

UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

UNIDAD DE POSGRADO DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA



Un enfoque híbrido para la previsión jerárquica del consumo eléctrico industrial en Brasil

Tesis para obtener el Grado Académico de Maestro en Ingeniería de Sistemas con Mención en Dirección y Gestión en Tecnologías de Información

Autor:

Ronald Miguel Serrano Hernandez

Asesor:

Dr. Javier Linkolk López Gonzales

Lima, septiembre de 2024

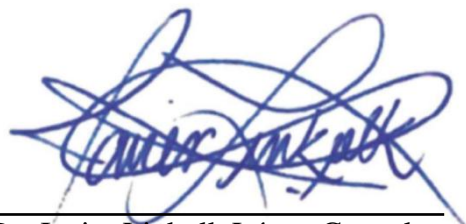
DECLARACIÓN JURADA DE ORIGINALIDAD DE TESIS

Yo Javier Linkolk López Gonzales, docente de la Unidad de Posgrado de Ingeniería y Arquitectura, Escuela de Posgrado de la Universidad Peruana Unión.

DECLARO:

Que la presente investigación titulada: **“Un enfoque híbrido para la previsión jerárquica del consumo eléctrico industrial en Brasil”** del autor Ronald Miguel Serrano Hernandez tiene un índice de similitud de 14 % verificable en el informe del programa Turnitin, y fue realizada en la Universidad Peruana Unión bajo mi dirección.

En tal sentido asumo la responsabilidad que corresponde ante cualquier falsedad u omisión de los documentos como de la información aportada, firmo la presente declaración en la ciudad de Lima, a los 30 días del mes de septiembre del año 2024.



Dr. Javier Linkolk López Gonzales

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS


En Lima, Ñaña, Villa unión a 30 días del mes de septiembre del año 2024, siendo las 9:30 horas, se reunieron de forma online sincrónica, bajo la dirección del presidente del jurado Dr. Josué Edison Turpo Chaparro, el secretario Mtro. Carlos Daniel Abanto Ramirez y los demás miembros: Mg. Esteban Tocto Cano, Mg. Lizeth Geanina Huanca López y el asesor PhD. Javier Linkolk López Gonzales, con el propósito de administrar el acto académico de sustentación de Tesis de Maestría titulada "Un enfoque híbrido para la previsión jerárquica del consumo de electricidad industrial", conducente a la obtención del grado de Magister en Ingeniería de Sistemas con mención en Dirección y Gestión de Tecnologías de Información.


El presidente inició el acto académico de sustentación invitando al candidato a hacer uso del tiempo determinado para su exposición. Concluida la exposición, el presidente invitó a los demás miembros del jurado a efectuar las preguntas, cuestionamientos y aclaraciones pertinentes, los cuales fueron absueltos por el candidato. Luego, se produjo un receso para las deliberaciones y la emisión del dictamen del jurado. Posteriormente, el jurado procedió a dejar constancia escrita sobre la evaluación en la presente acta, con el dictamen siguiente:

Candidato: Ronald Miguel Serrano Hernández


CALIFICACIÓN	ESCALAS			Mérito
	Vigesimal	Literal	Cualitativa	
Aprobado	19	A	Con nominación de excelente	Excelencia

Finalmente, el presidente del jurado invitó al candidato a ponerse de pie para recibir la evaluación final. Además, el presidente concluyó el acto académico de sustentación, procediéndose a registrar las firmas respectivas.



Presidente

Secretario

Asesor

Miembro

Miembro

Candidato

ÍNDICE

DECLARACIÓN JURADA DE ORIGINALIDAD DE TESIS	2
Resumen.....	6
Abstract	7
1. Introducción	8
2. Revisión De La Literatura.....	9
3. Metodología	11
3.1 Series Temporales Jerárquicas	13
3.1.1 Bottom-up approach	14
3.1.2 Top-down approach	14
3.1.3 Enfoque de Combinación Óptima	15
3.1.4 Enfoque Híbrido	16
3.2 Modelo de Series Temporal	17
3.3 Medidas de Precisión del Pronóstico	18
4. Aplicación	18
4.1 Descripción de los Datos	18
4.2 Resultados y Discusión	21
5. Conclusiones.....	25

Un enfoque híbrido para la previsión jerárquica del consumo eléctrico industrial en Brasil

A hybrid approach for hierarchical forecasting of industrial electricity consumption in Brazil

Escuela de Posgrado, Universidad Peruana Unión, Lima, Peru;
ronaldmiguel.shz@gmail.com

2 Departamento de Estadística, Universidad Federal de Bahia, Brasil;
paulocanas@gmail.com

* Correspondencia: javierlinkolk@gmail.com (J.L.L.-G.)

Resumen

El sector industrial brasileño es el mayor consumidor de electricidad en el sistema energético. La planificación energética en este sector es crucial, principalmente debido a su impacto económico, social y ambiental. En este contexto, el análisis y las proyecciones del consumo de electricidad son altamente relevantes para la toma de decisiones del sector industrial y de las organizaciones que operan en el sistema energético. Los datos de consumo eléctrico del sector industrial brasileño pueden organizarse en una estructura jerárquica compuesta por cada región geográfica (Sur, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste y Norte) y sus respectivos estados.

Este trabajo propone un enfoque híbrido que incorpora las proyecciones obtenidas mediante los modelos de suavizamiento exponencial y Box-Jenkins para realizar pronósticos jerárquicos del consumo eléctrico del sector industrial brasileño. El enfoque propuesto se comparó con los enfoques bottom-up (de abajo hacia arriba), top-down (de arriba hacia abajo) y de combinación óptima, ampliamente utilizados para pronósticos jerárquicos de series temporales. El desempeño de los modelos fue evaluado utilizando las medidas de precisión error porcentual absoluto medio (MAPE) y raíz del error cuadrático medio (RMSE). Los resultados indican que el enfoque híbrido propuesto puede contribuir significativamente a las proyecciones y análisis del consumo eléctrico en el sector industrial de Brasil.

Palabras clave: Pronósticos jerárquicos; Consumo de electricidad; Series temporales; Modelos de pronóstico

Abstract

The Brazilian industrial sector is the largest electricity consumer in the power system. Energy planning in this sector is important mainly due to its economic, social, and environmental impact. In this context, the electricity consumption analysis and projections are highly relevant for the decision-making of the industrial sectors and organizations operating in the energy system. The electricity consumption data from the Brazilian industrial sector can be organized into a hierarchical structure composed of each geographic region (South, Southeast, Midwest, Northeast, and North) and their respective states. This work proposes a hybrid approach that incorporates the projections obtained by the exponential smoothing and Box-Jenkins models to obtain the hierarchical forecasting of Brazilian industrial sector electricity consumption. The proposed approach was compared with the bottom-up, top-down, and optimal combination approaches widely used for time series hierarchical forecasting. The performance of the models was evaluated using the mean absolute percentage error (MAPE) and root mean squared error (RMSE) precision measures. The results indicate the proposed hybrid approach can contribute to the projection and analysis of industrial sector electricity consumption in Brazil

Keywords: Hierarchical forecasting; Electricity consumption; Time series; Forecasting models

1. Introducción

El consumo de electricidad en el sector industrial brasileño ha sido investigado en los últimos años, principalmente debido a su importancia en términos económicos, ambientales y sociales, además de ser uno de los principales indicadores del desarrollo de un país. Por lo tanto, el análisis y las proyecciones del consumo de electricidad son información extremadamente relevante para la planificación del sistema eléctrico y para el desarrollo del sector industrial en Brasil.

En Brasil, el consumo eléctrico en el sector industrial varía entre los estados, ya que depende de las políticas públicas y del tipo de actividad industrial, las cuales difieren de un estado a otro. Además, el consumo puede organizarse en una estructura jerárquica, considerando a Brasil como el nivel superior, las regiones geográficas (Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sudeste y Sur) como nivel intermedio, y los estados de la federación como nivel inferior. Esta estructura tiene como característica fundamental el agrupamiento de series temporales en niveles inferiores para formar series en otros niveles de la jerarquía. Recientemente, los enfoques bottom-up, top-down y de combinación óptima han sido utilizados para pronosticar series temporales jerárquicas de consumo eléctrico [1–3].

