adquisition*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Sánchez Carlessi, H., & Reyes Meza, C. (1984). *Metodología y diseños en la investigación científica aplicada a la psicología, educación y ciencias sociales*, 1ra edición Talleres de Repro FOCET.
- Sánchez T., D. A. (2008). Investigación de habilidades cognitivas. Recuperado de: <http://papyt.xoc.uam.mx/media/bhem/docs/pdf/55.PDF>
- Schank, R. C. y Abelson, R. P. (1977). *Scripts, plans, goals and understanding*. Hillsdale, N. J.: Erlbaum. Trad. cast. de E. Gilboy y J. Zanón: *Guiones, planes, metas y entendimiento*. Barcelona, Paidos, 1987.
- Serio Hernández, A. A. (1997). *Mapas conceptuales y condiciones instruccionales*.
- Shepard, R. N. (1964). Circularity in judgements of relative pitch. *Journal of the Acoustical Society of America*
- Shepard, R. N. (1967). Recognition memory for words, sentences and pictures. *J. Verb. Learn. Verb. Behav.*

- Siccha, R. (2001). *Influencia del método solución de problemas en el incremento del rendimiento académico de los alumnos del segundo grado de secundaria en la asignatura de matemática, colegio nacional "San Juan" de Trujillo* (Doctoral dissertation, Tesis Maestría: Escuela de postgrado. UNT 93 p).
- Steward, J.; Vankirk, J. y Rowell, R. (1979). Concept maps: A tool for using in biology teaching. En *Aprendizaje significativo: técnicas y aplicaciones*, Gonzalez, F. M. y Novak, J. D. (1993). Ed. Cincel, Madrid.
- Taylor, S. E. y Crocker, J. (1981). Schematic bases of social information processing. En E. T. Higgins, C. P. Hernan y M. P. Zanna (Edts.) *Social Cognition. The Ontario Symposium. Vol. 1. Hillsdale, N. J.: Erlbaum.*
- Tessmer, M. y Discroll, M. P. (1986). Effects of a disgrammatic dsiply of coordinate concept definitions on concept classification performance. *ECTJ.*
- Thelen, J. N. (1984). Improving reading in science, IRA, Reading Aids Series. En P. Hernández y L. A. García (Edts.). *Diseñar y Enseñar*, Ed. Narcea-ICE Universidad de la Laguna. Madrid.
- Tobias, S. (1979). Anxiety research in educational psychology. *Journal of Educational Psychology.*
- Tolman, E. C. (1948). Cognitive maps in rats and men. *The Psychological Review.*
- Tulving, E. (1968). Theoretical issues in free recall, en T. R. Dixon y Horton (eds.). *Verbal behavior and general behavior theory.* Englewood Cliffs. Prentice Hall.
- Tulving, E. (1972). Episodic and semantic memory. En E. Tulving y Donaldson (eds.). *Organization of memory*, New York: Academic Press.
- Vygotsky, L. S. (1934). *Myshlenie i rech.* Trad. cast. de la ed. inglesa de M. M. Rotger: *Pensamiento y lenguaje.* Buenos Aires: La Pléyade, 1977.
- Wertheimer, M. (1945). *Productive thinking.* Chicago: The University of Chicago Press.

Willerman, M. & Mc Harg, R. A. (1991). The concept map as an advance organizer. *Journal of Research in Science Teaching*.

Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. N.York: Macmillan.

Yates, G. & Chandler, M. (1991). The cognitive psychology of knowledge: Basic research findings and educational implications. *Australian Journal of Education*, 35, 131-153.

Zimmerman, J. & Blom, D. E. (1983). Toward a empirical test of the role of cognitive conflict in learning. *Developmental Review*. 3, 18-38.

Anexo 1. Unidad de aprendizaje del IV bimestre del segundo y tercer grado de secundaria de la I.E. Unión Americana-Ica.

