

UNIVERSIDAD PERUANA UNIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
Escuela Profesional de Ingeniería Civil



**Diseño Óptimo de Vigas de Sección I AASHTO Tipo V en Puentes de Viga
Continua (30–35–30 m) Mediante NSGA-II**

Tesis para obtener el Título Profesional de Ingeniero Civil

Autor:

Andrei Felipe Damian Pacheco
Esther Edelmira Marceliano Noriega

Asesor:

Dr. Leopoldo Choque Flores

Lima, marzo de 2026

DECLARACIÓN JURADA DE ORIGINALIDAD DE TESIS

Yo **Leopoldo Choque Flores**, docente de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Escuela Profesional de ingeniería civil de la Universidad Peruana Unión.

DECLARO:

Que la presente investigación titulada: “**Diseño Óptimo de Vigas de Sección I AASHTO Tipo V en Puentes de Viga Continua (30–35–30 m) Mediante NSGA-II**” de los autores, **Andrei Felipe Damian Pacheco** y **Esther Edelmira Marceliano Noriega** tiene un índice de similitud de **2%** verificable en el informe del programa Turnitin, y fue realizada en la Universidad Peruana Unión bajo mi dirección.

En tal sentido asumo la responsabilidad que corresponde ante cualquier falsedad u omisión de los documentos como de la información aportada, firmo la presente declaración en la ciudad de Lima, a los días 06 del mes Marzo del año 2026.



Dr. Leopoldo Choque Flores



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En Lima, Naña, Villa Unión, a. 13 día(s) del mes de marzo del año 2026, siendo las 9:00 horas, se reunieron los miembros del jurado en la Universidad Peruana Unión Campus Lima, bajo la dirección del (de la) presidente(a):

Dr. Rolando Quispe Basualdo, el (la) secretario(a): Mg. Joel Chavarri, y los demás miembros: Dr. Ladislao Roger Ticona, y el (la) asesor(a) Dr. Leopoldo Choque

con el propósito de administrar el acto académico de sustentación de la tesis titulado: "Diseño óptimo de vigas de sección IAASHTO tipo Ven puentes de viga continua (30-35-30m) mediante NSGA-II"

del(los) bachiller(es): a) Damian Pacheco Andrei Felipe, b) Marceliano Noriega Esther Edelmira, c)

conducente a la obtención del título profesional de:

Ingeniero Civil (Denominación del Título Profesional)

El Presidente inició el acto académico de sustentación invitando al (a la) / a (los) (las) candidato(a)s hacer uso del tiempo preguntas, y aclaraciones pertinentes, las cuales fueron absueltas por al (a la) / a (los) (las) candidato(a)s. Luego, se produjo un receso para las deliberaciones y la emisión del dictamen del jurado. Posteriormente, el jurado procedió a dejar constancia escrita sobre la evaluación en la presente acta, con el dictamen siguiente:

Bachiller (a): Damian Pacheco Andrei Felipe

Table with 5 columns: CALIFICACIÓN, ESCALAS (Vigesimal, Literal, Cualitativa), and Mérito. Row 1: Aprobado, 17, B+, Muy bueno, Sobresaliente.

Bachiller (b): Marceliano Noriega Esther Edelmira

Table with 5 columns: CALIFICACIÓN, ESCALAS (Vigesimal, Literal, Cualitativa), and Mérito. Row 1: Aprobado, 17, B+, Muy bueno, Sobresaliente.

Bachiller (c):

Table with 5 columns: CALIFICACIÓN, ESCALAS (Vigesimal, Literal, Cualitativa), and Mérito. Row 1: (Empty)

(*) Ver parte posterior

Finalmente, el Presidente del jurado invitó al (a la) / a (los) (las) candidato(a)s a ponerse de pie, para recibir la evaluación final y concluir el acto académico de sustentación procediéndose a registrar las firmas respectivas.

Signatures for Presidente/a, Asesor/a, and Bachiller (a).

Signatures for Miembro and Bachiller (b).

Signatures for Secretario/a, Miembro, and Bachiller (c).