En el enfoque bottom-up, los pronósticos se realizan para las series temporales que ocupan el nivel más bajo de la jerarquía y se agregan para formar predicciones en los niveles superiores. Este enfoque requiere un nivel muy alto de detalle en la estructura jerárquica, pero garantiza la no pérdida de información debido al agrupamiento. Por otro lado, el enfoque top-down genera pronósticos para las series agregadas y, en algunas situaciones, desagrega dichas proyecciones en proporciones históricas para alcanzar los niveles requeridos. Finalmente, el enfoque de combinación óptima realiza pronósticos para cada serie de todos los niveles de la jerarquía por separado y, posteriormente, combina las proyecciones mediante un modelo de regresión.

Este trabajo propone un enfoque híbrido que combina los métodos bottom-up y top-down utilizando simulación de Monte Carlo para pronósticos del consumo eléctrico en el sector industrial brasileño. Esta propuesta se comparó con los enfoques bottom-up, top-down y de combinación óptima. Para implementar estos enfoques, se consideraron modelos de series temporales de Box-Jenkins y suavizamiento exponencial. Estos modelos predictivos son capaces de capturar componentes de tendencia, cambios de nivel y estacionalidad en las series temporales del consumo eléctrico del sector industrial.

El artículo está organizado de la siguiente manera: la Sección 2 presenta una revisión de la literatura sobre trabajos relevantes en pronósticos jerárquicos del consumo energético, mientras que la Sección 3 describe teóricamente los modelos de series temporales y los enfoques de pronóstico jerárquico. La Sección 4 muestra una descripción de los datos y

los resultados. Finalmente, la Sección 5 proporciona las principales conclusiones y algunas posibilidades para futuras investigaciones.

2. Revisión De La Literatura

El enfoque bottom-up se ha utilizado en la modelización de sistemas energéticos desde 1980 [4]. Herbst et al. [5] evaluaron la demanda y el suministro futuros de energía utilizando modelos energéticos bottom-up y top-down. Los autores señalaron que un modelo bottom-up ofrece un mayor nivel de detalle en los datos en comparación con un modelo top-down. Dunn et al. [6] demostraron que las proyecciones bottom-up son más precisas que las obtenidas mediante el enfoque top-down debido al nivel de detalle en los datos.

Los enfoques bottom-up, top-down y de reconciliación óptima han sido investigados en diversas áreas para pronósticos jerárquicos. Hyndman et al. [7] propusieron un enfoque de combinación óptima para el pronóstico jerárquico que proporciona mejores resultados que los enfoques bottom-up y top-down. Athanasopoulos et al. [8] compararon estos tres enfoques a través de resultados de pronósticos jerárquicos. Hyndman et al. [9] presentaron el método de mínimos cuadrados para reconciliar pronósticos jerárquicos de series temporales. Wickramasuriya et al. [10] emplearon el método de combinación óptima, incorporando información de una matriz de covarianza basada en los errores de pronóstico. Wickramasuriya et al. [11] desarrollaron una metodología para la reconciliación de series temporales jerárquicas con restricciones que garantizan pronósticos no negativos. Estos estudios se aplicaron a datos del turismo doméstico en Australia. Spinelli et al. [12] presentaron una estructura de control jerárquica para optimizar el funcionamiento de una red de energía térmica inteligente. Lila et al. [13] introdujeron el concepto de estimación robusta para métodos de reconciliación de pronósticos jerárquicos utilizando datos de desempleo en Brasil. Wang et al. [14] presentaron una revisión de los métodos de combinación disponibles para pronósticos jerárquicos.

Fleiter et al. [15] presentaron un enfoque determinista bottom-up para realizar pronósticos a largo plazo del consumo de electricidad en la industria alemana de pulpa y papel. Reyna y Chester [16] utilizaron un enfoque bottom-up para proyectar el consumo residencial de electricidad en el condado de Los Ángeles (California). Este estudio exploró el potencial de eficiencia energética. Huang et al. [17] aplicaron el mismo enfoque para la proyección a largo plazo del consumo eléctrico de la industria del cemento en Taiwán. BenTaieb et al. [1] adoptaron un método de pronóstico probabilístico jerárquico para datos de suministro energético en una red eléctrica de Gran Bretaña. Besagni et al. [18] emplearon un modelo bottom-up aplicado al sector residencial italiano. Wang et al. [19] desarrollaron un enfoque bottom-up para pronósticos de carga de corto plazo en el sector residencial utilizando conjuntos de datos públicos de los Países Bajos y Canadá. Nespoli et al. [20] compararon diferentes metodologías de pronóstico de demanda eléctrica utilizando datos de una red de distribución urbana en Suiza. Spiliotis et al. [3] propusieron

una modificación del Algoritmo de Predicción por Múltiples Agregaciones (MTA) para series temporales de alta frecuencia. Integraron MTA y el método de reconciliación óptima, obteniendo un buen desempeño en pronósticos jerárquicos de consumo eléctrico. Brégère y Huard [21] presentaron un enfoque en tres pasos para pronósticos jerárquicos de series temporales de consumo eléctrico en diferentes niveles de agregación del sector doméstico en Gran Bretaña.

En Brasil, Silva et al. [22] introdujeron un enfoque bottom-up para pronósticos a largo plazo de consumo eléctrico en la industria de pulpa y papel. Silva et al. [2] propusieron un modelo que integra modelos lineales jerárquicos con un enfoque bottom-up, aplicado al consumo eléctrico en la industria brasileña de pulpa y papel. Silva et al. [23] presentaron un estudio comparativo utilizando modelos de redes neuronales artificiales para pronósticos de consumo eléctrico en el sector industrial brasileño. Meira et al. [24] propusieron un enfoque de reconciliación jerárquica para obtener pronósticos precisos de la demanda energética en todos los niveles de un sistema eléctrico, utilizando datos de consumo del Sistema Interconectado Nacional (SIN) brasileño. Vellasco et al. [25] presentaron un modelo jerárquico neuro-difuso para pronósticos horarios de carga eléctrica en empresas de energía de Brasil.

Recientemente, se han utilizado algoritmos de aprendizaje automático para pronósticos jerárquicos de electricidad. Mancuso et al. [26] propusieron un enfoque basado en aprendizaje automático para series temporales jerárquicas, aprovechando la capacidad de redes neuronales profundas para extraer información de la estructura jerárquica. Pang et al. [27] desarrollaron pronósticos jerárquicos de consumo eléctrico mediante múltiples métodos alternativos de agrupamiento. Shaikh et al. [28] desarrollaron un método de Análisis de Expansión de Base Neuronal para Series Temporales Interpretables (N-BEATS), aplicado a datos de consumo energético en hogares de Londres. Yang et al. [29] introdujeron un algoritmo iterativo de descomposición-agrupación-retroalimentación para mejorar los pronósticos a nivel total de la jerarquía. Carpinteiro et al. [30] presentaron un modelo neuronal híbrido jerárquico para pronósticos de carga a largo plazo.

Esta sección presentó una revisión de la literatura sobre diversos trabajos relacionados con el pronóstico de series temporales jerárquicas. El enfoque híbrido propuesto en este trabajo no ha sido desarrollado previamente. Además, este estudio presentó un análisis comparativo entre los principales enfoques de pronóstico jerárquico. La ventaja de la metodología propuesta es que los modelos de series temporales se ajustan al consumo eléctrico de cada estado brasileño y se combinan con los resultados del modelo ajustado para Brasil. La principal desventaja es el nivel de detalle requerido en los datos para el preprocesamiento de la estructura jerárquica presentada en este trabajo. En la revisión de la literatura, algunos estudios también requieren un volumen de datos similar al de este enfoque propuesto.

3. Metodología

Esta sección presenta los pasos de la metodología, una descripción teórica de los modelos de series temporales y los enfoques de pronóstico jerárquico. Los pasos de la metodología se muestran en el diagrama de flujo (Fig. 1).

