UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

Escuela de Posgrado

Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación

Método de enseñanza basado en solución de tarea investigativas (MEBSTI): su eficacia en el logro de competencias matemáticas en el sistema de números reales en los estudiantes de primer año de administración de la Universidad Peruana Unión, Filial Tarapoto, 2017

Tesis
Presentada para optar el grado académico de Maestra en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

Por
Herlen Dorthy Sánchez Mayta

Lima, Perú
Enero de 2018

Ficha catalográfica:

Sánchez Mayta, Herlen Dorthy
Método de enseñanza basado en solución de tareas investigativas (MEBSTI): su eficacia en el logro de competencias matemáticas en el sistema de números reales en los estudiantes de primer año de administración de la Universidad Peruana Unión Filial Tarapoto, 2017/ Autora: Herlen Dorthy Sánchez Mayta; Asesora: Jessica Pérez Rivera, Lima, 2017.
198 páginas: anexos, tablas.

Tesis (Maestría) -- Universidad Peruana Unión. Escuela de Posgrado.
Unidad de Posgrado de Ciencias Humanas y Educación, 2018.
Incluye referencias y resumen.
Campo del conocimiento: Educación

1. Método de enseñanza 2. Tareas investigativas 3. Competencias matemáticas
4. Sistema de números reales.

Método de enseñanza basado en solución de tareas investigativas (MEBSTI): su eficacia en el logro de competencias matemáticas en el sistema de números reales en los estudiantes de primer año de administración de la Universidad Peruana Unión-Filial Tarapoto, 2017

TESIS

Presentada para optar el Grado Académico de Maestra en Educación con mención en Investigación y Docencia Universitaria

JURADO DE SUSTENTACIÓN

Dr. Salomón Vásquez Villanueva
Presidente

Mg. Godofredo Apaza Romero
Secretario

Mg. Jessica Pérez Rivera
Asesora

Mg. Rosa Mercedes Ramírez Guerra
Vocal

Mg. Renzo Felipe Carranza Esteban
Vocal

Lima, 26 de enero de 2018

ANEXO 07 DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIA DE LA TESIS

Yo **JESSICA PÉREZ RIVERA**, identificado con DNI N° 42581319, dictaminadora y asesora de la UPG Ciencias Humanas y Educación de la Universidad Peruana Unión;

DECLARO:

Que la tesis titulada: *Trabajo de Investigación para optar el grado académico de Magister en Educación con mención en investigación y docencia universitaria.,* constituye la memoria que presenta HERLEN DORTHY SANCHEZ MAYTA, para obtener el grado académico de Maestro en Educación con mención en Investigación y docencia universitaria., cuya tesis ha sido desarrollada en la Universidad Peruana Unión con mi asesoría.

Asimismo, dejo constancia de que las opiniones y declaraciones registradas en la tesis son de entera responsabilidad del autor. No comprometen a la Universidad Peruana Unión.

Para los fines pertinentes, firmo esta declaración jurada, en la cuidad de Ñaña (Lima), a los veintiséis días del mes de enero de 2018.

MG. JESSICA PÉREZ RIVERA

Asesora

A mi amado esposo Raúl Acuña,

a mis hijos Herlen Dayra y José Raúl,

y a mis padres, Hermila Mayta y José Sánchez

quienes juntos son mi mayor bendición y mi fuerza

para seguir adelante y alcanzar mis metas.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, quien me dio la vida y me permitió servir en su obra a través de la educación, me sostiene y permite capacitarme para un mejor servicio.

Al Dr. Raúl Acuña Casas, por sus oportunos consejos y sus valiosas aportaciones.

A la Mg. Jessica Pérez, por su dedicación y ejemplo, por sus conocimientos y tiempo invertidos en esta investigación.

A mis compañeros de la maestría, por su apoyo y motivación para continuar, en especial a Claudia Ocampo.

A todos mis estudiantes, quienes a la vez han sido mis maestros en muchas ocasiones, sin ellos este trabajo no habría sido posible.

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE ANEXOS

SÍMBOLOS USADOS

C1:	Maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas
C2:	Resuelve problemas matemáticamente
C3:	Modela matemáticamente
C4:	Comunica matemáticamente
GC:	Grupo control
GE:	Grupo experimental
MEBSTI:	Método de enseñanza basado en la solución de tareas investigativas
PE:	Prueba de entrada
PP:	Prueba de proceso
PS:	Prueba de salida

RESUMEN

La presente investigación se desarrolló con la participación de los estudiantes de primer año de la carrera de administración de la Universidad Peruana Unión, su importancia radica en que a través de ella se demostrarán las ventajas de la aplicación del método de enseñanza basado en la solución de tareas investigativas, específicamente en el desarrollo de competencias matemáticas de la unidad de sistema de números reales de la asignatura de matemática. El propósito que se plantea es determinar la eficacia del MEBSTI en el logro de las competencias matemáticas.

La población estuvo constituida por los estudiantes matriculados en el ciclo académico 2017 – II en el curso de Matemática, los cuales fueron 43; 21 del grupo experimental y 22 del grupo control. De ellos, se depuraron algunos nombres por inasistencias y por ser alumnos irregulares, quedando con 18 estudiantes en el grupo experimental y 19 en el grupo control. La investigación es cuantitativa aplicada, el diseño cuasi experimental, ya que se tomaron grupos intactos. El grupo experimental desarrolló la unidad de sistema de números reales aplicando el MEBSTI mientras que el grupo control la desarrolló bajo el método tradicional.

Los resultados obtenidos, se realizaron mediante la prueba t – Student a través del paquete estadístico SPSS (22.0). El cual nos indica que existe diferencia significativa entre los dos grupos estudiados, y esta diferencia se debe probablemente a la aplicación del MEBSTI para la mejora del desarrollo de competencias matemáticas.

Palabras Clave: Método de enseñanza, Tareas investigativas, Competencias matemáticas, Sistema de números reales.

ABSTRACT

This research was developed with the participation of the first year students of the administration of the Universidad Peruana Unión, its importance is that through it the advantages of the application of the teaching method based on the solution of investigative tasks, specifically in the development of mathematical competences of the real number system unit of the mathematics subject. The purpose is to determine the effectiveness of the “Teaching method based on the solution of investigative tasks” (MEBSTI) in the achievement of mathematical competences.

The population was constituted by the students enrolled in the 2017 - II academic cycle in the Mathematics course, which were 43; 21 of the experimental group and 22 of the control group. Of them, some names were refined due to absences and because they were irregular students, leaving 18 students in the experimental group and 19 in the control group.

The research is quantitative applied, the quasi-experimental design, since intact groups were taken.

The experimental group developed the real number system unit applying the MEBSTI while the control group developed it under the traditional method.

The results obtained were carried out through the t - Student test through the statistical package SPSS (22.0). Which indicates that there is a significant difference between the two groups studied, and this difference is probably due to the application of MEBSTI to improve the development of mathematical skills.

Keywords: Teaching method, Investigative tasks, Mathematical competences, Real number system.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación surge como respuesta a una necesidad identificada en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, dado que los estudiantes de carreras profesionales ajenas a la facultad de ingeniería no comprenden cómo es que esta asignatura resulta trascendente en su profesión. Se planteó como objetivo determinar la eficacia del método de enseñanza basado en la solución de tareas investigativas (MEBSTI) para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de primer año de administración de la Universidad Peruana Unión Filial Tarapoto.

El nexo entre docencia e investigación en las universidades ha sido ampliamente investigado, como bien se sabe la docencia y la investigación aparecen en todas las definiciones que se dan sobre las funciones básicas de la institución universitaria. Es en este contexto en el cual el presente estudio busca concretar este vínculo haciendo de la investigación el método de enseñanza para asignaturas cuya finalidad no sea precisamente la investigación, pero que al emplearla se logre obtener las competencias de la materia.

El método implica también que los futuros egresados accedan al nuevo contenido a través de una tarea que no sea arbitraria, sino que posea sentido para ellos y pueda ser asumida intencionalmente, teniendo en cuenta los procedimientos y prácticas sociales que son habituales en cada contexto cultural. La comunicación y el trabajo cooperativo entre todos los sujetos favorecen el aprendizaje (Machado, Montes de Oca y Mena, 2008).

El desarrollo de habilidades investigativas es una de las vías que permite integrar el conocimiento a la vez que sirve como sustento de autoaprendizaje constante; no solo porque ellas facilitan la solución de las más diversas contradicciones que surgen en el ámbito laboral y científico, sino además porque permiten la autocapacitación permanente y la actualización sistemática de los conocimientos, lo cual es un indicador de competitividad en la época moderna (Machado y Montes de Oca, 2009).

Las universidades deben utilizar los recursos a su alcance para fortalecer la calidad de la formación de sus programas dando a sus estudiantes diversas dimensiones de experiencias y conocimientos relevantes, en particular una experiencia de investigación que sea genuina y significativa. Plantear preguntas es una característica del ser humano, la necesidad por encontrar explicaciones de lo que sucede a su alrededor, de crear e innovar . Pues son estas características las que han llevado al desarrollo de la humanidad y han llevado a los países que las aplican e invierten en ellas a liderar la economía global.

En la sociedad actual no es posible concebir la vida sin el ingrediente científico, y estos ingredientes los debe aportar la institución educativa, para propiciar un proceso de formación, que le genere a l estudiante habilidades investigativas que le permitan intervenir activamente en la solución de problemas (Mesa, 2012)

Un profesional que investigue en el sentido más amplio su realidad y encuentre alternativas de solución a los problemas de su quehacer laboral no surge por generación espontánea; es preciso formarlo con esmero desde los primeros años de la carrera, preparándolo con los elementos de la metodología de la ciencia (Montes de Oca y Machado, 2009)

En el Capítulo I, se aborda la situación problemática, la cual desencadenará en la formulación del problema a investigar, su importancia, propósitos y relevancia. Además se muestran los objetivos, las hipótesis y las variables sobre las cuales se construyó la investigación.

En el Capítulo II, se exponen los fundamentos teóricos de la investigación, sus antecedentes, las variables que intervienen y los conceptos relacionados.

En el Capítulo III, se presenta el método de la investigación; el tipo de estudio, diseño, se describe aspectos relevantes de los grupos de estudio, el proceso realizado y los instrumentos empleados, finalmente se especifica el análisis estadístico que se seguirá para los resultados.

En el Capítulo IV, se muestran los resultados obtenidos. Primero los descriptivos, luego las pruebas estadísticas realizadas para demostrar la homogeneidad de los grupos tomados y para probar la hipótesis de la investigación. Las prueba estadística aplicada fue t– student bilateral, con un nivel de significancia del 0.05.

En la última parte, presentamos las conclusiones del estudio, analizando el desarrollo de competencias matemáticas de los dos grupos de estudio, para luego establecer la conclusión general de la investigación. Se concluye el estudio con la presentación de recomendaciones.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1. Planteamiento del problema

1.1. Descripción de la situación problemática

En el contexto actual de enormes flujos de información y cambios rápidos, todo el mundo necesita ser capaz de pensar como un científico para sopesar datos y llegar a conclusiones válidas; o de entender que la verdad científica puede ir cambiando con el tiempo, conforme se realizan nuevos descubrimientos y los humanos desarrollamos una mayor comprensión de las leyes naturales y de las posibilidades y los límites de la tecnología (OECD, 2016).

A lo largo de la última década, el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, PISA, ayuda a identificar las características de los sistemas educativos de mayor rendimiento, lo que puede permitir a gobiernos y educadores reconocer políticas efectivas que pueden adaptar a sus contextos locales (OECD, 2016).

Los resultados de PISA 2012 revelaban que Perú era uno de los países/economías con una cuota de estudiantes con peores resultados por encima de la media de la Organización para la Cooperación y Desarrollos Económicos, y aparecía en el último lugar del ranking de los 65 países evaluados (OECD, 2014).

El último informe, PISA 2015, se centró en la ciencia. Los resultados en matemáticas presentan a Singapur, Hong Kong y China como los países con puntuaciones más altas del mundo, en América encabezan el ranking Canadá, Estados Unidos y Chile, mientras que los resultados de Perú podrían ser tomados con optimismo pues nuestro país es el que ha crecido más en América Latina respecto a la medición del 2012 (OECD, 2016).

Sin embargo, pese a que se ha mejorado en ciencias, matemática y comprensión lectora, seguimos rezagados. Cabe señalar que en el área de matemática hemos superado a Brasil por primera vez, aunque seguimos muy lejos del promedio de 493 puntos establecidos por la OCDE como nota aprobatoria. Para llegar a ese número nuestro país tendría que crecer 96 puntos, cuatro veces más de lo que avanzó en los últimos tres años (OECD, 2016).

En el estudio de las matemáticas, el término competencia matemática se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente el proceso de resolución de problemas matemáticos que se presenten en una variedad situaciones (INECSE, 2005).

La falta del desarrollo de competencias matemáticas que inicia en los niveles de educación básica (primaria y secundaria) se mantiene cuando el estudiante ingresa a la educación superior. En la universidad los docentes se enfrentan con muchas dificultades cuando se trata de enseñar matemática. La matemática se han convertido en una pesadilla para muchos estudiantes y son consideradas entre los contenidos más difíciles de aprender (ÇİLTAŞ & TATAR, 2011).

Un problema común en la enseñanza de la matemática a los estudiantes de nivel superior ha sido la preparación limitada, poca motivación y escaso interés de los estudiantes hacia la materia (Konstantinou-katzi et al., 2013).

Por otro lado se tienen estudiantes que se han esforzado pero todavía tienen dificultades en la comprensión de los conceptos enseñados y en la resolución de problemas. Los estudiantes no pueden ver las características esenciales de una técnica o reconocerlos cuando se presentan en diferentes formas (Abdul Rahman, Mohammad Yusof, & Baharun, 2012).

Esta situación no es ajena a los estudiantes de la Universidad Peruana Unión, según datos de la SUNEDU (2013), en el año 2009 ingresaron 4805 estudiantes, mientras que cinco años después egresaron sólo 778 bachilleres. Esta gran diferencia se debe a múltiples factores, siendo uno de ellos la desaprobación de cursos básicos, entre los cuales matemática resulta crítico para la mayoría.

Los estudiantes, en su mayoría, consideran que los docentes conocen y dominan los contenidos y tienen suficiente experiencia en el desarrollo de la asignatura, son matemáticos con estudios de maestría y son muy exigentes pero sólo les interesan los resultados y no lo utilizan los errores como instrumentos que orientan hacia una mejora de los aprendizajes (Aredo Alvarado, 2013).

En la actualidad, el reto es formar estudiantes capaces de procesar el caudal de información que día a día se presenta, así como el comprender y dar solución a los problemas profesionales; esto requiere de un alto grado de habilidades investigativas, que permitan profundizar en el conocimiento de la realidad y determinar sus características para conocer y fundamentar lo válido o no de sus acciones (Mesa, 2012).

El papel principal de las universidades está en formar un profesional capaz de asimilar todos los cambios en cada una de las esferas de la vida, principalmente en la ciencia y la tecnología. El desarrollo de una base sólida de conocimientos esenciales, en particular en matemática, de modos y métodos de actuación profesional, posibilita dotar al graduado universitario de una mayor capacidad para asimilar nuevos conocimientos y desarrollar nuevas técnicas (Morales Díaz, Y., Bravo Estévez, M. y Cañedo Iglesias, 2013).

Un profesional que investigue en el sentido más amplio su realidad y encuentre alternativas de solución a los problemas de su quehacer laboral no surge por generación espontánea; es preciso formarlo con esmero desde los primeros años de la carrera, preparándolo con los elementos de la metodología de la ciencia (Machado & Montes de Oca, 2009).

Una de las vías que permite integrar el conocimiento a la vez que sirve como sustento de autoaprendizaje constante es el desarrollo de habilidades investigativas, porque permiten actualizar sistemáticamente los conocimientos, lo cual es un indicador de competitividad en la época moderna (Machado, Montes de Oca y Mena, 2008).

Desde esta perspectiva, se hace necesario evaluar el currículo y verificar si se está enseñando de manera que se trascienda hacia la optimización del proceso de aprendizaje, en donde el estudiante juegue un papel activo en su proceso de formación y se convierta en autodidacta, permitiéndole de esta manera adquirir nuevos conocimientos aún fuera del aula o recinto académico (Serrano-Guzmán, Solarte-Vanegas, Pérez-Ruíz, & Pérez-Ruiz, 2011). En la actualidad se necesita un método más eficaz para apoyar el logro de competencias básicas de los estudiantes.

1.2. Formulación de los problemas de investigación

1.2.1. Formulación del problema general

En función de la situación problemática surge el presente proyecto de investigación, que pretende experimentar un nuevo método de enseñanza basada en la solución de tareas investigativas lo que permitirá al estudiante obtener competencias matemáticas básicas, dominio de las habilidades que caractericen su futura actividad profesional y que le permitan manifestar su independencia cognoscitiva.

Así el planteamiento del problema es:

¿Es eficaz la aplicación del método de enseñanza basado en solución de tareas investigativas (MEBSTI) en el logro de las competencias matemáticas básicas en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión-Filial Tarapoto?

1.2.2. Formulación de los problemas específicos

¿Es eficaz la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto?

¿Es eficaz la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas matemáticamente en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto?

¿Es eficaz la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática modelación matemática en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto?

¿Es eficaz la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática comunicación matemática en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto?

2. Finalidad e importancia de la investigación

2.1. Propósito

El presente proyecto busca concretar el vínculo entre investigación y docencia haciendo de la investigación el método de enseñanza para asignaturas cuya finalidad no sea precisamente la investigación, pero que al emplearla se logre obtener las competencias de la materia.

El método implica que los futuros egresados accedan al nuevo contenido a través de una tarea que no sea arbitraria, sino que posea sentido para ellos y pueda ser asumida intencionalmente, teniendo en cuenta los procedimientos y prácticas sociales, la comunicación y el trabajo cooperativo que son habituales en cada contexto cultural.

2.2. Relevancia social

Plantear preguntas es una característica del ser humano, la necesidad de encontrar explicaciones de lo que sucede alrededor, de crear e innovar son lo que motiva a la investigación. Estas características son las que han llevado al desarrollo de la humanidad y han permitido liderar la economía global a los países que las aplican e invierten en ellas.

Lo que se persigue con la presente investigación, es demostrar que la inclusión de las tareas investigativas como método de enseñanza generará un mejor desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes, proporcionando a la vez una experiencia de investigación que sea genuina y significativa.

2.3. Relevancia pedagógica

Dado que la investigación se basa en la generación y resolución de problemas teóricos y prácticos, la enseñanza de la ciencia debiera organizarse también en torno a la resolución de problemas. El papel del docente universitario es ser un facilitador del descubrimiento, otorgando al estudiante la oportunidad de aprender algo descubriéndolo por sí mismo, en lugar de ser simplemente un intermediario entre el estudiante y el conocimiento. La presente investigación potenciará las habilidades investigativas de los estudiantes para que puedan desarrollar sus competencias matemáticas mediante la aplicación del método de enseñanza basado en la investigación dirigida y la enseñanza por descubrimiento.

3. Objetivos de la investigación

3.1. Objetivo general

Determinar la eficacia de la aplicación del MEBSTI en el logro de las competencias matemáticas básicas en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión, Filial Tarapoto.

3.2. Objetivos específicos

a. Determinar la eficacia de la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión-FT.

b. Determinar la eficacia de la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas matemáticamente en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión-FT.

c. Determinar la eficacia de la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática modelación matemática en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión-FT.

d. Determinar la eficacia de la aplicación del MEBSTI en el desarrollo de la competencia matemática comunicación matemática en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión-FT.

4. Hipótesis de estudio

4.1. Hipótesis principal

La aplicación del MEBSTI es eficaz en el logro de las competencias matemáticas básicas en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión, Filial Tarapoto.

4.2. Hipótesis derivadas

a. La aplicación del MEBSTI es eficaz en el desarrollo de la competencia matemática manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto.

b. La aplicación del MEBSTI es eficaz en el desarrollo de la competencia matemática resolución de problemas matemáticos en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto.

c. La aplicación del MEBSTI es eficaz en el desarrollo de la competencia matemática modelación matemática en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto.

d. La aplicación del El MEBSTI es eficaz en el desarrollo de la competencia matemática comunicación matemática en el sistema de números reales de los estudiantes del primer año de administración de la Universidad Peruana Unión- Filial Tarapoto.

5. Variables de estudio

5.1. Variable independiente

Método de enseñanza basado en solución de tareas investigativas.

5.2. Variable dependiente

Competencias matemáticas

Indicadores: Las puntuaciones se darán de cero a sesenta puntos.

PE: Prueba de entrada

PP: Prueba de proceso

PS: Prueba de salida

5.3. Operacionalización de las variables

Variable Independiente	Objetivos	Contenido	Método/ Estrategia	Aplicación	Evaluación
Método de enseñanza basado en la solución de tareas investigativas. Propuesta que parte de la necesidad de gestionar el conocimiento, motivando a los estudiantes a un aprendizaje significativo mediante el desarrollo de habilidades investigativas.	- Ayudar a los estudiantes a potenciar sus habilidades investigativas durante su proceso de aprendizaje. - Ayudar a los estudiantes a desarrollar sus competencias matemáticas. - Tener una guía para docentes, en cuanto al empleo de la metodología de la investigación como herramienta en el proceso de enseñanza aprendizaje. - Desarrollar en los estudiantes el pensamiento aplicativo de los conceptos estudiados.	El método se desarrollara en la segunda unidad programática del ciclo 2017 - II en el curso de Matemática: 1. Axiomas e intervalos en la recta real 2. Ecuaciones lineales y cuadráticas 3. Inecuaciones lineales y cuadráticas. 4. Valor absoluto	- Se desarrollará una sesión de asignación de la tarea y se dará las el tiempo y las herramientas necesarias para su resolución. - Una sesión será en el aula, en donde mediante exposiciones, debates, juegos y dinámicas demostrarán las competencias adquiridas. - La sesión de tutoría afianzará los conocimientos adquiridos y permitirá la resolución de problemas de aplicación a la carrera.	- Aplicación de un informe académico personal al inicio y término de la unidad. - Aplicación de las fichas correspondiente a las tareas. - Control de asistencia a las tutorías académicas. - Fichas de ejercicios aplicativos cada semana.	Se realizarán tres evaluaciones (de acuerdo conl sílabo de matemática), se evaluará el trabajo grupal realizado en cada sesión así como la elaboración y exposición del proyecto de investigación.

Variable Dependiente	Dimensión	Indicadores			
		Nombre	Atributo	Unidad de Medida	Unidad Operacional
Competencias matemáticas Def. Habilidades para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.	Manejar elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas	Manejo formal y técnico de las matemáticas	Sin logro En inicio En proceso Logro esperado Logro destacado	0,1,2,3,4 puntos	Ítemes 1-5
	Resolver problemas matemáticamente	Resolución de problemas			Ítemes 6-8
	Modelar matemáticamente	Modelación matemática			Ítemes 9-12
	Comunicar matemáticamente	Comunicación matemática			Ítemes 13-16

CAPÍTULO II

FUNDAMENTO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Antecedentes de la investigación

Son escasos los estudios realizados en nuestro medio sobre metodologías para potenciar de las competencias matemáticas básicas en estudiantes universitarios, en particular para las carreras de ciencias empresariales. Sin embargo, se han encontrado y analizado algunos trabajos que están referidos a estrategias de aprendizaje para contenidos matemáticos en educación superior como pasamos a describirlos.

García y Benitez (2011) realizaron el trabajo titulado "Competencias Matemáticas Desarrolladas en Ambientes Virtuales de Aprendizaje: el Caso de MOODLE" en Chile. Este trabajo tiene como objetivo documentar y analizar los tipos de razonamiento que emergen en los estudiantes cuando resuelven problemas de matemáticas e interactúan en un ambiente e-learning. Como se ha documentado en numerosas investigaciones, la aparición de diversas tecnologías digitales ha modificado las competencias que ahora requieren los profesionales. Además los resultados permiten definir las competencias relacionadas con el uso de tecnología que requieren los estudiantes para trabajar en un ambiente virtual de aprendizaje.

De las Fuentes, Arcos y Navarro (2010) desarrollaron una investigación titulada "Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que Incorpora la Calculadora". El proyecto se llevó a cabo con estudiantes de la Facultad de

Ingeniería, Campus Mexicali de la Universidad Autónoma de Baja California. Con el propósito de evaluar los conocimientos matemáticos se aplicó un Pre-Test y un Post-Test. Se seleccionó un grupo experimental en el cual se utilizó una estrategia didáctica basada en la teoría de representación semiótica de Duval, y un grupo de control con el que se usó un enfoque de enseñanza tradicional. El balance general de la investigación respecto de la eficiencia de conocimientos favorece al grupo experimental, particularmente cuando se trata de la competencia matemática de utilización del lenguaje simbólico y formal.

Aredo (2012) realizó un estudio en cual su objetivo general fue elaborar y aplicar un modelo metodológico en el tema de funciones reales del curso de Matemática Básica, basado en algunas teorías constructivistas para mejorar el rendimiento académico de estudiantes de la Facultad de Ciencias en la Universidad Nacional de Piura. Para asegurar la confiabilidad de los resultados, el desarrollo se sustenta en el siguiente marco teórico: Teoría de Situaciones Didácticas de G. Brousseau, Didáctica de los Maestros para las Matemáticas de Juan Godino y otras teorías de aprendizaje y evaluación. Fue aplicado a un grupo de 40 alumnos. Se concluye que las estrategias metodológicas participativas constituyen el eje dinamizador del rendimiento académico de los estudiantes, porque desarrollan en ellos niveles de comunicación y participación en un contexto concreto.

Carrillo, Contreras y Zakaryan (2014) en su artículo “Oportunidades de Aprendizaje y Competencias Matemáticas: un estudio de dos casos” presentan la parte empírica de una investigación, que ha consistido en el estudio de dos casos particulares (en España y Armenia). Los resultados han constatado que las escasas oportunidades que promueven el aprendizaje significativo de las matemáticas limitan tanto la adquisición de los conocimientos y destrezas matemáticas básicas, como la capacidad de aplicarlos en situaciones de la vida real.

Pérez (2013) realizó una investigación en la en la E.A.P. de Ingeniería Ambiental de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad Peruana Unión - Filial Tarapoto, su importancia radica en que a través de ella se demostraron las ventajas del empleo de softwares educativos en el proceso de enseñanza aprendizaje, específicamente en el área de matemáticas. El grupo experimental recibió las clases con el apoyo del software Derive 6.0, para integral indefinida, y Geogebra, para integral definida. Los del grupo control recibieron clases con el método tradicional. Evidenciando diferencias significativas la cuales se deban probablemente al empleo de los softwares educativos implementados en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Además se tomó como referencia para la aplicación de tareas investigativas los estudios a continuación descritos.

Borroto (2009) llevó a cabo un estudio titulado “Diseño de tareas investigativas integradoras como vía de evaluación de la asignatura química” en Cuba. Para evaluar la asignatura de Química en el plan D de la Carrera de Ingeniería Agrícola de la Universidad de Ciego de Ávilano, se diseñaron cinco tareas investigativas integradoras sobre elementos y compuestos químicos de interés para la Carrera, se aplicaron conocimientos y habilidades de todos los temas de la asignatura para dar solución a problemas vinculados a su profesión. Estas tareas flexibilizaron las fronteras entre dichos temas y elevaron la motivación por la Carrera por su alta vinculación con los problemas que en ella se presentan.

Rosales *et al*, 2013 en su estudio desarrollaron cuatro talleres metodológicos con el colectivo de primer año como vía de evaluación y perfeccionamiento de la actividad investigativa curricular. Participaron veinte profesores. Determinaron que el diseño de la actividad investigativa en los objetivos del año académico, en la estrategia curricular de Informática e Investigación y los programas docentes para el primer año en el Plan D de la Carrera de Estomatología es insuficiente; se realizó la propuesta de perfeccionamiento de cada uno de estos documentos.

2. Marco histórico

Tobón (2006) indica que el concepto de las competencias como tal se empezó a delinear en los años sesenta básicamente con la aportación de dos autores: Chomsky y Skinner. Menciona Tobón (2006) que Chomsky (1970) introdujo el concepto de competencia lingüística como una estructura mental de orden genético que se acciona a través del desempeño comunicativo. Skinner dentro de la psicología conductista basada en el estímulo respuesta, en la que el lenguaje se adquiere como cualquier otra conducta, en términos de relaciones funcionales entre la conducta y el ambiente. A partir de aquí, el concepto de competencias empezó a desarrollarse, tanto en la lingüística como en la psicología conductual, la psicología cognitiva, y por ende en las ciencias de la educación.

Uno de los enfoques desarrollados más recientemente es el de la socioformación propuesto por Tobón (2004), el cual tiene su fundamento en la aplicación del pensamiento complejo, en la comprensión de las competencias en las prácticas educativas. Desde la socioformación, se abordan las competencias como desempeños integrales a fin de lograr la formación de personas que enfrenten los retos que se presentan en su contexto con creatividad, idoneidad, mejoramiento continuo y ética (Tobón, 2012).

Enfoques para el abordaje de las competencias

Las competencias se pueden abordar desde distintas fuentes, perspectivas y epistemologías. Los enfoques más recurrentes en la literatura son: conductual; funcionalista; constructivista y complejo.

En las diferentes definiciones de competencias es posible observar algunos elementos comunes, como los que siguen: 1. Una competencia es un desempeño, no la capacidad para un desempeño futuro. Por lo tanto es observable a través del comportamiento. 2. La competencia posee un saber (conceptual), saber hacer (procedimental) y saber ser (actitudinal) (Informe Delors, 199532). Las personas movilizan los conocimientos y la manera como hacen las cosas. 3. La competencia siempre se relaciona con una capacidad movilizada para responder a situaciones cambiantes. También, de las definiciones antes enunciadas, es posible identificar algunas distinciones importantes: a) lo que se refiere a Tareas; lo que se refiere a Atributos Personales y c) lo que se refiere a Atributos en Contexto.

a) Concepción de Tareas: el modelo centrado en tareas responde al supuesto de que la identificación de las tareas asociadas a un puesto de trabajo es la clave para determinar las condiciones y conocimientos que debe poseer el profesional que se ocupe de ejecutarlas. Es un modelo que encaja históricamente con las ideas de planificación racional del trabajo heredadas del postfordismo.

- Repertorios de comportamientos observables que algunas personas dominan mejor que otras y que los hace eficaces en una situación determinada (Levy-Leboyer, 1997) Conductas laborales necesarias para hacer un trabajo efectivo (Woodruffe, 1993).

b) Concepción de Atributos personales: parte del supuesto de que "la persona que hace bien su trabajo de acuerdo con los resultados esperados, define el puesto en términos de las características de dichas personas". El énfasis está en el desempeño superior y las competencias son las características de fondo que causan la acción".

- Capacidad real del individuo para dominar el conjunto de tareas que configuran la función en concreto (Reis, 1994).
- Característica subyacente de un individuo que está relacionada causalmente a un criterio de referencia de Desempeño Superior en un trabajo o situación (Spencer & Spencer, 1993)

c) Concepción Atributo-Contexto

- Capacidad real para lograr un objetivo o resultado en un contexto dado (Mertens, 1996).
- Actuación idónea frente a una meta o problema en un contexto con sentido (Spencer & Spencer, 1993).

- Todo atributo personal relacionado al trabajo, conocimiento, experiencia, habilidades y valores que llevan a una persona a desempeñarse bien en su trabajo (Roberts, 1997).

En la actualidad se ha adoptado el Enfoque de Competencias en la educación superior como respuesta al cambio social y tecnológico, a la concatenación de saberes, no sólo pragmáticos y orientados a la producción, sino aquellos que incorporan globalmente una concepción del ser, del saber, saber hacer, del saber convivir.