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradecemos a Dios, fuente de sabiduría, fortaleza y guía constante, por permitirnos culminar con éxito esta etapa.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	7
2. METODOLOGÍA	8
2.1. Información preliminar	9
2.2. Modelo paramétrico	9
2.3. Análisis Estructural	10
2.4. Diseño Estructural	11
2.5. Función objetivo	11
2.6. Optimización	12
3. RESULTADOS	12
3.1. Desempeño del algoritmo	12
3.2. Dimensiones y propiedades optimizadas	13
3.3. Verificación estructural	13
3.4. Comparación con la sección convencional	13
3.5. Comparación de costos	13
4. DISCUSIONES Y CONCLUSIONES	14
5. LIMITACIONES	15
6. DECLARACIÓN DE INTERESES CONCURRENTES	15
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15
8. ANEXOS	15

Diseño Óptimo de Vigas de Sección I AASHTO Tipo V en Puentes de Viga Continua (30–35–30 m) Mediante NSGA-II

Damian, Andrei^{1,*}; Marceliano, Esther^{1,*}; Choque, Leopoldo^{2,*}

¹Universidad Peruana Unión, Facultad de Ingeniería y Arquitectural, Lima, Perú

²Universidad Nacional Federico Villareal, Facultad de Ingeniería Civil, Lima, Perú

Resumen: Se desarrolló y validó un flujo computacional integrado para optimizar vigas prefabricadas pretensadas tipo I en puentes de viga continua. El procedimiento enlazó un modelo paramétrico en Grasshopper, el análisis estructural automático vía API-Sofistik y las verificaciones en Calcpad; la búsqueda de soluciones se efectuó con G + PrecastBeam y el algoritmo NSGA-II de Wallacei (100 individuos, 50 generaciones, 5 000 evaluaciones). Cada alternativa se valoró con una función que minimiza el costo del concreto, del acero y una penalización por incumplir AASHTO-LRFD. Para luces de 30 m y 35 m la sección optimizada redujo el peso propio un 9 %, el volumen de concreto un 7 % y el costo total un 14 % frente a la viga PCI estándar, manteniendo razones demanda-capacidad < 0,80 y factores de seguridad a cortante > 3. El frente de Pareto evidenció la coherencia entre ahorro de material y cumplimiento normativo; la solución elegida concentró el acero pasivo en la fibra inferior y aumentó ligeramente la excentricidad del tendón, equilibrando los momentos de servicio sin añadir torones. El estudio confirma que la combinación de diseño paramétrico y optimización estructural produce vigas prefabricadas más livianas y económicas sin comprometer la seguridad y ofrece una metodología replicable a otras superestructuras prefabricadas.

Palabras clave: Optimización estructural; Vigas prefabricadas; NSGA-II; Diseño paramétrico; Costo.

Optimal Design of AASHTO Type V I-Girders for Three Span Continuous Bridges (30–35–30 m) Using NSGA-II

Abstract: An integrated computational workflow was developed and validated to optimize prestressed precast Type I girders in continuous girder bridges. The procedure linked a parametric model in Grasshopper, automatic structural analysis via the Sofistik API, and verifications in Calcpad; the search for solutions was carried out using G + PrecastBeam and Wallacei's NSGA-II algorithm (100 individuals, 50 generations, 5,000 evaluations). Each alternative was evaluated with an objective function that minimizes the cost of concrete, the cost of steel, and a penalty term for violating AASHTO-LRFD provisions. For 30 m and 35 m spans, the optimized section reduced self-weight by 9%, concrete volume by 7%, and total cost by 14% compared to the standard PCI girder, while maintaining demand–capacity ratios < 0.80 and shear safety factors > 3. The Pareto front showed a consistent relationship between material savings and code compliance; the selected solution concentrated passive reinforcement at the bottom fiber and slightly increased tendon eccentricity, balancing service moments without adding strands. The study confirms that the combination of parametric design and structural optimization produces lighter and more economical precast girders without compromising safety and offers a methodology that can be replicated for other prefabricated superstructures.

Keywords: Structural optimization; Precast girders; NSGA-II; Parametric design; Cost.