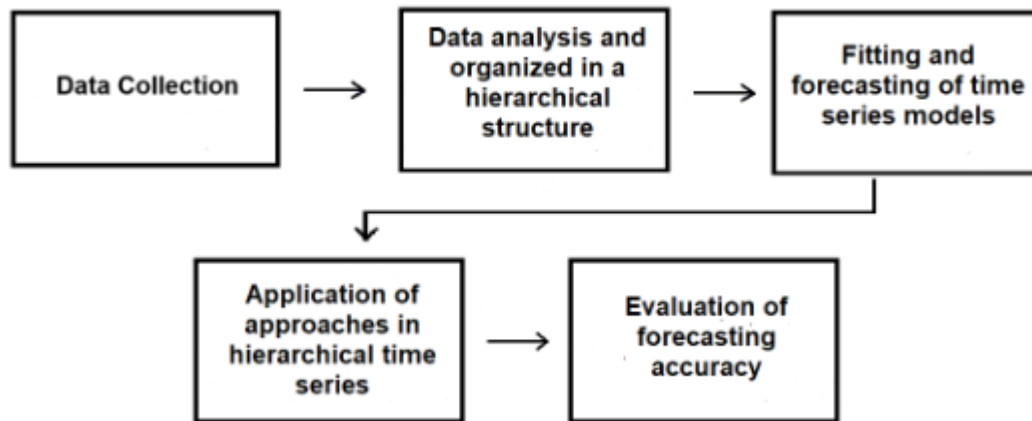


Figura 1. Diagrama de flujo con los pasos de la metodología.

En la primera etapa, se obtuvieron datos mensuales sobre el consumo de electricidad (GWh) del sector industrial, desde enero de 2004 hasta diciembre de 2021, disponibles en el sitio web de la Empresa de Investigación Energética (EPE) [31]. Brasil es un país compuesto por cinco regiones: Norte (N), Nordeste (NT), Centro-Oeste (MW), Sudeste (ST) y Sur (S). Cada región contiene una cierta cantidad de estados, con un total de 27 estados. En este paso, se realizó un preprocesamiento de datos siguiendo los niveles de la estructura jerárquica (Brasil, regiones y estados). Los datos fueron organizados de manera que pudieran ser utilizados por los enfoques adoptados en este trabajo.

La región Norte incluye los estados de Acre (AC), Amapá (AP), Amazonas (AM), Pará (PA), Roraima (RR), Rondônia (RO) y Tocantins (TO). La región Nordeste incluye los estados de Alagoas (AL), Bahía (BA), Ceará (CE), Maranhão (MA), Rio Grande do Norte (RN), Sergipe (SE), Paraíba (PB), Pernambuco (PE) y Piauí (PI). La región Centro-Oeste incluye los estados de Mato Grosso (MT), Mato Grosso do Sul (MS), Goiás (GO) y el Distrito Federal (DF). En la región Sudeste, los estados son São Paulo (SP), Minas Gerais (MG), Rio de Janeiro (RJ) y Espírito Santo (ES). Finalmente, en la región Sur, los estados son Paraná (PR), Santa Catarina (SC) y Rio Grande do Sul (RS).

Cada estado se destaca en una actividad industrial específica. Por ejemplo, Pará sobresale en la industria minera; los estados de Bahía, Goiás y Rio Grande do Sul destacan en el sector de la construcción, mientras que Rio de Janeiro se distingue por la industria de petróleo y gas. Por lo tanto, cada estado presenta ciclos de estacionalidad y tendencias diferentes, ya que el consumo eléctrico industrial está influenciado por la actividad industrial y las políticas públicas.

En la segunda etapa de la metodología, los datos se organizaron en una estructura jerárquica de dos niveles, considerando el consumo eléctrico por regiones geográficas y

estados de la federación, incluyendo el Distrito Federal. Consulte la ilustración de la jerarquía en la Figura 2.

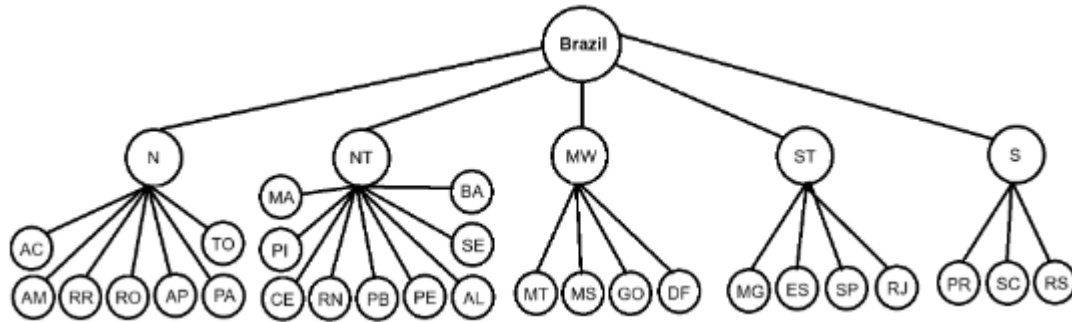


Figura 2. Diagrama de árbol que ilustra la jerarquía de dos niveles del consumo de electricidad en el sector industrial brasileño.

Luego, los modelos clásicos de series temporales de suavización exponencial y Box-Jenkins se ajustaron a los datos y proporcionaron predicciones. En el siguiente paso, los enfoques jerárquicos de series temporales: bottom-up, top-down, híbrido y combinación óptima, incorporaron las proyecciones de consumo energético obtenidas mediante los modelos de suavización exponencial y Box-Jenkins. Finalmente, en el último paso, se evaluó la precisión de los pronósticos de los enfoques utilizando el error porcentual absoluto medio (MAPE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE) en diferentes conjuntos de entrenamiento y prueba. Esta evaluación es importante para determinar la eficacia del modelo al predecir valores futuros basados en los datos históricos disponibles.

Para evaluar la precisión de los pronósticos de los enfoques, las series temporales jerárquicas se dividieron en dos conjuntos: el conjunto de entrenamiento, para ajustar y validar los modelos, y el conjunto de prueba, para evaluar su precisión. De esta manera, se propusieron cinco escenarios de conjuntos de entrenamiento y prueba. En el primer escenario, el conjunto de entrenamiento consideró las observaciones desde enero de 2004 hasta diciembre de 2016. El conjunto de prueba siempre se definió como doce observaciones posteriores al conjunto de entrenamiento, de enero de 2017 a diciembre de 2017. En el segundo escenario, el conjunto de entrenamiento se amplió con las doce observaciones de 2017, y el conjunto de prueba incluyó datos desde enero de 2018 hasta diciembre de 2018, y así sucesivamente hasta el quinto y último escenario. Finalmente, se calcularon las métricas de precisión MAPE y RMSE para cada escenario y el promedio final por enfoque, con el objetivo de comparar los métodos bottom-up, top-down, híbrido y combinación óptima.

Todo el análisis y el desarrollo de los enfoques jerárquicos se realizaron utilizando el software estadístico R [32].

series en la jerarquía, y G es una matriz que se refiere al tipo de enfoque de pronóstico jerárquico adoptado.

$$\tilde{Y}_{T+h} = SG\hat{Y}_T + h \quad (2)$$

3.1.1 Bottom-up approach

Este enfoque consiste en usar modelos predictivos para cada serie en el nivel inferior y luego agruparlas para producir pronósticos para toda la estructura jerárquica. Una ventaja inherente a este enfoque es que, al predecir en los niveles inferiores de la jerarquía, no se pierde información a través del agrupamiento. El enfoque bottom-up puede ser representado usando la matriz G construida por

$$G = [0_{m \times (n-m)} | I_m] \quad (3)$$

en la cual I_m es la matriz identidad de orden m y $0_{m \times (n-m)}$ es la matriz cero de orden $m \times (n - m)$.

3.1.2 Top-down approach

En el enfoque top-down, primero se obtiene el pronóstico para la serie de tiempo del nivel superior de la jerarquía, y luego se desagrega a los niveles inferiores utilizando un conjunto de proporciones $p = (p_1, p_2, \dots, p_m)'$, donde m es el número de series en la base de la jerarquía. Estas proporciones dictan cómo debe distribuirse el pronóstico entre las series de los niveles inferiores. En general, para un conjunto fijo de proporciones, el enfoque top-down puede ser representado por

$$\widetilde{Y}_{T+h} = SG\widetilde{Y}_{T+h} \quad (4)$$

donde la matriz G se construye de tal manera que

$$G = [p | 0_{m \times (n-1)}] \quad (5)$$

La primera columna incluye el conjunto de proporciones que distribuye los pronósticos base del nivel superior al nivel inferior. Las columnas restantes anulan los pronósticos

base por debajo del nivel más alto de agregación. Este trabajo no está interesado en desagregar el pronóstico de la serie temporal del nivel superior a las series del nivel inferior.