Hoy en día crece en importancia el enfoque de las competencias como exigencias de la época en las universidades de diferentes países.

3. Marco filosófico

Recientemente somos testigos de los múltiples avances de la ciencia y la tecnología. Vivimos en un mundo diferente, donde todo se ha adaptado para ser más efectivo, sin embargo en cuanto a educación vemos que son pocos los cambios que se han realizado. Miramos con asombro como otros países como Finlandia nos llevan mucha ventaja en cuanto a educación, pero cuando analizamos su filosofía educativa nos damos cuenta que mucho de lo que se aplica en estos países desarrollados o de primer mundo está acorde con los consejos sobre educación que hace muchos años ya fueron publicados por Elena G. de White.

El verdadero conocimiento incluye dimensiones cognitivas, experimentales, emocionales, relacionales, intuitivas y espirituales. La adquisición del conocimiento verdadero conduce a una comprensión cabal que se manifiesta en decisiones sabias y en una conducta apropiada (GC, 2003).

Las universidades se deben adaptar a los requerimientos, talentos, necesidades y potencialidades de los estudiantes y al mismo tiempo que éstos sean capacitados para un mejor servicio a Dios y a la humanidad.

Una función importante de la Universidad es la investigación, es decir generar conocimientos, innovar, solucionar problemas, lo cual supone, que los docentes tengan la capacidad para producir ideas novedosas, pero no solo de conocimientos para la ciencia sino también que esta dinámica les permita reflejar modos de actuación como reflejo positivo para sus estudiantes en ese campo (Machado y Montes de Oca, 2009).

Los estudiantes deben ser inquisitivos, deben buscar por sí mismos la verdad. Este espíritu de búsqueda de la verdad debe prevalecer en los procesos de aprendizaje y los recursos deben promover la conformación de una cosmovisión cristiana de la vida y del destino, así como una búsqueda consciente de la verdad (Korniejczuk, 2012).

El mundo se ha abocado a la llamada tecnologización y como consecuencia, se han modificado las relaciones de trabajo, las relaciones sociales, la experiencia personal y la cultura humana en general. Se vive en la era de la información y es el uso de las Tic una manifestación concreta. Por ello se considera que es momento de que los esquemas de la educación que han primado, se modifiquen, pasando el profesor a ser un director y organizador del proceso enseñanza-aprendizaje, más que facilitador, que estimule y propicie el desarrollo de conocimientos, habilidades y valores requeridos por la sociedad y de los cuales el discente debe ser tributario para avanzar en su propio proceso de formación profesional, en su autocapacitación profesionalizante continua y permanente (Machado y Montes de Oca, 2009).

4. Marco teórico

4.1. Enseñanza basada en investigación

La educación superior en la época actual, como parte del a formación de futuros profesionales, está abocada a incluir en los diseños curriculares conocimientos que permitan el aprendizaje de estos conocimientos pertinentes y de los nuevos, los cuales el individuo utilizará durante toda su vida productiva (Cabrera, 2009 citado por Serrano-Guzmán *et al*, 2011).

Es fundamental el papel del docente, quien debe orientar las actividades dentro del aula de clase de manera que se posibiliten la apropiación de conocimientos, se potencialice el ser como persona, se logre el desarrollo de habilidades y la formación de cualidades y valores esperados (Serrano-Guzmán, *et al*, 2011).

Es necesario que docentes y estudiantes de las universidades cambien su actitud frente a la dirección del proceso enseñanza aprendizaje. Entonces, si a los discentes no se les convence de la función y el significado que tiene cada una de las profesiones que estudian para la sociedad cuando egresen y si no son capaces de reconocer la importancia que poseen las diversas materias, disciplinas, asignaturas o actividades extracurriculares en su formación; a la vez que los docentes no se actualizan ni se convencen que deben involucrarse en crear en sus estudiantes la “necesidad” de (auto)aprendizaje, ninguna transformación será posible (Machado y Montes de Oca, 2009).

Tradicionalmente, la enseñanza es principalmente un esfuerzo de transferencia de conocimiento en las aulas donde los estudiantes son considerados una población homogénea indiferenciada. Esto es a pesar de que las aulas siempre han sido de habilidades mixtas, especialmente en términos de preparación del estudiante. Esto significa que la enseñanza tradicional-frontal, donde el docente es siempre el que entrega el material, es a menudo ineficaz (Konstantinou-Katzi, *et al*, 2013).

El error fundamental ha consistido en que los contenidos se presentan en una forma ya estructurada y en apariencia terminada, que el estudiante puede "añadir" a lo que ya tiene. El gran valor de la ciencia es que proporciona habilidades, procesos y potenciales de desarrollo para solucionar problemas (Machado y Montes de Oca, 2009).

La enseñanza tradicional corresponde a las necesidades del estudiante promedio en el aula. Los estudiantes con un bajo nivel de preparación por lo general fracasan en un aula porque no tienen los antecedentes necesarios o no se les da tiempo suficiente para progresar en función de su ritmo individual de aprendizaje. Por otro lado, los estudiantes dotados y talentosos se quedan sin cuestionar y desmotivados (Konstantinou-Katzi, *et al*, 2013).

Entonces, de acuerdo con el marco de referencia que se sustenta, la ciencia debe introducirse no como una exposición de contenidos, ni ser enseñada vía memorización o asimilación mecánica de un conocimiento válido, resultado de la investigación científica, sino como un proceso intelectual dinámico; esto es, mostrando los factores involucrados en la experiencia ya existente y proporcionando las herramientas con las que esa experiencia puede adquirirse de manera mucho más efectiva y menos compleja; esto es, el proceso (Machado y Montes de Oca, 2009).

Hoy la atención a la educación, a tono con lo señalado anteriormente, se centra en la pertinencia y la calidad; entendida la primera como la adecuación a los requerimientos sociales, económicos, tecnológicos y ambientales y la segunda en los aprendizajes cualitativamente relevantes; esto es, la calidad no está solo en lo que se enseña sino también en lo que se aprende; por lo que en la práctica, dicha calidad se debe centrar cada vez más en el propio sujeto educativo, que es el estudiante (Machado y Montes de Oca, 2009).

Se hace indispensable modificar los currículos para hacer del aula de clase un laboratorio en el cual se logren los objetivos del proceso enseñanza aprendizaje, pero adicionalmente se brinden estrategias que permitan otros espacios en los cuales el estudiante sea responsable de su proceso de aprendizaje (Badilla, 2007 citado por Serrano-Guzmán, *et al*, 2011).

No obstante, como muchos han afirmado, se ha de reconocer que aun hoy, en muchos casos los que más aprenden en las aulas son los docentes ya que han reservado para sí mismos las principales actividades que promueven el aprendizaje; entre ellas, por ejemplo, la tarea de obtener, procesar y comunicar activamente información para solucionar problemas afines a su profesión en pos de dirigir el proceso enseñanza aprendizaje y para integrar y organizar de manera significativa esa información (Montes de Oca y Machado, 2009).

Así el aprendizaje se produce cuando un conocimiento nuevo se integra en los esquemas de conocimiento previos llegando incluso a modificarlos. Para que esto suceda, el alumno debe establecer relaciones significativas entre el nuevo contenido y los que ya posee, de forma tal que los nuevos aprendizajes adquieran un valor para él (Machado, Montes de Oca y Mena, 2008).

Las estrategias de aprendizaje que desarrolle el discente dependerán de cada uno, ya que el individuo, como sujeto que aprende, estructura el conocimiento de acuerdo con su infraestructura cognitiva, la cual porta un contenido emocional emergente de los procesos motivacionales (Cabrera, 2009, citado por Serrano-Guzmán *et al*, 2011).

El desarrollo de habilidades investigativas es una de las vías que permite integrar el conocimiento a la vez que sirve como sustento de autoaprendizaje constante; no solo porque ellas facilitan la solución de las más diversas contradicciones que surgen en el ámbito laboral y científico, sino además porque permiten la autocapacitación permanente y la actualización sistemática de los conocimientos, lo cual es un indicador de competitividad en la época moderna (Machado y Montes de Oca, 2009).

En el quehacer docente se pueden organizar los temas dentro del aula y las actividades fuera del aula, de manera que se incorporen las experiencias de la vida cotidiana, se induzca a la solución de problemas locales y hasta globales y se propicien escenarios en donde sea necesario el diálogo con pares de la misma y otras disciplinas (Badilla, 2009 citado por Serrano-Guzmán, *et al*, 2011). De esta forma el estudiante entiende que hay complementariedad.

La sociedad está inmersa en una búsqueda constante de soluciones a los problemas que enfrenta y por lo tanto es esta coyuntura un marco idóneo para la puesta en práctica de tales vías, cuyo propósito sea el de formar profesionales capaces de interpretar la realidad que les toque vivir y transformarla creadoramente utilizando los métodos que provee la ciencia (Machado y Montes de Oca, 2009).

Rodríguez Gómez (2003, citado por Dipp, 2013) comenta en este sentido que si en las instituciones de educación superior se realiza investigación, la probabilidad de tener un sistema educativo de buena calidad se potencia, y al contrario, si se limita la opción de realizar investigación, se limitan también las oportunidades de acceso a conocimientos de frontera en detrimento de la calidad educativa.

El reto de una metodología basada en la investigación es proporcionar un marco de referencia para la organización y la secuenciación de actividades que facilite y potencie la construcción de conocimientos. Porlán (1998, citado por Serrano-Guzmán, *et al*., 2011), define tres tipos de actividades, metodológicamente diferentes:

- Actividades que se refieren a la búsqueda, el reconocimiento, la selección y la formulación de problemas relacionados con el medio natural.
- Actividades que hacen posible la resolución del problema mediante la interacción entre las concepciones del discente, puesta de manifiesto por el problema, y la información nueva procedente de otras fuentes.
- Actividades que faciliten la estructuración del aprendizaje realizado, la elaboración de conclusiones y la aplicación de los resultados obtenidos.

4.2. La tarea investigativa como estrategia de enseñanza

Según la teoría de la Zona de Desarrollo Proximal, el aprendizaje significativo tiene lugar cuando la dificultad de la tarea es un poco más allá del nivel de confort del estudiante, y se logra a través del andamio de los maestros y la colaboración con los compañeros (Konstantinou-Katzi, *et al*, 2013).

Según esta concepción, habrá de producirse una determinada contradicción entre el dominio del contenido previo de los estudiantes (condiciones de aprendizaje), los procesos o mecanismos de aprendizaje y la tarea propuesta (contenido de aprendizaje), esta última debe poseer un determinado grado de complejidad para constituir un desafío hacia la acción. (Machado, Montes de Oca y Mena, 2008).

Los estudiantes son responsables de su propio aprendizaje. El docente coordina el tiempo, el espacio, los materiales y las actividades. La eficacia del profesor aumenta a medida que los estudiantes se vuelven más capacitados para ayudarse a sí mismos y a los demás para lograr metas grupales e individuales (Konstantinou-Katzi, *et al*, 2013).

Implica también que los futuros egresados accedan al nuevo contenido a través de una tarea que no sea arbitraria, sino que posea sentido para ellos y pueda ser asumida intencionalmente, teniendo en cuenta los procedimientos y prácticas sociales que son habituales en cada contexto cultural. La comunicación y el trabajo cooperativo entre todos los sujetos favorecen el aprendizaje. (Machado, Montes de Oca y Mena, 2008).

Para lograr un cambio en las prácticas pedagógicas se requiere que el docente empiece con estrategias de enseñanza tales como que al inicio de cada sesión o encuentro con sus estudiantes, comunique sobre el objetivo del tema a discutir y los resultados esperados; de la misma manera, que al finalizar la sesión, concluya sobre los temas discutidos y manifieste si se cumplieron los objetivos y si es necesario que se complemente la actividad con trabajo fuera del aula (Serrano-Guzmán *et al*, 2011).

Es conocido además, que en la actualidad, aún la docencia universitaria no siempre ha podido romper la tradición de la llamada conferencia, seminario, clase práctica, etc., centrando en muchos casos la atención a la “adquisición del sistema de conocimientos de la disciplina ” y como resultado su control y evaluación y no hacia un enfoque donde se exija de la actividad y del desarrollo de cualidades responsables para la transformación de la realidad; lo cual, trae como secuelas que lo aprehendido no es sistematizado y consecuentemente olvidado (Machado y Montes de Oca, 2009).

La definición de clase, según Machado, Montes de Oca y Mena (2008), tiende a reafirmar que la clase debe desarrollarse de tarea en tarea tratando de romper con el esquema conferencia, seminario, clase práctica, etc., sin negar que en los momentos de planificación y ejecución de la clase se proyecten y apliquen procedimientos de aprendizaje que permitan a los estudiantes enfrentar eficazmente la tarea, tanto desde la perspectiva del sistema de conocimientos necesario como del proceso a seguir. Pero ya en la ejecución propiamente es importante el desarrollo del conflicto cognoscitivo, la discusión, reflexión y acción para estimular el aprendizaje lo cual propende a fomentar una actitud positiva hacia el mismo y garantiza la participación activa del estudiante, el cual identifica, analiza, jerarquiza los temas de aprendizaje y soluciona una situación o problema de diversa índole y complejidad, bajo la dirección docente. Va más allá del espacio áulico para su materialización ya que la tarea, como núcleo del proceso, puede ser ejecutada en el aula o fuera de ella, de manera individual o colectiva, en diversos grados de complejidad desde la práctica laboral o como orientadora para el trabajo investigativo del estudiante tanto en los predios universitarios, como en el ámbito social y de la producción.

Sánchez Blanco (1993, citado por Illescas, Bravo y Lozano, 2014) considera que el desarrollo de las habilidades de investigación en los estudiantes incluyen procesos básicos e integrados, básicos son: Observar, clasificar, medir, predecir y comunicar y como procesos integrados: experimentar, interpretar datos, formular hipótesis, identificar y controlar variables. Esto explica la necesidad de que en las disciplinas y asignaturas se diseñen tareas que se sustenten en la realidad y las contradicciones permanentes del proceso laboral y porten como objetivos cada una de las acciones correspondientes para que en el momento de realizarla, el discente pueda ejecutarlas sin dificultad; en otras palabras, se trata de garantizar las condiciones necesarias para que se cumpla este propósito.

En la tarea está presente el objetivo, condicionado por el nivel de desarrollo cognoscitivo alcanzado por los estudiantes, los intereses de la sociedad y los suyos propios, etc., (ella lo personifica); ahí también se encuentran el contenido del que deben apropiarse ---la acción que deben dominar como habilidad y el sistema de conocimientos--- y el modo de actuar, el método, así como otros componentes del proceso (Machado, Montes de Oca y Mena, 2008).

En los enfoques pedagógicos modernos, los métodos son activos y centrados en los procesos de aprendizaje. Lo que interesa destacar es cómo el estudiante aprende y no tanto cómo el docente enseña. Los métodos activos, según Huertas y Casas (l994:144), se "basan en el principio de que la acción y la experiencia son el mayor motor del aprendizaje. Su filosofía es aprender haciendo" (Lanchipa, 2009).

Es entonces en la tarea donde se concretan las acciones a realizar en la clase y fuera de ella, es decir los estudiantes aprenden ejecutando las acciones que el docente concibe como concreción de su actividad en la clase. De modo que si se realizan tareas de manera frecuente y periódica, bajo determinadas condiciones, cada vez más complejas, con diferentes conocimientos pero cuya esencia es la misma, se logrará el dominio de la habilidad para solucionar problemas profesionales (Machado, *et al,* 2008).

En este caso, es posible que los estudiantes enfrenten las tareas académicas con el método investigativo, cuyo uso sistemático y continuado permitirá ejercitar las habilidades intelectuales como herramientas de aprendizaje eficaz. (Lanchipa, 2009).

Por ello, según Machado, *et al. (*2008) es necesario que las tareas que se presentan en la clase conformen un sistema que se caracterice por ser variadas, suficientes, diferenciadas y orientadoras.

- Ser variadas en tanto que existan actividades con diferentes niveles de complejidad según los niveles de asimilación; la aplicación del conocimiento tanto a situaciones conocidas como no conocidas que promuevan el esfuerzo y el quehacer intelectual del estudiante. La variedad debe abarcar las habilidades investigativas integradoras que serán objeto de estudio, tales como modelar, ejecutar (obtener, procesar, comunicar información) y controlar y otras de menos grado de complejidad.

- Ser suficientes, en este sentido es preciso que la dosificación de la actividad incluya la frecuencia de un mismo tipo de habilidad en diferentes situaciones -teóricas y prácticas- periódicamente. Las acciones a reiterar son aquellas que promuevan el desarrollo de las habilidades descritas.

- Ser diferenciadas, de modo que se promuevan actividades que respondan a las necesidades y características individuales de los estudiantes, en correspondencia con los diferentes grados de desarrollo y preparación alcanzado.

- Ser orientadoras, concebidas no solo prestándole atención al resultado que de su ejecución se ha de obtener; sino además al proceso que debe seguirse para llegar al fin propuesto.

Según Lanchipa (2009) son necesarios 1) Saberes elementales: ¿Qué es? Saber literal: se conoce y procesa (Observar/describir, discriminar, identificar, emparejar, recordar detalles, ordenar). 2) Saberes intermedios: ¿Qué puedo hacer con esto? Inferir: qué estoy conociendo (sintetizar, estimar, causa-efecto, analizar, resumir, generalizar). 3) Saberes elementales superiores: ¿Qué pienso acerca de? Crítico (juzgar, evaluar, criticar, metacognición)

Para ejecutar la clase son necesarios diferentes tipos de tareas. Montes de Oca y Machado (2009) las clasifican según su función:

- Para asegurar las condiciones. Tienen como finalidad crear las condiciones necesarias para la realización de la acción. Se presentan tareas que poseen como finalidad la realización de habilidades de menor grado de complejidad o sistemas de conocimientos que sirven para la preparación individual y son ejecutadas por los estudiantes teniendo en cuenta sus propias necesidades, determinadas en un “diagnóstico previo”.

- Para orientar y asimilar la habilidad. Permiten presentarles la habilidad que se desea desarrollar, orientarlos hacia aquellas de menor grado que la componen e indicadores para evaluar su grado de desarrollo. Son utilizadas con el propósito de motivarlos de forma tal que se cree en ellos la contradicción entre lo que hasta ese momento pueden hacer y lo que deben ser capaces de llegar a hacer. Para ello se pueden presentar diversas situaciones con bases orientadoras para los fines que se persiguen.
- Para dominar la habilidad. Persiguen la ejecución dela acción que debe ser dominada como habilidad. Su complejidad está en dependencia del tipo de situación. Las tareas que se incluyen serán ejecutadas por la totalidad de los estudiantes manteniendo una atención diferenciada a los que no han logrado satisfacer las condiciones necesarias relativas al dominio de la acción; en específico, en aquellas tareas cuya complejidad en ascenso así lo requieran. Como el tiempo del que se dispone en la clase siempre posee un límite, la auto-preparación es vital. De ahí que se realice una selección de las tareas esenciales, lo cual le permitirá controlar el cumplimiento del objetivo; otras servirán como complemento necesario para la preparación independiente. En síntesis las tareas que se presentan constituyen situaciones nuevas pero presentan la misma esencia, la misma invariante, en sí lo que se modifica son las condiciones.

- Para sistematizar la habilidad (integradoras). Integran el sistema de conocimientos y habilidades que poseen. Se trata de lograr que puedan generalizar la ejecución a otras situaciones del contexto profesional, lo cual está presente en la tarea, donde ellos deban inferir los modos de actuación que propiciarán una mayor cientificidad a su labor.

Es importante destacar la importancia que asumen las habilidades intelectuales cuando los estudiantes se enfrentan a tareas académicas, de investigación y de aprendizaje. Cuando un estudiante se halla equipado con habilidades intelectuales o metacognitivas adecuadamente desarrolladas, cuenta con mayores recursos y procedimientos para aprender a aprender. (Lanchipa, 2009).

Para Machado, *et al.* (2008), dichas tareas apuntan a las siguientes acciones como parte de su contenido:

- Modelar: observar la situación; precisar los fines de la acción; establecer dimensiones e indicadores esenciales para ejecutar la acción; anticipar acciones y resultados.
- Obtener: localizar; seleccionar; evaluar; organizar; recopilar la información.
- Procesar: analizar; organizar, identificar ideas claves; re-elaborar la información, comparar resultados.
- Comunicar: analizar la información; seleccionar la variante de estilo comunicativo según el caso; organizar la información; elaborar la comunicación.

- Controlar: observar resultados; comparar fines y resultados; establecer conclusiones esenciales; retroalimentar sobre el proceso y los resultados de la acción.

La organización de las tareas precisará la realización de acciones individuales y colectivas que combinan la reflexión y esfuerzo mental de cada estudiante, con la interacción alumno-alumno, alumno-profesor, alumno-grupo, donde se produzca la comunicación de los resultados, lo que contribuye a la adquisición del conocimiento, de procedimientos y de estrategias (Machado, *et al,* 2008).

Para materializar lo expresado es importante que el docente contextualice las tareas con los contenidos de la asignatura, así como que se realicen los análisis pertinentes en los colectivos de disciplina y de carrera para concebir y organizar el sistema según los diferentes niveles y años (Machado, *et al,* 2008).

4.3. Enseñanza de la matemática

Se dice que la matemática versa sobre lo real, lo tangible, en la medida en que cuantifica los hechos, además que guarda una estrecha relación con todas las ciencias, sin embargo es esencialmente abstracta y eminentemente concreta (Saneen, 1999 citado por Pérez, 2013), es por ello que podemos afirmar que la matemática ha sido uno de los pilares básicos en el desarrollo cultural de la humanidad. Por tal motivo una de las disciplinas básicas en todos los niveles de formación estudiantil es la matemática.

Ciñéndose al campo de la matemática, se ha señalado con frecuencia el importante salto que el estudiantado percibe al cambiar de la secundaria a la universidad. (Rodriguez-Muñis y Díaz, 2015). La transición presenta serias dificultades para una parte importante de los estudiantes que ingresan a la educación universitaria. Es en esta asignatura básica donde se presentan los mayores retos para los docentes y estudiantes de primer año de universidad.

Bajo la concepción clásica, los docentes que limitan su acción educativa a repetir los conceptos y definiciones que ellos aprendieron, o las tomaron de un libro de texto, limitando sus clases a una memorización de fórmulas, que los estudiantes repiten para sus exámenes, en lugar de analizar estos conceptos y aplicarlos a problemas del entorno social y académico del estudiante. A este aprendizaje se le denomina aprendizaje por adquisición de respuestas (Pérez, 2013).

Según la concepción moderna los docentes están inclinados a las estrategias didácticas que orienten el proceso creador inmerso en la matemática y que se logra con una enseñanza fundamentada en la solución de problemas, toda vez que se enfatiza en la utilidad de la apropiación de los contenidos matemáticos, en el desarrollo de los procesos del pensamiento y en los procesos de aprendizaje (Pérez, 2013).

Desde esta óptica los saberes matemáticos no se consideran como algo acabado sino como conocimientos en plena creación que se sustentan en una práctica pedagógica que coloca las estructuras conceptuales que se amplían y potencian a lo largo de toda la vida, por encima del almacenamiento de conceptos, de modo que no son suficientes las clases expositivas, sino que el docente debe crear escenarios donde los estudiantes participen en la elaboración de sus propios aprendizajes (Moreno y Ríos, 2006).

En este caso, se debe propiciar un trabajo colectivo de investigación, que persigue potenciar y enriquecer la actividad individual y esta labor en opinión de los expertos se desarrolla con una enseñanza de la matemática a través de la solución de problemas. En este accionar, no se excluyen las explicaciones del docente, dirigidas tanto a enriquecer los aportes realizados por los estudiantes como a la conducción del proceso, pero si las actividades, que de manera escrita en el pizarrón reduzcan la participación activa del estudiante y lo coloquen como el receptor de la información proporcionada por el docente (Moreno, Ríos, 2006).

4.4. El rol de las tareas en la clase de matemática

Las tareas pueden cumplir un gran número de roles en las clases de matemática. La mejor manera de concretar qué espera uno de los estudiantes de una clase específica al final de una serie de sesiones de aprendizaje, es fijar desde un inicio qué tareas y problemas servirán al final para comprobar el rendimiento del estudiante. Si uno tiene estas metas presentes, entonces será más sencillo tomar decisiones en la planificación.

Las tareas no debieran preparar a los escolares para que puedan resolver precisamente los ejercicios que se han elegido como concreción de las metas de aprendizaje a largo plazo o aquellas que se usan en evaluaciones centrales. Pues lo que se busca es que los estudiantes adquieran competencias matemáticas y no que memoricen y utilicen esquemas de solución (Blum, *et al*, 2015)

Entonces, se deben elegir tareas y circunstancias en clase que parezcan adecuadas para que los estudiantes adquieran competencias referidas al contenido de la asignatura, pero también competencias generales tales como argumentar, resolver problemas, etcétera. Dichas oportunidades para el aprendizaje y la práctica deberían ser más ricas que las tareas que se eligen para la comprobación de las competencias, por ejemplo en los exámenes. Pero las oportunidades y las tareas de evaluación deben referirse a las mismas competencias.

Según Blum, *et al*, (2015), las tareas se pueden modificar de acuerdo con la intención, para ello es importante determinar si la tarea servirá para explorar, descubrir e inventar, para sistematizar, recolectar y asegurar, o para practicar, conectar y repasar.

4.5. Desarrollo de competencias

El ser humano posee y desarrolla diferentes competencias tendientes a facilitar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Existen las competencias individuales desarrolladas por el individuo a lo largo de todos los procesos de formación (desde la niñez hasta la juventud, es decir, desde la primaria hasta la formación profesional, si es la opción escogida). Poco a poco, se van creando las competencias genéricas que identifican al individuo con el perfil ocupacional y que lo hacen eficiente o no en el nivel de desempeño. Por último, se generan las competencias sistémicas profesionales con las cuales el individuo desarrolla habilidades que le permiten ascender en un empleo (Climent, 2009 citado por Serrano-Guzmán, *et al*, 2011).

El término competencia aplicado a la modalidad de educación superior es un “saber hacer”, significa que los estudiantes se apropien de los conceptos disciplinares, pero que además los apliquen e integren en sus etapas formativas, en su actividad profesional y en su rol como personas; esto ocurre porque competencia más que conocimientos y habilidades tiene que ver con la comprensión de lo que se hace (Balbo, 2008).

En múltiples dominios académicos y científicos se hace referencia a la necesidad no sólo de aprender y asimilar conscientemente teorías, leyes, conceptos, etc., sino al mismo tiempo desarrollar “habilidades, competencias” que permitan a los estudiantes asumir una actitud responsable en la solución científica de los problemas que surgen en diversas esferas de su práctica social (Machado, *et al,* 2008).

En definitiva, los contenidos curriculares deben involucrar los intereses del aprendiz; resulta necesaria, por lo tanto, la incorporación de actividades ocupacionales con las cuales se comprenda la importancia de lo que se está aprendiendo y la utilidad que pueda tener en el ejercicio profesional (Badilla, 2009 citado por Serrano-Guzmán, *et al*, 2011).

Balbo (2008), plantea el concepto de competencias genéricas, las cuales deben desarrollar los estudiantes, pues un estudiante competente es aquel que sabe hacer, que hace, participa, se involucra, se apasiona por lo que hace, comunica resultados y se maneja dentro de los parámetros del trabajo colaborativo, con respeto por el otro y por supuesto con responsabilidad social que garantiza la preservación del planeta para las futuras generaciones.

4.6. Competencias matemáticas

Dentro del proyecto PISA (Programme for Indicators of Student Achievement) se realizó una definición y selección de las competencias consideradas esenciales para la vida de las personas y el buen funcionamiento de la sociedad; en este marco se identifican ocho competencias básicas y entre ellas se encuentra la competencia matemática (De las Fuentes, Arcos y Navarro, 2010).

En el estudio de la matemática el término competencias matemáticas se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente el proceso de resolución de problemas matemáticos que se presenten en una variedad situaciones. (INECSE, 2005).

Parece haber común acuerdo en que la actual concepción de competencia matemática hace referencia a lo que el individuo es capaz de hacer, acentuando por tanto el carácter instrumental de la matemática: las competencias se activan al conectar el mundo real, de donde surge el problema, con las Matemáticas. En estos procesos se pueden distinguir tres dimensiones distintas: 1) Dimensión matemática (disciplinar), muestra los contenidos matemáticos concretos a los que puedan apuntar las tareas a realizar. 2) Dimensión contextual (situacional), estructura las situaciones y contextos en los que se localizan las tareas anteriores. 3) Dimensión cognitiva (individual), organiza las competencias que debe activar el individuo para conectar un problema del mundo real con las matemáticas que tiene que poner en juego para intentar su resolución (Zurbano, 2014).

La competencia matemática enfatiza el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones diversas de manera reflexiva y basada en una comprensión profunda, se aclara que la competencia y el conocimiento no son antagónicos, sino más bien existe una dependencia y una interrelación entre ambos, el conocimiento matemático no debe verse solamente desde una perspectiva conceptual, es decir una persona no es competente solo por saber algo, o solo por saber hacer algo, sino por saber hacer algo, a partir del saber, es decir saber hacer a partir del saber comprendiendo lo que se hace, como se hace y porque se hace, en este sentido la teoría y la práctica no pueden estar disociadas. De hecho el cuestionamiento sobre la desconexión entre la teoría y la práctica ha provocado, como consecuencia, una fuerte corriente de opinión favorable a una enseñanza de competencias (Zabala y Arnau, 2008 citado por De las Fuentes*, et al.* 2010).

El dominio de competencia en matemáticas concierne a la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan tareas matemáticas en una variedad de contextos. En el mundo real las personas se enfrentan frecuentemente con situaciones en las cuales la aplicación de técnicas de razonamiento cuantitativo o espacial, así como de otras herramientas matemáticas, pueden contribuir a clarificar, formular o resolver un problema. Este es el caso, por ejemplo, cuando las personas van de compras, viajan, preparan alimentos, revisan sus finanzas personales o tratan de formarse opiniones sobre cuestiones de interés político, etc. (Proenza y Leyva, 2006).

Según Blum, *et al*., (2015), las competencias matemáticas generales son:

- Argumentar matemáticamente.
- Resolver problemas matemáticamente.
- Modelar matemáticamente.
- Utilizar representaciones matemáticas.
- Manejar elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas.
- Comunicar matemáticamente.

La competencia matemática se enfoca en la capacidad de los estudiantes de utilizar su conocimiento matemático para enriquecer su comprensión de temas que son importantes para ellos y promover así su capacidad de acción. OCDE/PISA define de la siguiente manera la competencia matemática: La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

Una habilidad crucial implícita en esta noción de la competencia matemática es la capacidad de plantear, formular, resolver, e interpretar problemas empleando las matemáticas dentro de una variedad de situaciones y contextos. Estos contextos van desde los puramente matemáticos a aquellos que no presentan ninguna estructura matemática aparente (en este caso la persona debe introducir ella misma la estructura matemática). También es importante enfatizar que la definición no se refiere solamente a un nivel mínimo básico de conocimiento de las matemáticas. Al contrario, la definición atañe a la capacidad de utilizar las matemáticas en situaciones que van de lo cotidiano a lo inusual y de lo simple a lo complejo (Proenza y Leyva, 2006).

El proceso de resolución de un problema incluye diferentes fases entre las que se encuentran: a) Identificar las variables presentes en el problema; b) Representar el problema en forma diferente; c) Establecer relaciones entre las variables del problema; d) Establecer relaciones entre las representaciones empleadas; e) Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes para la solución del problema; f) Relacionar el problema con otro más simple; g) Utilizar un modelo matemático para representar el problema; h) Justificar los resultados y i) Comunicar el proceso y la solución (García y Benitez, 2011).