1. INTRODUCCIÓN

Los puentes de viga continua que emplean vigas prefabricadas pretensadas se han consolidado como una solución constructiva eficiente, pues permiten acortar plazos de obra, mejorar el control de calidad en planta y reducir las interrupciones de tráfico durante el montaje (Ghafoori & Mehmet, 2023). Aun así, estas vigas llegan a representar alrededor del 30 % del costo directo de la superestructura y concentran gran parte de la huella de carbono asociada al concreto y al acero (Martínez-Muñoz et al., 2022; Boretti et al., 2023). Optimizar su diseño —geometría, refuerzo y pretensado— es, por tanto, crucial para lograr estructuras más rentables y sostenibles (Jahjough & Erhan, 2022). En los últimos años, la digitalización ha impulsado la integración de plataformas de modelado paramétrico como Grasshopper con algoritmos de optimización metaheurísticos, capaces de explorar espacios de soluciones discretas donde interactúan variables geométricas y restricciones normativas (Mei & Wang, 2021; Wang et al., 2022). Diversos algoritmos poblacionales ya han mostrado su eficacia: un algoritmo genético redujo un 27 % el peso de vigas cajón (Morab & Fernandes, 2018), una búsqueda de armonía mejorada incrementó hasta un 17 % la eficiencia de secciones PCI tipo I (Jahjough & Erhan, 2022) y un algoritmo memético híbrido reportó ahorros de entre el 8 % y el 50 % en vigas artesana (Martí et al., 2014). No obstante, la mayoría de esos trabajos aborda un único criterio (peso, capacidad o costo) y emplea flujos fragmentados que dificultan su transferencia a la práctica profesional (Martínez-Muñoz et al., 2022; Korus et al., 2021).

Para efectos del presente estudio se analizaron las vigas internas con un flujo de trabajo integrado que enlaza, en primer lugar, un modelo paramétrico de vigas AASHTO tipo I creado en Grasshopper, en el cual se definen las variables geométricas, de refuerzo y de pretensado que acotan el espacio de búsqueda; a continuación, el modelo se somete a un análisis estructural automático mediante la API de Sofistik, siguiendo los lineamientos de la LRFD de AASHTO (Aashto, 2020); los resultados de dicho análisis se transfieren a Calcpad, donde, a través del conector GHC (GH_Calcpad), se calculan los esfuerzos de servicio, el momento nominal y las cantidades de material necesarias para cada alternativa generada; por último, la información converge en Wallacei, implementación de NSGA-II apoyada en la herramienta G+PrecastBeam (GPB) desarrollada por GEN+, la cual ejecuta una optimización multiobjetivo destinada a minimizar, de forma simultánea, el costo total de la viga, el peso propio y las penalizaciones asociadas a posibles incumplimientos normativos (Kaveh & Eslamlou, 2020; Mohammed et al., 2019). Bajo este enfoque se postula que la combinación GPB + NSGA-II puede generar vigas prefabricadas más económicas y livianas que los diseños convencionales, manteniendo la seguridad exigida por la normativa. Con ese objetivo se evaluará la reducción porcentual de costo y peso respecto a un diseño de referencia y se verificará el cumplimiento integral de los límites de servicio y resistencia. Los resultados presentados en las secciones siguientes confirman el potencial de esta estrategia generativa y apuntan a su escalabilidad hacia otras tipologías de superestructura, impulsando una construcción de puentes más rápida, sostenible y competitiva (Chuquín et al., 2021).

2. METODOLOGÍA

Los puentes de viga continua que emplean vigas prefabricadas pretensadas se han consolidado como una solución constructiva eficiente, pues permiten acortar plazos de obra, mejorar el control de calidad en planta y reducir las interrupciones de tráfico durante el montaje (Ghafoori & Mehmet, 2023). Aun así, estas vigas llegan a representar alrededor del 30 % del costo directo de la superestructura y concentran gran parte de la huella de carbono asociada al concreto y al acero (Martínez-Muñoz et al., 2022). La optimización y las verificaciones reportadas corresponden a la viga interior del sistema longitudinal del puente. Al optimizar su diseño —geometría, refuerzo y pretensado— es, por tanto, crucial para lograr estructuras más rentables y sostenibles. El estudio se desarrolló con un enfoque computacional que integra modelado paramétrico, análisis estructural automatizado y optimización multiobjetivo. Esta aproximación combina la flexibilidad del diseño generativo con la rigurosidad de los códigos de puentes, permitiendo evaluar un gran número de alternativas de vigas prefabricadas en un tiempo computacional razonable (Girardet & Boton, 2021).

En primer lugar, el modelo paramétrico de la viga AASHTO tipo I se construyó en Grasshopper. Las variables de diseño — altura total, espesores de alma y patines, número y diámetro de torones, recubrimientos, separación de estribos y posición de los tendones— se encapsularon como parámetros discretos dentro de rangos establecidos por la experiencia industrial y por límites geométricos de fabricación (Korus et al., 2021; Boretti et al., 2023). Este modelo generativo sirvió de base para el predimensionamiento inicial y permitió examinar rápidamente la influencia de cada variable en el desempeño global de la viga.