3.1.3 Enfoque de Combinación Óptima

Este enfoque realiza pronósticos independientes de todas las series temporales de la estructura jerárquica y luego utiliza un modelo de regresión para combinar y reconciliar estos pronósticos de manera óptima. Este método tiene como objetivo encontrar una matriz G que minimice el error de predicción del conjunto combinado de pronósticos [7].

Primero, los pronósticos combinados deben obtenerse utilizando la ecuación (2). Si los pronósticos en la base de la jerarquía no están sesgados, entonces las predicciones para el resto de la jerarquía también serán imparciales siempre que $SGS = S$. Por lo tanto, tenemos una restricción para construir la matriz G . Según Wickramasuriya et al. [10], la matriz de varianza-covarianza de los errores de pronóstico a h pasos adelante está dada por

$$V_h = Var[Y_{T+h} - \widehat{Y}_{T+h}] = SGW_hG'S' \quad (6)$$

donde $W_h = Var[Y_{T+h} - \widehat{Y}_{T+h}]$ es la matriz de varianza-covarianza de los errores de pronóstico en el nivel base de la jerarquía. Por lo tanto, el objetivo es encontrar la matriz G que minimice las varianzas de los pronósticos combinados. Dado que las varianzas están en la diagonal de V_h , la suma de todas las varianzas es igual a la traza de V_h . Así, la matriz G que minimiza la traza de V_h está dada por

$$G = (S'W_h^{-1}S)^{-1}S'W_h^{-1} \quad (7)$$

Por lo tanto, al sustituir la ecuación (7) en la ecuación $\widehat{Y}_{T+h} = SG\widehat{Y}_T + h$, obtenemos que

$$\widehat{Y}_{T+h} = S(S'W_h^{-1}S)^{-1}S'W_h^{-1}\widehat{Y}_{T+h} \quad (8)$$

En el método de combinación óptima, la matriz óptima G depende únicamente de la matriz S , es decir, el método depende de la organización jerárquica. Para más detalles sobre el cálculo de la matriz W_h , consulte Hyndman et al. [9].

3.1.4 Enfoque Híbrido

La principal contribución de este artículo es la propuesta de un enfoque híbrido entre los enfoques bottom-up y top-down. Suponga una estructura jerárquica donde las series en el primer nivel y las series en el nivel más bajo tienen T observaciones cada una, constituyendo los conjuntos de entrenamiento. En este procedimiento, se obtienen predicciones de un paso adelante de manera independiente mediante el enfoque bottom-up para las series en el nivel más bajo y se agregan, $\widehat{Y}^{bottom}T + 1$, y mediante el enfoque top-down para las series en el primer nivel, $\widehat{Y}^{top}T + 1$. Así, la distribución de la predicción, $\widehat{Y}_{T+1}^{hybrid}$, obtenida por el enfoque híbrido se considera normal y se da por la siguiente

ecuación:

$$\widehat{Y}_{T+1}^{hybrid} \sim \text{NORMAL}(\widehat{\mu}_{T+1}, \widehat{\sigma}_{T+1}^2) \quad (9)$$

donde la media de la distribución, $\widehat{\mu}_{T+1}$, es la media aritmética entre las dos proyecciones, mediante los enfoques bottom-up y top-down, y la varianza, $\widehat{\sigma}_{T+1}^2$, es la desviación cuadrática entre estas proyecciones para garantizar que la predicción híbrida se mantenga dentro del rango limitado por estas predicciones:

$$\widehat{\mu}_{T+1} = \frac{\widehat{Y}_{T+1}^{bottom} + \widehat{Y}_{T+1}^{top}}{2} \quad \text{and} \quad \widehat{\sigma}_{T+1}^2 = \left(\frac{|\widehat{Y}_{T+1}^{bottom} - \widehat{Y}_{T+1}^{top}|}{2} \right)^2 \quad (10)$$

Usando el método de simulación de Monte Carlo, es posible generar muestras de $\widehat{Y}_{T+1}^{hybrid}$ para cada instante en el horizonte de predicción. El algoritmo para implementar este método puede describirse de manera resumida como sigue:

Paso 1: Predicción para la serie de Brasil.

Paso 2: Pronóstico de cada serie en el nivel base y agregación hacia los niveles superiores hasta la serie completamente agregada.

Paso 3: Crear un vector que contenga el promedio $\widehat{\mu}_{T+1}$ entre cada pronóstico top-down y bottom-up obtenidos en los pasos 1 y 2.

Paso 4: Crear un vector que contenga la varianza $\widehat{\sigma}_{T+1}^2$ entre cada pronóstico top-down y bottom-up obtenidos en los pasos 1 y 2.

Paso 5: Genera una muestra de tamaño n de una distribución normal con media $\hat{\mu}T + 1$ y varianza $\hat{\sigma}^2T + 1$ en cada momento T .

Paso 6: Crea un vector de predicción del enfoque híbrido que contenga la media de cada muestra obtenida en el paso 5 en el orden temporal.

Por lo tanto, para generar pronósticos a h pasos adelante, basta con repetir el proceso descrito anteriormente, como se muestra en el diagrama de flujo del algoritmo propuesto en la Figura 3.

3.2 Modelo de Series Temporal

Los enfoques de pronóstico jerárquico se basan en los pronósticos de series temporales en el nivel inferior de la estructura jerárquica. Así, las proyecciones se obtienen mediante modelos de series temporales e incorporan en los enfoques jerárquicos. En este trabajo, se utilizaron los modelos de suavizado exponencial y Box-Jenkins, que son ampliamente utilizados en la literatura de pronóstico de series temporales.

El modelo de suavizado exponencial fue propuesto en la década de 1950 por [33], [34], y [35]. En este método, los pronósticos se derivan mediante un promedio ponderado de

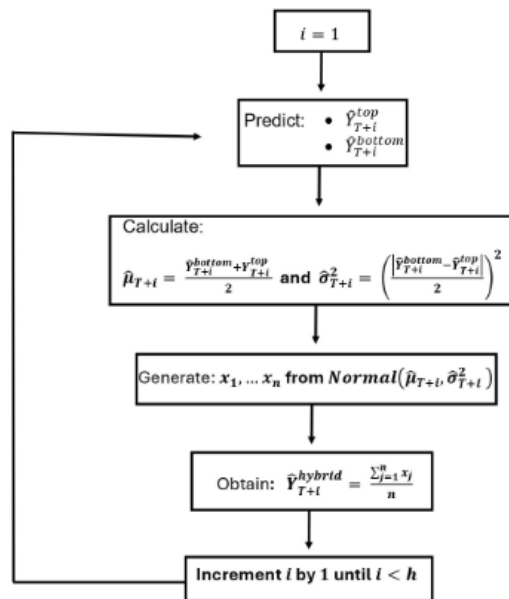


Figura 3. Diagrama de flujo con los pasos del algoritmo

observaciones pasadas, con los pesos de las observaciones decreciendo exponencialmente a medida que las observaciones envejecen. La estructura del modelo de suavizado exponencial se construye mediante la identificación de los componentes de error, tendencia y estacionalidad (aditivos o multiplicativos) presentes en las series

temporales [36 ,37]. La elección de los modelos de suavizado exponencial se realizó a través del algoritmo ETS (Error, Trend and Seasonality) propuesto por Hyndman et al. [38–40].

La metodología de Box-Jenkins es ampliamente utilizada en el análisis de modelos paramétricos de series temporales [41]. Esta metodología consiste en ajustar modelos de promedio móvil integrado autorregresivo (ARIMA) a un conjunto de datos utilizando las funciones de autocorrelación entre observaciones. El modelo de Box-Jenkins se obtuvo mediante el algoritmo propuesto por Hyndman y Khandakar [39].