4.7. Competencias matemáticas centrales

En esta investigación se evaluará sólo cuatro competencias matemáticas centrales, las cuales se describen a continuación.

4.7.1. Manejar elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas

En esta competencia es importante la traducción entre la realidad y las matemáticas. Requiere emplear procedimientos de solución elementales; utilizar fórmulas y símbolos de forma directa; usar herramientas matemáticas sencillas de forma directa (por ejemplo, recopilaciones de fórmulas o calculadora).

Se precisa hacer uso en varios pasos de procedimientos matemáticos formales; trabajar en contexto con variables, expresiones algebraicas, ecuaciones y funciones; seleccionar y emplear herramientas matemáticas según la situación y el propósito. Y se hace posible realizar procedimientos complejos; evaluar procedimientos de solución y de verificación; reflexionar sobre las posibilidades y los límites de las herramientas matemáticas (Blum, *et al*., 2015).

4.7.2. Resolver problemas matemáticamente

Según los estándares de aprendizaje (Blum, *et al*., 2015), la resolución de problemas es necesaria cuando una estructura de solución no es evidente y, por ende, se requiere un proceder estratégico. Un aspecto de la resolución de problemas es proponer tareas y problemas matemáticos.

Según el ámbito de exigencia esta competencia se manifiesta si el estudiante es capaz de:

- Resolver una tarea matemática sencilla mediante la identificación y selección de una estrategia evidente (por ejemplo, dibujar una línea de soporte sencilla).
- Encontrar un camino de solución a una situación problemática mediante un proceder de varios pasos y que esté apoyado en estrategias.
- Construir una estrategia elaborada para, por ejemplo, fundamentar la totalidad de una distinción de casos o para generalizar una conclusión; reflexionar sobre los diversos caminos de solución.

4.7.3. Modelar matemáticamente

Para modelar, se tiene que comprender una situación vinculada con el mundo real haciendo uso de medios matemáticos, estructurar dicha situación y conducirla a una solución, así como de reconocer las matemáticas en la realidad y juzgarlas. Los modelos matemáticos juegan un rol esencial.

Según el ámbito de exigencia, esta competencia para Blum, *et al*., (2015) se puede concretar de la siguiente manera:

- Usar modelos estándar que son familiares y directamente reconocibles; transferir directamente una situación real a las matemáticas; interpretar directamente un resultado matemático.
- Hacer modelados de varios pasos en el marco de pocas restricciones muy claras; interpretar los resultados de un modelado de este tipo; asignar un modelo matemático a situaciones reales pertinentes o modificarlo con respecto a condiciones que han cambiado.
- Construir un modelo para una situación compleja, en la que se deben redefinir supuestos, variables, relaciones y restricciones; comprobar, evaluar y comparar modelos.

4.7.4. Comunicar matemáticamente

Demanda la comprensión de textos o expresiones orales en relación con las matemáticas e incluye la presentación comprensible de deliberaciones, caminos de solución y resultados, de forma escrita u oral.

Según su nivel de exigencia va desde presentar situaciones matemáticas sencillas; identificar y seleccionar información de textos matemáticos cortos, hasta presentar de manera comprensible y en varios pasos de caminos de solución, deliberaciones y resultados; interpretación de expresiones (tanto correctas como incorrectas) de otros con respecto a textos matemáticos; identificación y selección de información de textos ricos en matemáticas, para finalmente desarrollar una presentación coherente y completa de un proceso de solución o argumentación;

captar el sentido de textos matemáticos complejos; comparar, evaluar, y eventualmente, corregir las expresiones de otros.

4.8. Uso de las tareas orientadas hacia el desarrollo de competencias matemáticas

Los docentes tienen en sus manos la facultad de formular y el diseñar tareas, así como la capacidad de evaluar y retroalimentar en clase. Los desarrollos de las tareas y las propuestas de solución deben estar al alcance de los grupos de aprendizaje.

Abordar en clase los trabajos de los estudiantes permite consolidar conocimientos, estabilizar las habilidades y continuar desarrollando competencias, así como considerar medidas requeridas, en caso que se constate algún déficit, lo cual podría beneficiar a todo el grupo de aprendizaje. La calidad diagnóstica de una tarea consiste en proveer de hallazgos lo más detallados y diferenciados que sea posible. Las tareas se pueden usar de muchas maneras, tanto para comprobar el rendimiento como para el desarrollo o la consolidación. Las tareas funcionan como instrumentos de navegación. Sirven tanto para la construcción de competencias como para garantizar el cumplimiento de exigencias (Blum, *et al*., 2015).

Las tareas deben ser flexibles y permitir variaciones, las mismas que dependen del tema, pero también de los conocimientos y las experiencias heurísticas previas de cada grupo de aprendizaje, así como de las intenciones del docente.

4.9. Método de enseñanza basado en la solución de tareas investigativas

La propuesta para la aplicación de este método se describe en la Figura 1.

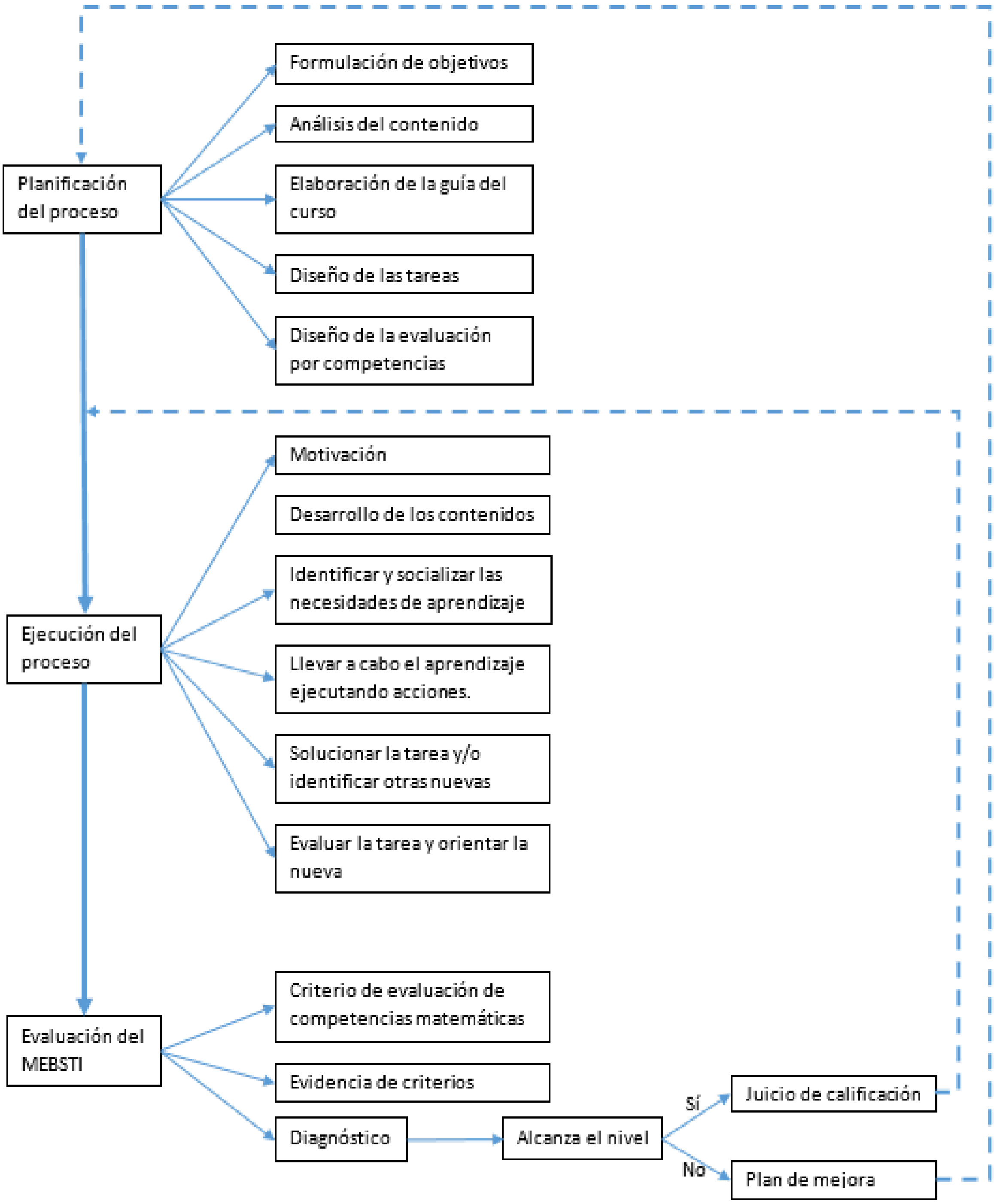


Figura 1. Sinopsis del MEBSTI

5. Marco conceptual

5.1. Modelo metodológico

El modelo metodológico es un plan estructurado que articula la teoría y la práctica de modo interactivo. En su ruta, el modelo metodológico contiene una parte teórica, metodológica y práctica, considerando objetivos, tareas y actividades en cada caso, así como los resultados y evaluación de los mismos.

5.2. Tarea

La tarea es aquel proceso que se realiza en ciertas circunstancias pedagógicas con el fin de alcanzar un objetivo, es decir, es la acción que se desarrolla atendiendo a las condiciones y que encierra tanto lo inductor como lo ejecutor.

5.3. Tarea investigativa

Propuesta (contentiva del contenido del aprendizaje) la cual debe poseer un determinado grado de complejidad, adaptado a las condiciones reales de desarrollo de los estudiantes, para constituir un desafío hacia la acción.

La tarea investigativa es la célula del proceso formativo donde, bajo la dirección y orientación del profesor, el estudiante ejecuta diversas acciones, utilizando la lógica y la metodología de la ciencia, tendientes a la solución de situaciones y problemas que acontecen en el ámbito docente, laboral e investigativo.

5.4. Habilidad

En el campo educativo, las habilidades tanto generales como específicas constituyen las capacidades fundamentalmente intelectuales que usan los estudiantes para aprender; consisten en procesos mediante los cuales se realizan tareas y actividades con eficacia y eficiencia; conforman el componente procedimental (saber hacer) de las competencias curriculares.

5.5. Habilidad investigativa

Capacidades que deben adquirir los estudiantes para enfrentar con éxito las tareas de búsqueda del conocimiento, es decir, un conjunto de procedimientos, recursos y actitudes, válidas en la búsqueda del conocimiento que permita resolver los problemas que enfrentan, básicamente en su desempeño académico (Lanchipa, 2009).

El dominio de la acción que se despliega para solucionar tareas investigativas en el ámbito docente, laboral y propiamente investigativo con los recursos de la metodología de la ciencia (Machado, *et al.*, 2008).

5.6. Competencias

Para Levy-Leboyer (1996), las competencias son el conjunto de comportamientos observables en la realidad cotidiana del trabajo, ponen en práctica, de manera integrada, aptitudes, rasgos de personalidad y conocimientos adquiridos, son relativamente estables y movilizables cuando es preciso; se relacionan con actividades, tareas o situaciones de trabajo.

Kobinger (1998) sostiene que la competencia es un conjunto de comportamientos socioafectivos y habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten desarrollar adecuadamente un papel, o realizar una tarea.

Para Sternberg (2000), el constructo de competencias es independiente de la inteligencia y se relaciona con la habilidad requerida para resolver problemas específicos y concretos de la vida diaria.

Por su parte, la UNESCO (2005) define la competencia: “la estrategia educativa basada en la identificación, la puesta en evidencia y el aprendizaje de los conocimientos, capacidades, actitudes y comportamientos requeridos para desempeñar un papel específico, ejercer una profesión o llevar a cabo una carrera determinada”.

Otra concepción de las competencias con una visión más integral se encuentra en la definición de Alberici y Serreri (2005), quienes la conciben en un horizonte más amplio de estudio que rebasa los límites de la formación profesional y de la preparación para el mundo laboral, y consideran que es un elemento fundamental del aprender a pensar, de aprender a trabajar, de aprender a vivir, de aprender a ser, integrando saberes, comportamientos y habilidades a fin de saber proceder en diversos contextos reflexivamente y con sentido.

Finalmente se presenta la definición general que aporta Sergio Tobón (2006) “las competencias son procesos complejos de desempeño con idoneidad en un determinado contexto, con responsabilidad”.

Hay otra aportación más amplia de Tobón (2012) al concepto de competencias: "son actuaciones integrales para identificar, interpretar, argumentar y resolver problemas del contexto, con idoneidad, compromiso ético y mejoramiento continuo, integrando el saber ser, el saber hacer y el saber conocer. Esta concepción, implica considerar en las competencias tanto el proceso de formación de saberes como su movilización en torno a los problemas, y los saberes no pueden tratarse por sí mismos ni de forma separada, sino en relación con la actuación humana ante un determinado contexto".

En el presente proyecto se considerará la definición de competencia como el conjunto de conocimientos, destrezas y aptitudes necesarios para resolver de forma autónoma problemas profesionales y tener la capacidad de colaborar en su entorno profesional y en la organización del trabajo.

5.7. Competencia matemática

Conjunto de procesos generales que deben ponerse en práctica al resolver problemas matemáticos, por medio de cuya realización se muestra la competencia general (Rico, 2005).

De acuerdo con PISA (2003), la competencia matemática enfatiza en el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones diversas de manera reflexiva y basada en una comprensión profunda (Zabala y Arnau, 2008).

5.8. Procesos

El concepto de competencia se identifica con el de proceso y pone el acento en lo que el alumno es capaz de hacer con sus conocimientos y destrezas matemáticas, más que en el dominio formal de dichos conceptos y destrezas. Los objetivos, expresados en términos de capacidades o de dominio de determinados conceptos o procedimientos, se orientan hacia la consecución de una o varias competencias; son expresión de las prioridades formativas que proponen para un determinado momento. Lo que hacen los individuos para relacionar el contexto del problema con las matemáticas, y las capacidades que subyacen a esos procesos (Rico, 2005).

5.9. Contenido matemático

El contenido matemático, entendido como la comprensión de conocimientos matemáticos y la capacidad de implementar dichos conocimientos, se ha establecido teniendo en cuenta las demandas de desarrollo histórico, la cobertura del área de matemáticas y la reflexión sobre las principales dimensiones de los currículos. Las ideas, estructuras y conceptos matemáticos se han inventado y desarrollado como herramientas para organizar los fenómenos de los mundos natural, social, científico y mental (Rico, 2005).

5.10. Contexto

Utilizar y hacer matemáticas en una variedad de situaciones y contextos es un aspecto importante de la competencia matemática. Se reconoce que trabajar con cuestiones que llevan por sí mismas a un tratamiento matemático, a la elección de métodos matemáticos y a la organización por medio de representaciones, depende frecuentemente de las situaciones en las cuales se presentan las tareas (Proenza y Leyva, 2006).

La situación es la parte del mundo del estudiante en la cual se sitúa la tarea. En estudios se han considerado cuatro tipos de situaciones: personales, educativas o laborales, públicas y científicas. Las situaciones permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge la situación problemática considerada (Rico, 2005).

CAPÍTULO III

MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Tipo de estudio

La investigación está dentro del enfoque cuantitativo y es aplicada (Hernández. Fernández y Baptista, 2003), pues tiene como propósito desarrollar las competencias básicas en el campo de los números reales a través de la aplicación del MEBSTI.

2. Diseño de la investigación

El diseño de la investigación es cuasi – experimental (Clark y Carter, 2002), ya que los sujetos no son asignados al azar a los grupos ni emparejados; sino que dichos grupos ya estarán formados antes del experimento, son grupos intactos. Es decir no surgirán a fin de realizar el experimento sino que ya existen antes del mismo.

La investigación experimental - cuasi experimental tiene las siguientes corridas:

$$\begin{array}{ccccc} GE & O_1 & X & O_2 & O_3 \\ GC & O'_1 & \neg X & O'_2 & O'_3 \end{array}$$

Donde:

GE: Grupo experimental

GC: Grupo control

X : Tratamiento (MEBSTI)

$\neg X$: Método tradicional

O_i : Observación en grupo experimental

O'_i : Observación en grupo control

Las O_i para i=1 son las puntuaciones de las pruebas antes de la aplicación del método.

Las O_i para i =2 son las puntuaciones de las pruebas durante la aplicación del método.

Las O_i para i =3 son las puntuaciones de las pruebas después de la aplicación del método.

Por demostrar:

$O_1 = O'_1$

$O_i > O'_i$ para $i = 2,3$

3. Definición de la población y muestra

3.1. Población

La unidad de análisis de la presente investigación, está constituida por los estudiantes del primer año de la EP de Administración de la Universidad Peruana Unión – FT en el ciclo académico 2017 – II que estudian el curso de matemática.

3.2. Muestra

La muestra es no probabilística, ya que está conformada por todos los estudiantes matriculados en el curso de matemática en el ciclo académico 2017 – II, en la escuela de administración de la Facultad de Ciencias Empresariales de la Universidad Peruana Unión - FT, en total 37 estudiantes cumplen esas condiciones. Ver Tabla 1.

Tabla 1

Distribución de la muestra del estudio

Grupo	Población	Muestra	Horario
Experimental	21	18	Miércoles 7:30-9:15 Jueves 9:20-11:10
Control	22	19	Miércoles 9:20-11:10 Jueves 7:30-9:15
Total	43	37	

4. Técnicas de muestreo

La investigación está determinada por medio del muestreo no probabilístico, pues se trata de una muestra dirigida. Los estudiantes están en grupos formados previamente según su matrícula a la asignatura de matemática.

Para efecto del tratamiento del nuevo método no se requiere de consideración de muestras de la población de estudio. Todos los matriculados en ambas secciones necesariamente participan, sin embargo fueron excluidos de la investigación los estudiantes repitentes o desaprobados por inasistencias.

5. Técnicas de recolección de datos

Las técnicas e instrumentos empleados para la recolección de datos de la presente investigación son correspondientes a la variable dependiente. En el propósito de obtener datos para la variable dependiente, competencias matemáticas, se ha optado por haber diseñado una prueba escrita de 16 Ítemes, conservando las cuatro dimensiones (Ver anexos):

C1: Maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas

C2: Resuelve problemas matemáticamente

C3: Modela matemáticamente

C4: Comunica matemáticamente

La recolección de los datos se realizó mediante el instrumento de la prueba escrita, perteneciente a la técnica de examen. La recolección de datos se efectuó en tres momentos de la investigación:

Al inicio de la unidad (Prueba de entrada): Luego de unas cuatro sesiones de tutorías académicas de los dos grupos, se tomó la prueba de entrada el mismo día a ambos grupos, con la finalidad de lograr la homogeneidad de los grupos de estudio.

Durante el desarrollo de la unidad (Prueba de proceso): Mientras se estaba realizando el cuasi experimento, se procedió a aplicar la prueba de proceso, el mismo día a los dos grupos.

Al final de la unidad (Prueba de salida): Luego de haber aplicado el cuasi experimento, se procedió a aplicar la prueba de salida, el mismo día a los dos grupos.

6. Plan de tratamiento de datos

La recogida de datos del informe personal se realizó el mismo día para ambos grupo durante la primera semana del mes de octubre. En ese mismo día, después de haber realizado la nivelación de las competencias con las sesiones de tutoría académica en las semanas previas, se aplicó la prueba de entrada tanto para el grupo experimental y control. El informe personal tenía como propósito dar un diagnóstico de la apreciación personal de los estudiantes sobre la unidad del sistema de números reales. La prueba de entrada nos permitió conocer la situación inicial de las competencias matemáticas que tenían los estudiantes al inicio de la unidad.

La prueba de proceso se aplicó durante el desarrollo de la unidad con un propósito de indicador del avance. La prueba de salida se tomó al finalizar la unidad como una medida confirmativa del desarrollo de las competencias. Todas las pruebas fueron tomadas sorpresivamente.

Los datos tomados fueron llevados al programa SPSS para su análisis e interpretación.

7. Instrumento para la recolección de datos

El instrumento que se empleó fue una prueba escrita al inicio, durante el desarrollo y al final de la unidad del sistema de números reales, la misma que ha sido elaborada por la investigadora. También se empleó un cuestionario de informe académico personal el cual se aplicó al inicio y al final del cuasi experimento.

8. Técnicas para el procesamiento y análisis de los datos

Se procesaron los datos de la variable dependiente competencias matemáticas usando el software estadístico de Spss.22.0 para Windows.

Para el análisis de datos obtenidos, por medio de las técnicas e instrumentos aplicados, se realizó el análisis estadístico de datos correspondiente a los objetivos de la investigación con una Prueba t–Student, para grupos independientes con nivel de significación 0.05.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN

1. Análisis descriptivo de la población

1.1. Análisis descriptivo de la muestra

Al iniciar la investigación, la muestra estuvo conformada por 44 estudiantes, que cumplían los requisitos de estar matriculados en el curso de matemática en el ciclo académico 2017 – II, sin embargo por retiro del ciclo, irregularidad o ser repitentes, se fueron depurando y quedó la muestra final con 37 estudiantes. La distribución de ellos según su sexo en cada grupo se presenta en la Tabla 2.

Tabla 2

Distribución de la muestra de estudio según sexo y grupo

	Sexo		
Grupo	Masculino	Femenino	Total
Experimental	7 (18.9)	11 (29.7)	18 (48.6)
Control	8 (21.6)	11 (29.7)	19 (51.4)
Total	15 (40.5)	22 (59.5)	37 (100)

Según se observa en la tabla la diferencia de participantes en la investigación fue sólo de un estudiante, siendo el grupo control el de mayor cantidad de participantes 51,4%, distribuidos en 21.6% del total de varones y 29.7% del total de mujeres. El grupo con menos participantes, fue el grupo experimental, 48.6% del total de la muestra, siendo el 18.9% del total de varones y 29.7% del total de mujeres.

A continuación en la Tabla 3 se muestra la distribución de la muestra según su edad.

Tabla 3

Distribución de la muestra de estudio según edad y grupo

	Edad (años)			Total
Grupo	16-20	21-23	24 a más	
Experimental	16 (43.2)	1 (2.7)	1 (2.7)	18 (48.6)
Control	18 (48.6)	1 (2.7)	0 (0)	19 (51.4)
Total	34 (91.9)	2 (5.4)	1 (2.7)	37 (100)

Las edades de los participantes oscilan de 16 a 26 años siendo la distribución de las edades muy homogénea. En el grupo experimental 16 estudiantes que representan el 43.2% del total de la muestra tienen entre 16 a 20 años, mientras que en el grupo control 18 estudiantes que representan el 48.6% del total de la muestra tienen la misma edad.

1.2. Pre – test:

Al iniciar la unidad se solicitó a los estudiantes de ambos grupos contestar un informe personal de autoevaluación

Tabla 4

Distribución de la muestra de estudio según su informe académico personal inicial de acuerdo conl grupo de estudio al que pertenecen.

		Grupo		Total
		GE	GC	
Ha estudiado el concepto de números reales	No	1 (2.7)	4 (10.8)	5 (13.5)
	Si	17 (45.9)	15 (40.5)	32 (86.5)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
Ha estudiado el concepto de intervalos	No	1 (2.7)	3 (8.1)	4 (10.8)
	Si	17 (45.9)	16 (43.2)	33 (89.2)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)

Ha estudiado el concepto de ecuaciones lineales	No	6 (16.2)	4(10.8)	10(27.0)
	Si	12 (32.4)	15 (40.5)	27 (73.0)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
Ha estudiado el concepto de ecuaciones cuadráticas	No	7 (18.9)	7 (18.9)	14 (37.8)
	Si	11 (29.7)	12 (32.4)	23 (62.2)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
Ha estudiado el concepto de inecuaciones lineales	No	7 (18.9)	8 (21.6)	15 (40.5)
	Si	11 (29.7)	11 (29.7)	22 (59.5)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
Ha estudiado el concepto de inecuaciones cuadráticas	No	8 (21.6)	9 (24.3)	17 (45.9)
	Si	10 (27.0)	10 (27.0)	20 (54.1)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
Ha estudiado el concepto dela discriminante	No	12 (32.4)	10 (27.0)	22 (59.5)
	Si	6 (16.2)	9 (24.3)	15 (40.5)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
Ha estudiado el concepto de valor absoluto	No	3 (8.1)	4 (10.8)	7 (18.9)
	Si	15 (40.5)	15 (40.50)	30 (81.1)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre números reales?	No lo conozco	1 (2.7)	3 (8.1)	4 (10.8)
	No lo comprendo	10 (27.0)	8 (21,6)	18 (48.6)
	Lo comprendo parcialmente	6 (16.2)	7 (18.9)	13 (35.1)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	0 (0.0)	1 (2.7)	1 (2.7)
	Lo puedo explicar a un compañero	1(2.7)	0 (0.0)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre intervalos?	No lo conozco	2 (5.4)	1 (2.7)	3 (8.1)
	No lo comprendo	6 (16.2)	8 (21.6)	14 (37.8)
	Lo comprendo parcialmente	8 (21.6)	9 (24.3)	17 (45.9)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	2 (5.4)	1 (2.7)	3 (8.1)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre	No lo conozco	6 (16.2)	2 (5.4)	8 (21.6)
	No lo comprendo	5 (13.5)	9 (24.3)	14 (37.8)
	Lo comprendo parcialmente	5 (13.5)	7 (18.9)	12 (32.4)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	1 (2.7)	1 (2.7)	2 (5.4)

ecuaciones lineales?	Lo puedo explicar a un compañero	1 (2.7)	0 (0,0)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre ecuaciones cuadráticas?	No lo conozco	8 (21.6)	7 (18.9)	15 (40.50)
	No lo comprendo	5 (13.5)	6 (16.2)	11 (29.7)
	Lo comprendo parcialmente	3 (8.1)	5 (13.5)	8 (21.6)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	2 (5.4)	1 (2.7)	3 (8.1)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre inecuaciones lineales?	No lo conozco	9 (24.3)	6 (16.2)	15 (40.5)
	No lo comprendo	6 (16.2)	7 (18.9)	13 (35.1)
	Lo comprendo parcialmente	2 (5.4)	5 (13.5)	7 (18.9)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	1 (2.7)	1 (2.7)	2 (5.4)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre inecuaciones cuadráticas?	No lo conozco	9 (24.3)	8 (21.6)	17 (45.9)
	No lo comprendo	6 (16.2)	8 (21.6)	14 (37.8)
	Lo comprendo parcialmente	2 (5.4)	2(5.4)	4 (10.8)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	1 (2.7)	1 (2.7)	2 (5.4)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre la discriminante	No lo conozco	14 (37.8)	7 (18.9)	21 (56,8)
	No lo comprendo	3 (8.1)	7 (18.9)	10 (27.0)
	Lo comprendo parcialmente	1 (2.7)	3 (8.1)	4 (10.8)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	0 (0.0)	2 (5.4)	2 (5.4)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre el valor absoluto?	No lo conozco	3 (8.1)	2 (5.4)	5 (13.5)
	No lo comprendo	10 (27.0)	6 (16.2)	16 (43.2)
	Lo comprendo parcialmente	5 (13.5)	10 (27.0)	15 (40.5)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	0 (0.0)	1 (2.7)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100)

Se aprecia en la tabla anterior que el 86.5% del total de estudiantes reconoce haber estudiado el concepto de números reales, el 89.2% intervalos, el 73% ecuaciones lineales, el 62.2% ecuaciones cuadráticas, el 59.5%

inecuaciones lineales, el 54.1% inecuaciones cuadráticas, el 40.5% discriminante y el 81.1% valor absoluto.

Sin embargo, frente a la pregunta sobre su grado de conocimiento de dichos conceptos antes estudiados en lo referente a números reales el 48.6% no lo comprende, el 35.1% lo comprende parcialmente, el 2.7% tiene una buena comprensión del tema y el 2.7% lo puede explicar a un compañero.

En cuanto al tema de intervalos el 37.8% no lo comprende, el 45.9% lo comprende parcialmente, el 8.1% tiene una buena comprensión del tema y nadie lo puede explicar a un compañero. En lo referente a ecuaciones lineales el 37.8% no lo comprende, el 32.4% lo comprende parcialmente, el 5.4% tiene una buena comprensión del tema y el 2.7% lo puede explicar a un compañero. Sobre ecuaciones cuadráticas el 29.7% no lo comprende, el 21.6% lo comprende parcialmente, el 8.1% tiene una buena comprensión del tema y nadie lo puede explicar a un compañero.

Para inecuaciones lineales el 35.1% respondió que no lo comprende, el 18.9% lo comprende parcialmente, el 5.4% tiene una buena comprensión del tema y nadie lo puede explicar a un compañero. En las inecuaciones cuadráticas el 37.8% respondió que no lo comprende, el 10.8% lo comprende parcialmente, el 5.4% tiene una buena comprensión del tema y nadie lo puede explicar a un compañero.

El concepto de la discriminante es para el 27% no comprendido, para el 10.8% comprendido parcialmente, para el 5.4% bien comprendido y nadie lo puede explicar a un compañero. El valor absoluto es para el 43.2% no comprendido, para el 40.5% comprendido parcialmente, para el 2.7% bien comprendido y nadie lo puede explicar a un compañero.

1.3. Post – test:

Al culminar la unidad se volvió a solicitar el cuestionario de informe personal.

Tabla 5

Distribución de la muestra de estudio según su informe académico personal final de acuerdo con el grupo de estudio al que pertenecen.