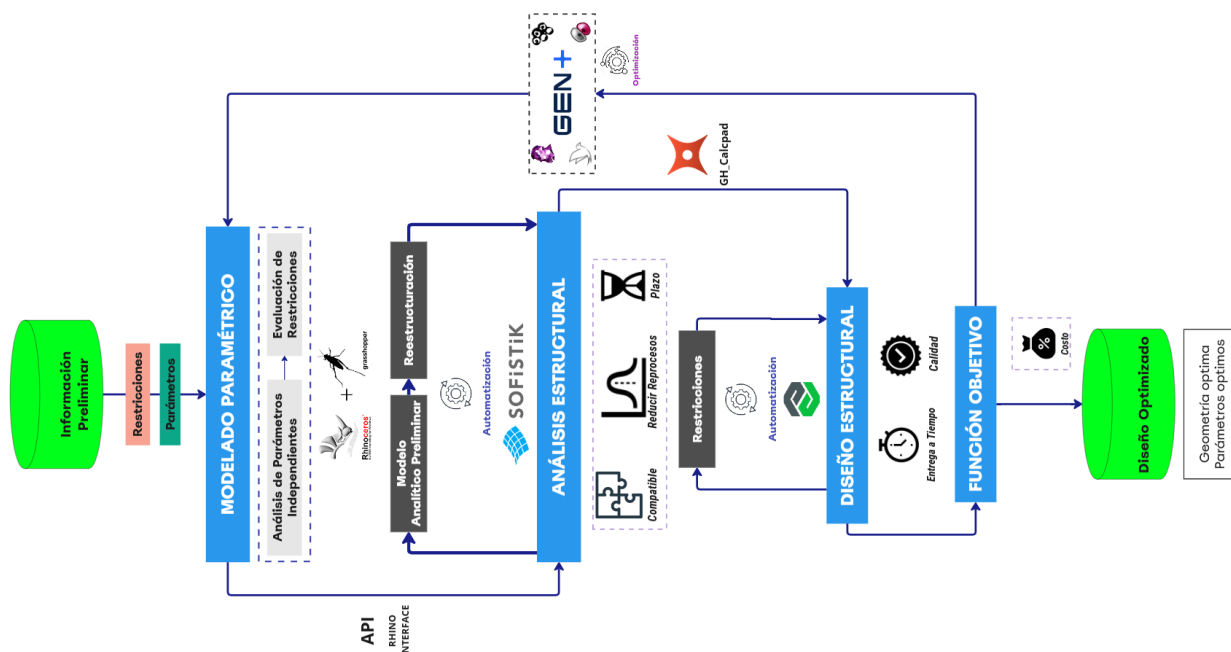


Figura 1. Flujo de optimización de vigas AASHTO I con GPB-NSGA II.

A continuación, cada instancia generada se analizó estructuralmente mediante la API de Sofistik, aplicando las combinaciones de carga y los factores de la 9.ª edición de la AASHTO LRFD (Aashto, 2020). El procedimiento incluyó el cálculo de reacciones, diagramas de fuerza cortante y momento flector, así como la verificación de estados límite de servicio y de resistencia. Los resultados —esfuerzos admisibles, deflexiones instantáneas y diferidas— se transfirieron en tiempo real a Calcpad mediante el

conector GHC, donde se cuantificaron las áreas de acero pasivo y de pretensado requeridas, el momento nominal M_n y la profundidad de la fibra neutra c .

Sobre esta base se formuló la función objetivo compuesta:

$$F = w_1 C_{total} + w_2 W_{viga} + w_3 P_{norma} \quad (1)$$

Donde C_{total} representa el costo directo del concreto y del acero (precios unitarios locales), W_{viga} el peso propio y P_{norma} una penalización proporcional al grado de incumplimiento de cualquier restricción reglamentaria. Los pesos w_1, w_2 y w_3 se normalizaron para otorgar mayor prioridad al criterio económico sin desatender la seguridad estructural, siguiendo la recomendación de balance multi-criterio presentada por (Bekdaş et al., 2019) y la formulación costo-carbono de Martínez-Muñoz et al. (2022).

La optimización se llevó a cabo en Wallacei —implementación de NSGA-II—, al que se integró la herramienta GPB para garantizar la consistencia dimensional de las soluciones (Mohammed et al., 2019 ; Kaveh & Eslamlou, 2020). Con una población de 100 individuos y 50 generaciones —valores definidos tras pruebas de convergencia y las orientaciones de (Mohammed et al., 2019)— se obtuvo un frente de Pareto que equilibra ahorro de costo, reducción de peso propio y cumplimiento normativo.