3.3 Medidas de Precisión del Pronóstico

Para comparar todos los modelos, se utilizaron las medidas de precisión del pronóstico MAPE y RMSE. Sea N el número de valores pronosticados, \hat{Y}_i el valor pronosticado, y Y_i el valor observado para el tiempo i , las métricas de comparación del modelo se definen de la siguiente manera:

$$MAPE = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right| \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2}. \quad (12)$$

4. Aplicación

4.1 Descripción de los Datos

Los datos de consumo de electricidad del sector industrial brasileño pueden dividirse por regiones geográficas, que a su vez pueden dividirse por estados, formando una estructura jerárquica. La Figura 4 muestra la trayectoria del consumo de electricidad en el sector industrial brasileño y las regiones geográficas. Esta figura muestra que la serie temporal de consumo de electricidad en la región Sureste tiene una trayectoria similar a la de Brasil, lo que indica la importancia de la región en el sistema energético. La serie temporal de consumo de energía en la región Nordeste muestra una tendencia descendente amortiguada. La región Centro-Oeste tiene el menor consumo de electricidad en su sector industrial. El consumo de electricidad en la región Sur ha ido

creciendo a lo largo de los años y ocupa la segunda posición en cantidad consumida en 2021 (Figura 4).

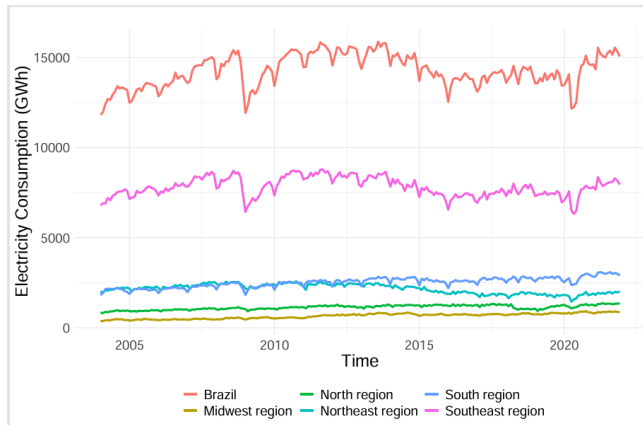


Figura 4. Series temporales de consumo eléctrico del sector industrial brasileño y regiones geográficas

El consumo de electricidad en el sector industrial de los estados brasileños puede observarse en la Figura 5. El consumo de electricidad en el sector industrial del estado de Pará es el más alto de la región Norte. Se observa una disminución en el consumo de electricidad del sector industrial en el estado de Maranhão, en la región Nordeste, a partir de 2011. El estado de Bahía tiene el mayor consumo de electricidad, mientras que Piauí tiene el más bajo. Se puede observar que el sector industrial en el Distrito Federal mostró una disminución en el consumo de electricidad, lo cual es diferente al comportamiento del resto de los estados en la región Centro-Oeste. El estado de São Paulo tiene el mayor consumo de electricidad del sector industrial brasileño. Para los estados de la región Sur, se observa un aumento en el consumo de electricidad con el tiempo.

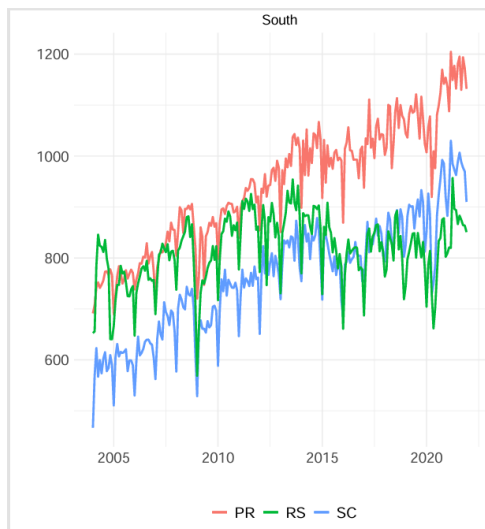
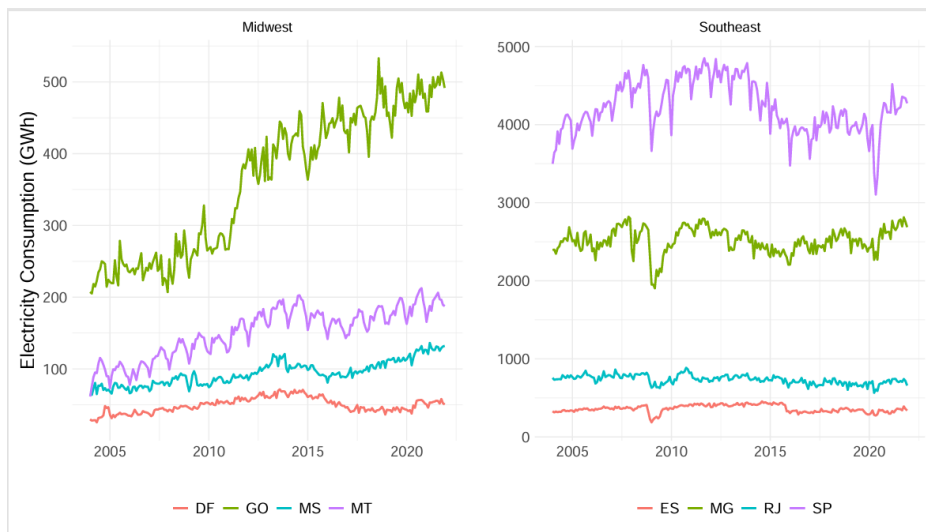
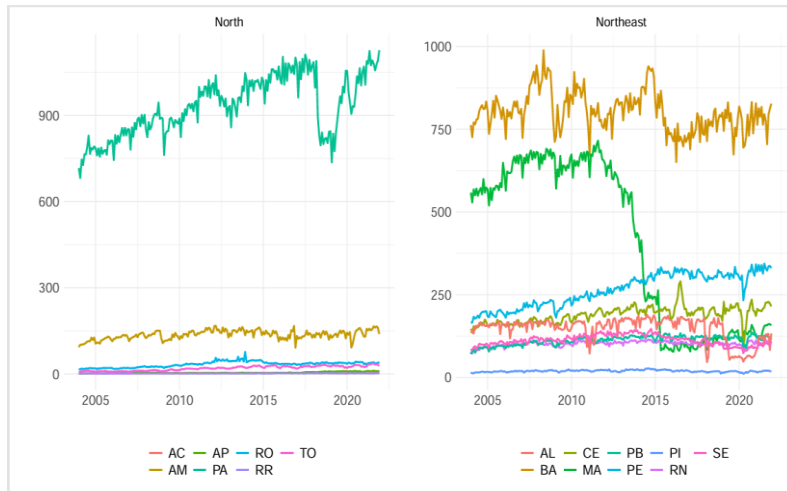
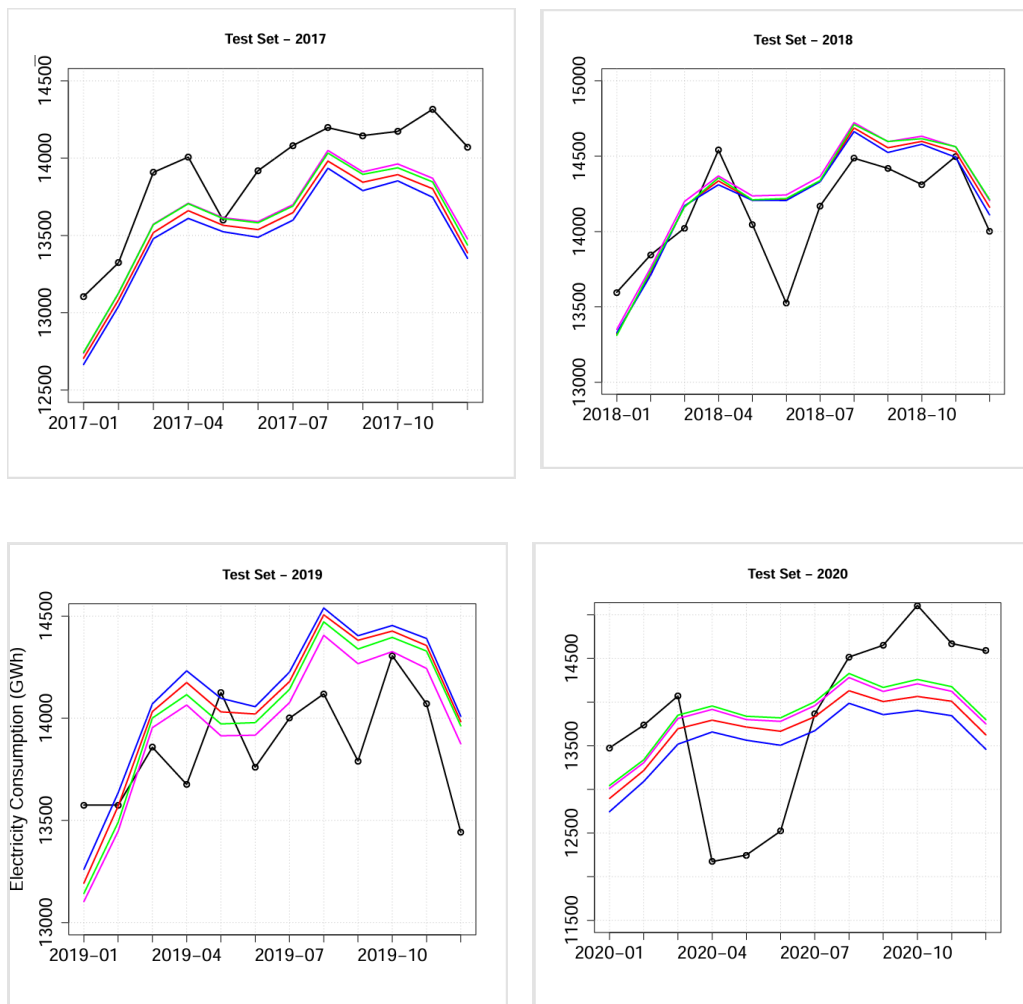