		Grupo		
		GE	GC	Total
Ha estudiado el concepto de números reales	No	1 (2.7)	4 (10.8)	5 (13.5)
	Si	17 (45.9)	15 (40.5)	32 (86.5)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
Ha estudiado el concepto de intervalos	No	1 (2.7)	3 (8.1)	4 (10.8)
	Si	17 (45.9)	16 (43.2)	33 (89.2)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
Ha estudiado el concepto de ecuaciones lineales	No	1 (2.7)	4 (10.8)	5 (13.5)
	Si	17 (45.9)	15 (40.5)	32 (86.5)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
Ha estudiado el concepto de ecuaciones cuadráticas	No	3 (8.1)	7 (18.9)	10 (27.0)
	Si	15 (40.5)	12 (32.4)	27 (73.0)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
Ha estudiado el concepto de inecuaciones lineales	No	3 (8.1)	8 (21.6)	11 (29.7)
	Si	15 (40.5)	11 (29.7)	26 (70.3)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
Ha estudiado el concepto de inecuaciones cuadráticas	No	4 (10.8)	9 (24.3)	13 (35.1)
	Si	14 (37.8)	10 (27.0)	24 (64.9)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
	No	3 (8.1)	10 (27.0)	13 (35.1)
	Si	15 (40.5)	9 (24,3)	24 (64.9)

Ha estudiado el concepto dela discriminante	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
Ha estudiado el concepto de valor absoluto	No	0 (0.0)	4 (10.8)	4 (10.8)
	Si	18 (48.6)	15 (40.5)	33 (89.2)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre números reales?	No lo conozco	0 (0.0)	3 (8.1)	3 (8.1)
	Tengo un conocimiento parcial	7 (18.9)	8 (21.6)	15 (40.5)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	5 (13.5)	7 (18.9)	12 (32.4)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	5 (13.5)	1 (2.7))	6 (16.2)
	Lo puedo explicar a un compañero	1 (2.7)	0 (0.0)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre intervalos?	No lo conozco	0 (0.0)	1 (2.7)	1 (2.7)
	Tengo un conocimiento parcial	6 (16.2)	8 (21.6)	14 (37.8)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	7 (18.9)	9 (24.3)	16 (43.2)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	4 (10.8)	1 (2.7)	5 (13.5)
	Lo puedo explicar a un compañero	1 (2.7)	0 (0.0)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre ecuaciones lineales?	No lo conozco	1 (2.7)	2 (5.4)	3 (8.1)
	Tengo un conocimiento parcial	3 (8.1)	9 (24.3)	12 (32.4)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	8 (21,6)	7 (18,9)	15 (40.5)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	3 (8.1)	1 (2.7)	4 (10.8)
	Lo puedo explicar a un compañero	3 (8.1)	0 (0.0)	3 (8.1)
	Total	18 (48,6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre ecuaciones cuadráticas?	No lo conozco	2 (5,4)	7 (18.9)	9 (24,30))
	Tengo un conocimiento parcial	4 (10.8)	6 (16.2)	10 (27.0)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	7 (18.9)	5 (13.5)	12 (32.4)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	2 (5.4)	1 (2.7)	3 (8.1)
	Lo puedo explicar a un compañero	3 (8.1)	0 (0.0)	3 (8.1)

	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre inecuaciones lineales?	No lo conozco	3 (8.1)	6 (16.2)	9 (24.3)
	Tengo un conocimiento parcial	5 (13.5)	7 (18.9)	12 (32.4)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	5 (13.5)	5 (13.5)	10 (27.0)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	4 (10.8)	1 (2.7)	5 (13.5)
	Lo puedo explicar a un compañero	1 (2.7)	0 (0.0)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre inecuaciones cuadráticas?	No lo conozco	3 (8.1)	8 (21.6)	11 (29.7)
	Tengo un conocimiento parcial	6 (16.2)	8 (21.6)	14 (37.8)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	5 (13.5)	2 (5.4)	7 (18.9)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	2 (5.4)	1 (2.7)	3 (8.1)
	Lo puedo explicar a un compañero	2 (5.4)	0 (0.0)	2 (5.4)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre la discriminante	No lo conozco	1 (2.7)	7 (18.9)	8 (21.6)
	Tengo un conocimiento parcial	8 (21.6)	7 (18.9)	15 (40.5)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	7 (18.9)	3 (8.1)	10 (27.0)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	1 (2.7)	2 (5.4)	3 (8.1)
	Lo puedo explicar a un compañero	1 (2.7)	0 (0.0)	1 (2.7)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)
¿Cuál es su grado de conocimiento o comprensión sobre el valor absoluto?	No lo conozco	0 (0.0)	2 (5.4)	2 (5.4)
	Tengo un conocimiento parcial	1 (2.7)	6 (16.2)	7 (18.9)
	Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente	12 (32.4)	10 (27.0)	22 (59.5)
	Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión	3 (8.1)	1 (2.7)	4 (10.8)
	Lo puedo explicar a un compañero	2 (5.4)	0 (0.0)	2 (5.4)
	Total	18 (48.6)	19 (51.4)	37 (100.0)

De la Tabla 5 en cuanto al grado de conocimiento o comprensión de un tema se destaca que disminuye considerablemente el porcentaje de respuestas como "no lo conozco" o "no lo comprendo", viéndose incrementado el porcentaje de respuestas como "Tengo una buena comprensión" o "puedo explicarlo a un compañero" en la mayoría de los conceptos evaluados.

También es notable que las respuestas que expresan que pueden explicar el concepto a un compañero son sólo del grupo experimental, teniendo el grupo control 0% en este rubro para todos los conceptos evaluados.

2. Prueba de hipótesis

2.1. Normalidad de las muestras

Para determinar la distribución normal de los datos se realizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk

H_0: Los datos provienen de una distribución normal.

H_1: Los datos no provienen de una distribución normal.

Tabla 6

Prueba de normalidad Shapiro-Wilk para los grupos GE y GC en las pruebas de entrada (PE), proceso (PP) y salida (PS)

Prueba	Grupo	Estadístico	gl	Sig.
PE	GE	0.93	18	0.19
	GC	0.92	19	0.12
PP	GE	0.95	18	0.42
	GC	0.96	19	0.61
PS	GE	0.98	18	0.93
	GC	0.96	19	0.66

La variable desarrollo de competencias matemáticas se distribuye normalmente en las pruebas realizadas para el grupo experimental y el grupo control.

2.2. Homogenización de los grupos de estudio

A continuación (Tabla 7) se presentan los estadísticos descriptivos de los grupos en la prueba de entrada.

Tabla 7

Medias de los GE y GC según la prueba de entrada

Prueba	Grupo	N	Me	DE
	GE	18	15.67	6.17
PE	GC	19	11.16	7.32

Se puede apreciar en la Tabla 7 que los dos grupos tienen una media cercana, el GE 15.67 puntos y el GC 11.16 puntos.

Para comprobar la homogeneidad se aplicó la prueba de F – Snedecor, con el Test de Levene, para ello se plantearon las siguientes hipótesis:

H_0: Los dos grupos tienen varianzas iguales, son homogéneos.

H_1: Los dos grupos tienen varianzas diferentes, no son homogéneos.

Es decir:

H_0: ${\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2$ (si $p > \alpha$)

H_1: ${\sigma_1}^2 \neq {\sigma_2}^2$ (si $p < \alpha$)

Donde:

- p: es la significancia de la prueba
- α: es el criterio de significación ($\alpha = 0.05$)

- σ_1 y σ_2: son las varianzas del GE y GC respectivamente

En la Tabla 8 se presentan los resultados de la prueba de homogenización de los grupos de estudio.

Tabla 8

Test de Levene para la prueba de entrada

Prueba	Varianzas	F	p
PE	Se han asumido varianzas iguales	0.09	0.76
	No se han asumido varianzas iguales		

(α=0.05)

Para las varianzas de los dos grupos, concluimos con una F de 0.09 y con una significación p = 0.76 (p > α), mediante el test de Levene que las varianzas se pueden asumir iguales, es decir aceptamos la hipótesis nula H_0.

Por lo tanto existe evidencia estadística para afirmar que no existe diferencia significativa entre las varianzas de las puntuaciones para el desarrollo de competencias matemáticas de los grupos experimental y control en la prueba de entrada.

2.3. Análisis comparativo por pruebas

Para analizar si la aplicación del método de enseñanza basado en solución de tareas investigativas (MEBSTI) ha sido significativa se realizó la prueba T–student, para muestras independientes, con el fin de comparar los resultados totales obtenidos en las pruebas de entrada, proceso y salida.

Para analizar los resultados obtenidos en cada prueba, primero se obtuvo las medias de cada grupo en dichas pruebas.

Tabla 9

Medias y desviaciones típicas de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC

Prueba	grupo	N	Me	DE
PE	GE	18	15.67	6.17
	GC	19	11.16	7.32
PP	GE	18	34.5	4.85
	GC	19	18.79	10.80
PS	GE	18	54.5	3.79
	GC	19	41.05	9.92

Luego se aplicó el Test de Levene, para determinar si las varianzas son iguales o diferentes, con el planteamiento de las siguientes hipótesis:

H_0: Los dos grupos tienen varianzas iguales, son homogéneos.

H_1: Los dos grupos tienen varianzas diferentes, no son homogéneos.

Es decir:

H_0: ${\sigma_1}^2 = {\sigma_2}^2$ (si $p > \alpha$)

H_1: ${\sigma_1}^2 \neq {\sigma_2}^2$ (si $p < \alpha$)

Donde:

- p: es la significancia de la prueba
- α: es el criterio de significación ($\alpha = 0.05$)
- σ_1 y σ_2: son las varianzas del GE y GC respectivamente

Tabla 10

Prueba de Levene de los resultados en las pruebas de entrada, proceso y salida.

Prueba	Varianzas	F	Sig.
PE	Se asumen varianzas iguales	0.63	0.43
	No se asumen varianzas iguales		
PP	Se asumen varianzas iguales	0.14	0.71
	No se asumen varianzas iguales		
PS	Se asumen varianzas iguales	3270	0.08
	No se asumen varianzas iguales		

(α=0.05)

En la prueba de entrada al contrastar las varianzas de los dos grupos mediante el test de Levene, se concluye con una F de 0.63 y $p = 0.43$ ($p>0.05$) que las varianzas se pueden considerar iguales, es decir aceptamos la hipótesis nula.

En la prueba de proceso al contrastar las varianzas de los dos grupos mediante el test de Levene, se concluye con una F de 0.14 y $p = 0.71$ ($p>0.05$) que las varianzas se pueden considerar iguales, es decir aceptamos la hipótesis nula.

En la prueba de salida al contrastar las varianzas de los dos grupos mediante el test de Levene, se concluye con una F de 3270 y $p = 0.08$ ($p>0.05$) que las varianzas se pueden considerar iguales, es decir aceptamos la hipótesis nula.

Para establecer si existen diferencias significativas entre las medias de los grupos GE y GC en las diferentes pruebas (PE, PP y PS) se estableció:

μ_1: Es la media del grupo experimental

μ_2: Es la media del grupo control

Planteándose las siguientes hipótesis:

H_0: Los grupos son iguales, no hay diferencia significativa entre ambos.

H_1: Los grupos son diferentes, hay diferencia significativa entre ambos.

Es decir:

$H_0: \mu_1=\mu_2$

$H_1: \mu_1\neq\mu_2$

Con un ensayo bilateral de nivel de significación de $\alpha=0.05$ y con 35 grados de libertad, se aplicó la prueba t – Student para muestras independientes.

Tabla 11

Prueba t – student de los resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC

Prueba	t	gl	p	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	Superior
PE	2.09	35	0.05	6.01	2.86	0.20	11.82
PP	3.77	35	0.00	12.99	3.44	6.00	19.98
PS	2.53	35	0.02	7.00	2.77	1.37	12.64

Para la prueba de entrada con t = 2.09 y p = 0.05, se acepta la hipótesis nula, es decir los grupos experimental y control no son significativamente diferentes. El intervalo de confianza para la diferencia de medias IC = [0.20, 11.82], indica que no hay diferencia significativa en los dos grupos.

Para la prueba de proceso con t = 3.77 y p = 0.00, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. El intervalo de confianza para la diferencia de medias IC = [6.00, 19.98], indica que hay diferencia significativa en los dos grupos.

Para la prueba de salida con t = 2.53 y p = 0.02, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. El intervalo de confianza para la diferencia de medias IC = [1.37, 12.64], indica que hay diferencia significativa en los dos grupos.

2.4. Análisis comparativo por competencias

Como parte de los objetivos se encuentra el analizar si esta mejora se da en cada una de las competencias evaluadas en las pruebas de entrada, proceso y salida.

C1: Maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas

C2: Resuelve problemas matemáticamente

C3: Modela matemáticamente

C4: Comunica matemáticamente

2.4.1. Análisis comparativo para manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas

Al analizar los resultados obtenidos para esta competencia en cada prueba, primero se obtuvo las medias de cada grupo en dichas pruebas.

Tabla 12

Medias y desviaciones típicas de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC al evaluar la C1

Prueba	Grupo	N	Me	DE
PE	GE	18	5.78	2.78
	GC	19	5.05	3.06
PP	GE	18	12.39	2.81
	GC	19	9.21	5.22
PS	GE	18	14.89	1.94
	GC	19	12.68	3.04

Como se aprecia en la tabla anterior las medias en la prueba de entrada para el GE y GC son similares al evaluar la C1, mientras que la diferencia entre las medias en las pruebas de proceso y de salida es notoria.

Para establecer si existen diferencias significativas entre las medias de la C1 delos grupos GE y GC en las diferentes pruebas (PE, PP y PS) se estableció:

μ_1: Es la media de la C1 del grupo experimental

μ_2: Es la media de la C1 del grupo control

Planteándose las siguientes hipótesis:

H_0: Los grupos son iguales, no hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C1.

H_1: Los grupos son diferentes, hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C1.

Es decir:

H_0: $\mu_1=\mu_2$

H_1: $\mu_1\neq\mu_2$

Con un ensayo bilateral de nivel de significación de $\alpha=0.05$ y con 35 grados de libertad, se aplica la prueba t – Student para muestras independientes.

Tabla 13

Prueba t – student de las puntuaciones de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC para la C1

						95% de intervalo de confianza de la diferencia	
Prueba	T	gl	p	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
PE	0.75	35	0.57	0.73	0.96	-1.23	2.68
PP	2.32	35	0.03	3.18	1.37	0.37	5.98
PS	2.65	35	0.01	2.21	0.83	0.51	3.90

Para la prueba de entrada con $t = 0.75$ y $p = 0.57 > \alpha$, se acepta la hipótesis nula, es decir los grupos experimental y control no son significativamente diferentes. Lo cual indica que no hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de la matemática en la prueba de entrada.

Para la prueba de proceso con $t = 2.32$ y $p = 0.03 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de la matemática en la prueba de proceso.

Para la prueba de salida con $t = 2.65$ y $p = 0.01 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de la matemática en la prueba de salida.

2.4.2. Análisis comparativo para resolver problemas matemáticamente

Al analizar los resultados obtenidos para esta competencia en cada prueba, primero se obtuvo las medias de cada grupo en dichas pruebas.

Tabla 14

Medias y desviaciones típicas de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC al evaluar la C2

Prueba	grupo	N	Me	DE
PE	GE	18	5.00	2.59
	GC	19	3.53	2.27
PP	GE	18	9.78	1.40
	GC	19	6.26	3.56
PS	GE	18	12.56	1.38
	GC	19	9.84	2.09

Como se aprecia en la tabla anterior las medias en la prueba de entrada para el GE y GC son cercanas al evaluar la C2, mientras que la diferencia entre las medias en las pruebas de proceso y de salida es mayor.

Para establecer si existen diferencias significativas entre las medias de la C2 de los grupos GE y GC en las diferentes pruebas (PE, PP y PS) se estableció:

μ_1: Es la media de la C2 del grupo experimental

μ_2: Es la media de la C2 del grupo control

Planteándose las siguientes hipótesis:

H_0: Los grupos son iguales, no hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C2.

H_1: Los grupos son diferentes, hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C2.

Es decir:

H_0: $\mu_1=\mu_2$

H_1: $\mu_1\neq\mu_2$

Con un ensayo bilateral de nivel de significación de $\alpha=0.05$ y con 35 grados de libertad, se aplicó la prueba t – Student para muestras independientes.

Tabla 15

Prueba t – student de las puntuaciones de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC para la C2

Prueba	T	gl	p	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	Superior
PE	1.84	35	0.07	1.47	0.80	´-0.15	3.10
PP	3.99	35	0.00	3.52	0.88	1.70	5.33
PS	4.68	35	0	2.71	0.58	1.53	3.89

Para la prueba de entrada con $t = 1.84$ y $p = 0.07 > \alpha$, se acepta la hipótesis nula, es decir los grupos experimental y control no son significativamente diferentes. Lo cual indica que no hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia resolver problemas matemáticamente e la prueba de entrada.

Para la prueba de proceso con $t = 3.99$ y $p = 0.00 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia resolver problemas matemáticamente en la prueba de proceso.

Para la prueba de salida con $t = 4.68$ y $p = 0 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia resolver problemas matemáticamente en la prueba de salida.

2.4.3. Análisis comparativo para modelar matemáticamente

Al analizar los resultados obtenidos para esta competencia en cada prueba, primero se obtuvo las medias de cada grupo en dichas pruebas.

Tabla 16

Medias y desviaciones típicas de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC al evaluar la C3

Prueba	Grupo	N	Me	DE
PE	GE	18	1.28	1.60
	GC	19	0.68	2.00
PP	GE	18	3.72	2.02
	GC	19	0.89	2.16
PS	GE	18	14.00	1.33
	GC	19	11.11	4.68

En la Tabla 16 se observa que las medias en la prueba de entrada para el GE y GC son cercanas al evaluar la C3, mientras que la diferencia entre las medias en las pruebas de proceso y de salida es mayor.

Para establecer si existen diferencias significativas entre las medias de la C1 de los grupos GE y GC en las diferentes pruebas (PE, PP y PS) se estableció:

μ_1: Es la media de la C3 del grupo experimental

μ_2: Es la media de la C3 del grupo control

Planteándose las siguientes hipótesis:

H_0: Los grupos son iguales, no hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C3.

H_1: Los grupos son diferentes, hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C3.

Es decir:

$H_0: \mu_1=\mu_2$

$H_1: \mu_1\neq\mu_2$

Con un ensayo bilateral de nivel de significación de $\alpha=0.05$ y con 35 grados de libertad, se aplicó la prueba t – Student para muestras independientes.

Tabla 17

Prueba t – student de las puntuaciones de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC para la C3

Prueba	T	gl	p	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
						Inferior	Superior
PE	0.99	35	0.33	0.59	0.60	-0.62	1.81
PP	4.11	35	0	2.83	0.69	1.43	4.23
PS	2.59	35	0.02	2.90	1.12	0.57	5.22

Para la prueba de entrada con $t = 0.99$ y $p = 0.33 > \alpha$, se acepta la hipótesis nula, es decir los grupos experimental y control no son significativamente diferentes. Lo cual indica que no hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia modelar matemáticamente en la prueba de entrada.

Para la prueba de proceso con $t = 4.11$ y $p = 0 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia modelar matemáticamente en la prueba de proceso.

Para la prueba de salida con $t = 2.59$ y $p = 0.02 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia modelar matemáticamente en la prueba de salida.

2.4.4. Análisis comparativo para comunicar matemáticamente

Al analizar los resultados obtenidos para esta competencia en cada prueba, primero se obtuvo las medias de cada grupo en dichas pruebas.

Tabla 18

Medias y desviaciones típicas de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC al evaluar la C4

Prueba	Grupo	N	Me	DE
PE	GE	18	3.61	2.00
	GC	19	1.89	2.62
PP	GE	18	8.61	1.88
	GC	19	2.42	3.60
PS	GE	18	13.06	1.73
	GC	19	7.42	3.64

En la Tabla 18 se observa que las medias en la prueba de entrada para el GE y GC son cercanas al evaluar la C3, mientras que la diferencia entre las medias en las pruebas de proceso y de salida es muy notoria.

Para establecer si existen diferencias significativas entre las medias de la C4 de los grupos GE y GC en las diferentes pruebas (PE, PP y PS) se estableció:

μ_1: Es la media de la C4 del grupo experimental

μ_2: Es la media de la C4 del grupo control

Planteándose las siguientes hipótesis:

H_0: Los grupos son iguales, no hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C4.

H_1: Los grupos son diferentes, hay diferencia significativa entre ambos al evaluar la C4.

Es decir:

H_0: $\mu_1=\mu_2$

H_1: $\mu_1\neq\mu_2$

Con un ensayo bilateral de nivel de significación de $\alpha=0.05$ y con 35 grados de libertad, se aplicó la prueba t – Student para muestras independientes.

Tabla 19

Prueba t – student de las puntuaciones de las pruebas de entrada, proceso y salida de los grupos GE y GC para la C4

Prueba	T	gl	p	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
						Inferior	Superior
PE	2.23	35	0.03	1.72	0.77	0.15	3.28
PP	6.61	35	0	6.19	0.94	4.27	8.11
PS	6.06	35	0	5.64	0.93	3.72	7.55

Para la prueba de entrada con $t = 2.23$ y $p = 0.03 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia comunicar matemáticamente en la prueba de entrada.

Para la prueba de proceso con $t = 6.61$ y $p = 0 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia comunicar matemáticamente en la prueba de proceso.

Para la prueba de salida con $t = 6.06$ y $p = 0 < \alpha$, se acepta la hipótesis alterna, es decir los grupos experimental y control son significativamente diferentes. Lo cual indica que hay diferencia significativa en los dos grupos al evaluar la competencia comunicar matemáticamente en la prueba de salida.

3. Discusiones de los resultados

En cuanto a los resultados obtenidos en la comparación de medias para muestras independientes se puede apreciar que ambos grupos, en la prueba de entrada obtienen una media parecida 15.67 y 11.16 puntos para los grupos experimental y control respectivamente.

La prueba de homogenización muestra que los grupos preestablecidos tienen una varianza homogénea esto como resultado de la nivelación previamente realizada en horarios de tutorías antes de la aplicación del MEBSTI para la unidad de sistema de números reales. Como menciona Aredo (2012) el repaso de conceptos previos o requisitos con motivaciones hacia el tema les permite a los estudiantes comprender y desarrollar sus competencias en la evaluación de entrada.

Los resultados de la prueba T aplicada a ambos grupos indican que en la prueba de entrada nos existen diferencias significativas en las medias de las puntuaciones de ambos grupos, es decir tanto el grupo experimental como el grupo control tenían al inicio de la investigación un desarrollo similar de las competencias matemáticas evaluadas. Esto coincide con lo reportado por De las Fuentes, Arcos y Navarro (2010) quienes establecieron la uniformidad en cuanto a las competencias matemáticas de los estudiantes que participaron en su investigación, toda vez que una prueba de medias con un nivel de significancia $\alpha=0.05$ evidencia que no hay diferencia en las competencias matemáticas de los estudiantes de los grupos participantes antes de iniciar la experimentación.

Cabe señalar que en ambos grupos el mayor porcentaje de las puntuaciones en la prueba de entrada provenía de la competencia maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas, así como de la competencia resuelve problemas matemáticamente, alcanzando puntuaciones de "en proceso" (2 ptos) y "logro esperado" (3 ptos) mientras que en ambos grupos los puntajes alcanzados en las otras dos competencias (modela matemáticamente y comunica matemáticamente) al inicio no fue considerable, muchos obtenían como puntuación "sin logro" (0 ptos) o "en inicio" (1pto).

En cuanto a la competencia maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas (C1) en su investigación De las Fuentes, Arcos y Navarro (2010) evidenciaron que la competencia matemática que analizaron en su post-test como "utilización del lenguaje simbólico y formal", es favorable para el grupo experimental en el que se implementó la estrategia didáctica. Lo cual sugirió que la estrategia didáctica diseñada e implementada fortalece de manera sustantiva la competencia matemática citada, de manera inherente la interpretación del lenguaje natural al lenguaje simbólico y formal, así como la traducción y el manejo de ecuaciones, fórmulas y modelos.

Para cada una de las competencias evaluadas se verificó que en la prueba de entrada tenían medias similares y la prueba T demostró que no existía diferencias significativas entre los grupos, salvo para el caso de la C4 (comunicar matemáticamente), lo cual pudo deberse a la frecuencia con la que los estudiantes leen, desarrollan e investigan sobre el curso, así como a sus competencias desarrolladas antes de la aplicación del método.

Al analizar la media en los resultados estadísticos obtenidos para las tres pruebas se observa que ambos grupos presentan un incremento en cada una, siendo para el grupo experimental de: 15.67 < 34.5 < 54.5, y que para el grupo control: 11.16 < 18.79 < 41.05 en las pruebas de entrada, proceso y salida respectivamente.

En cuanto a la desviación estándar, resultados estadísticos obtenidos para las tres pruebas verifican que la del grupo experimental va disminuyendo en cada prueba: 6.17 > 4.85 >3.79 para la prueba de entrada, proceso y salida respectivamente. Esto no sucede en el grupo control cuya desviación estándar es en la prueba de entrada 7.32, valor que incrementa en la de proceso a 10.80, para disminuir ligeramente en la de salida a 9.92.

Lo expuesto evidencia que el MEBSTI mejora considerablemente las competencia matemáticas, tanto la media como la densidad, es decir no sólo se incrementan las puntuaciones, sino que se disminuye la variabilidad de los datos, siendo en cada prueba el grupo experimental cada vez más homogéneo. Este resultado no sucede con el método tradicional, siendo en cada prueba el grupo control cada vez más disperso, ya que existen estudiantes que al no comprender un tema simplemente pierden el interés, mientras que existen estudiantes con muy buena base que logran comprender los temas bajo la modalidad tradicional, pero sin los beneficios que les reportaría el MEBSTI pues la media del GC está muy por debajo de la del GE.

En las pruebas de proceso y salida ambos grupos (GE y GC) presentan diferencias significativas en cada una de las competencias matemáticas evaluadas, esto se debe a que la aplicación del MEBSTI contribuye al desarrollo de dichas competencias.

García y Benítez (2011) encontraron que en el proceso de resolución de un problema se incluyen diferentes fases como: a) Identificar las variables presentes en el problema; b) Representar el problema en forma diferente; c) Establecer relaciones entre las variables del problema; d) Establecer relaciones entre las representaciones empleadas; e) Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes para la solución del problema; f) Relacionar el problema con otro más simple; g) Utilizar un modelo matemático para representar el problema; h) Justificar los resultados y i) Comunicar el proceso y la solución. Muchas de estas fases están incluidas en las competencias matemáticas evaluadas, cabe resaltar que son precisamente las competencias de modelación y de comunicación matemática, las que demandan más tiempo para ser desarrolladas, ya que en la prueba de proceso aún no evidencia una mejora considerable frente a la prueba de entrada. Siendo esta mejora evidenciada en la comparación de estas competencias (C3 y C4) en las pruebas de salida y entrada.

Además la diferencia entre el grupo control y el grupo experimental en estas mismas competencias también resulta significativa, quedando demostrado que la aplicación del MEBSTI contribuye al desarrollo de las competencias matemáticas.

Según Rosales, *et al*. (2013) los docentes deben comprender la necesidad que tiene el futuro profesional de aprender a investigar, no solo para su auto preparación, sino para que en su labor profesional pueda dar soluciones con un enfoque científico a los problemas que se presenten en el ejercicio de su carrera, en su vida familiar y social.

Es por ello que el MEBSTI pone al estudiante en la necesidad de investigar para poder seguir con las sesiones de la asignatura, no se espera solo llegar a la evaluación escrita para que el estudiante se vaya autoevaluando y auto capacitando.

De las Fuentes, Arcos y Navarro (2010) evidenciaron en su investigación que la mayoría de estudiantes están acostumbrados a las clases de matemáticas en las que simplemente se resuelven ejercicios más o menos rutinarios con dependencia del profesor como producto de la enseñanza tradicional. Es precisamente por eso que la aplicación del MEBTI resulta desafiante para el estudiante, pues como se evidencia en el informe personal inicial un escaso porcentaje recuerda lo que ha estudiado previamente y mucho menos se sienten en la capacidad de explicarlo.

Para Aredo (2012), el aprendizaje individual permitió a cada estudiante reflexionar sobre sus conocimientos conceptuales y procedimentales mejorando de esa manera algunos de los errores observados por ellos mismo, también el aprendizaje individual resultó muy importante para que los estudiantes piensen sobre los procedimientos que siguieron para alcanzar el aprendizaje, reflexionen sobre sus resultados y, finalmente, piensen en la socialización de esos conocimientos con sus compañeros de clase. Es esto precisamente lo que se persigue con el MEBSTI.

En la investigación se aprecia que luego de terminar la unidad del sistema de números reales en las respuestas del informe personal final sólo los del grupo experimental se sienten capaces de explicar un concepto estudiado a un compañero, probablemente se deba a que el MEBSTI los ha familiarizado con el debate y el aprendizaje colaborativo.

Al finalizar este estudio se observó que en el informe personal inicial la mayoría de estudiantes tiene una valoración de un conocimiento muy deficiente acerca del sistema de número reales; y en el informe personal final los estudiantes mejoran sus grados de conocimientos en la comprensión de los conceptos del sistema de número reales, superando deficiencias del informe inicial. Lo mismo que fue evidenciado por Aredo (2012) en su investigación.

En la prueba de salida se mejoró considerablemente las competencias matemáticas de los estudiantes alcanzándose un grado de desarrollo de "Logro esperado" y "logro destacado" para los del grupo experimental y "en proceso" y "logro esperado" para los del grupo control siendo significativas las diferencias en los resultados para los diferentes grupos, pero en ambos casos superando las deficiencias de la prueba de entrada y mostrado mejoras con respecto a la prueba de proceso.

CONCLUSIONES

Los resultados de la investigación presentada, fueron expuestos en el capítulo anterior, sin embargo, mencionaremos los resultados más relevantes, en respuesta a los objetivos generales y específicos planteados al iniciar la investigación. Para ello iniciamos analizando a los dos grupos tomados, para luego concluir en lo referente a las competencias matemáticas. Finalmente, concluimos respecto a la aplicación del MEBSTI como medio didáctico en la enseñanza del sistema de números reales.

1. Grupos de estudio

En lo referente a los grupos de estudio tomados, podemos concluir lo siguiente:

- Las muestras estuvieron formadas por 37 estudiantes de la carrera de administración de la Universidad Peruana Unión – Filial Tarapoto que en el ciclo 2007-II estuvieron matriculados en el curso de matemática, de ellos el 48.6% pertenecía al grupo experimental y el 51.4% al grupo control.
- De los estudiantes que participaron en la investigación el 40.5% fueron varones y el 59.5% fueron damas. De ellos el 91.9% tenían entre 16 a 20 años, el 5.4% tenía entre 21 a 23 y el 2.7% tenía más de 24 años.
- En la autoevaluación inicial la mayoría de ambos grupos manifestaba no recordar lo estudiado en la secundaria o de lo recordarlo no lo comprendían y en caso de comprenderlo no se sentían en la capacidad de explicarlo a un compañero. En conclusión, no habían desarrollado sus competencias matemáticas previamente, habían llegado a la universidad

memorizado o mecanizando procesos de solución, más no comprendiendo ni mejorando sus competencias matemáticas.

2. Competencias matemáticas:

Al iniciar la investigación se realizó la prueba de entrada en la cual se pudo evidenciar que las puntuaciones al evaluar sus competencias matemáticas previas seguían una distribución normal y tenían varianzas similares tanto en el grupo experimental como en el grupo control, eran grupos homogéneos. Las medias obtenidas por el grupo experimental y control en la prueba de entrada fue 15.67 y 11.16 puntos respectivamente. Mientras que las puntuaciones de las competencias iniciales para el grupo experimental y control fueron: maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas 5.78 (GE) y 5.05 (GC), resuelve problemas matemáticamente 5.0 (GE) y 3.53 (GC), modela matemáticamente 1.28 (GE) y 0.68 (GC), comunica matemáticamente 3.61 (GE) y 1.89 (GC).

En la prueba de proceso aplicada durante el desarrollo de la unidad se obtuvo como media para el grupo experimental 34.5 puntos y para el grupo control 18.74 puntos. Las puntuaciones de las competencias en la prueba de proceso para el grupo experimental y control fueron: maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas 12.39 (GE) y 9.21 (GC), resuelve problemas matemáticamente 9.78 (GE) y 6.26 (GC), modela matemáticamente 3.72 (GE) y 0.89 (GC), comunica matemáticamente 8.61 (GE) y 2.42 (GC).

Finalmente en la prueba de salida aplicada al terminar la unidad se obtuvo como media para el grupo experimental 54.5 puntos y para el grupo control 41.05 puntos. Las puntuaciones de las competencias en la prueba de salida para el grupo experimental y control fueron: maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas 14.89 (GE) y 12.68 (GC), resuelve problemas matemáticamente 12.56 (GE) y 9.84 (GC), modela matemáticamente 14.0 (GE) y 11.11 (GC), comunica matemáticamente 13.06 (GE) y 7.42 (GC).

Al evaluar las competencias matemáticas mencionadas se observó que la competencia más desarrollada por el curso es la del manejo de elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas, seguida por la de resolver problemas matemáticamente, mientras que modelar y comunicar matemáticamente son las menos desarrolladas previamente por los estudiantes. Esto puede deberse al método tradicional de enseñanza, ya que con el MEBSTI se obtiene una media muy similar en cada competencia al finalizar su aplicación (14.89 C1, 12.56 C2, 14.0 C3 y 13.06 C4).

3. Aplicación del MEBSTI

En la prueba de entrada se realizó la prueba de hipótesis t – Student, para verificar si la diferencia entre las medias del grupo control y experimental era significativa, los resultados con 35 grados de libertad y con un nivel de significancia de 0.05 corroboran que no fue significativa la diferencia entre ambos grupos, esto fue precisamente los que deseaba con el programa previo de nivelación realizado.