UNIDAD DE APRENDIZAJE N° 04

1. **Area:** Matemática 2. **Componente:** Geometría y Medición 3. **Asignatura:** Razonamiento Matemático 4. **Nivel:** Secundario 5. **Grados:** 2° y 3°
6. **Título de la unidad:** Ángulos, Triángulos, Cuadriláteros y Polígonos 7. **Temporización:** Del 20/10 al 19/12 (9 semanas) 8. **Profesor:** Lic. Daniel Pecho Ojeda

CAPACIDADES Y DESTREZAS	MEDIOS		INTEGRACIÓN FE ENSEÑANZA
	CONTENIDOS	APRENDIZAJES ESPERADOS	
<p>CAPACIDAD I: Razonamiento y Demostración. Destrezas: 1.1. Identificar. 1.2. Analiza. 1.3. Aplicar. 1.4. Crear.</p> <p>CAPACIDAD II: Comunicación Matemática Destrezas: 2.1. Interpreta 2.2. Calcular</p> <p>CAPACIDAD III: Resolución de Problemas. Destrezas: 3.1. Resolver.</p>	<p>Ángulos - Definición, Clasificación y Propiedades.</p> <p>Triángulos - Definición - Clasificación - Propiedades - Teoremas - Ejercicios y problemas</p> <p>Cuadriláteros: • Trapezoides - Clasificación y Propiedades - Ejercicios</p> <p>• Trapeacios - Clasificación y Propiedades - Ejercicios</p> <p>• Paralelogramos - Clasificación - Propiedades - Ejercicios</p> <p>• Polígonos: - Clasificación y fórmulas - Problemas</p>	<p>I BLOQUE (Del 19 de mayo al 30 de mayo)</p> <p>1.1 Identifica los casos de la congruencia propuesto por el profesor, desarrollando correctamente los ejercicios en su hoja de práctica.</p> <p>2.1 Interpreta datos que nos ofrecen a través de enunciados, expresiones simbólicas, representaciones gráficas, etc., en ejercicios propuestos por el profesor, mostrando cumplimiento de las tareas. (EP1)</p>	<p>PRINCIPIO El Amor Desarrollar la bondad y el amor al prójimo</p> <p>CREENCIA Los Diez Mandamientos Comprender los principios detrás de cada mandamiento</p> <p>VALOR Fidelidad</p> <p>CITAS BÍBLICAS Mateo 20:28, Hechos 20:35 y Santiago 1:27</p> <p>Actitudes frente al área A1. Mantiene un cuaderno al día, ordenado, limpio y lo presenta a tiempo. (Cuaderno) A2. Trabaja en el aula cuando el profesor se lo indica. (Participación) A3. Cumple con el desarrollo de los trabajos. (Tareas)</p>
		<p>II BLOQUE (Del 03 de noviembre al 21 de noviembre)</p> <p>2.2 Calcula la medida de ángulos y/o lados del triángulo utilizando los casos de la congruencia de triángulos manera conveniente en ejercicios propuestos por el profesor, entregando oportunamente sus tareas.</p> <p>3.1 Resuelve problemas sobre los teoremas de aplicación de la congruencia aplicando las herramientas aprendidas en cada tema a ejercicios propuestos, mostrando responsabilidad en el cumplimiento de su tarea. (EP2)</p>	
		<p>III BLOQUE (Del 24 de noviembre al 05 de diciembre)</p> <p>3.1 Analiza problemas propuestos sobre polígonos y aplica las fórmulas de polígonos en la solución de ejercicios. (</p> <p>1.1 Identifica tipos de cuadriláteros en una hoja de ejercicios propuestos por el profesor mostrando responsabilidad en la presentación de la tarea. (EP3)</p>	
		<p>IV BLOQUE (Del 08 de diciembre al 19 de diciembre)</p> <p>2.2 Calcula la medida de ángulos y/o lados de cuadriláteros utilizando las propiedades de manera conveniente en ejercicios propuestos por el profesor, entregando oportunamente sus tareas. (EB)</p> <p>EXAMENES BIMESTRALES: Del 15 al 19 de diciembre</p>	
<p>INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN (Códigos) PE = Prueba de Entrada (Pretest) EP = Evaluaciones Parciales 1, 2 y 3 EB = Examen Bimestral (Postest)</p>	<p>PLAN LECTOR DEL CURSO Libro de lectura: El hombre que calculaba</p>		<p>HABILIDADES A DESARROLLAR La integridad</p> <p>HÁBITOS A DESTERRAR La irresponsabilidad</p>
	<p>PROYECTO BIMESTRAL: Los Kusudamas</p>		

Anexo 2. Registro de asistencia de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Unión Americana-Ica.