Figura 5. Consumo de electricidad en el Sector Industrial de los estados brasileños por región geográfica.

4.2 Resultados y Discusión

Esta sección presenta los resultados obtenidos mediante los enfoques ascendente (bottom-up), descendente (top-down), híbrido y de combinación óptima aplicados a los datos de consumo de electricidad del sector industrial brasileño. La Figura 6 muestra una comparación entre los pronósticos realizados con los cuatro enfoques utilizando un modelo de suavizado exponencial para todos los conjuntos de prueba. Las proyecciones del modelo capturaron los cambios a nivel de la serie en todos los conjuntos de prueba. Los pronósticos para 2017 y 2021 fueron ligeramente subestimados, lo cual no ocurrió en 2019.



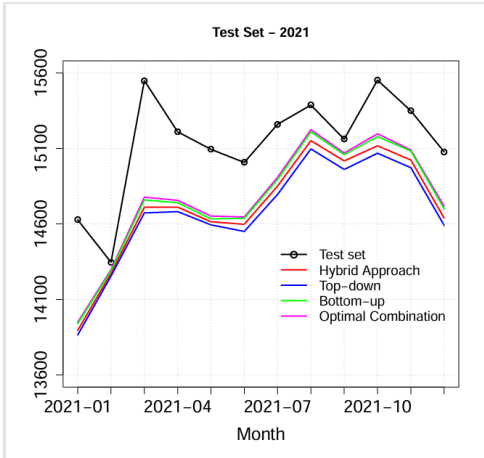
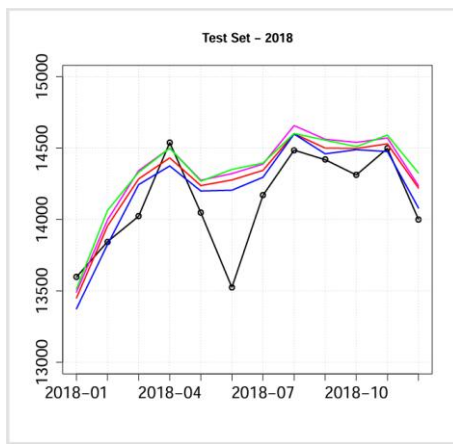
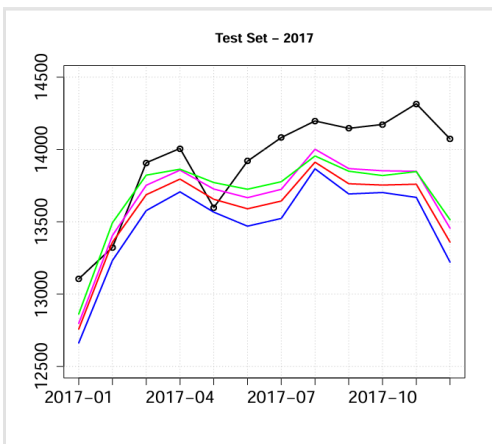


Figura 6. Comparación entre enfoques utilizando el modelo predictivo de suavizado exponencial para todos los conjuntos de pruebas de consumo eléctrico del sector industrial brasileño.

Los pronósticos obtenidos a través del modelo Box-Jenkins integrado en los enfoques para todos los conjuntos de prueba se presentan en la Figura 7. En 2017, los pronósticos para los primeros meses estuvieron cerca del conjunto de prueba y para los meses restantes hubo una subestimación. Para los conjuntos de prueba de 2018, 2019 y 2020, las predicciones capturaron la mayor parte del comportamiento de los datos. Hubo un desvío en los pronósticos para los primeros meses de 2021 y, por otro lado, el modelo presentó mejores pronósticos para los últimos meses de 2021.



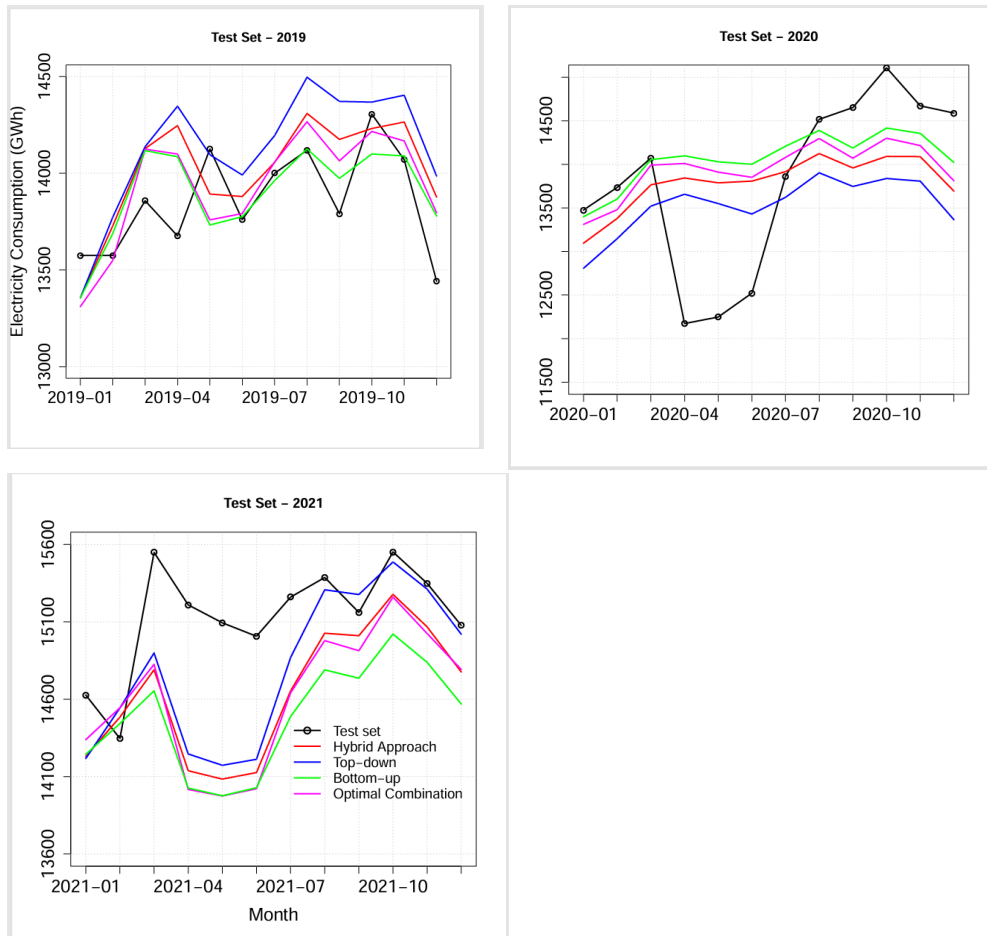


Figura 7. Comparación entre los enfoques que utilizan el modelo predictivo de Box y Jenkins para todos los conjuntos de pruebas de consumo eléctrico del sector industrial brasileño.