Así mismo en la prueba de proceso se realizó la prueba de hipótesis t – Student, para verificar si la diferencia entre las medias del grupo control y experimental era significativa, los resultados con 35 grados de libertad y con un nivel de significancia de 0.05 corroboran que fue significativa la diferencia del grupo experimental sobre el grupo control. Obteniendo así evidencia para afirmar que el MEBSTI es eficaz para el desarrollo de competencias matemáticas.

Finalmente, en la prueba de salida se realizó la prueba de hipótesis t – Student, para verificar si la diferencia entre las medias del grupo control y experimental era significativa al término de la unidad, los resultados con 35 grados de libertad y con un nivel de significancia de 0.05 corroboran que fue significativa la diferencia del grupo experimental sobre el grupo control. Obteniendo así evidencia para afirmar que el MEBSTI es eficaz para la mejora de las competencias matemáticas.

Es importante mencionar los resultados obtenidos en cada competencia tanto en las pruebas de proceso y salida fueron contrastados con la prueba de hipótesis t – Student con 35 grados de libertad y con un nivel de significancia de 0.05. Corroborando los resultados que existen diferencias significativas en cada una de las competencias en dichas pruebas. Lo cual verifica una diferencia significativa del GE sobre el GC en cada una de las competencias evaluadas.

Es por ello que se puede sostener que la aplicación del MEBSTI promueve el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes y mejora el desempeño de las mismas en contextos cotidianos y profesionales.

RECOMENDACIONES

En función a lo investigado hasta el momento, recomendamos:

- Otorgar horas de clase en laboratorios de cómputo especializado y el CRAI, para crear en los estudiantes la necesidad de autoaprendizaje y construcción de sus propios conocimientos.
- Capacitar a los docentes en la aplicación del MEBSTI no sólo en la asignatura de matemática, sino en muchas otras de ciencias básicas para formar al estudiante como un investigador desde los primeros ciclos.
- Es indispensable realizar sesiones previas de nivelación, ya que los estudiantes de primer año proceden de diferentes instituciones educativas y tienen competencias matemáticas muy distintas al ingresar a la universidad.
- La aplicación del MEBSTI demanda que el docente se capacite e investigue aún más dado que el estudiante ya no será un simple receptor de los conocimientos.
- Desarrollar el sílabo por competencias, pues es lo que el mercado laboral demanda y lo que los estudiantes necesitan para poder crear su propia empresa, de nada les sirve aprobar un curso pero no ser capaces de resolver un problema, es precisamente ahí donde el desarrollo de competencias juega un papel importante y diferenciador.

LISTA DE REFERENCIAS

Abdul, R., Yusof, Y., & Baharun, S. (2012). Improving the Teaching of Engineering Mathematics Using Action Research. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *56*(Ictlhe), 483–493. http://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.680

Aredo, M. (septiembre de 2012). la contribución a la mejora del rendimiento en Matemática Básica para estudiantes que inician sus estudios universitarios. 1 - 160. Lima, Lima, Per.

Arya, J. y Lardner, R. (2009). Matemática Aplicada a la Administración y economía. Quinta edición. Pearson Educación. México.

Balbo, J. (2008). Formación en Competencias Investigativas, Un Nuevo Reto de las Universidades‖. Universidad Nacional Experimental del Táchira. San Cristóbal. Venezuela.

Borroto, M. (2013). Diseño de tareas investigativas integradoras como vía de evaluación de la asignatura Química. *Pedagogía Universitaria*, *14*(1).

Blum, W., Drüke-Noe, C., Hartung, R., & Köller, O. (2015). Estándares de aprendizaje de la matemática: articulación primaria-secundaria, orientaciones para las sesiones de aprendizaje, ideas para la capacitación docente, ejemplos de tareas.

Carrillo, J., Contreras, L. C., & Zakaryan, D. (2014). Oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas: un estudio de dos casos.

Çiltaş, A., & Tatar, E. (2011). Diagnosing Learning Difficulties Related to the Equation and Inequality that Contain Terms with Absolute Value. *International Online Journal of Educational …*, *5*(12), 95–97. Retrieved from http://www.acarindex.com/dosyalar/makale/acarindex-1423904380.pdf

Clark-Carter, D., Parra, E., Rojas, E., & Parra, J. (2002). *Investigación cuantitativa en psicología: del diseño experimental al reporte de investigación*.

De las Fuentes, M., Arcos, J., & Navarro, C. (2010). Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que Incorpora la Calculadora. *Formación Universitaria, 3*(3).

García, M., & Benítez, A. (Febrero de 2011). Competencias Matemáticas desarrolladas en ambientes virtuales de aprendizaje: El caso de Moodle. *Formación Universitaria, 4*(3), 1 - 12.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2003). Metodología de la investigación. *La Habana: Editorial Félix Varela*, *2*.

Muñiz, L., & Díaz, P. (2015). Estrategias de las universidades españolas para mejorar el rendimiento en matemáticas del alumnado de nuevo ingreso. *Aula Abierta, 43*(2), 69 - 76.

GC Policy, (2003). Declaración sobre la filosofía adventista de la educación. págs. 1 – 6.

INEI. (2014). Encuesta Nacional de Egresados Universitarios y Universidades 2014, (1), 1–5. http://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2

INECSE (2005). PISA 2003. Pruebas de matemáticas y de solución de problemas. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Konstantinou-katzi, P., Tsolaki, E., & Meletiou-Mavrotheris, Maria, Koutselini, M. (2013). Differentiation of teaching and learning mathematics : an action research study in tertiary education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *44*(3), 332–349. http://doi.org/10.1080/0020739X.2012.714491

Korniejczuk, R. (2012). El currículo en una universidad adventista. Revista Apuntes Universitarios. Año II, Número 1, ISSN: 2225-7136, 21-30.

Levy-Leboyer, C. (1997): Gestión de las competencias. Barcelona. Gestión 2000

Machado, E. & Montes de Oca, N. (2009). Las habilidades investigativas y la nueva Universidad : Terminus a quo a la polémica y la discusión. *Centro de Estudios de Ciencias de La Educación. Universidad de Camagüey. Cuba. Evelio.machado@reduc.edu.cu*, (1).

Machado, E., Montes de Oca, N. & Mena, A. (2008). El desarrollo de habilidades investigativas como objetivo educativo en las condiciones de la universalización de la educación superior. *Pedagogía universitaria*, *13*(1).

Mertens,L.(1996):Competencia laboral: sistemas, surgimiento y modelos. Montevideo, en www.oitcinterfor.org/public/spanish/region/ampro/cinterfor/publ/barbagel/pdf/barbag.pdf

Mesa, Ó. (2012). Modelo metodológico para desarrollar habilidades investigativas en los estudiantes de la básica, media y media técnica. Retrieved from http://bibliotecadigital.usbcali.edu.co:8080/jspui/handle/10819/740

Montes de Oca, N. & Machado, E., (2009). El desarrollo de habilidades investigativas en la educación superior: un acercamiento para su desarrollo. *Humanidades Médicas*, *9*(1), 0-0.

Moreno, C., & Ríos, P. (2006). Concepciones en la enseñanza del cálculo. *SAPIENS*, *7*(2), 25-39.

OECD. (2014). Resultados de PISA 2012 en foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. *Pisa*, 44. Retrieved from http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

OECD (2016). PISA 2015 Resultados Clave. Retrieved from: https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf

Ortega, P. (2002) "La Enseñanza del algebra lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico", Tesis de Doctorado no publicada, Universidad Complutense de Madrid, España.

Pérez, J. (2013) **"**Empleo del software educativo: su eficiencia en el rendimiento académico del cálculo integral en la facultad de ingeniería y arquitectura de la **U**niversidad Peruana Unión - Filial Tarapoto". Tesis de Maestría. Universidad Peruana Unión, Perú.

PISA, (2003). Marcos Teóricos de Pisa. [Versión electrónica], Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid.

Pozo, J. I., & Gónez, M. Á. (2013). *Aprender y enseñar ciencia: del conocimiento cotidiano al conocimiento científico*. Séptima edición. Ediciones Morata.

Proenza, Y. y Leyva , L. (2006) Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. Revista iberoamericana de educación Número 41/1

Rico, L. (2005). La competencia matemática en PISA. En Fundación Santillana (Ed.), La Enseñanza de las matemáticas y el Informe PISA(pp. 21-40). Madrid: Editor.

Rodríguez-Muñiz, L. J., & Díaz, P. (2015). Estrategias de las universidades españolas para mejorar el rendimiento en matemáticas del alumnado de nuevo ingreso. *Aula abierta*, *43*(2), 69-76.

Rosales, S. Á., García, B., Valverde, O., Raimundo, E., & Sanz, T. (2013). Perfeccionamiento de la actividad investigativa en el primer año de la Carrera de Estomatología. *Revista Habanera de Ciencias Médicas*, *12*(3), 420-429.

Serrano-Guzmán, M. F., Solarte-Vanegas, N. C., Pérez-Ruíz, D. D., & Pérez-Ruiz, Á. (2011). La investigación como estrategia pedagógica del proceso de aprendizaje para ingeniería civil. *Educación*, *35*(2), 1–33. Retrieved from http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=fua&AN=75067299&lang=es&site=ehost-live

Spencer, L.;&Spencer, S. (1993): Competenceat Work:modelsforsuperiorperformance. NewYork. John Wileyad Sons, Inc.

SUNEDU, (2013). Censo universitario 2012. Oficina de Planeamiento y Presupuesto.

Tobón, S. (2012). El enfoque socioformativo y las competencias: ejes claves para transformar la educación. En S. Tobón y A. Jaik Dipp (Coords.), Experiencias de Aplicación de las competencias en la educación y el mundo organizacional (pp. 3-31). Durango, México: ReDIE.

Woodruffe, C. (1993):"What is mean by competency". Leadership and organization development journal, Vol. 14, No. 1, pp. 29-36.

Zabala, A. y Arnau, L., (2008). 11 Ideas clave, ¿Cómo aprender y enseñar competencias? Barcelona. Editorial Grao. Segunda edición.

Zurbano, E. (2014). Actividades prácticas de Matemáticas y su Didáctica 1. *Aula Abierta, 42*, 68 - 69.

ANEXOS

ANEXO 1: INFORME ACADÉMICO PERSONAL

I. DATOS INFORMATIVOS

<table>
<tr><td colspan="4">Nombres y apellidos:</td></tr>
<tr><td>Edad:</td><td colspan="3">Género: Masculino ☐ Femenino ☐</td></tr>
<tr><td colspan="2">¿Realiza alguna ocupación extra educativa que demande tiempo y esfuerzo?</td><td>Sí☐ No ☐</td><td>Cuál es la ocupación:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Colegio de procedencia (nombre y lugar):</td></tr>
<tr><td colspan="4">Carrera profesional:</td></tr>
</table>

II. INSTRUCCIONES

Rellena (individualmente) el formulario de conceptos siguientes. Para hacerlo, indica en la columna correspondiente:

Columna a) si has estudiado el concepto: Sí o No

Columna b) El grado de conocimiento o de comprensión que tienes del concepto:

1= No lo conozco
2 = Tengo un conocimiento parcial, no lo comprendo
3 = Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente
4 = Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión
5 = Lo puedo explicar a un compañero o compañera

Concepto	a. Has estudiado el concepto (Sí o No)	b. Grado de conocimiento o comprensión (1-5)
Números Reales		
Intervalos		
Ecuaciones lineales		
Ecuaciones cuadráticas		
Inecuaciones lineales		
Inecuaciones cuadráticas		
Discriminante		
Valor absoluto		

Adaptado por la investigadora, 2016.

ANEXO 2: PRUEBA DE ENTRADA

UNIDAD "SISTEMA DE LOS NÚMEROS REALES"

I. DATOS INFORMATIVOS

Nombres y apellidos:			
Edad:	**Sexo: Masculino** ☐	**Femenino** ☐	
¿Realiza alguna ocupación extra educativa que demande tiempo y esfuerzo? Sí ☐ **No** ☐		**Cuál es la ocupación:**	
Carrera profesional:			
Autoevaluación en los estudios de matemática:	**Mala** ☐	**Normal** ☐	**Buena** ☐
¿Semanalmente, con qué frecuencia investigas en internet asuntos de matemática?	**Nunca** ☐	**De 1 a 2 veces** ☐	**De 3 a más veces** ☐

II. INSTRUCCIONES

Para cada ítem lea cuidadosamente y trate de resolver según sea el caso, a partir de un análisis matemático.

C1: MANEJAR ELEMENTOS SIMBÓLICOS, FORMALES Y TÉCNICOS DE LAS MATEMÁTICAS

1. **Escribe lo primero que venga a tu mente al tratar de entender el significado de las siguientes expresiones:**
   a. $\sqrt{2}$
   b. $|a|$
   c. $\sqrt{-3}$

2. **Resuelva la siguiente ecuación mediante una secuencia de pasos y verifique el resultado de su solución:** $\frac{3}{5-2x}=\frac{7}{2}$

3. **Usar conceptos, operaciones, propiedades y/o fórmulas para encontrar el valor de "x":** $x^2+7x+12=0$

4. **¿Podría resolver la ecuación anterior siguiendo otro procedimiento?**

5. **Indique si el siguiente enunciado es verdadero (V) o falso (F), justifique su respuesta.**
   "Todas las ecuaciones cuadráticas se resuelven por el método del aspa simple" (__)

C2: RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICAMENTE

6. Encierre en un círculo la alternativa que tenga una estrategia que se podría emplear para resolver la siguiente ecuación:

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

   a. Factorización por aspa simple
   b. Completando el cuadrado de un binomio
   c. Aplicando la fórmula general o fórmula cuadrática.
   d. Todas las anteriores.
   e. Ninguna de las anteriores.

7. Aplique una estrategia indicando la secuencia de pasos para encontrar la solución a la ecuación: $x^2 + 2x - 24 = 0$

8. Observe la serie de ecuaciones:

$$1 = 1$$
$$4 - 1 = 1 + 2$$
$$9 - 4 + 1 = 1 + 2 + 3$$
$$16 - 9 + 4 - 1 = 1 + 2 + 3 + 4$$

   a. Continúe la serie con tres ecuaciones más.
   b. Halle la décima ecuación.
   c. Halle la enésima ecuación.

C3: MODELAR MATEMÁTICAMENTE

Una compañía editora determina que el costo por publicar cada ejemplar de cierta revista es de \$1.50. El ingreso recibido de los distribuidores es \$1.40 por revista. El ingreso por publicidad es 10% de los ingresos recibidos de los distribuidores por todos los ejemplares vendidos por arriba de 10 000. ¿Cuál es el número mínimo de revistas que deben venderse de modo que la compañía obtenga utilidades?

9. Con respecto al problema de aplicación sobre publicaciones, ¿cómo estructuras la comprensión del problema?

Preguntas sugerentes	Estructuración del problema
• ¿Qué conceptos económicos utiliza? • ¿Cuál es la incógnita? • ¿Cuáles son los datos? • ¿Cuál es la condición?	

10. Plantee matemáticamente el problema de aplicación sobre publicaciones

11. Encuentre la solución al modelo planteado en la pregunta anterior.

12. En base a la solución encontrada cuál sería su respuesta a la pregunta del problema sobre publicaciones. Verifique la validez del resultado obtenido.

C4: COMUNICAR MATEMÁTICAMENTE

El ingreso mensual total de una guardería obtenido por el cuidado de x niños está dado por $\mathrm{r} = 450\mathrm{x}$ y sus costos mensuales totales están dados por $\mathrm{c} = 380\mathrm{x} + 3500$. ¿Cuántos niños necesitan estar inscritos mensualmente para llegar al punto de equilibrio? En otras palabras, ¿Cuándo igualan los ingresos a los costos?

13. ¿Cuál es el significado del punto de equilibrio?

____
____
____

14. ¿Cómo ordenaría secuencialmente los pasos que debería realizar para saber hallar el punto de equilibrio? Coloque el número correspondiente a la secuencia.

___ Igualar las ecuaciones de ingresos y costos
___ Identificar la ecuación de los ingresos
___ Identificar la ecuación de los costos

15. ¿Puede calcular cuántos niños necesitan estar inscritos mensualmente para llegar al punto de equilibrio?

16. Del siguiente artículo de un periódico local:

"El año pasado $\frac{1}{10}$ de los niños de Morales estaban inscritos en la guardería y ahora es *sólo* uno de cada cinco. Ese 5% actual significa que la estrategia de marketing no ha funcionado pues la cantidad de niños inscritos no se ha incrementado con respecto al año anterior."

a. Encuentra los errores en el artículo del periódico.

b. Escribe un mensaje al periodista en el que corrijas todos los errores.

Anexo 3: PRUEBA DE PROCESO

UNIDAD "SISTEMA DE LOS NÚMEROS REALES"

III. DATOS INFORMATIVOS

Nombres y apellidos:			
Edad:	**Sexo: Masculino** ☐	**Femenino** ☐	
Autoevaluación en los estudios de matemática:	**Mala** ☐	**Normal** ☐	**Buena** ☐
¿Semanalmente, con qué frecuencia investigas en internet asuntos de matemática?	**Nunca** ☐	**De 1 a 2 veces** ☐	**De 3 a más veces** ☐

IV. INSTRUCCIONES

Para cada ítem lea cuidadosamente y trate de resolver según sea el caso, a partir de un análisis matemático.

C1: MANEJAR ELEMENTOS SIMBÓLICOS, FORMALES Y TÉCNICOS DE LAS MATEMÁTICAS

17. **Escribe lo primero que venga a tu mente al tratar de entender el significado de las siguientes expresiones:**
    d. x^n
    e. $b^2 - 4ac$
    f. $\sqrt{-1}$

18. **Resuelva la siguiente ecuación mediante una secuencia de pasos y verifique el resultado de su solución:** $\frac{3x-2}{3} = \frac{2}{5}(x-1)$

19. **Usar conceptos, operaciones, propiedades y/o fórmulas para encontrar el valor de "x":** $x^2 + 5x - 24 = 0$

20. **¿Podría resolver la ecuación anterior siguiendo otro procedimiento?**

21. **Indique si el siguiente enunciado es verdadero (V) o falso (F), justifique su respuesta.**

"La división sintética (Ruffini) sirve para encontrar todas las raíces de un polinomio, ya sean reales o complejas" (__)

C2: RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICAMENTE

22. Encierre en un círculo la alternativa que tenga una estrategia que se podría emplear para resolver la siguiente ecuación: $x^2 + x - 12 = 0$

f. Factorización por aspa simple
g. División sintética (Ruffini)
h. Fórmula general o fórmula cuadrática.
i. Todas las anteriores.
j. Ninguna de las anteriores.

23. Aplique una estrategia indicando la secuencia de pasos para encontrar la solución a la ecuación: $x^2 + x - 12 = 0$

24. Observe la serie de ecuaciones:

$(1+2)^2 = 1^3+2^3$
$(1+2+3)^2 = 1^3+2^3+3^3$
$(1+2+3+4)^2 = 1^3+2^3+3^3+4^3$

d. Continúe la serie con dos ecuaciones más.

e. Halle la décima ecuación.

f. Halle la enésima ecuación.

C3: MODELAR MATEMÁTICAMENTE

Productos Unión fabrica un producto cuyo costo variable por unidad es de S/. 6 (soles) y el costo fijo de S/. 8 000. Cada unidad tiene un precio de venta de S/. 10. Determine el número de unidades que deben venderse para obtener una utilidad de S/. 20 000.

25. Con respecto al problema de aplicación sobre ventas, ¿cómo estructuras la comprensión del problema?

Preguntas sugerentes	**Estructuración del problema**
• ¿Qué conceptos económicos utiliza? • ¿Cuál es la incógnita? • ¿Cuáles son los datos? • ¿Cuál es la condición?	

26. Plantee matemáticamente el problema de aplicación sobre ventas

27. Encuentre la solución al modelo planteado en la pregunta anterior.

28. En base a la solución encontrada cuál sería su respuesta a la pregunta del problema sobre ventas. Verifique la validez del resultado obtenido.

C4: COMUNICAR MATEMÁTICAMENTE

Un saldo compensatorio se refiere a la práctica en la cual un banco requiere a quien solicita un crédito mantener en depósito cierta parte de un préstamo durante el plazo del mismo. Pr ejemplo si una compañía obtiene un préstamo de $100 000, el cual requiere un saldo compensatorio de 20%, tendrá que dejar $20 000 en depósito y usar sólo $80 000.

29. ¿Qué es el saldo compensatorio?

____
____
____

30. ¿Cómo ordenaría secuencialmente los pasos que debería realizar para determinar la cantidad *L* de un préstamo que se necesita para manejar gastos de tamaño *E* si el banco requiere un saldo compensatorio de *p* porciento? Coloque el número correspondiente a la secuencia.

___ Resolver la ecuación.
___ Realizar un dibujo, una tabla, o alguna representación de lo expuesto.
___ Entender el contexto y el tipo de problema que se nos presenta.
___ Plantear la ecuación o "traducir" el problema a una expresión algebraica (modelo).
___ Identificar la incógnita y los datos que aporta el problema.
___ Interpretar la solución.
___ Verificar la respuesta en el modelo planteado.
___ Realizar una lectura detenida del mismo.

31. Para cubrir los gastos de asfaltado por su aniversario la Universidad Peruana Unión debe solicitar un préstamo al Banco de Crédito, si el saldo compensatorio es del 10% y el costo del asfaltado es de S/. 90 000. ¿Cuál debe ser el monto total del préstamo?

32. Del siguiente artículo de un periódico local:

"Este mes de octubre el saldo compensatorio del Banco de crédito es 10% del monto total del préstamo, cumpliendo la siguiente ecuación $P=x+0.1x$ donde P es el monto total del préstamo y x es la cantidad que realmente se necesita. Si se sabe que para el próximo mes el saldo compensatorio será 1/5 del monto total del préstamo, la ecuación del mes de diciembre sería $P= x + 0.05x$. Por lo tanto si usted está interesado en sacar un préstamo le conviene esperar hasta el próximo mes para tener una deuda menor con la misma disponibilidad de dinero."

c. Encuentra los errores en el artículo del periódico.

d. Escribe un mensaje al periodista en el que corrijas todos los errores.

ANEXO 4: PRUEBA DE SALIDA

UNIDAD "SISTEMA DE LOS NÚMEROS REALES"

I. DATOS INFORMATIVOS

Nombres y apellidos:			
Edad:	**Sexo: Masculino** ☐	**Femenino** ☐	
Autoevaluación en los estudios de matemática:	**Mala** ☐	**Normal** ☐	**Buena** ☐
¿Semanalmente, con qué frecuencia investigas en internet asuntos de matemática?	**Nunca** ☐	**De 1 a 2 veces** ☐	**De 3 a más veces** ☐

I. INSTRUCCIONES

Para cada ítem lea cuidadosamente y conteste con honestidad.

C1: MANEJAR ELEMENTOS SIMBÓLICOS, FORMALES Y TÉCNICOS DE LAS MATEMÁTICAS

33. Escribe lo primero que venga a tu mente al tratar de entender el significado de las siguientes expresiones:

g. $|2|$

h. $[-3; 1]$

i. $\sqrt{-1}$

34. Resuelva la siguiente ecuación mediante una secuencia de pasos y verifique el resultado de su solución: $|x+2| = 3$

35. Usar conceptos, operaciones, propiedades y/o fórmulas para encontrar el valor de "x": $x^2 + 5x - 24 \leq 0$

36. ¿Podría resolver la ecuación anterior siguiendo otro procedimiento?

37. Indique si el siguiente enunciado es verdadero (V) o falso (F), justifique su respuesta.

"El análisis de la discriminante sirve para hallar el conjunto solución de una ecuación cuadrática." (__)

C2: RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICAMENTE

38. Encierre en un círculo la alternativa que tenga una estrategia que se podría emplear para resolver la siguiente ecuación: $x^2 + x - 12 = 0$

k. Factorización por aspa simple
l. Completando cuadrados
m. Fórmula general o fórmula cuadrática.
n. Todas las anteriores.
o. Ninguna de las anteriores.

39. Aplique una estrategia indicando la secuencia de pasos para encontrar la solución a la ecuación: $x^2 + x - 12 = 0$

40. Observe la serie de ecuaciones:

$(1)^2 = 1^3$
$(1+2)^2 = 1^3+2^3$
$(1+2+3)^2 = 1^3+2^3+3^3$
$(1+2+3+4)^2 = 1^3+2^3+3^3+4^3$

g. Continúe la serie con dos ecuaciones más.

h. Halle la décima ecuación.

i. Halle la enésima ecuación.

C3: MODELAR MATEMÁTICAMENTE

Productos Unión elabora un producto cuyo costo variable por unidad es de S/. 6 (soles) y el costo fijo de S/. 8 000 mensuales. Cada unidad tiene un precio de venta de S/. 10. Determine el número de unidades que deben venderse al mes para obtener una ganancia de al menos S/. 20 000 mensuales.

41. Con respecto al problema de aplicación sobre ventas, ¿cómo estructuras la comprensión del problema?

Preguntas sugerentes	**Estructuración del problema**
• ¿Qué conceptos económicos utiliza? • ¿Cuál es la incógnita? • ¿Cuáles son los datos? • ¿Cuál es la condición?	

42. Plantee matemáticamente el problema anterior.

43. Encuentre la solución al modelo planteado en la pregunta anterior.

44. En base a la solución encontrada cuál sería su respuesta a la pregunta del problema sobre ventas. Verifique la validez del resultado obtenido.

C4: COMUNICAR MATEMÁTICAMENTE

Un saldo compensatorio se refiere a la práctica en la cual un banco requiere a quien solicita un crédito mantener en depósito cierta parte de un préstamo durante el plazo del mismo. Pr ejemplo si una compañía obtiene un préstamo de $100 000, el cual requiere un saldo compensatorio de 20%, tendrá que dejar $20 000 en depósito y usar sólo $80 000.

45. ¿Qué es el saldo compensatorio?

____
____
____

46. ¿Cómo ordenaría secuencialmente los pasos que debería realizar para determinar la cantidad *L* de un préstamo que se necesita para manejar gastos de tamaño *E* si el banco requiere un saldo compensatorio de *p* porciento? Coloque el número correspondiente a la secuencia.

___ Resolver la ecuación.
___ Realizar un dibujo, una tabla, o alguna representación de lo expuesto.
___ Entender el contexto y el tipo de problema que se nos presenta.
___ Plantear la ecuación o "traducir" el problema a una expresión algebraica (modelo).
___ Identificar la incógnita y los datos que aporta el problema.
___ Interpretar la solución.
___ Verificar la respuesta en el modelo planteado.
___ Realizar una lectura detenida del mismo.

47. Para cubrir los gastos de asfaltado por su aniversario la Universidad Peruana Unión debe solicitar un préstamo al Banco de Crédito, si el saldo compensatorio es del 10% y el costo del asfaltado es de S/. 90 000. ¿Cuál debe ser el monto total del préstamo?

48. Del siguiente artículo de un periódico local:

"Este mes de noviembre el saldo compensatorio del Banco de Crédito es 10% del monto total del préstamo, cumpliendo la siguiente ecuación $P=x+0.1P$ donde P es el monto total del préstamo y x es la cantidad que realmente se necesita. Si se sabe que para el próximo mes el saldo compensatorio será el doble de lo que es actualmente, la ecuación del mes de diciembre sería $P= x + 0.05P$. Por lo tanto si usted está interesado en sacar un préstamo le conviene esperar hasta el próximo mes para tener una deuda menor con la misma disponibilidad de dinero."

e. Encuentra los errores en el artículo del periódico.

f. Escribe un mensaje al periodista en el que corrijas todos los errores.

ANEXO 5: Validación de las pruebas por juicio de expertos

FORMACIÓN PROFESIONAL DEL EXPERTO

Nombres y apellidos:
Carlos M. Coaquira Tuco

Carrera profesional:
Educación Matemática

Grados académicos:

Magister en Educación con mención
en Educación - Investigación y Docencia Universitaria

Doctor en Educación con mención
en —

Años de experiencia profesional:
13 años

Cargo actual:

Director de Evaluación y Acreditación UPeU

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

"PRUEBA DE ~~ENTRADA~~" PROCESO DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Carlos M. Ccaquira

Institución donde labora: ______

Años de experiencia profesional o científica: ______

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Usar editor de ecuaciones / Usar preguntas diferentes en todas las preguntas

Sugerencias: ......

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Ninguno

Sugerencias: ......

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones: Ninguno

Sugerencias: ......

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones: Ninguno

Sugerencias: ......

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Ninguno

Sugerencias: ......

Firma del Juez.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

"PRUEBA DE ~~PROCESO~~ ENTRADO" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Carlos M. Coaquira Tuco

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión

Años de experiencia profesional o científica: 13 años

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Usar texto matemático para todas las ecuaciones y números

Sugerencias: Usar editor de ecuaciones de Word o Scientific wordplace

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Ninguno

Sugerencias:

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Disminuir el nivel en los problemas de Modelación (Prueba de ~~entrada~~ proceso)

Sugerencias:

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones: ninguno

Sugerencias:

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones: Ninguno.

Sugerencias:

Firma del Juez.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

"PRUEBA DE SALIDA" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Carlos M. Coaquera Tuco

Institución donde labora: UPeU

Años de experiencia profesional o científica: 13 años

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones:

Usar editor de ecuaciones para los textos matemáticos

Sugerencias:

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones:

Ninguno

Sugerencias:

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones:

En la pregunta 3, se debe plantear una ecuación de

Sugerencias:

2° grado y no inecuación

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:

Ninguno

Sugerencias:

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones:

Ninguno

Sugerencias:

Firma del Juez.

FORMACIÓN PROFESIONAL DEL EXPERTO

Nombres y apellidos:
Joel Chavarri Becerra

Carrera profesional:
Licenciado en Matemáticas

Grados académicos:

Magister en Educación con mención
en Matemática y Simulación Computacional
Informática

Doctor en Educación con mención
en

Años de experiencia profesional:
07 años (2011 - 2017)

Cargo actual:

Docente Universitario

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO "PRUEBA DE ENTRADA" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Joel Chararri Becerra

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión

Años de experiencia profesional o científica: 07 años

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (x) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias: En las instrucciones: A partir de un análisis matemático utilizando definiciones, conceptos, propiedades, etc.

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (x) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias: En la C_1 proponer preguntas que hagan recordar los axiomas fundamentales del Sistema de los números reales; y que hagan recordar al estudiante la completitud, orden y densidad del conjunto $\mathbb{R}$.

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:..

Sugerencias:..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:..

Sugerencias:..

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (x) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

Firma del Juez.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO "PRUEBA DE PROCESO" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Joel Chavarri Becerra

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión

Años de experiencia profesional o científica: 07

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (x) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (x) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:..

Sugerencias:..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:..

Sugerencias:..

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (x) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

Firma del Juez.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO "PRUEBA DE SALIDA" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Joel Chavarri Becerra

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión

Años de experiencia profesional o científica: 07

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (x) NO ( )

Observaciones:...
....
Sugerencias:...
....

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (x) NO ( )

Observaciones:...
....
Sugerencias:...
....

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:...
....
Sugerencias:...
....

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (x)

Observaciones:...
....
Sugerencias:...
....

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (x) NO ( )

Observaciones:...
....
Sugerencias:...
....

Firma del Juez.