N° ORDEN	OCTUBRE				NOVIEMBRE						DICIEMBRE							
	21	23	28	30	4	6	11	13	18	20	25	27	2	4	9	11	16	18
1
2	T
3	T
4	T	T	T	.
5
6
7
8
9	.	T	.	.	T	.	.	T
10
11
12	F
13
14	F
15	T
16	T
17	.	.	T	T
18
19	F
20
21
22
23	F
24	F
25	T
26
27	F
28	T

Anexo 3. Registro de asistencia de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la I.E. Unión Americana-Ica.

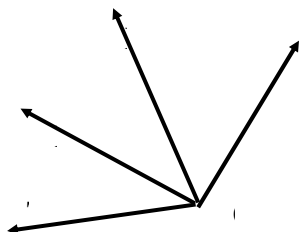
N° ORDEN	OCTUBRE				NOVIEMBRE								DICIEMBRE					
	21	23	28	30	4	6	11	13	18	20	25	27	2	4	9	11	16	18
1	T	T	F	.	.	.
2	.	T	T	.	T
3
4
5	F
6
7	T	.	.	.	T
8
9
10	F
11	T	T	.	.
12
13	T	T	T	T	T	.	.
14
15
16	F	.	.	.	T
17
18	T	T	T	.	.	T	.
19
20	F	T	.	T	.	T	T	T	.	.
21
22	F
23	F

EVALUACIÓN PARCIAL 1 (EP1)

I. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA.

Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

1. Los ángulos opuestos por el vértice son suplementarios..... ()
2. Si $\alpha < 90^\circ$, el ángulo es obtuso..... ()
3. Las bisectrices de dos ángulos adyacentes forman un ángulo cuya medida es 90° ()
4. Las bisectrices de los ángulos opuestos por el vértice forman una recta..... ()
5. En la siguiente figura



- i. El $m\angle MOP$ es agudo
- ii. El $m\angle POQ$ es obtuso
- iii. El $m\angle QOT$ es llano
- iv. El $m\angle MOQ$ es recto

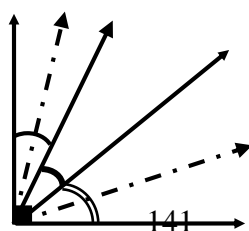
Hay dos proposiciones correctas..... ()

II. RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

1. Dado dos ángulos adyacentes, demostrar que sus bisectrices determinan ángulos complementarios.
2. Demostrar que el suplemento del suplemento de un ángulo es igual al mismo ángulo

III. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. Si : $m\angle MON = 3(m\angle BOC)$



A) 24° B) 20° C) 16°

D) 12° E) 18°

2. Dos ángulos adyacentes suplementarios difieren en 40° . Hallar la medida del mayor ángulo.

A) 100° B) 110° C) 120°

D) 98° E) 125°

3. ¿Cuánto mide un ángulo si la diferencia entre su suplemento y su complemento es seis veces el ángulo?

A) 15° B) 30° C) $22^\circ 30'$

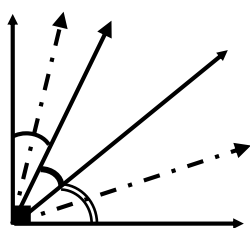
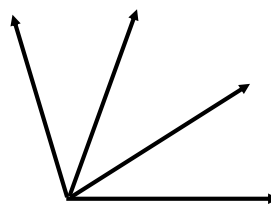
D) 45° E) 20°

4. De la figura; \overrightarrow{OR} , es bisectriz del ángulo BOC; calcular $m\angle AOR$;

Si : $m\angle AOB + m\angle AOC = 160^\circ$.

A) 100° B) 80° C) 70°

D) 60° E) 160°



EVALUACIÓN PARCIAL 2 (EP2)

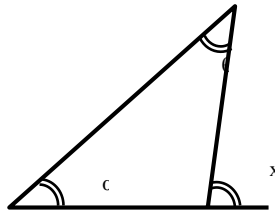
I. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA.

Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

1. En el triángulo acutángulo uno de sus ángulos mide más de 90° ()
2. El triángulo equilátero sus lados tienen igual medida al igual que sus ángulos..... ()
3. En todo triángulo la suma de las medidas de sus ángulos internos es 90° ()
4. En todo triángulo la medida de cualquiera de sus lados está comprendido entre la suma y diferencia de sus otros dos lados..... ()
5. En todo triángulo la suma de las medidas de sus ángulos exteriores es igual a 180° ()

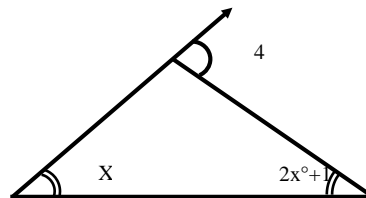
II. RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

1. Demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° .
2. En la figura demostrar que: $x = \alpha + \theta$



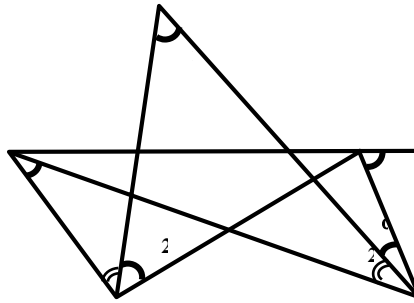
III. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. En la figura calcular "x"



- A) 10° B) 5° C) 15°
D) 20° E) 30°

2. Hallar el valor de "x" en:

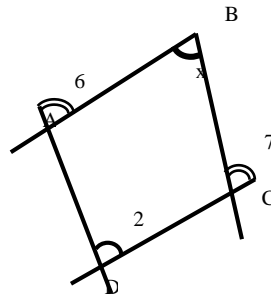


Si $AB = BC$

A) 45° B) 120° C) 60°

D) 70° E) 37°

3. En la figura, hallar "x"



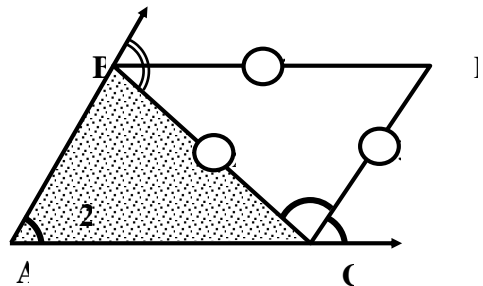
A) 20° B) 24° C) 36°

D) 72° E) 64°

4. Calcular "x"; si es un valor entero máximo. \overline{BP} y \overline{CP} son bisectrices exteriores de los ángulos B y C; respectivamente.

A) 3 B) 7 C) 8

D) 9 E) 10

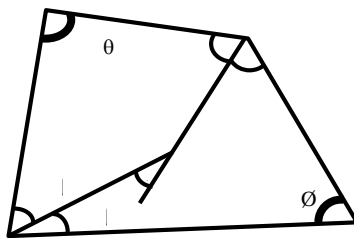


EVALUACIÓN PARCIAL 3 (EP3)

I. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA.

Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

1. En todo cuadrilátero la suma de sus ángulos internos es igual a 360° ()
2. Los trapecios tienen dos lados paralelos y los otros dos no paralelos..... ()
3. En todo trapecio sus diagonales se bisecan..... ()
4. La medida de la mediana de un trapecio es igual a la semisuma de las medidas de sus otros dos lados..... ()
5. En la figura:

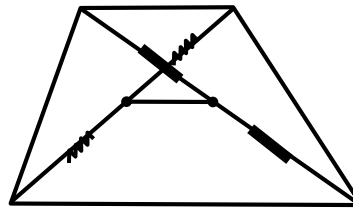


Se cumple que: $x = \frac{\theta + \phi}{2}$ ()

II. RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

1. Demostrar que la medida de la mediana de un trapecio es igual a la media aritmética de sus bases.
2. En el diagrama:

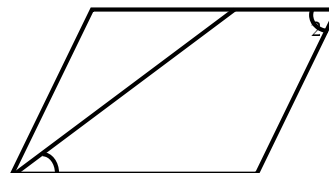
Demostrar que; $x = \frac{b-a}{2}$



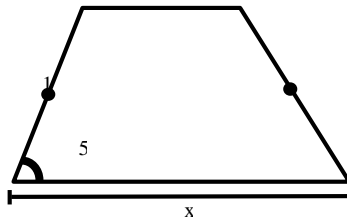
III. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. ABCD es un paralelogramo, donde $CD = 10$ y $QC = 4$. Hallar AD