Las Tablas 1 y 2 presentan la comparación entre el rendimiento de los pronósticos de los enfoques en cada uno de los cinco conjuntos del conjunto de prueba. Ambas tablas muestran los valores de las medidas MAPE y RMSE para cada conjunto de prueba y el valor promedio entre los períodos probados. En la Tabla 1, el enfoque híbrido a través del modelo de suavizado exponencial presentó el valor más bajo para el RMSE promedio, lo que significa que tuvo el mejor rendimiento en los pronósticos en comparación con los otros enfoques. Por otro lado, el valor promedio más bajo en términos de MAPE fue obtenido por el método de combinación óptima. Además, los enfoques presentaron valores promedio de MAPE entre los conjuntos de prueba por debajo del 4%.

Table 1. Forecasting performance of the approaches for the Brazilian industrial sector electricity consumption data using exponential smoothing model.

Test set	2017		2018		2019	
	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Bottom-up	2,70%	409,76	2,09%	357,25	1,67%	310,59
	2020		2021		Average	
	5,74%	924,35	2,47%	428,05	2,93%	486,00
Top-Down	2017		2018		2019	
	2,85%	426,19	1,46%	258,89	2,27%	364,55
	2020		2021		Average	
	6,39%	936,34	3,03%	503,98	3,20%	497,59
Optimal *	2017		2018		2019	
	2,61%	396,51	2,08%	352,20	1,55%	296,43
	2020		2021		Average	
	5,83%	926,81	2,38%	415,29	2,89%	477,45
Hybrid **	2017		2018		2019	
	2,51%	382,44	1,54%	266,41	2,12%	341,14
	2020		2021		Average	
	5,81%	898,13	2,76%	467,87	2,95%	471,20

*Optimal combination approach described in section III.

**Hybrid approach described in section III.

En la Tabla 2, los valores de las medidas MAPE y RMSE de los enfoques se obtuvieron incorporando las predicciones realizadas mediante los modelos Box-Jenkins. El enfoque híbrido presentó el MAPE y RMSE promedio más bajos, lo que indica una mayor precisión en los pronósticos.

Table 2. Forecasting performance of the approaches for the Brazilian industrial sector electricity consumption data using Box and Jenkins model.

Test set	2017		2018		2019	
	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Bottom-up	2,24%	357,16	2,38%	381,05	1,37%	246,25
	2020		2021		Average	
	5,35%	941,24	4,38%	736,14	3,14%	532,37
Top-Down	2017		2018		2019	
	2,95%	465,64	1,21%	238,10	2,25%	364,73
	2020		2021		Average	
Optimal *	6,51%	954,62	2,58%	518,13	3,10%	508,24
	2017		2018		2019	
	2,35%	371,95	2,22%	359,29	1,22%	241,11
Hybrid **	2020		2021		Average	
	5,58%	929,87	3,67%	656,90	3,01%	511,82
	2017		2018		2019	
Hybrid **	2,37%	377,89	1,42%	265,51	1,70%	273,24
	2020		2021		Average	
	5,68%	901,91	3,39%	611,04	2,91%	485,92

*Optimal combination approach described in section III.

**Hybrid approach described in section III.

5. Conclusiones

Este trabajo consideró una estructura jerárquica para el consumo de electricidad en el sector industrial brasileño, con una jerarquía definida por Brasil como el nivel superior, las regiones geográficas como el nivel intermedio y los estados como el nivel inferior.

A partir de esta estructura jerárquica, se propone un enfoque híbrido que combina los pronósticos mediante los enfoques descendente (top-down) y ascendente (bottom-up),

con el objetivo de predecir el consumo de electricidad del sector industrial brasileño. Los modelos predictivos de suavizado exponencial y Box-Jenkins se integraron en cada uno de los enfoques ascendente, descendente, de combinación óptima e híbrido para realizar las predicciones. El rendimiento de estos enfoques se comparó utilizando diferentes conjuntos de prueba a través de las métricas de comparación MAPE y RMSE.

Los resultados mostraron que los enfoques integrados con modelos predictivos tuvieron un MAPE promedio por debajo del 4%. Basándose en el MAPE, el enfoque híbrido propuesto presentó la mejor precisión de pronóstico utilizando el modelo Box-Jenkins. Por otro lado, el enfoque de combinación óptima proporcionó el mejor rendimiento en los pronósticos utilizando el modelo de suavizado exponencial. Según el RMSE, el enfoque híbrido propuesto demostró el mejor rendimiento de pronóstico tanto con el modelo de suavizado exponencial como con el modelo Box-Jenkins.

Los enfoques combinados con los modelos predictivos lograron capturar la estructura de los datos que reflejan las crisis económicas (2009 y 2016) y la pandemia de COVID-19.

Además, los resultados encontrados son útiles como herramientas de apoyo para la toma de decisiones y pueden contribuir a la planificación energética del sector industrial en Brasil.

Un tema interesante para trabajos futuros sería integrar los modelos predictivos basados en redes neuronales con los enfoques utilizados en este estudio. Asimismo, se podría extender a otros escenarios, como los abordados en [42 – 45]. Otro trabajo interesante sería evaluar el efecto de las políticas de eficiencia energética, considerando la estructura jerárquica (Brasil, regiones y estados). Finalmente, otra línea de investigación sería considerar los segmentos de la industria brasileña en la estructura jerárquica.

References

1. Ben Taieb, S.; Taylor, J.; Hyndman, R. Hierarchical Probabilistic Forecasting of Electricity Demand With Smart Meter Data. *Journal of the American Statistical Association* 2020, 116, 1–36. <https://doi.org/10.1080/01621459.2020.1736081>.
2. da Silva, F.L.; Cyrino Oliveira, F.L.; Souza, R.C. A bottom-up bayesian extension for long term electricity consumption forecasting. *Energy* 2019, 167, 198–210. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.10.201>.
3. Spiliotis, E.; Petropoulos, F.; Kourentzes, N.; Assimakopoulos, V. Cross-temporal aggregation: Improving the forecast accuracy of hierarchical electricity consumption. *Applied Energy* 2020, 261, 114339. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2019.114339>.
4. Chateau, B.; Lapillonne, B. Long-term energy demand forecasting A new approach. *Energy Policy* 1978, 6, 140–157. [https://doi.org/10.1016/0301-4215\(78\)90035-6](https://doi.org/10.1016/0301-4215(78)90035-6).
5. Herbst, A.; Toro, F.; Reitze, F. Introduction to Energy Systems Modelling. *Swiss J Econ Stat* 2012, 148, 111–135. <https://doi.org/10.1007/BF03399363>.
6. Dunn, D.; Williams, W.; Dechaine, T. Aggregate Versus Subaggregate Models in Local Area Forecasting. *Journal of The American Statistical Association - J AMER STATIST ASSN* 1976, 71, 68–71. <https://doi.org/10.1080/01621459.1976.10481478>.

7. Hyndman, R.J.; Ahmed, R.A.; Athanasopoulos, G.; Shang, H.L. Optimal combination forecasts for hierarchical time series. *Computational Statistics & Data Analysis* 2011, 55, 2579–2589. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2011.03.006>.
8. Athanasopoulos, G.; Ahmed, R.A.; Hyndman, R.J. Hierarchical forecasts for Australian domestic tourism. *International Journal of Forecasting* 2009, 25, 146–166. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2008.07.004>.
9. Hyndman, R.J.; Lee, A.J.; Wang, E. Fast computation of reconciled forecasts for hierarchical and grouped time series. *Computational Statistics & Data Analysis* 2016, 97, 16–32. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2015.11.007>.
10. Wickramasuriya, S.L.; Athanasopoulos, G.; Hyndman, R.J. Optimal Forecast Reconciliation for Hierarchical and Grouped Time Series Through Trace Minimization. *Journal of the American Statistical Association* 2019, 114, 804–819. <https://doi.org/10.1080/01621459.2018.1448825>.
11. Wickramasuriya, S.L.; Turlach, B.A.; Hyndman, R.J. Optimal non-negative forecast reconciliation. *Statistics and Computing* 2020, 30, 1167–1182. <https://doi.org/10.1007/s11222-020-09930-0>.
12. Spinelli, S.; Farina, M.; Ballarino, A. An optimal hierarchical control scheme for smart generation units: An application to combined steam and electricity generation. *Journal of Process Control* 2020, 94, 58–74. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2020.08.006>.
13. Lila, M.F.; Meira, E.; Cyrino Oliveira, F.L. Forecasting unemployment in Brazil: A robust reconciliation approach using hierarchical data. *Socio-Economic Planning Sciences* 2022, 82, 101298. <https://doi.org/10.1016/j.seps.2022.101298>.
14. Wang, X.; Hyndman, R.J.; Li, F.; Kang, Y. Forecast combinations: An over 50-year review. *International Journal of Forecasting* 2022. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2022.11.005>.
15. Fleiter, T.; Fehrenbach, D.; Worrell, E.; Eichhammer, W. Energy efficiency in the German pulp and paper industry – A model-based assessment of saving potentials. *Energy* 2012, 40, 84–99. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.02.025>.