FORMACIÓN PROFESIONAL DEL EXPERTO

Nombres y apellidos: Edgar Rubén Mamani Apaza

Carrera profesional: Educación; Especialidad: MATEMATICAS

Grados académicos:

Magister en Educación con mención en M. Sc. en Ciencias Mención: Matemática Aplicada

Doctor en Educación con mención en Currículo y Docencia

Años de experiencia profesional: 24 años

Cargo actual: Director General UPeU - Juliaca.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

"PRUEBA DE ENTRADA" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Edgar Rubén Mamani Apaza

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión

Años de experiencia profesional o científica: 24

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

....

Sugerencias:...

....

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

....

Sugerencias:...

....

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

....

Sugerencias:...

....

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

....

Sugerencias:...

....

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

La pregunta 9, porque pide conceptos de economía?

Sugerencias:...

....

Firma del Juez.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

"PRUEBA DE PROCESO" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Edgar Rubén Mamani Apaza

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión - J.

Años de experiencia profesional o científica: 24

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

....

Sugerencias:..

....

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

....

Sugerencias:..

....

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

....

Sugerencias:..

....

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

....

Sugerencias:..

....

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

.... Es necesario la competencia 1? ....

Sugerencias:.......... Si con la 2 y 3, se entiende ....

.... que tiene o no la 1 ....

Firma del Juez.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO

"PRUEBA DE SALIDA" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: Edgar Rubén Mamani Apaza

Institución donde labora: Universidad Peruana Unión - J

Años de experiencia profesional o científica: 24

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

Sugerencias:..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

Sugerencias:..

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

Rubén

Firma del Juez.

FORMACIÓN PROFESIONAL DEL EXPERTO

Nombres y apellidos:

MARCOS MEZA GOMEZ

Carrera profesional:

EDUCACIÓN - ESPECIALIDAD MATEMÁTICA.

Grados académicos:

Magister en Educación con mención en PSICOLOGÍA EDUCATIVA

Doctor en Educación con mención en —

Años de experiencia profesional:

4 AÑOS

Cargo actual:

DOCENTE.

CRITERIOS GENERALES PARA VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO "PRUEBA DE ENTRADA" DICTAMINADO POR EL JUEZ

Nombres y Apellidos del Juez: MARCOS MEZA GOMEZ

Institución donde labora: UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

Años de experiencia profesional o científica: ______

1) ¿Está de acuerdo con las características, forma de aplicación (instrucciones para el examinado) y estructura del INSTRUMENTO?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

2) ¿A su parecer, el orden de las preguntas es el adecuado?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

3) ¿Existe dificultad para entender las preguntas del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

Sugerencias:..

4) ¿Existen palabras difíciles de entender en los ítems o reactivos del INSTRUMENTO?

SI ( ) NO (X)

Observaciones:..

Sugerencias:..

5) ¿Los ítems del instrumento tienen correspondencia con la dimensión a la que pertenecen en el constructo?

SI (X) NO ( )

Observaciones:..

Sugerencias:..

Firma del Juez.

ANEXO 6:

GUÍA PARA LA APLICACIÓN DEL MEBSTI EN LA UNIDAD CURRICULAR SISTEMA DE NÚMEROS REALES DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA

El sistema de los números reales es una unidad de carácter Teórico - Práctica, perteneciente a la asignatura de Matemática (Área de formación básica y sub área de Matemática). Tiene el propósito de desarrollar en el estudiante la capacidad de análisis, creatividad, investigación, construcción y aplicación de algoritmos para la resolución de problemas en el campo de la administración.

Competencias matemáticas de la Unidad

Con esta unidad pretendemos que nuestros estudiantes trabajen indicadores que les permitan llegar a ser competentes en:

- Manejo elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas en el sistema de números reales.
- Resolver problemas matemáticamente siguiendo un orden.
- Modelar matemáticamente loas situaciones de diferentes contextos administrativos.
- Comunicar matemáticamente sus resultados

Objetivos:

Al desarrollar este método de enseñanza el estudiante tiene la capacidad de realizar:

- Presentación clara y ordenada de la tarea asignada
- Identificación de las ideas principales y secundarias
- Análisis de causas, interrelaciones y riesgos
- Descripción y análisis de situación
- Uso de herramientas tecnológicas
- Uso de Internet como fuente de información
- Presentación multimedia de un contenido
- Colaboración en las tareas de grupo
- Autoevaluación del proceso y el resultado
- Defensa argumentada de la postura propia
- Respuestas adaptadas a las preguntas

Bloques de Contenidos:

Bloque I: Definición y propiedades

1. Conjuntos numéricos
2. Axiomas y propiedades de los números reales
3. Intervalos en la recta real

Bloque II: Ecuaciones

1. Ecuaciones lineales
2. Ecuaciones cuadráticas

Bloque III: Inecuaciones

1. Inecuaciones lineales
2. Inecuaciones cuadráticas

Bloque IV: Valor Absoluto

1. Valor absoluto en ecuaciones
2. Valor absoluto en inecuaciones

Temporalización:

Sesión 1: Fase inicial (2 horas académicas)
Sesión 2: Fase de desarrollo (2 horas académicas)
Sesión 3: Fase de síntesis y evaluación (2 horas académicas)
Sesión 4: Fase de generalización (2 horas académicas)

Desarrollo de la Tarea investigativa:
Paso 1. Formulación del problema
Paso 2. Identificar factores importantes.
Paso 3. Recopilación de la información.
Paso 4. Probar la hipótesis.
Paso 5. Trabajar con la hipótesis.
Paso 6. Reconsiderar la teoría.
Paso 7. Formular nuevas preguntas.
Paso 8. Crear una conclusión para el tema.

Trabajo de investigación

Este es un trabajo de investigación que deberán realizar a lo largo de la unidad, es decir durante las 16 sesiones.

- Formar un grupo de cuatro estudiantes como máximo.
- Seleccionar un tema de la unidad sistema de números reales para investigar su aplicación en la administración.
- Redactar un informe de investigación
- Elaborar problemas de aplicación
- Presentar el informe a través del classroom
- Exponer el trabajo realizado al finalizar las sesiones.
- Dar sus conclusiones y recomendaciones.

Plan de sesiones

Bloque	Sesión	Contenido	Actividades	Tarea investigativa
I	1	Números Reales: Axioma de los Números Reales, demostraciones. Recta Real. Operaciones con intervalos.	Aplicación del cuestionario "Informe académico personal"	Tarea investigativa 1 y 2
			Introducción y motivación	
	2		Asignación de la tarea investigativa	
			Desarrollo de la tarea en forma individual.	
	3		Presentación de los resultados de la tarea	Formación de equipos de trabajo
			Discusión y debate	
	4		Resolución de problemas de aplicación a la administración	
II	5	Ecuaciones lineales y cuadráticas con una sola variable. Planteo de ecuaciones.	Evaluación de las sesiones previas	Tarea investigativa 3
			Introducción y motivación	
	6		Asignación de la tarea investigativa	
			Desarrollo de la tarea en forma grupal	
	7		Presentación de los resultados de la tarea	Investigar sobre la aplicación de la matemática en un contexto específico de la administración
			Discusión y debate	
	8		Resolución de problemas de aplicación a la administración	
III	9	Desigualdades, Inecuaciones lineales, y cuadráticas.	Evaluación de las sesiones previas	Tarea investigativa 4
			Introducción y motivación	
	10		Asignación de la tarea investigativa	
			Desarrollo de la tarea en forma grupal	
	11		Presentación de los resultados de la tarea	Redactar el informe de la investigación con ejercicios elaborados para la aplicación en el contexto investigado.
			Discusión y debate	
	12		Resolución de problemas de aplicación a la administración	
IV	13	Valor Absoluto: Teoremas y Propiedades básicas para la solución de ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.	Evaluación de las sesiones previas	Tarea investigativa 5
			Introducción y motivación	
	14		Asignación de la tarea investigativa	
			Desarrollo de la tarea en forma grupal	
	15		Presentación de los resultados de la tarea	Entrega y exposición de proyecto de investigación
			Discusión y debate	
	16		Resolución de problemas de aplicación a la administración	

BLOQUE I: DEFINICIÓN Y PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES

1. FASE INICIAL

1.1. Introducción y motivación

Repartir un papel a cada estudiante con un número, luego pedir que se agrupen siguiendo algún criterio. Finalmente preguntar a cada grupo cuál fue el criterio que emplearon para su agrupación. Repetir la actividad y analizar las respuestas dadas por los distintos grupos. Anotar en la pizarra todas los conjuntos y criterios de agrupación empleados.

2. FASE DE DESARROLLO

2.1. Asignación de la tarea investigativa

Se entrega la tarea y se dan las indicaciones pertinentes para su desarrollo y presentación. (Tarea investigativa 1 y 2)

2.2. Desarrollo temático: Conjuntos numéricos

Los conjuntos numéricos son agrupaciones de números que guardan una serie de propiedades estructurales.

Por ejemplo el sistema más usual en aritmética natural está formado por el conjunto de los números naturales, con la suma, la multiplicación y las relaciones usuales de orden aditivo.

Números naturales: Son aquellos que utilizamos para contar y se simbolizan con la letra $\mathbb{N}$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, ..., \infty\}$

Números enteros: A este conjunto pertenecen los enteros negativos, los enteros positivos y el cero, que no es ni positivo ni negativo, sino neutro. Se simboliza con la letra $\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z} = \{-\infty .... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ..., \infty\}$

Números racionales: Son aquellos que se pueden expresar como cociente entre números enteros. También podemos referirnos a ellos como el conjunto de todos los números decimales finitos, periódicos y semiperiódicos y, por lo tanto, todo cociente entre números enteros tiene su equivalente decimal. Este conjunto se simboliza con la letra $\mathbb{Q}$

$$\mathbb{Q} = \left\{ x / x = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\} \equiv \{x / x \text{ es un decimal finito, periódico o semiperiódico}\}$$

Ejemplos de números racionales son:

• Cualquier número natural (1, 7, 29, 1.357, etc.)

• Cualquier número entero (-12, -1.024, 0, 27, etc.)

• Cualquier número decimal finito ($0,5 = \frac{1}{2}$; $1,125 = \frac{9}{8}$; $3,14$, etc.)

• Cualquier número decimal periódico ($0,\overline{3} = \frac{1}{3}$; $-1,\overline{54} = -\frac{51}{33}$, etc.)

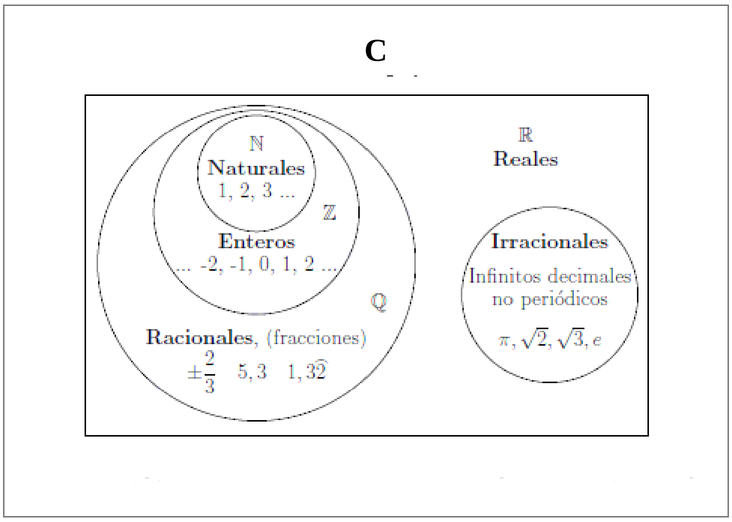
• Cualquier número decimal semiperiódico ($0,1\overline{2} = \frac{11}{90}$; $3,32\overline{64} = \frac{32.932}{9900}$, etc.)

Números irracionales: Números irracionales. Son todos aquellos que no se pueden expresar como cociente entre dos números enteros y se caracterizan por tener infinitas cifras decimales sin período. Este conjunto se designa con el símbolo $\mathbb{Q}^*$. Ejemplos de números irracionales son:

$\sqrt{2}$; $-\sqrt[3]{2}$; π ; $0,101001000100001...........$; $-\pi$; $-1,23456789101112.....$; etc.

Números reales: Es el conjunto formado por la unión de los números racionales y los números irracionales y se designa con la letra $\mathbb{R}$

$(\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^*)$



El conjunto de los números reales pertenece en matemáticas a la recta numérica que comprende a los números racionales y a los números irracionales. Esto quiere decir que incluyen a todos los números positivos y negativos, el símbolo cero, y a los números que no pueden ser expresados mediante fracciones de dos enteros que tengan como denominador a números no nulos (excluye al denominador cero).

Un número real puede ser expresado de diferentes maneras, por un lado están los números reales que pueden ser expresados con mucha facilidad, ya que no poseen reglas complejas para hacerlo. Estos son los números enteros y los fraccionarios, como por ejemplo el número 6767 que viene a ser un entero, o también el 33/44, que es un número fraccionario compuesto de dos enteros, cuyo numerador es 33 y su denominador es 44. Sin embargo, también existen otros números que pueden ser expresados bajo diferentes reglas matemáticas más complejas como números cuyos decimales son infinitos como el número π o √2 y que sirven para realizar cálculos matemáticos pero no pueden ser representados como un símbolo numérico único.

De otra forma, se muestra a continuación un mapa conceptual de números reales:

Números Imaginarios (i)

Surgen por la necesidad de obtener las raíces de índice par de cantidades negativas. Se denotan por i. La unidad de los números imaginarios es la raíz cuadrada de – 1 y se denota por i, así que: i = √-1.

Debes tener en cuenta:

i2 = -1, i 3 = - i, i 4 = 1.

Números Complejos (C)

La unión de los números reales con los imaginarios da origen a los números complejos denotados por C.

Características estructurales

Sus características estructurales más importantes son:

- No son conjuntos finitos.
- Dotados de operadores, admiten estructura algebraica estable.
- Están dotados de propiedades topológicas (o pueden llegar a estarlo).
- Admiten relación de orden.
- Admiten relación de equivalencia.
- Son representables mediante diagramas de Hasse, diagramas de Euler y diagramas de Venn, pudiéndose tomar una combinación de ambos en un diagrama de Euler-Venn con la forma característica de cuadrilátero y además pudiéndose representar internamente un diagrama de Hasse (es una recta).
- Todos los conjuntos numéricos se construyen desde una estructura más simple hasta otra más compleja.

El orden de construcción de los conjuntos numéricos (de menor a mayor complejidad) es el siguiente:

- N: Conjunto de los números naturales
- Q+: Conjunto de los números fraccionarios
- Z: Conjunto de los números enteros
- Q: Conjunto de los números racionales
- I: Conjunto de los números irrracionales
- R: Conjunto de los números reales
- C: Conjunto de los números complejos

El sistema de los números reales es un conjunto numérico provisto de dos operaciones: suma (+) y multiplicación (.), y una relación de orden “<” que se lee “menor que” y que satisfacen el siguiente conjunto de axiomas de los números reales.

Axiomas de la suma

S1. $(x + y) + z = x + (y + z)$ para todo $x, y, z \in R$.

S2. x + y = y + x para todo x, y ∈ R.

S3. Existe un elemento de R, denotado por 0 tal que x + 0 = x para todo x ∈ R.

S4. Para cada x ∈ R existe un y ∈ R tal que x + y = 0.

Axiomas del producto

P1. (xy)z = x(yz) para todo x, y, z ∈ R.

P2. xy = yx para todo x, y ∈ R.

P3. Existe un elemento de R, distinto de 0, que denotaremos por 1 tal que 1x = x1 = x para todo x ∈ R. P4. Para cada x ∈ R tal que no sea cero, existe un y ∈ R tal que xy = 1.

Axioma de distributividad

D. Para todo x, y, z ∈ R, (x + y) z = xz + yz.

Axiomas de orden
Asumimos la existencia de una relación ≤ que establece un orden entre los números reales y satisface los siguientes axiomas:
O1. Si x ≤ y e y ≤ x entonces x = y.
O2. Si x ≤ y e y ≤ z entonces x ≤ z.
O3. Para todo x, y ∈ R, x ≤ y ´o y ≤ x.
SO. Si x ≤ y, entonces x + z ≤ y + z para todo z ∈ R.

Tabla 1. Propiedades de los números reales

Para los números reales a, b y c	Suma	Multiplicación
Propiedad conmutativa	a + b = b + a	a*b = b*a
Propiedad asociativa	(a + b) + c = a + (b + c)	(a*b)c = a(b*c)
Propiedad de la identidad	a + 0 = 0 + a = a (0 se denomina elemento idéntico aditivo)	a * 1= 1 * a = a (1 se denomina elemento idéntico multiplicativo)
Propiedad del inverso	a + (-a) = (-a) + a = 0 (-a se denomina inverso aditivo u opuesto de a)	$a*\frac{1}{a}=\frac{1}{a}*a=1$ (1/a se denomina inverso multiplicativo o recíproco de a, a diferente de 0)
Propiedad distributiva (de la multiplicación sobre la suma)	a(b + c) = a*b +a*c	

Adición de Números Reales

En la adición de números reales, los términos que intervienen son los sumandos y el resultado, donde el orden de los sumandos no altera el resultado.

$a+b=b+a$

al ser, los números reales, un conjunto que incluye los números negativos, la suma de negativos es posible, sin tener que recurrir a otro conjunto de números. Entonces, las sumas se pueden realizar como:

$a+(-b)=(-b)+a=-b+a$

Por ejemplo, podemos tomar los dos sumandos, 7 y −11. El orden de estos, al sumarlos, no va a alterar el resultado, ya que se trata al sumando como un término en su valor absoluto. Pero si se lo tomara por su valor relativo, no se podría sumar 7+11 o 11+7 y esperar el mismo resultado que:

$7+(-11)=-11+7=-4$

En este caso, el resultado es negativo, ya que el sumando con valor negativo es mayor que el término con valor positivo.

Sustracción de Números Reales

A pesar de que todas las operaciones de sustracción de números reales pueden ser expresadas como sumas, como se podía ver en el ejemplo anterior, también en la sustracción existen reglas para evitar confusiones. Pues, los términos que intervienen en esta operación, son el sustraendo, el minuendo y el resultado. El sustraendo siempre va primero, el minuendo va siempre después, logrando que el orden de los términos si acabe por afectar al resultado.

$a-b\neq b-a$

Donde $a+(-b)$ si es igual a $(-b)+a$. Por lo cual, para poder cambiar de orden a los términos de una resta, se debe usar el inverso aditivo o el negativo del sustraendo para que de esta manera no se vaya a alterar el resultado.

Multiplicación de números Reales

En la multiplicación de números reales, los términos son los factores y el producto o resultado. En esta operación, los factores no alteran el producto, sin embargo, existen otras reglas para multiplicar cuando se tienen números negativos.

Al multiplicar dos factores con el mismo signo positivo, la respuesta será la misma multiplicación, sin cambios.

$(a)(b)=c$

Pero al multiplicar dos factores con signo negativo, el cambio se dará bajo la regla de:

$+\cdot+=+$
$+\cdot-=-$
$-\cdot+=-$
$-\cdot-=+$

Por lo tanto, si tenemos dos factores con signo negativo, la regla sería.

$(-a)(-b)=c$

Si se calcula dos factores, ambos con signo diferente, uno positivo y otro negativo, entonces la respuesta va a ser negativa.

$(a)(-b)=-c$
$(-a)(b)=-c$

Al operar con varios factores de signos variados, se debe contar la cantidad de factores con signo negativo. Si hay un número par, el resultado es positivo. Si hay un número impar, el resultado es negativo.

$(a)(-b)(-c)=d$
$(a)(-b)(c)=-d$

Si se multiplica por 1, cualquier factor daría como resultado el mismo factor.

$(a)(1)=a$

Si se multiplica por cero, el resultado será cero.

$(a)(0)=0$

División de números Reales

En la división de números reales, se aplican las mismas reglas de signos que en la multiplicación. Y en las fracciones, si uno de los dos términos tiene signo negativo, toda la fracción se convierte en un número negativo.

$-a/b = -a/b$
$a/-b = -a/b$

Sin embargo, la división solo se puede realizar entre números mayores o menores que cero, más no el mismo cero, ya que el resultado no está definido en estos casos.

Potenciación de números Reales

La potenciación tiene varias reglas como:

$a^0=1$
$a^1= a$

Multiplicación y división de potencias con la misma base.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

$a^m / a^n = a^{m-n}$

Potencia de potencia.

$(a^m)^n = a^{m\times n}$

Multiplicación y división de potencias con el mismo exponente.

$a^n \times b^n = (a\times b)^n$

$a^n / b^n = (a/b)^n$
Potencia de un producto

Para elevar un producto a una potencia se eleva cada uno de los factores a dicha potencia y se multiplican esas potencias.

Si tenemos el producto *abc*, Vamos a probar que $(abc)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$
Elevar el producto *abc* a la enésima potencia equivale a tomar este producto como factor *n* veces; luego:

$$(abc)^n = (abc)(abc)(abc)\ldots n \text{ veces}$$
$$= abc \cdot abc \cdot abc \ldots\ldots n \text{ veces}$$

$$= (a \cdot a \cdot a \ldots n \text{ veces})(b \cdot b \cdot b \ldots n \text{ veces})(c \cdot c \cdot c \ldots n \text{ veces})$$
$$= a^n \cdot b^n \cdot c^n$$

Esta propiedad constituye la ley distributiva de la potenciación respecto de la multiplicación.

E J E M P L O

Resolver $(3\times4\times5)^2$ SOLUCIÓN: $(3\times4\times5)^2 = 3^2\cdot4^2\cdot5^2 = 9\times16\times25 = 3600$

Potencia de un número fraccionario

Para elevar un cociente exacto o una fracción a una potencia cualquiera se elevan su numerador y denominador a dicha potencia.

Si tenemos la fracción $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; Según la definición de potencia elevar $\frac{a}{b}$ a la potencia *n* será tomarlo como factor *n* veces; luego:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}\times\ldots n \ \ veces = \frac{a\times a\times a\times a\times a\times\ldots n \ \ veces}{b\times b\times b\times b\times b\times\ldots n \ \ veces} = \frac{a^n}{b^n}$$

Esta propiedad constituye la ley distributiva de la potenciación respecto de la división exacta.

E J E M P L O

Elevar $\left(\frac{4}{5}\right)^5$ SOLUCIÓN: $\left(\frac{4}{5}\right)^5 = \frac{4^5}{5^5} = \frac{1024}{3125}$

E J E M P L O

Elevar $\left(3\frac{1}{2}\right)^4$ SOLUCIÓN:

$$\left(3\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{7}{2}\right)^4 = \frac{7^4}{2^4} = \frac{7\times7\times7\times7}{2\times2\times2\times2} = \frac{2401}{16} = 150\frac{1}{16}$$

E J E M P L O

Desarrollar $\left(\frac{2\times0.3\times5}{0.1\times3\times0.2}\right)^2$

SOLUCIÓN:

$$\left(\frac{2\times0.3\times5}{0.1\times3\times0.2}\right)^2 = \frac{(2\times0.3\times5)^2}{(0.1\times3\times0.2)^2} = \frac{2^2\times0.3^2\times5^2}{0.1^2\times3^2\times0.2^2} = \frac{4\times0.09\times25}{0.01\times9\times0.04} = \frac{9}{0.0036} = 2500$$

E J E M P L O

Desarrollar $\left(\frac{\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{5}}{2/5\times\frac{4}{5}}\right)^2$

SOLUCIÓN:

$$\left(\frac{\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{5}}{2/5\times\frac{4}{5}}\right)^2=\frac{\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{5}\right)^2}{\left(\frac{2}{5}\times\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{4}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{5}\right)^2}{(2/5)^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{\frac{1}{4}\times\frac{16}{9}\times\frac{1}{25}}{\frac{4}{25}\times\frac{16}{25}}=\frac{\frac{16}{900}}{\frac{64}{625}}=\frac{16}{900}\times\frac{625}{64}=\frac{25}{144}$$

E J E M P L O

Desarrollar $\left[\frac{2^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3}{3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]^2$

SOLUCIÓN:

$$\left[\frac{2^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3}{3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2}\right]^2=\frac{\left[2^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2}{\left[3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2}=\frac{(2^3)^2\times\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2}{(3^2)^2\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2}=\frac{2^6\times\left(\frac{1}{2}\right)^6}{3^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^4}=\frac{64\times\frac{1}{64}}{81\times\frac{16}{81}}=\frac{\frac{64}{64}}{\frac{81\times16}{81}}=\frac{1}{16}$$

RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa de la potenciación y consiste en hallar la base conocidos el exponente y la potencia.

Si tenemos que $7^2=49$, podemos escribir que $7=\sqrt[2]{49}$, donde el signo $\sqrt{}$ recibe el nombre de signo radical, 49 es la cantidad subradical, 7 es la raíz cuadrada y el número 2 es el índice de la raíz. En este caso como el índice de la raíz es 2 se trata de una raíz cuadrada.

Cuando el índice es 3 diremos que la raíz es cúbica, cuando es 4 se trata de una raíz cuarta, cuando es 5 se trata de una raíz quinta, cuando es 6 se trata de una raíz sexta, y así sucesivamente.

Cuando la raíz es cuadrada, cuando el índice es 2, generalmente se omite dicho índice: $\sqrt[2]{49}=\sqrt{49}=7$

Una raíz es exacta cuando al elevarla a la potencia que indica el índice coincide con la cantidad subradical. 5 es la raíz cúbica exacta de 125 puesto que $5^3=125$.

Una raíz es inexacta cuando no existe ningún número entero que al elevarlo a la potencia que indica el índice coincida con la cantidad subradical. La raíz cuadrada de 63 es inexacta, puesto que no existe ningún número entero que elevado al cuadrado dé 63.

Los únicos números naturales que tienen raíz cuadrada exacta son los cuadrados perfectos: 1, 4, 9, 16, 25… etc. Análogamente, los únicos número que tienen raíz cúbica exacta son los cubos perfectos: 1, 8, 27, 64, 125… etc.

Ley de uniformidad
La raíz de un grado dado de un número tiene un valor único o siempre es igual. Así $\sqrt{49}=7$ únicamente, porque 7 es el único número que elevado al cuadrado da 49.

Ley distributiva

La radicación no es distributiva con relación a la suma. Así $\sqrt{36+64}$ no es igual a $\sqrt{36}+\sqrt{64}$ porque $\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ y $\sqrt{36}+\sqrt{64}=6+8=14$

Igualmente $\sqrt{25-9}$ no es igual a $\sqrt{25}-\sqrt{9}$ porque $\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4$ y $\sqrt{25}-\sqrt{9}=5-3=2$

La radicación no es distributiva con relación a la multiplicación y a la división.

Raíz de un producto indicado
La raíz de cualquier grado de un producto indicado de varios factores es igual al producto de las raíces del mismo grado de cada uno de los factores.
Tenemos el producto $a\cdot b\cdot c$. Vamos a demostrar que: $\sqrt[n]{a\cdot b\cdot c}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\cdot\sqrt[n]{c}$
Según la definición de raíz, $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\cdot\sqrt[n]{c}$ será la raíz enésima de $a\cdot b\cdot c$ si elevada a la potencia *n* reproduce el producto $a\cdot b\cdot c$.

Elevando la raíz a la enésima potencia, tendremos:
$\left(\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\cdot\sqrt[n]{c}\right)^n=\left(\sqrt[n]{a}\right)^n\times\left(\sqrt[n]{b}\right)^n\times\left(\sqrt[n]{c}\right)^n=a\cdot b\cdot c$, luego queda demostrado lo que nos proponíamos.

Esta propiedad es la ley distributiva de la radicación con relación a la multiplicación.

E J E M P L O
Efectuar $\sqrt{4\times 9}$ SOLUCIÓN: $\sqrt{4\times 9}=\sqrt{4}\times\sqrt{9}=2\times 3=6$

E J E M P L O
Efectuar $\sqrt{1\times 16\times 25}$ SOLUCIÓN:
$\sqrt{1\times 16\times 25}=\sqrt{1}\times\sqrt{16}\times\sqrt{25}=1\times 4\times 5=20$

Raíz de un número fraccionario

La raíz de cualquier grado de un cociente exacto o un número fraccionario es igual a la raíz de dicho grado del numerador partida por la raíz del mismo grado del denominador.

Sea la fracción $\frac{a}{b}$. Vamos a demostrar que $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Según la definición de raíz, $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ será la raíz enésima de $\frac{a}{b}$, si elevada a la potencia*n* reproduce el quebrado $\frac{a}{b}$

Esta propiedad es la ley distributiva de la radicación con relación a la división exacta.

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt{\frac{4}{9}}$ SOLUCIÓN: $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ SOLUCIÓN: $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$

Raíz de una potencia

La raíz de cualquier grado de una potencia se obtiene dividiendo el exponente de la potencia por el índice de la raíz.

Sea la potencia a^m. Vamos a demostrar que $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Según la definición de raíz, $a^{\frac{m}{n}}$ será la raíz enésima de a^m si elevada a la potencia*n* reproduce la cantidad subradical a^m.

Elevando $a^{\frac{m}{n}}$ a la potencia *n*, tendremos. $\left(a^{\frac{m}{n}}\right) = a^{\frac{m}{n}\times n} = a^m$, luego queda demostrado lo que nos proponíamos.

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt{2^4}$ SOLUCIÓN: $\sqrt{2^4} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt[3]{2^9}$ SOLUCIÓN: $\sqrt[3]{2^9} = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8$

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt{2^4 \times 5^4}$

SOLUCIÓN: $\sqrt{2^4 \times 5^4} = \sqrt{2^4} \times \sqrt{5^4} = 2^{\frac{4}{2}} \times 5^{\frac{4}{2}} = 2^2 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$

Exponente fraccionario

Hemos visto en el punto anterior que para extraer una raíz a una potencia, se divide el exponente de la potencia por el índice de la raíz. Si el exponente no es divisible por el índice, hay que dejar indicada la división, originándose de este modo el modo el exponente fraccionario.

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt{2}$ SOLUCIÓN: $\sqrt{2} = \sqrt{2^1} = 2^{\frac{1}{2}}$

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt[3]{2^2}$ SOLUCIÓN: $\sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$

E J E M P L O

Efectuar $\sqrt[4]{3^2 \times 5^3}$ SOLUCIÓN: $\sqrt[4]{3^2 \times 5^3} = \sqrt[4]{3^2} \times \sqrt[4]{5^3} = 3^{\frac{2}{4}} \times 5^{\frac{3}{4}}$

Raíz de una raíz

La raíz de cualquier grado de una raíz se obtiene multiplicando los índices de ambas raíces.

Se trata de extraer la raíz cúbica de $\sqrt{a}$ Vamos a demostrar que $\sqrt[3]{\sqrt[2]{a}} = \sqrt[3\times 2]{a} = \sqrt[6]{a}$

Según la definición de raíz, $\sqrt[6]{a}$ será la raíz cúbica de $\sqrt{a}$ si elevada al cubo reproduce la cantidad subradical $\sqrt{a}$, y en efecto:

$$\left(\sqrt[6]{a}\right)^3 = \left(a^{\frac{1}{6}}\right)^3 = a^{\frac{1}{6}\times 3} = a^{\frac{3}{6}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

Esta propiedad a la inversa, nos permite extraer la raíz cuarta extrayendo dos veces la raíz cuadrada; la raíz sexta extrayendo la raíz cuadrada y la cúbica, etc.