- A) 12 B) 10 C) 14
D) 15 E) 13



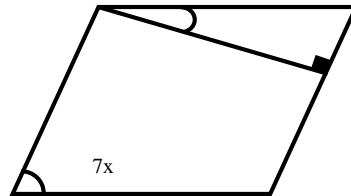
2. Según la figura ABCD es un trapecio isósceles. Calcule X.



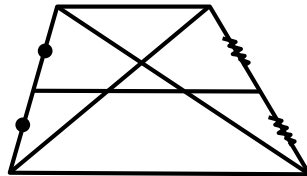
- A) 26 B) 18 C) 20
D) 22 E) 30

3. Según el gráfico calcular x, si ABCD es un paralelogramo

- A) 10° B) 12° C) 15°
D) 20° E) 18°



4. En el trapecio ABCD mostrado. Calcular AD; siendo $PQ = 17$ Y $MN = 3$



- A) 15 B) 14 C) 13
D) 10 E) 20

EXAMEN BIMESTRAL (EB)

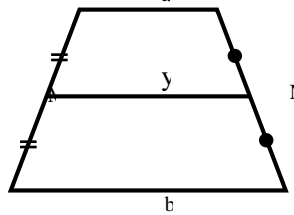
I. COMUNICACIÓN MATEMÁTICA.

Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

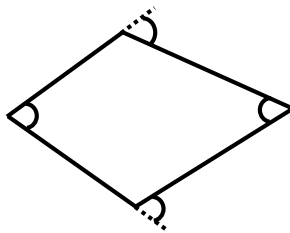
1. En un romboide sus lados opuestos son paralelos y congruentes.....()
2. Los cuadrados forman parte de los paralelogramos.....()
3. Todo trapecio isósceles tiene sus lados no paralelos de igual medida.....()
4. Todo triángulo escaleno posee ángulos y lados de diferente medida.....()
5. En todo triángulo, conocido dos lados se puede calcular el tercero mediante el teorema de Pitágoras.....()

II. RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

1. En la figura analice y verifique la fórmula $y = \frac{b+a}{2}$



2. En la figura:



Analice y verifique que: $\square\square\square\square\square\square = x + y$

III. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

1. ángulos complementarios son entre sí como 7 es a 11. ¿En qué razón están sus suplementos?

A) 7 a 11 B) 11 a 7 C) 2 a 7

D) 7 a 2 E) N.A.

2. Las medidas de los ángulos internos de un triángulo son proporcionales a 3, 4 y 5
Hallar el menor ángulo interno de dicho triángulo

A) 45° B) 60° C) 75°

D) 30° E) 25°

3. Calcular "AB"

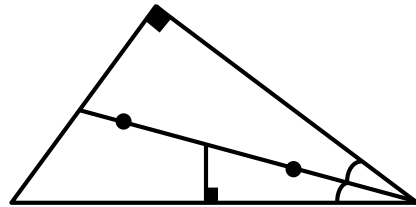
a) 8

b) 7

c) 6

d) 9

e) 11



4. Calcular "x", si ABCD es trapecio.

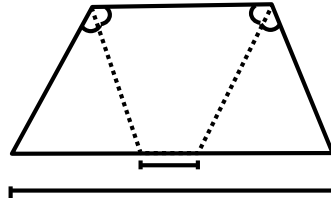
a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5



5. Calcular "x", AP = PB

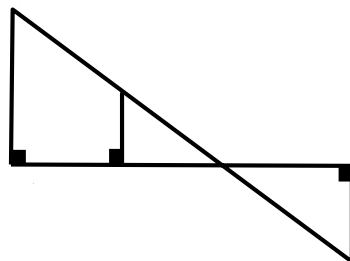
a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5



Anexo 5. Mapas conceptuales elaborados por los estudiantes del 2° y 3° del nivel secundario de la I.E. Unión Americana de Ica.