16. Reyna, J.; Chester, M. Energy efficiency to reduce residential electricity and natural gas use under climate change. *Nature Communications* 2017, 8, 14916. <https://doi.org/10.1038/ncomms14916>.
17. Huang, Y.H.; Chang, Y.L.; Fleiter, T. A critical analysis of energy efficiency improvement potentials in Taiwan's cement industry. *Energy Policy* 2016, 96, 14–26. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2016.05.025>.
18. Besagni, G.; Borgarello, M.; Premoli Vilà, L.; Najafi, B.; Rinaldi, F. MOIRAE – bottom-up MModel to compute the energy consumption of the Italian REsidential sector: Model design, validation and evaluation of electrification pathways. *Energy* 2020, 211, 118674. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2020.118674>.
19. Wang, S.; Deng, X.; Chen, H.; Shi, Q.; Xu, D. A bottom-up short-term residential load forecasting approach based on appliance characteristic analysis and multi-task learning. *Electric Power Systems Research* 2021, 196, 107233. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2021.107233>.
20. Nespoli, L.; Medici, V.; Lopatichki, K.; Sossan, F. Hierarchical demand forecasting benchmark for the distribution grid. *Electric Power Systems Research* 2020, 189, 106755. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2020.106755>.
21. Brégère, M.; Huard, M. Online hierarchical forecasting for power consumption data. *International Journal of Forecasting* 2022, 38, 339–351. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.05.011>
22. Silva, F.L.; Souza, R.C.; Cyrino Oliveira, F.L.; Lourenco, P.M.; Calili, R.F. A bottom-up methodology for long term electricity consumption forecasting of an industrial sector - Application to pulp and paper sector in Brazil. *Energy* 2018, 144, 1107–1118. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.12.078>.
23. Silva, F.; da Costa, K.; Rodrigues, P.; Salas, R.; Linkolk, J. Statistical and Artificial Neural Networks Models for Electricity Consumption Forecasting in the Brazilian Industrial Sector. *Energies* 2022, 15, 588. <https://doi.org/10.3390/en15020588>.
24. Meira, E.; Lila, M.F.; Cyrino Oliveira, F.L. A novel reconciliation approach for hierarchical electricity consumption forecasting

based on resistant regression. *Energy* 2023, 269, 126794.
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.126794>.

25. Vellasco, M.M.B.; Pacheco, M.A.C.; Neto, L.S.R.; de Souza, F.J. Electric load forecasting: evaluating the novel hierarchical neuro-fuzzy BSP model. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 2004, 26, 131–142. [https://doi.org/10.1016/S0142-0615\(03\)00060-7](https://doi.org/10.1016/S0142-0615(03)00060-7).

26. Mancuso, P.; Piccialli, V.; Sudoso, A.M. A machine learning approach for forecasting hierarchical time series. *Expert Systems with Applications* 2021, 182, 115102. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115102>.

27. Pang, Y.; Zhou, X.; Zhang, J.; Sun, Q.; Zheng, J. Hierarchical electricity time series prediction with cluster analysis and sparse penalty. *Pattern Recognition* 2022, 126, 108555.
<https://doi.org/10.1016/j.patcog.2022.108555>.

28. Shaikh, A.K.; Nazir, A.; Khan, I.; Shah, A.S. Short term energy consumption forecasting using neural basis expansion analysis for interpretable time series. *Scientific reports* 2022, 12, 22562.
<https://doi.org/10.1038/s41598-022-26499-y>.

29. Yang, Y.; Zhou, H.; Wu, J.; Liu, C.J.; Wang, Y.G. A novel decompose-cluster-feedback algorithm for load forecasting with hierarchical structure. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 2022, 142, 108249. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108249>.

30. Carpinteiro, O.A.; Leme, R.C.; de Souza, A.C.Z.; Pinheiro, C.A.; Moreira, E.M. Long-term load forecasting via a hierarchical neural model with time integrators. *Electric Power Systems Research* 2007, 77, 371–378. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.epsr.2006.03.014>.

31. E, E.P. Estudo da demanda de energia, nota técnica DEA 13/15, Demanda de energia 2050.; MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA (MME), 2016.

32. R Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2022.

33. Brown, R.G. Statistical forecasting for inventory control, 1959.
34. Holt, C.C. Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages (Office of Naval Research, Memorandum No. 52). Technical report, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh USA. Reprinted in the *International Journal of Forecasting*, 2004. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.09.015>, 1957.
35. Winters, P.R. Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. *Management Science* 1960, 6, 324–342.
<https://doi.org/10.1287/mnsc.6.3.324>.
36. Hyndman, R.J.; Koehler, A.B.; Snyder, R.D.; Grose, S. A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. *International Journal of Forecasting* 2002, 18, 439–454.
[https://doi.org/10.1016/S0169-2070\(01\)00110-8](https://doi.org/10.1016/S0169-2070(01)00110-8).
37. Hyndman, R.; Athanasopoulos, G. *Forecasting: Principles and Practice*, 2nd ed.; OTexts: Australia, 2018.
38. Hyndman, R.; Koehler, A.; Ord, K.; Snyder, R. *Forecasting with exponential smoothing. The state space approach*, 2008.
<https://doi.org/10.1007/978-3-540-71918-2>.
39. Hyndman, R.J.; Khandakar, Y. Automatic time series forecasting: the forecast package for R. *Journal of Statistical Software* 2008, 26, 1–22. <https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03>.
40. Hyndman, R.; Athanasopoulos, G.; Bergmeir, C.; Caceres, G.; Chhay, L.; O'Hara-Wild, M.; Petropoulos, F.; Razbash, S.; Wang, E.; Yasmeen, F. *forecast: Forecasting functions for time series and linear models*, 2023. R package version 8.21.
41. Box, G.; Jenkins, G. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*; Holden-Day series in time series analysis and digital processing, Holden-Day, 1970.
42. Carbo-Bustinza, N.; Belmonte, M.; Jimenez, V.; Montalban, P.; Rivera, M.; Martínez, F.G.; Mohamed, M.M.H.; De La Cruz, A.R.H.; da Costa, K.; López-Gonzales, J.L. A machine learning approach to analyse ozone concentration in metropolitan area of Lima, Peru. *Scientific Reports* 2022, 12, 22084.

43. Cabello-Torres, R.J.; Estela, M.A.P.; Sánchez-Ccoyllo, O.; Romero-Cabello, E.A.; Ávila, F.F.G.; Castañeda-Olivera, C.A.; Valdiviezo-

Gonzales, L.; Eulogio, C.E.Q.; De La Cruz, A.R.H.; López-Gonzales, J.L. Statistical modeling approach for PM10 prediction before

and during confinement by COVID-19 in South Lima, Perú. *Scientific Reports* 2022, 12, 16737.

44. Iftikhar, H.; Zafar, A.; Turpo-Chaparro, J.E.; Canas Rodrigues, P.; López-Gonzales, J.L. Forecasting day-ahead brent crude oil

prices using hybrid combinations of time series models. *Mathematics* 2023, 11, 3548.

45. López-Gonzales, J.L.; Castro Souza, R.; Leite Coelho da Silva, F.; Carbo-Bustanza, N.; Ibacache-Pulgar, G.; Calili, R.F. Simulation

of the energy efficiency auction prices via the markov chain monte carlo method. *Energies* 2020, 13, 4544.