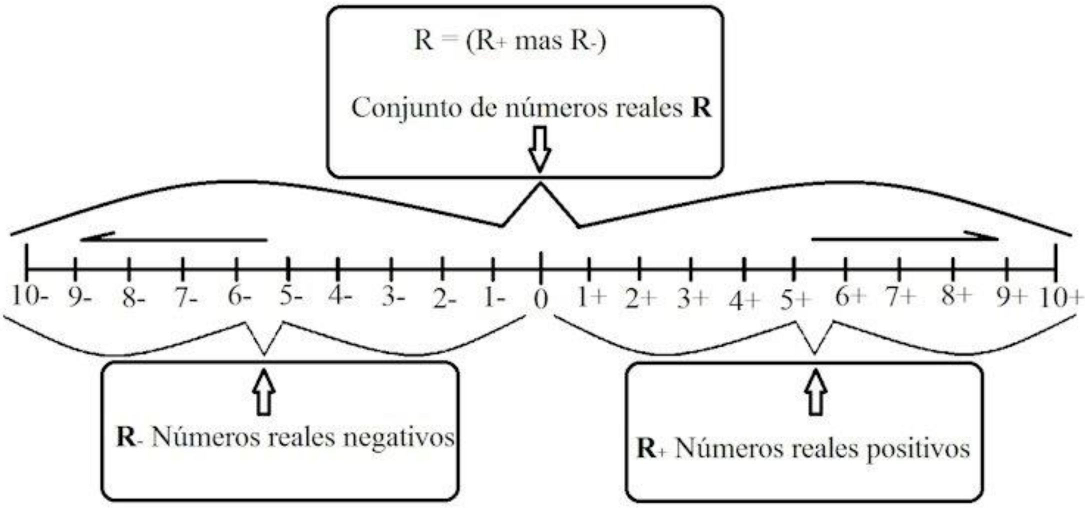
E J E M P L O

Efectuar $\sqrt[4]{16}$ SOLUCIÓN: $\sqrt[4]{16} = \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$

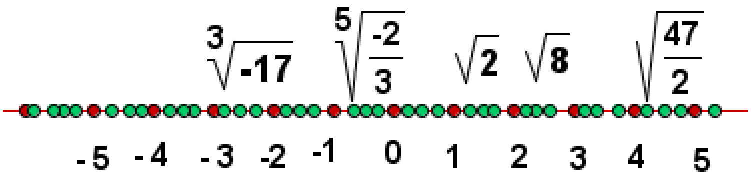
E J E M P L O

Efectuar $\sqrt[6]{64}$ SOLUCIÓN: $\sqrt[6]{64} = \sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2$

En la recta numérica, la representación de números reales se puede hacer con una exactitud aproximada,



A todo **número real** le corresponde un punto de la recta y a **todo punto de la recta un número real**.



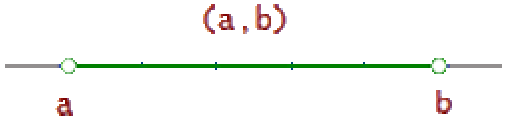
Intervalos en la recta real

Los **intervalos** están determinados por dos números que se llaman extremos. En un **intervalo** se encuentran todos los números comprendidos entre ambos y también pueden estar los extremos.

4.

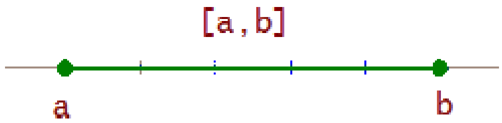
Intervalo abierto, (a, b), es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b.

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x < b\}$



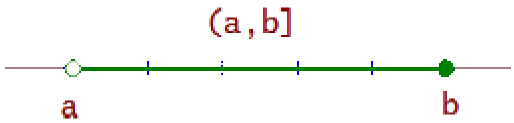
Intervalo cerrado, [a, b], es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b.

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x \leq b\}$



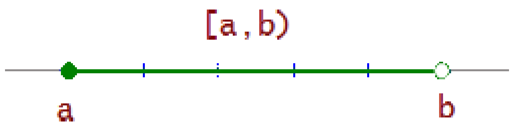
Intervalo semiabierto por la izquierda, (a, b], es el conjunto de todos los números reales mayores que a y menores o iguales que b.

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a < x \leq b\}$



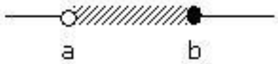
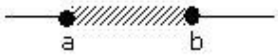
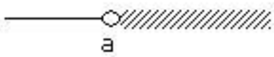
Intervalo semiabierto por la derecha, [a, b), es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores que b.

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \ / \ a \leq x < b\}$



Cuando queremos nombrar un conjunto de puntos formado por dos o más de estos intervalos, se utiliza el signo $\cup$ (**unión**) entre ellos.

Tabla 2. Tipos de intervalos y su descripción

INTERVALO	GRÁFICO	SIGNIFICADO Y NOMENCLATURA
ABIERTO		$a < x < b$ $]a, b[$
ABIERTO POR LA IZQUIERDA		$a < x \leq b$ $]a, b]$
ABIERTO POR LA DERECHA		$a \leq x < b$ $[a, b[$
CERRADO		$a \leq x \leq b$ $[a, b]$
INFINITO POR LA IZQUIERDA Y ABIERTO		$x < a$ $]-\infty, a[$
INFINITO POR LA DERECHA Y ABIERTO		$x > a$ $]a, +\infty[$
INFINITO POR LA IZQUIERDA Y CERRADO		$x \leq a$ $]-\infty, a]$
INFINITO POR LA DERECHA Y CERRADO		$x \geq a$ $[a, +\infty[$

3. **FASE DE SÍNTESIS Y EVALUACIÓN**

   Socializar los resultados de las investigaciones mediante foros, debates, concursos, exposiciones, etc.

   Con algunos problemas aplicativos evaluar el desarrollo de las competencias establecidas.

4. FASE DE GENERALIZACIÓN

En base a los conocimientos y competencias adquiridas resolver el siguiente caso:

Un juego para "adivinar" el mes de nacimiento y la edad de una persona es el siguiente.

Pida a la persona que realice las operaciones siguientes, sin que usted las vea.

a) Determine el número del mes en que nació, (enero, 1; febrero, 2; marzo, 3; etc.).

b) Multiplique el número del mes en que nació por 2.

c) Al resultado anterior sume 5.

d) Multiplique por 50 el resultado que obtuvo en el paso anterior.

e) A esto, añada el número de años que tiene.

f) Y, finalmente, al resultado reste 250.

Pida que le diga el resultado. Los dos dígitos de más a la derecha de este resultado proporcionarán la edad de la persona, mientras que el primero o dos primeros dígitos de la izquierda revelarán el mes en que nació la persona.

Hagamos esto con un ejemplo. Suponga que Leticia nació en noviembre y actualmente tiene 48 años, entonces los pasos serían:

a) Mes en que nació, 11

b) 11 x 2= 22

c) 22 + 5=27

d) 27 x 50=1350

e) 1350 + 48=1398

f) 1398- 250=1148

Todo lo anterior usted no lo ve, al final, lo único que conocería es el resultado: 1148. Con lo cual podría "adivinar" y decirle a Leticia que tiene 48 años y que nació en noviembre.

i. Determine por qué este "truco" sirve para el propósito de adivinar la edad y mes de nacimiento. (Sugerencia: Utilice el lenguaje algebraico para realizar cada paso del proceso que debe realizarse).

ii. ¿Siempre funciona o existirá algún o algunos casos en que no se lea la edad y mes de nacimiento directamente del resultado?

iii. En caso de que determine que existen casos en los cuales no se lea directamente del resultado la edad y el mes de nacimiento, ¿Aun así podría indicar la edad y el mes de nacimiento de la persona?

BLOQUE II: ECUACIONES

1. **FASE INICIAL**

1.1. Introducción y motivación

Repartir un una tarjeta con la frase y un número, para completar el juego “Yo tengo”, ponerse de pie cuando la frase leída haga alusión al número que se tiene. Continuar con la dinámica hasta que todos hayan tenido la oportunidad de participar. Comentar sobre la dificultad y las competencias necesarias para desarrollar la dinámica.

2. **FASE DE DESARROLLO**

2.1. Asignación de la tarea investigativa

Se entrega la tarea y se dan las indicaciones pertinentes para su desarrollo y presentación (Tarea investigativa 3).

2.2. Desarrollo temático: Ecuaciones

Una ecuación es una proposición matemática de igualdad. Debe contener un signo de igualdad y una expresión matemática en ambos lados del signo.

Las ecuaciones lineales o de primer grado son del tipo $ax + b = 0$, con $a \neq 0$, ó cualquier otra ecuación en la que al operar, trasponer términos y simplificar adopten esa expresión.

La solución de una ecuación es el número o los números que hacen que la ecuación sea una proposición verdadera.

La solución de $x+2=5$ es 3.

El conjunto solución de una ecuación es el conjunto de los números reales que convierten en verdadera a la ecuación.

Resolución de ecuaciones lineales

En general para resolver una ecuación lineal o de primer grado debemos seguir los siguientes pasos:

1º Quitar paréntesis.

2º Quitar denominadores.

3º Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro.

4º Reducir los términos semejantes.

5º Despejar la incógnita.

Ejemplos de ecuaciones lineales

$$2x = 6$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \frac{6}{2} \qquad x = 3$$

$$2x - 3 = 6 + x$$

Agrupamos los términos semejantes y los independientes, y sumamos:

$$2x - x = 6 + 3 \qquad x = 9$$

$$2(2x - 3) = 6 + x$$

Quitamos paréntesis:

$$4x - 6 = 6 + x$$

Agrupamos términos y sumamos:

$$4x - x = 6 + 6 \qquad 3x = 12$$

Despejamos la incógnita:

$$x = \frac{12}{3} \qquad x = 4$$

$$\frac{x-1}{6}-\frac{x-3}{2}=-1$$

Quitamos denominadores, para ello en primer lugar hallamos el mínimo común múltiplo.

$$\text{m.c.m.}(6,\ 2)=6$$

$$x-1-3(x-3)=-6$$

Quitamos paréntesis, agrupamos y sumamos los términos semejantes:

$$x-1-3x+9=-6; \qquad x-3x=-6-9+1; \qquad -2x=-14$$

Despejamos la incógnita:

$$2x=14 \qquad x=\frac{14}{2} \qquad x=7$$

$$\frac{3}{4}(2x+4)=x+19$$

Quitamos paréntesis y simplificamos:

$$\frac{6}{4}x+\frac{12}{4}=x+19 \qquad \frac{3}{2}x+3=x+19$$

Quitamos denominadores, agrupamos y sumamos los términos semejantes:

$$3x+6=2x+38 \qquad 3x-2x=38-6 \qquad x=32$$

$$2-\left[-2\cdot(x+1)-\frac{x-3}{2}\right]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

Quitamos corchete:

$$2-\left(-2x-2-\frac{x-3}{2}\right)=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

Quitamos paréntesis:

$$2+2x+2+\frac{x-3}{2}=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

Quitamos denominadores:

$24 + 24x + 24 + 6 \cdot (x - 3) = 8x - (5x - 3) + 36x$

Quitamos paréntesis:

$24 + 24x + 24 + 6x - 18 = 8x - 5x + 3 + 36x$

Agrupamos términos:

$24x + 6x - 8x + 5x - 36x = 3 - 24 - 24 + 18$

Sumamos:

$-9x = -27$

Dividimos los dos miembros por: −9

$x = 3$

Problemas con solución de ecuaciones lineales

Recomendaciones para abordar el planteamiento y la solución del problema.

1. Leer atenta y comprensivamente el enunciado del problema.

2. Identificar la Incógnita y los datos que se necesitaran en la solución.

3. Relacionar los datos con la incógnita planteando una ecuación

4. Resolver la ecuación.

5. Analizar la solución de la ecuación cuidando que tenga relación con el enunciado del problema

6. Dar la respuesta.

Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática es una ecuación polinómica donde el mayor exponente de la incógnita x es igual a dos. Normalmente, la expresión se refiere al caso en que sólo aparece una incógnita y la forma más común en la que se expresa es:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{con} \quad a \neq 0$$

donde a es el coeficiente cuadrático o de segundo grado y es siempre distinto de 0 (pues si fuera cero, la ecuación no sería de segundo grado), b es el coeficiente lineal o de primer grado y c es el término independiente.

Recuerda que cuando delante de la x no aparece ningún número multiplicando se entiende que el coeficiente correspondiente es 1. Es conveniente destacar que, en principio, una ecuación de segundo grado puede no llevar en su forma inicial la x elevada al cuadrado, pero en el desarrollo previo a su resolución aparece este término cuadrático.

Como norma general, veremos que para resolver ecuaciones de segundo grado, en primer lugar desarrollaremos los términos que aparecen, quitando paréntesis, agrupando términos semejantes y ordenándolos de forma conveniente hasta llegar a la expresión general $ax^2 + bx + c= 0$

Aunque en la expresión general los coeficientes a, b y c aparecen como positivos (por simplificación), debemos tener presente que pueden tomar valores tanto positivos como negativos.

Ejemplos:

$3x^2 - 2x + 5 = 0 \quad a = 3, b = -2, c = 5$;

$x^2 - 3x - 4 = 0 \qquad a = 1, b = -3, c = -4$

Existen varios métodos para resolver ecuaciones de segundo grado, entre ellos:

- Factorización (Aspa simple)
- Completando cuadrados
- Fórmula general

Factorización: Para utilizar este método la ecuación cuadrática debe estar igualada a cero. Luego expresar el lado que no es cero como un producto de factores. Finalmente se iguala a cero cada factor y se despeja para la variable.

Ejemplos para discusión:

1) $x^2 - 4x = 0$
2) $x^2 - 4x = 12$
3) $12x^2 - 17x + 6 = 0$

Nota: No podemos resolver todas las ecuaciones cuadráticas por factorización porque este método está limitado a coeficientes enteros. Por eso tenemos que conocer otros métodos.

Raíz cuadrada: Este método requiere el uso de la propiedad que se menciona a continuación.

Propiedad de la raíz cuadrada: Para cualquier número real **a**, la ecuación $x^2 = a$ es equivalente a:
$x = \pm\sqrt{a}$
Ejemplos para discusión:

1) $x^2 - 9 = 0$
2) $2x^2 - 2 = 0$
3) $x^2 + 4 = 0$

Fórmula cuadrática:

La solución de una ecuación cuadrática $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ con **a** diferente de cero está dada por la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La expression $\mathbf{b^2 - 4ac}$ conocida como el **discriminante** determina el número y el tipo de soluciones que tiene la ecuación cuadrática. La tabla a continuación muestra la información del número de soluciones y el tipo de solución de acuerdo con el valor del discriminante.

Valor de: $b^2 - 4ac$	**Tipo de solución**
positivo	dos soluciones reales
cero	una solución real

negativo	dos soluciones imaginarias

Ejemplos para discusión:

1) $x^2 + 8x + 6 = 0$
2) $9x^2 + 6x + 1 = 0$
3) $5x^2 – 4x + 1 = 0$

***** Cualquier ecuación cuadrática se puede resolver utilizando la fórmula cuadrática.

3. **FASE DE SÍNTESIS Y EVALUACIÓN**
   Socializar los resultados de las investigaciones mediante foros, debates, concursos, exposiciones, etc.

   Con algunos problemas aplicativos evaluar el desarrollo de las competencias establecidas.

4. **FASE DE GENERALIZACIÓN**

   En base a los conocimientos y competencias adquiridas resolver los siguientes casos:

(Inversiones) Oliva Sánchez invirtió 800 dólares en una cuenta de ahorros que paga una tasa de interés de R% anual. Al final del año, el capital y el interés los dejó para que generarán interés el segundo año a la misma tasa. Si al final del segundo año Oliva recibió $882, ¿cuál es el valor de R?

(Interés compuesto)Arturo Erdely, gerente de la compañía de Seguros La Confianza debe realizar un pago de $112,360 dentro de dos años. ¿A qué tasa de interés compuesta anualmente tiene que invertir $100,000 a fin de poder saldar la deuda?

(Utilidades del productor)Para la próxima Copa Mundial de Futbol, la compañía de balones Chutagol decide producir balones conmemorativos. Enrique Lemus, encargadodel proyecto, fue informado por el departamento de mercadotecnia que si los balones se venden en $25 cada uno, entonces pueden vender todos los balones que se puedan producir. Por otro lado, él sabe que cuesta $10 producir cada balón, por los materiales y la mano de obra, además se tiene un costo adicional mensual de $3000 al mes por operar la planta. ¿Cuántos balones debe producir y vender para obtener una ganancia de $6000 al mes?

(Inversión de una herencia) La señorita Hortensia Rodríguez recibió una herencia de $250,000. Después de analizar diversas opciones, decide invertir parte de este monto en una cuenta de ahorros que paga 4% anual, y el resto en otra que paga 6% anual. Si desea recibir $13,000 de ingresos anuales, ¿cuánto debe invertir la señorita Hortensia en cada cuenta?

BLOQUE III: INECUACIONES

1. **FASE INICIAL**

1.1. Introducción y motivación

Realizar la dinámica de formar grupos, pero con la variante de ser ahora grupos mayores de x, menores de x, de x estudiantes como máximo, de x estudiantes como mínimo, etc. Analizar los grupos formados en cada indicación y el motivo de su agrupación.

2. **FASE DE DESARROLLO**

2.1. Asignación de la tarea investigativa

Se entrega la tarea y se dan las indicaciones pertinentes para su desarrollo y presentación. (Tarea investigativa 4)

2.2. Desarrollo temático: Inecuaciones

Las inecuaciones lineales son **desigualdades de primer grado**, que poseen incógnitas lineales. En estas **desigualdades** aparecen letras (variables o incógnitas) y números que están ligados mediante las operaciones algebraicas y los signos de desigualdad (“<”, “≤”, “>”, y “≥”) con las operaciones usuales.

Inecuación en una variable

Es una **desigualdad** en la que aparece una única variable (o incógnita) en uno de sus miembros o en ambos miembros de la desigualdad, simultáneamente. Por ejemplo: $2x-3>x+5$ es una inecuación lineal en una variable porque tiene la incógnita x y sólo se verifica para cualquier valor de $x>8$. Para $x=8$ se convertirá en una igualdad y para $x<8$ es una desigualdad de signo contrario.

Inecuaciones de primer grado con una incógnita

Son inecuaciones en las cuales, después de realizar las operaciones necesarias para quitar paréntesis y denominadores, para reducir términos semejantes, etc., el grado más alto que tiene la variable es **uno**; son aquellas que pueden reducirse a las formas: $ax \pm b > 0$; $ax \pm b < 0$; $ax \pm b \geq 0$; $ax \pm b \leq 0$

Solución a una inecuación

Es todo valor de la incógnita, o conjunto de valores de las incógnitas, que verifican la desigualdad.

Propiedades de las desigualdades.

Dados dos números reales, siempre podemos compararlos y decidir si son iguales o cuál es más grande.

Escribimos $a < b$ para decir que a es menor que b y $a \leq b$ para decir que a es menor o igual que b.

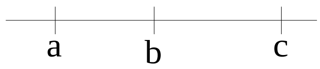
En la recta, $a < b$ significa que el punto correspondiente a a está a la izquierda del que corresponde a b.

El orden en los números reales tiene las siguientes propiedades:

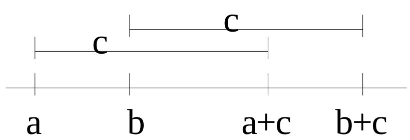
1. Si a y b son números reales, sucede una y sólo una de las siguientes relaciones (propiedad de tricotomía):

    i) $a = b$; *ii)* $a > b$; *iii)* $a < b$

2. Si $a < b$ *y* $b < c$, entonces $a < c$ (propiedad transitiva).

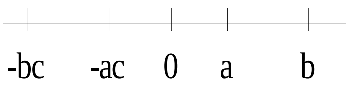


3. Si $a < b$ *y* $c \in \mathbb{R}$, entonces $a + c < b + c$.

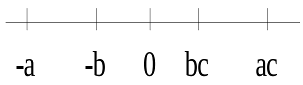


4. Si a < b, y c > 0 entonces ac < bc

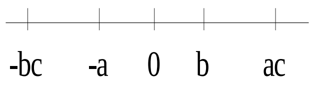
5. Si a < b, y c < 0 entonces ac > bc. Podemos tener los tres casos siguientes.



-bc < -ac



bc < ac



-bc < ac

Resolver una inecuación

Resolver una inecuación lineal, es hallar el conjunto de los valores reales de las incógnitas que la verifican, o satisfagan, es decir, los valores que hacen que se cumpla la desigualdad.

En las inecuaciones suele hablarse de **conjunto de soluciones** o **conjunto de validez**, pues las soluciones se dan mediante intervalos. La solución de una inecuación es, por lo general, un intervalo o **una unión** de intervalos de números reales.

El método para resolver una inecuación es similar al utilizado para resolver ecuaciones, pero teniendo presente las propiedades de las desigualdades.

Además, es conveniente ilustrar la solución de una inecuación con **una gráfica**.

Si la solución incluye algún extremo del intervalo, en la gráfica representamos dicho extremo con un círculo en negrita; (un círculo lleno) en cambio, si la solución no incluye el extremo, lo representamos mediante un círculo blanco (transparente o vacío).

Recomendaciones para resolver una desigualdad lineal

Para resolver una inecuación hay que despejar la incógnita. Para ello hay que tener en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. Se **trasladan**, al miembro de la izquierda los términos que contienen la variable, y al miembro de la derecha los términos constantes (términos libres o independientes).
2. Se efectúa la suma algebraica de los términos en cada miembro, es decir, se aplica la reducción de términos semejantes.
3. Si el coeficiente de la variable resulta en un número negativo, se debe multiplicar por -1 toda la desigualdad, y se invierte el sentido de la desigualdad.
4. Para despejar la incógnita o variable, se divide los dos miembros de la desigualdad entre el coeficiente de la variable.

En caso de que hubiese denominadores:

5. Se quitan denominadores si los hubiera, de tal manera que queden coeficientes enteros. Es decir, es posible **suprimir denominadores** en una desigualdad **sin que varíe el signo** de la desigualdad, porque ello equivale a

multiplicar todos los términos de la desigualdad, o sea cada término de los dos miembros, por el m. c. m. de los denominadores.

En la **transposición de términos**, se debe considerar lo siguiente:

- Se aísla la incógnita en el miembro en quede positiva.
- Lo que está sumando pasa al otro miembro restando y lo que esta restando pasa al otro lado sumando.
- Lo que está multiplicando (que será positivo) pasará al otro miembro dividiendo y lo que está dividiendo (que será positivo) pasa multiplicando.

Observación: Se debe tomar en cuenta que al multiplicar o al dividir ambos miembros de una desigualdad por un número negativo, el sentido de la desigualdad se invierte, se cambia.

RESOLUCIÓN DE DESIGUALDADES LINEALES APLICANDO LAS PROPIEDADES

Resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita, es encontrar su conjunto de soluciones o **conjunto de validez**; a través de la aplicación de las propiedades de la suma, resta, multiplicación y división de desigualdades. Por ejemplos:

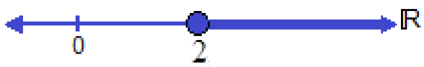
Ejemplo 1: Resolver la desigualdad lineal: $3x+7\leq 4x+5$

Solución: $3x+7\leq 4x+5$

$3x+7-7\leq 4x+5-7$	Propiedad de la resta
$3x\leq 4x-2$	Reduciendo términos semejantes
$3x-4x\leq 4x-2-4x$	Propiedad de la resta
$-x\leq -2$	Reduciendo términos semejantes
$(-1)\quad -x\leq -2$	Multiplica ndo por un número negativo
$x\geq 2$	Se invierte el signo de la desigualda d

Respuesta: Notación de intervalo: $[2,+\infty)$

Notación de conjunto: $S=\{x\in R/\ x\geq 2\}$ ó $S=\{x\in R/\,x\in[2,+\infty)\}$

Graficando la solución: 

Resolviendo el mismo problema, pero ahora abreviando las propiedades de las desigualdades, de manera que sea menos complicada y más fácil de comprender.

Resolver la desigualdad lineal: $3x+7 \geq 4x+5$

Solución:

$$3x+7 \leq 4x+5$$

$$3x-4x \leq 5-7 \qquad \text{Trasposición de términos}$$

$$-x \leq -2 \qquad \text{Reduciendo términos semejantes}$$

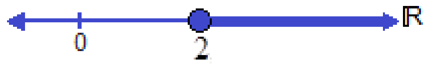
$$(-1) \quad -x \leq -2 \qquad \text{Multiplicando por un número negativo}$$

$$x \geq 2 \qquad \text{Se invierte el signo de la desigualdad}$$

Respuesta: Notación de intervalo: $[2,+\infty)$

Notación de conjunto: $S=\{x \in R/\ x \geq 2\}$ ó $S=\{x \in R/x \in [2,+\infty)\}$

Graficando la solución:



Ejemplos de desigualdades

1) Resolver: $5x+2>x-6$

Solución: $5x+2>x-6$

$$5x-x>-6-2$$

$$4x>-8$$

$$\frac{4x}{4}>\frac{-8}{4}$$

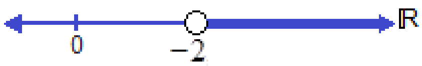
$$x>-2$$

Rta.: Intervalo: $(-2,+\infty)$

Conjunto: $S=\{x \in R/x>-2\}$

ó $S=\{x \in R/x \in (-2,\ +\infty)\}$

Gráfica:



2) Resolver: $3-2x \geq 9+4x$

Solución: $3-2x \geq 9+4x$

$$-2x-4x \geq 9-3$$

$$-6x \geq 6$$

$$(-1) \quad -6x \geq 6$$

$$6x \leq -6$$

$$\frac{6x}{6} \leq \frac{-6}{6}$$

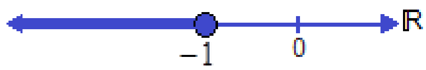
$$x \leq -1$$

Rta.: Intervalo: $(-\infty,-1]$

Conjunto: $S=\{x \in R/x \leq -1\}$

ó $S=\{x \in R/x \in (-\infty,-1]\}$

Gráfica:



3) Resolver: $(x+3)(x-1)<(x-1)^2+3x$

Solución: $(x+3)(x-1)<(x-1)^2+3x$

$$x^2-x+3x-3<x^2-2x+1+3x$$

$$2x-3<x+1$$

$$2x-x<1+3$$

$$x<4$$

Rta.: Intervalo: $(-\infty,4)$

Conjunto: $S=\{x \in R/x<4\}$

4) Resolver: $3(2x-1)>4+5(x-1)$

Solución: $3(2x-1)>4+5(x-1)$

$$6x-3>4+5x-5$$

$$6x-5x>4-5+3$$

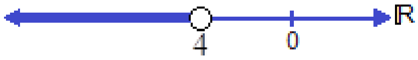
$$x>2$$

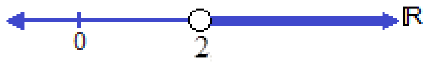
Rta.: Intervalo: $(2,+\infty)$

Conjunto: $S=\{x \in R/x>2\}$

ó $S=\{x \in R/x \in (2,\ +\infty)\}$

ó $S=\{x\in R/x\in(-\infty,\ 4)\}$

Gráfica: 

Gráfica: 

Ejemplos de desigualdades continuas

1) Resolver: $4<3x-2\le 10$

Solución: $4<3x-2\le 10$

$$4<3x-2\le 10$$
$$4+2<3x\le 10+2$$
$$6<3x\le 12$$
$$\frac{6}{3}<\frac{3x}{3}\le\frac{12}{3}$$
$$2<x\le 4$$

Rta.: Intervalo: $(2,4]$

Conjunto: $S=\{x\in R/2<x\le 4\}$

ó $S=\{x\in R/x\in(2,4]\}$

Gráfica:

3) Resolver: $4\ge\frac{1-3x}{4}\ge 1$

Solución: $4\ge\frac{1-3x}{4}\ge 1$

2) Resolver: $-2<6-4x\le 8$

Solución: $-2<6-4x\le 8$

$$-2-6<-4x\le 8-6$$
$$-8<-4x\le 2$$
$$(-1)\quad -8<-4x\le 2$$
$$8>4x\ge -2$$
$$\frac{8}{4}>\frac{4x}{4}\ge\frac{-2}{4}$$
$$2>x\ge -\frac{1}{2}\quad\Rightarrow -\frac{1}{2}\le x<2$$

Rta.: Intervalo: $\left[-\frac{1}{2},2\right)$

Conjunto: $S=\left\{x\in R/-\frac{1}{2}\le x<2\right\}$

ó $S=\left\{x\in R/x\in\left[-\frac{1}{2},2\right)\right\}$

Gráfica:

4) Resolver: $-4<2(1-y)<8$

Solución: $-4<2(1-y)<8$

$$4(4) \geq 4\left(\frac{1-3x}{4}\right) \geq 4(1)$$

$$16 \geq 1-3x \geq 4$$

$$16-1 \geq -3x \geq 4-1$$

$$15 \geq -3x \geq 3$$

$$(-1) \quad 15 \geq -3x \geq 3$$

$$-15 \leq 3x \leq -3$$

$$-\frac{15}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{-3}{3}$$

$$-5 \leq x \leq -1$$

Rta.: Intervalo: $[-5,-1]$

Conjunto: $S = \{x \in R / -5 \leq x \leq -1\}$

ó $S = \{x \in R / x \in [-5,-1]\}$

Gráfica:

5) Resolver: $-1 \leq \frac{2x}{3} + 5 \leq 11$

Solución: $-1 \leq \frac{2x}{3} + 5 \leq 11$

$$3(-1) \leq 3\left(\frac{2x}{3}\right) + 3(5) \leq 3(11)$$

$$-3 \leq 2x + 15 \leq 33$$

$$-3-15 \leq 2x \leq 33-15$$

$$-18 \leq 2x \leq 18$$

$$-\frac{18}{2} \leq \frac{2x}{2} \leq \frac{18}{2}$$

$$-9 \leq x \leq 9$$

Rta.: Intervalo: $[-9,9]$

Conjunto: $S = \{x \in R / -9 \leq x \leq 9\}$ ó

$S = \{x \in R / x \in [-9,9]\}$

Gráfica:

$$-\frac{4}{2} < \frac{2(1-y)}{2} < \frac{8}{2}$$

$$-2 < 1-y < 4$$

$$-2-1 < -y < 4-1$$

$$-3 < -y < 3$$

$$(-1) -3 < -y < 3$$

$$3 > y > -3$$

$$-3 < y < 3$$

Rta.: Intervalo: $(-3, \ 3)$

Conjunto: $S = \{y \in R / -3 < y < 3\}$ ó

$S = \{y \in R / y \in (-3, 3)\}$

Gráfica:

6) Resolver: $-5 \leq \frac{4-3x}{2} < 1$

Solución: $-5 \leq \frac{4-3x}{2} < 1$

$$2(-5) \leq 2\left(\frac{4-3x}{2}\right) < 2(1)$$

$$-10 \leq 4-3x < 2$$

$$-10-4 \leq -3x < 2-4$$

$$-14 \leq -3x < -2$$

$$-\frac{14}{-3} \leq \frac{-3x}{-3} < \frac{-2}{3}$$

$$\frac{2}{3} < x \leq \frac{14}{3}$$

Rta.: Intervalo: $\left(\frac{2}{3}, \ \frac{14}{3}\right]$

Conjunto: $S = \{x \in R / \frac{2}{3} < x \leq \frac{14}{3}\}$ ó

$S = \left\{x \in R / x \in \left(\frac{2}{3}, \frac{14}{3}\right]\right\}$

Gráfica:

Inecuaciones de segundo grado

Son inecuaciones en las que la variable está elevada a un exponente mayor que la unidad.

Expresión general: son todas del tipo $\boxed{ax^2 + bx + c < 0}$, o bien cualquier otro polinomio de grado mayor y distinta desigualdad, por ejemplo mayor que u otra.

donde a representa al coeficiente del término cuadrático, y nunca puede ser $= 0$, pero sí puede ser igual a cualquier otro número real.

b es el coeficiente del término lineal, es decir aquel en que x aparece elevada

a la primera potencia. Puede o no ser igual a 0. Y

c es el término independiente, pues es el coeficiente del término donde x aparece elevada a la potencia 0, o sea, x no aparece porque $x^0 = 1$.

Según los valores de a, b y c, las ecuaciones de segundo grado se clasifican en

1.Completas, cuando a, b y c son distintas de 0.

2. Incompletas, cuando

2.1 $b = 0$, o sea, no contiene término lineal, o bien cuando 2.2 $c = 0$, es decir, no existe término independiente.

Veamos 2.1. La forma general sería

$$ax^2 + c = 0$$

En este caso, la resolución es fácil:

$ax^2 = -c$ de donde $x^2 = -\frac{c}{a}$

Por lo tanto

$x_1 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$ y $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$

Método de resolución: descomponer factorialmente el polinomio, aplicando Ruffini, completando cuadrados, etc. el método que consideres más apropiado o que mejor te resulte.

Pasos para resolver inecuaciones de segundo grado

1ºIgualamos el polinomio del primer miembro a cero y obtenemos las raíces de la ecuación de segundo grado.

2º Representamos estos valores en la recta real. Tomamos un punto de cada intervalo y evaluamos el signo en cada intervalo:

3º La solución está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que tengan el mismo signo que el polinomio.

Cuando no tiene raíces reales, le damos al polinomio cualquier valor si:

El signo obtenido coincide con el de la desigualdad, la solución es $\mathbb{R}$.

El signo obtenido no coincide con el de la desigualdad, no tiene solución.

Método gráfico: en el proceso de factorizar una inecuación cuadrática nos resultan inecuaciones de la forma
$a(x-r_1)(x-r_2) > 0,\ < 0,$ etc. Con $a > 0$
La solución de esta inecuación también se puede hallar utilizando un método gráfico, conocido coloquialmente como el "Método de las cruces o del cementerio". La eficacia del "Método de las cruces" se manifiesta cuando deseamos resolver una inecuación de grado *n* > 2, o sea, cuando al factorizar nos resulta una inecuación de la forma
$a(x-r_1)(x-r_2)(x-r_3)\cdots(x-r_n) > 0,\ < 0,$ etc. Con $a > 0$

Ejemplos:

$2x^2 < 3-5x$, pasamos todos los términos a un único miembro, el que más te interese, en este caso lo haremos al primero, así:

$2x^2+5x-3<0$, ahora descomponemos el polinomio que nos resulte, en este caso $2x^2+5x-3=0 \Rightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\begin{cases} x_1=\dfrac{1}{2} \\ x_2=-3 \end{cases} \Rightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+3\right)$, y pasamos a la inecuación $2\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x+3\right)<0$, que podemos leer como, ¿Cuándo el producto de dos números es negativo? Digo dos ya que el signo del factor 2 es siempre el mismo y positivo, no va a influir en el resultado final. La respuesta es cuando ambos tienen signos contrarios. ¿Cómo averiguar el signo de un binomio?

Una expresión de primer grado en x no es más que la ecuación de una recta, en este caso se trata de dos rectas $r_1 \equiv y = x-\dfrac{1}{2}$, y $r_2 \equiv y = x+3$. Sabemos, o deberíamos saber que si la pendiente de la recta es positiva ésta toma valores positivos a la derecha del punto de corte con el eje de abscisas, y negativos a su izquierda. En nuestro caso ambas tienen pendiente positiva, ¿Por qué?. Porque el coeficiente de la x es precisamente la pendiente de la recta y ambos son positivos. Los puntos de corte con el eje de abscisas son los valores de x que hacen que y = 0, en nuestro caso son $\frac{1}{2}$ y -3, luego $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ toma valores positivos a la derecha de $\frac{1}{2}$ y $\left(x+3\right)$ a la derecha de -3, así:
Luego la solución será el intervalo indicado, donde el signo del producto es negativo.

Como la desigualdad es estricta, el intervalo será abierto $\left(-3,\frac{1}{2}\right)$.

3. **FASE DE SÍNTESIS Y EVALUACIÓN**
   Socializar los resultados de las investigaciones mediante foros, debates, concursos, exposiciones, etc.

   Con algunos problemas aplicativos evaluar el desarrollo de las competencias establecidas.

4. FASE DE GENERALIZACIÓN

En base a los conocimientos y competencias adquiridas resolver los siguientes casos:

(Inversión) La señora K tiene $5000 que quiere invertir, parte a 6% y el resto a 8%. Si ella desea un ingreso anual por intereses de al menos $370, ¿cuál es la cantidad mínima que debe invertir al 8%?

(Decisión de producción) Un fabricante puede vender todas las unidades que produce al precio de $30 cada una. Tiene costos fijos de $12,000 al mes; y además, le cuesta $22 producir cada artículo. ¿Cuántas unidades debe producir y vender al mes la compañía para obtener utilidades?

(Utilidades del fabricante) Un fabricante de aparatos de alta fidelidad puede vender todas las unidades producidas al precio de $150 cada una. Tiene costos fijos a la semana de $15,000 y costos por unidad de $100 en materiales y

(Publicación de revistas) El costo de publicación de cada ejemplar de la revista semanal *Compre y venda* es de 35¢. Los ingresos por ventas de distribución son de 30¢ por ejemplar, y los ingresos por publicidad del 20% sobre los ingresos obtenidos por ventas más allá de los 2000 ejemplares. ¿Cuántos ejemplares deberá publicar y vender cada semana para obtener ingresos semanales de al menos $1000?

(Decisión sobre la renta de un teléfomo celular) Adriana Rojas va a contratar los servicios de telefonía celular, después de analizar diversos planes, su decisión queda entre los dos siguientes. El plan A, con una renta mensual de 10 dólares mensuales más $0.20 por cada minuto de tiempo aire. El plan B, con una renta mensual de $20 más $0.12 por cada minuto de tiempo aire. Determine el número de minutos mensuales que debe utilizar Adriana para que el plan B sea más barato que el plan A.

BLOQUE IV: VALOR ABSOLUTO

1. **FASE INICIAL**

1.1. Introducción y motivación

Realizar la dinámica “Encontrando el lado positivo”, para emparejar a cada número repartido con su respectivo valor absoluto, los estudiantes deben comprender en qué valor colocar el módulo y cuál sería el resultado obtenido.

2. **FASE DE DESARROLLO**

2.1. Asignación de la tarea investigativa

Se entrega la tarea y se dan las indicaciones pertinentes para su desarrollo y presentación. (Tarea investigativa 5)

2.2. Desarrollo temático: Valor absoluto

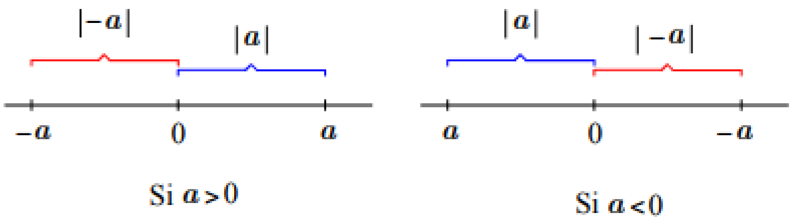
El valor absoluto de un número real es su valor numérico sin tener en cuenta su signo, sea este positivo (+) o negativo (-). Así, por ejemplo, 3 es el valor absoluto de 3 y de -3.

El valor absoluto está relacionado con las nociones de magnitud, distancia y norma en diferentes contextos matemáticos y físicos.

Desde un punto de vista geométrico, el valor absoluto de un número real a es siempre positivo o cero, pero nunca negativo. En general, el valor absoluto de la diferencia de dos números reales es la distancia entre ellos. De hecho, el concepto de función distancia o métrica en matemáticas se puede ver como una generalización del valor absoluto de la diferencia, a la distancia a lo largo de la recta numérica real.

Formalmente, el valor absoluto o módulo de todo número real a está definido por:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$



5. Propiedades fundamentales

$\lvert a\rvert \geq 0$	No negatividad
$\lvert a\rvert = 0 \iff a = 0$	Definición positiva
$\lvert ab\rvert = \lvert a\rvert\lvert b\rvert$	Propiedad multiplicativa
$\lvert a+b\rvert \leq \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$	Desigualdad triangular

6. Otras propiedades

$\lvert -a\rvert = \lvert a\rvert$	Simetría
$\lvert a-b\rvert = 0 \iff a = b$	Identidad de indiscernibles
$\lvert a-b\rvert \leq \lvert a-c\rvert + \lvert c-b\rvert$	Desigualdad triangular
$\lvert a-b\rvert \geq \lvert\lvert a\rvert - \lvert b\rvert\rvert$	(equivalente a la propiedad aditiva)
$\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a\rvert}{\lvert b\rvert} (si\ b \neq 0)$	Preservación de la división (equivalente a la propiedad multiplicativa)

Otras dos útiles inecuaciones son:

- $\lvert a\rvert \leq b \iff -b \leq a \leq b$
- $\lvert a\rvert \geq b \iff a \leq -b \vee b \leq a$

Estas últimas son de gran utilidad para la resolución de inecuaciones, como por ejemplo:

$$\lvert x-3\rvert \leq 9 \iff -9 \leq x-3 \leq 9$$

$$\iff -6 \leq x \leq 12$$

3. **FASE DE SÍNTESIS Y EVALUACIÓN**

   Socializar los resultados de las investigaciones mediante foros, debates, concursos, exposiciones, etc.

   Con algunos problemas aplicativos evaluar el desarrollo de las competencias establecidas.

4. **FASE DE GENERALIZACIÓN**

   En base a los conocimientos y competencias adquiridas resolver:

   (Precio de automóviles) Según la revista *El mundo de la velocidad*, el año próximo el precio, *p* en dólares, de un automóvil compacto estará dado por

   $|p - 12000| \leq 1500$

   Determine el precio más alto y el más bajo que tendrá un automóvil compacto el próximo año, de acuerdo con esa revista.

ANEXO 7: TAREAS INVESTIGATIVAS

TAREA INVESTIGATIVA 1

En las siguientes preguntas conteste como corresponda y cite la fuente de la información utilizada.

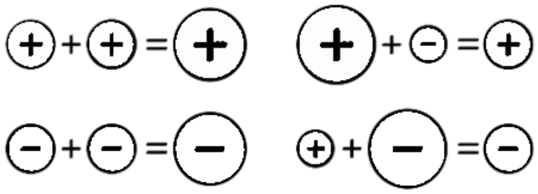
1. Complete el siguiente cuadro: $\forall a, b \in R$

Intervalo	Inecuación	Gráfica	Notación de intervalo
1. Cerrado	$a \leq x \leq b$		$[a, b]$
Ejemplo			
2.Abierto	a x b		
Ejemplo			
3. Semicerrado	$a \leq x < b$ $a < x \leq b$		
Ejemplo			
4. Infinito	$x>a$ $x \geq a$ $x<b$ $x \leq b$		
Ejemplo			

2. Resuelva los siguientes problemas e interprete la solución.
   a. En un campeonato de futsal el equipo ganador obtiene 3 puntos, el perdedor 0 puntos y el que empata 1 puntos, si el equipo de administración empata los tres partidos que juega ¿Cuántos puntos obtiene?

b. Martha tiene cuatro hojas con una firma en cada hoja, mientras que Lucía tiene una hoja con cuatro firmas en ella ¿Quién tiene más firmas Martha o Lucía?
c. En un examen cada pregunta bien contestada vale 5 puntos y cada error resta 2 puntos, si Ana contesta bien dos preguntas y se equivoca en cinco ¿Cuál será su nota?
d. Se le pide a Enrique multiplicar 14 por 4 pero él sólo conoce el producto de 10 por 4 y el producto de 4 por 4 ¿Qué puede hacer?

3. Para realizar la adición en los reales se deben cumplir las siguientes reglas:



A continuación describa cada una de ellas.

4. Al multiplicar y dividir números reales se debe seguir la famosa “regla de los signos”. Explique en qué consiste esta regla y de un ejemplo en cada caso.

5. Coloque V o F según corresponda:
___ La suma de dos números naturales siempre será un número natural.
___ El producto de dos números naturales siempre será un número natural.
___ La suma de un número con su opuesto aditivo siempre será uno.
___ El producto de dos números reales siempre será un número real.
___ La suma de dos números con signos iguales siempre será un número positivo.
___ El producto dos números con signos iguales siempre será un número positivo.
___ El producto dos números con signos diferentes siempre será un número negativo.

6. En un cuadro, describa todas las propiedades de los exponentes que encuentre.

Propiedad de los exponentes	Descripción	Ejemplo
a^0	Toda potencia de exponente 0 es igual a 1	$7^0 = 1$

…

7. En un cuadro, describa todas las propiedades de los radicales que encuentre.

Propiedad de los radicales	Expresión	Ejemplo
Producto de los radicales del mismo índice	$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt{} . \sqrt{}$	

…

8. Según las características de las bases y los exponentes, complete el siguiente cuadro de doble entrada para describir el signo que tendría la potencia correspondiente.

	Exponente par		Exponente impar	
Base positiva	$(+)^{2n}= (+)$	$2^4=16$	$(+)^{2n-1} = (+)$	
Base negativa				

9. Explique lo siguiente:
   a. Por qué $\sqrt{-4}$ no puede ser un número real.
   b. Por qué una raíz impar de un número positivo será positiva.
   c. Por qué una raíz impar de un número negativo será negativa.

REFERENCIAS:

Cite todos los libros y páginas consultadas para resolver la tarea.

TAREA INVESTIGATIVA 2

En las siguientes preguntas conteste como corresponda y cite la fuente de la información utilizada.

1. Elabore un cuadro sinóptico sobre los productos notables.

2. Elabore un mapa conceptual sobre los distintos tipos de factorización.

3. Resuelva lo solicitado graficando en cada caso según corresponda:
   a. Calcule el área de un cuadrado cuyo lado mide a+b.
   b. Calcule el área de un rectángulo cuya base es 2x+4 y su altura es 2x-3.
   c. Calcule el volumen de un sólido rectangular que tiene como base un rectángulo de (x+4) y (x-4) metros de lado y su altura es (2x-4) metros.
   d. Calcule el área de un rectángulo cuyos lados son a+b y a-b respectivamente.
   e. Calcule el área de un triángulo rectángulo cuya hipotenuda es $\sqrt{26x}$.

4. Redacta una secuencia de pasos para poder efectuar una factorización por aspa simple.
5. Redacta una secuencia de pasos para poder efectuar una factorización por división sintética (Regla de Ruffini).

6. ¿Qué dice el teorema fundamental del álgebra?
7. ¿Qué dice el teorema del número de raíces de un polinomio?

8. Resuelva los siguientes problemas:
   a. Cuántos factores lineales se obtiene al factorizar: P(x)= $18x^4 + 25x^2 - 3$.
   b. La temperatura se ha elevado x grados por día durante x días. Hace x días fue de 15 grados. Hoy es de 51 grados ¿Cuánto se ha elevado la temperatura por día? ¿Durante cuántos días se ha estado elevando?
   c. Nadhya piensa: “La suma de tres números naturales consecutivos siempre da un múltiplo de 3 como resultado, porque 1+2+3=6 y 4+5+6=15”. Jessica complementa: “Lo que rige para tres debe regir para cuatro, por lo tanto, la suma de cuatro número naturales consecutivos da siempre un múltiplo de 4 como resultado”. Claudia no está de acuerdo con ellas. Redacta la explicación que Claudia le daría a Nadhya y a Jessica, indicándoles qué parte de lo que han dicho no está bien.

REFERENCIAS:
Cite todos los libros y páginas consultadas para resolver la tarea.

TAREA INVESTIGATIVA 3

En las siguientes preguntas conteste como corresponda y cite la fuente de la información utilizada.

I. Halla el conjunto solución de las siguientes ecuaciones e interpreta el resultado

a. $x = x + 1$

b. $2x + 4 = 2(x+2)$

II. Enumera en el orden correspondiente los pasos necesarios para resolver un problema.

___ Resolver la ecuación.

___ Si es necesario, realizar un dibujo, una tabla, o alguna representación de lo expuesto.

___ Entender el contexto y el tipo de problema que se nos presenta.

___ Plantear la ecuación o "traducir" el problema a una expresión algebraica (modelo).

___ Identificar la incógnita y los datos que aporta el problema.

___ Interpretar la solución.

___ Verificar la respuesta en el modelo planteado.

___ Realizar una lectura detenida del mismo.

III. Plantee el problema como una ecuación y resuélvalo. Verifique su resultado.

1. Gasté 4/5 de lo que no gasté, si tenía \$720 ¿cuánto no gasté?
2. Estoy leyendo un libro de 450 hojas. Si lo que he leído es la tercera parte de lo que me falta por leer, ¿Cuál es la siguiente página que leeré?
3. En una librería, venden lapiceros de colores a S/.1 la unidad y otros de tinta brillante a S/.1,5 la unidad. La librería los vende en paquetes de 10, de los cuales tres son de tinta brillante. Si un día, por este concepto, se obtiene un ingreso de S/.138, ¿Cuántos lapiceros de tinta brillante se vendió?
4. En un zoológico, hay cuatro tortugas: Flash, Meteoro, Rayo y Viento. Viento tiene 32 años más que Meteoro, pero 14 menos que Flash; Rayo tiene tantos años como la suma de las edades de Viento y Meteoro. Si dentro de 25 años la suma de las edades será igual a dos siglos y medio, ¿Qué edad tiene Rayo?
5. Para el desfile del aniversario, el director tiene un número de alumnos y quiere formar un batallón de filas y columnas iguales. Al hacer el primer intento, sobran 9 pero si se agrega 1 más por lado faltan 12. ¿Cuántos alumnos hay?
6. Un comerciante compró cierto número de pelotas por un valor de \$60. Se le extraviaron 3 de ellas y vendió las que le quedaron en \$2 más de lo que le había costado cada una, ganando en total \$3. ¿Cuánto le costó la decena de pelotas?

IV. Conteste:

1. ¿Qué dice el teorema de los signos de descartes?
2. ¿Por qué las ecuaciones de grado impar tienen al menos una solución real?
3. Realizando la división sintética halle el conjunto solución e indique los pasos realizados: $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6 = 0$

REFERENCIAS:

Cite todos los libros y páginas consultadas para resolver la tarea.

TAREA INVESTIGATIVA 4

En las siguientes preguntas conteste como corresponda y cite la fuente de la información utilizada.

1. Complete el siguiente cuadro sobre intervalos: $\forall a, b \in R$

Intervalo	Inecuación	Gráfica	Notación de intervalo
1. Cerrado	a ≤ x ≤ b		$[a, b]$
Ejemplo			
2.Abierto	a x b		
Ejemplo			
3. Semicerrado	a ≤ x < b a < x ≤ b		
Ejemplo			
4. Infinito	x>a x≥a x<b x≤b		
Ejemplo			

2. Resuelva los siguientes problemas e interprete la solución.

e. Erica ha encontrado tres pares de zapatillas para correr que le gustan, cuestan $150, $159, y $179. Ella ya tiene ahorrados $31, y tiene un empleo donde gana $8.50 la hora. ¿Cuántas horas debe trabajar para poder pagar cualquiera de los pares de zapatillas?

f. Martha ha estado pensando en escribir y publicar su propio libro. Ella estima sus ingreso probables con la ecuación R=6,42x; mientras que sus costos son C=10,025+1,09x, donde x es el número de libros a vender. Determine el número de ejemplares que debe vender para obtener ganancias.

g. Un estacionamiento en el centro de Tarapoto cobra 5 soles por la primera hora de servicio y 3 soles por cada hora adicional. ¿Cuánto tiempo debe permanecer un automóvil si no desea pagar más de 15 soles?

3. Relacione colocando el número según corresponda:

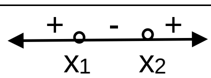
Frase	Desigualdad
1. “*a* es más que *b*”	___ $a < b$
2. “*a* es por lo menos *b*”	___ $a \leq b$
3. “*a* es menos que *b*”	___ $a > b$
4. “*a* es por lo menos *b*;” o “*a* no es más que *b*”	___ $a \geq b$

4. Coloque V o F según corresponda y justifique su respuesta

a. “Si $a<b$, entonces $a.c<b.c$ cuando $c>0$” (___)

b. “Si $a<b$, entonces $a.c<b.c$ cuando $c<0$” (___)

5. Complete el cuadro para hallar el conjunto solución de inecuaciones de segundo grado

Inecuación	Discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$	Naturaleza de los puntos críticos	Gráfica	Conjunto solución
1. $ax^2 + bx + c > 0$	$\Delta > 0$	Los puntos críticos x_1, x_2 son reales y diferentes		C.S.= $< \infty; x_1 >$ U $< x_2; +\infty >$
	$\Delta = 0$			
	$\Delta < 0$			
2. $ax^2 + bx + c < 0$	$\Delta > 0$			
	$\Delta = 0$			
	$\Delta < 0$			

3. $ax^2 + bx + c \geq 0$	$\Delta > 0$			
	$\Delta = 0$			
	$\Delta < 0$			
4. $ax^2 + bx + c \leq 0$	$\Delta > 0$			
	$\Delta = 0$			
	$\Delta < 0$			

6. Elabore una secuencia de pasos para resolver inecuaciones polinómicas o de grado superior.

REFERENCIAS:

Cite todos los libros y páginas consultadas para resolver la tarea.

TAREA INVESTIGATIVA 5

En las siguientes preguntas conteste como corresponda y cite la fuente de la información utilizada.

IV. Halla el conjunto solución de las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

1. $|x+2|=3$
2. $|2x-4|>1$
3. $\left|\frac{2x-4}{4}\right|<5$

V. Relacione enumerando como corresponde:

1	$\lvert x\rvert = a$	___	$x<a \wedge x>-a$
2	$\lvert x\rvert < a$	___	$x=a \vee x=-a$
3	$\lvert x\rvert > a$	___	$x>a \vee x<-a$

VI. Plantee el problema como una ecuación y resuélvalo. Verifique su resultado.
En una curtiduría, un trabajador usa la máquina para cortar tiras de cuero para obtener un tamaño consistente para hacer cinturones. Los cinturones deben medir 35 pulgadas de largo, pero el trabajador tiene permitido un margen de error de hasta $\frac{1}{10}$ *de pulgada para que el cinturón tenga una longitud aceptable. Escribe una desigualdad que represente el rango aceptable de longitudes de cinturón.* Sabemos que los cinturones deben medir 35 pulgadas de largo, más menos $\frac{1}{10}$ de pulgada. ¿Cómo tomamos en cuenta éste margen de error?

IV. Conteste:

4. ¿Qué es el valor absoluto?
5. Ennumere sus propiedades

REFERENCIAS:

Cite todos los libros y páginas consultadas para resolver la tarea.

ANEXO 7: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS

RÚBRICA PARA EVALUAR A LOS ESTUDIANTES SOBRE LA DESTREZA MATEMÁTICA AL RENDIR UNA PRUEBA ESCRITA BAJO EL ENFOQUE DE COMPETENCIAS

COMPETENCIA MATEMÁTICA	**NIVEL DE LOGRO**				
	Sin logro	**En inicio**	**En proceso**	**Logro esperado**	**Logro destacado**
	0 Puntos	1 Puntos	2 Puntos	3 Puntos	4 Puntos
1. Maneja elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas	No expresa en palabras el significado de expresiones matemáticas. No sigue una secuencia de reglas, ecuaciones e inecuaciones. No usa conceptos, propiedades ni fórmulas para encontrar la respuesta solicitada. No identifica otro procedimiento de solución para hallar la respuesta solicitada. No reconoce las posibilidades y limitaciones de las herramientas matemáticas.	Expresa en palabras el significado de expresiones matemáticas de manera incompleta. Sigue una secuencia impropia de reglas, ecuaciones e inecuaciones. Usa conceptos, propiedades y/o fórmulas inapropiadas para encontrar la respuesta solicitada. Identifica otro procedimiento de solución para hallar la respuesta solicitada pero no realiza con los pasos necesarios. Reconoce las posibilidades de las herramientas matemáticas mas no sus limitaciones.	Expresa en palabras el significado de expresiones matemáticas de manera incompleta y un poco confusa. Sigue una secuencia apropiada pero con errores sintácticos de reglas, ecuaciones e inecuaciones. Usa conceptos, propiedades y/o fórmulas apropiadas pero comete errores algebraicos para encontrar la respuesta solicitada. Identifica otro procedimiento de solución para hallar la respuesta solicitada pero no concluye con los pasos necesarios. Reconoce las posibilidades de las herramientas matemáticas y sus limitaciones, pero no puede explicarlas.	Expresa en palabras el significado de expresiones matemáticas de manera incompleta pero clara. Sigue una secuencia apropiada de reglas, ecuaciones e inecuaciones No realiza la verificación. Usa conceptos, propiedades y/o fórmulas apropiadas pero comete algún error de cálculo numérico para encontrar la respuesta solicitada. Identifica otro procedimiento de solución para hallar la respuesta solicitada. Realiza los pasos necesarios pero comete algún error. Reconoce las posibilidades de las herramientas matemáticas y sus limitaciones, las explica en forma confusa.	Expresa en palabras el significado de expresiones matemáticas de manera completa y clara. Sigue una secuencia apropiada de reglas, ecuaciones e inecuaciones. Realiza la respectiva verificación. Usa conceptos, propiedades y/o fórmulas apropiadas para encontrar la respuesta solicitada sin cometer ningún error. Identifica otro procedimiento de solución para hallar la respuesta solicitada. Realiza los pasos necesarios sin cometer errores. Reconoce las posibilidades de las herramientas matemáticas y sus limitaciones, las explica en forma clara.
Puntaje total	0	0-5	6-10	11-15	16-20

COMPETENCIA MATEMÁTICA	NIVEL DE LOGRO				
	Sin logro	**En inicio**	**En proceso**	**Logro esperado**	**Logro destacado**
	0 Puntos	1 Puntos	2 Puntos	3 Puntos	4 Puntos
2. **Resuelve problemas matemáticamente**	No identifica ni selecciona una estrategia evidente. No selecciona una estrategia ni sigue una secuencia de pasos para encontrar una solución. No encuentra un camino de solución a una situación problemática. No construye una estrategia.	Identifica una estrategia evidente que resuelve el problema de manera muy limitada. Selecciona una estrategia pero sólo inicia el algoritmo para hallar una solución. Encuentra un camino de solución a una situación problemática pero no elabora una secuencia lógica. No construye una estrategia.	Identifica una estrategia evidente que resuelve el problema de manera parcial. Selecciona una estrategia y sigue algunos pasos del algoritmo para hallar la solución. Encuentra un camino de solución a una situación problemática y elabora una secuencia lógica. No construye una estrategia.	Identifica una estrategia evidente que resuelve el problema de manera amplia. Selecciona una estrategia y sigue todos los pasos del algoritmo con equivocaciones leves al hallar la solución. Encuentra un camino de solución a una situación problemática y elabora una secuencia lógica. Construye una estrategia limitada.	Identifica todas las estrategias evidentes que resuelven el problema de manera completa. Selecciona una estrategia y sigue todos los pasos del algoritmo sin equivocaciones para hallar la solución. Encuentra un camino de solución a una situación problemática y elabora una secuencia lógica. Construye una estrategia generalizada.
Puntaje total	0	0-3	4-6	7-9	10-12

COMPETENCIA MATEMÁTICA	NIVEL DE LOGRO				
	Sin logro	**En inicio**	**En proceso**	**Logro esperado**	**Logro destacado**
	0 Puntos	1 Puntos	2 Puntos	3 Puntos	4 Puntos
3. **Modela matemáticamente**	No comprende la situación real, no le da una estructura ni la simplifica. No traduce la situación real a las matemáticas. No plantea ni resuelve la situación problemática haciendo uso de medios matemáticos. No interpreta el resultado desde la situación de origen y no verifica la validez del resultado matemático en el contexto real.	Comprende la situación real, no le da una estructura ni la simplifica. Traduce incorrectamente la situación real a las matemáticas. Plantea la situación problemática pero no la resuelve haciendo uso de medios matemáticos Interpreta incorrectamente el resultado matemático obtenido desde la situación de origen. No verifica la validez del resultado en el modelo matemático ni en el contexto real.	Comprende la situación real, le da una estructura pero no la simplifica. Traduce parcialmente la situación real a las matemáticas. Plantea la situación problemática y la resuelve haciendo uso de medios matemáticos pero comete errores. Interpreta parcialmente el resultado matemático obtenido desde la situación de origen. Verifica la validez del resultado en el modelo matemático mas no en el contexto real.	Comprende la situación real, le da una estructura y la simplifica parcialmente. Traduce totalmente con errores leves la situación real simplificada a las matemáticas. Plantea la situación problemática y la resuelve haciendo uso de medios matemáticos pero comete algún error. Interpreta correctamente el resultado matemático obtenido desde la situación de origen. Verifica la validez del resultado en el modelo matemático cometiendo errores y/o no verifica en el contexto real.	Comprende la situación real, le da una estructura y la simplifica totalmente. Traduce correctamente la situación real simplificada a las matemáticas. Plantea la situación problemática y la resuelve haciendo uso de medios matemáticos sin cometer errores. Interpreta correctamente el resultado matemático obtenido desde la situación de origen. Verifica la validez del resultado en el modelo matemático y en el contexto real.
Puntaje total: 0-20	0	0-4	5-8	9-12	13-16

COMPETENCIA MATEMÁTICA	**NIVEL DE LOGRO**				
	Sin logro	**En inicio**	**En proceso**	**Logro esperado**	**Logro destacado**
	0 Puntos	1 Puntos	2 Puntos	3 Puntos	4 Puntos
4. **Comunica matemáticamente**	No identifica, comprende ni selecciona información de textos matemáticos. No presenta un camino de solución. No desarrolla una presentación de un proceso de solución No evalúa las expresiones de otros.	Identifica la información de textos matemáticos pero no la comprende ni la selecciona. Presenta un camino de solución incomprensible. Desarrolla una presentación incoherente e incompleta de un proceso de solución. Evalúa las expresiones de otros pero no encuentra errores.	Identifica la información de textos matemáticos la selecciona pero no la comprende. Presenta un camino de solución poco comprensible, omite pasos y/o tiene pasos incorrectos. Desarrolla una presentación coherente e incompleta de un proceso de solución. Evalúa las expresiones de otros encontrando algún error pero no lo corrige.	Identifica la información de textos matemáticos la selecciona y la comprende parcialmente. Presenta un camino de solución comprensible, omite algún paso o tiene algún paso incorrecto. Desarrolla una presentación coherente y completa de un proceso de solución. Comete algún error en su presentación. Evalúa las expresiones de otros encontrando todos sus errores y los corrige parcialmente.	Identifica la información de textos matemáticos la selecciona y la comprende parcialmente. Presenta un camino de solución muy comprensible y con todos los pasos correctos. Desarrolla una presentación coherente y completa de un proceso de solución sin cometer ningún error. Evalúa las expresiones de otros encontrando todos sus errores y los corrige totalmente.
Puntaje total	0	0-4	5-8	9-12	13-16

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS	NIVEL DE LOGRO				
	Sin logro	**En inicio**	**En proceso**	**Logro esperado**	**Logro destacado**
	0 Puntos	1 Puntos	2-3 Puntos	4 Puntos	5 Puntos
1. Manejar elementos simbólicos, formales y técnicos de las matemáticas	0	0-5	6-15	16-20	21-25
2. Resolver problemas matemáticamente	0	0-3	4-9	10-12	13-15
3. Modelar matemáticamente	0	0-4	5-12	13-16	17-20
4. Comunicar matemáticamente	0	0-4	5-12	13-16	17-20
Puntuación total	0	0-16	20-48	52-64	68-80