La Figura 1 resume el flujo completo, desde la definición de variables hasta la selección final de la viga óptima. Este procedimiento se repitió para distintos escenarios de luz, carga y disponibilidad de materiales, lo que demuestra la robustez y escalabilidad de la metodología hacia otras tipologías de superestructura, garantizando que cada alternativa no solo cumpla los requisitos de resistencia y servicio, sino que contribuya a la disminución del costo y del impacto ambiental de la construcción de puentes prefabricados (Chuquín et al., 2021).

2.1 Información preliminar

El caso de estudio corresponde a un puente carretero continuo de tres vanos con luces de 30 m, 35 m y 30 m, proporción que se ajusta al rango de alcance mínimo y máximo de la viga AASHTO I tipo V y mantiene la relación recomendada $L_{interior} / L_{exterior} \approx 1.3 - 1.4$ en el rango operativo de la tipología, para controlar momentos negativos en los apoyos (Arturo, 2020). La superestructura se resolvió mediante un sistema de cinco vigas longitudinales separadas 2.30 m entre ejes, sobre las que descansa una losa de hormigón armado de 0.20 m de espesor, espesor habitual para este tipo de tablero y compatible con el requerimiento de flecha límite en servicio (Jahjough & Erhan, 2022; Boretti et al., 2023).

El número de vigas (5) y su espaciamiento (2.30 m) se fijan por criterios de prefabricación y logística local (moldes disponibles, transporte y izaje), compatibilidad geométrica con el ancho de calzada/losa y control de flechas/fisuración en servicio para el peralte seleccionado. Estas decisiones quedan fuera del vector de diseño del NSGA-II y se tratan como parámetros del caso base.

Como punto de partida para la optimización se seleccionó la viga AASHTO I tipo V, cuya geometría estándar se muestra en la Figura 2. Las dimensiones iniciales provienen del PCI y se consignan en la Tabla 1.a, mientras que la Tabla 1.b recoge las propiedades seccionales calculadas por el PCI, las cuales se emplearon para validar el modelo paramétrico antes de activar el algoritmo heurístico. En esta fase preliminar se verificó que el peso propio estimado — 1.055 kip/ft ($\approx 15.45 \text{ kN/m}$) — se mantuvo dentro del rango reportado para vigas de longitud similar (Alotaibi et al., 2021; PCI, 2023). Asimismo, se contrastó la inercia $I = 5.21 \times 10^5 \text{ in}^4$ y la posición del centroide $y_{inf} = 31.96 \text{ in}$ con valores obtenidos en Calcpad, asegurando la consistencia dimensional del modelo.

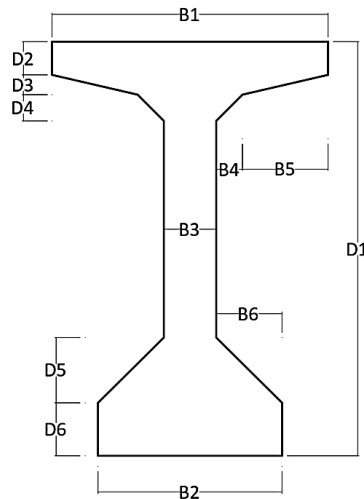


Figura 2. Geometría de referencia, viga AASHTO I-V. (PCI, 2023).

Tabla 1.a Dimensiones base de la viga AASHTO I-V. (PCI, 2023).

Dimensiones Aastho I - Viga Tipo V (in)			
D1	63	B1	42
D2	5	B2	28
D3	3	B3	8
D4	4	B4	4
D5	10	B5	13
D6	8	B6	10

Tabla 1.b Propiedades de sección base de la viga AASHTO I-V. (PCI, 2023)

Propiedades Aastho I - Viga Tipo V	
Área (in ²)	1, 013
Y _{inferior} (in)	31.96
Inercia (in ⁴)	521, 180
Peso (kip/ft)	1.055

Estos valores sirvieron como referencia de calibración; posteriormente, cada dimensión pudo variar dentro de márgenes definidos por los límites de fabricación y transporte, típicamente $\pm 10\%$ para alturas y gruesos de alma, y discretizaciones de $\frac{1}{2}$ in para patines y diámetros de torones (Korus et al., 2021; Jahjough & Erhan, 2022). De este modo se estableció un espacio de búsqueda realista que alimenta el modelo paramétrico descrito en la siguiente subsección.

2.2 Modelo Paramétrico

La sección transversal AASHTO I tipo V se definió como un objeto plenamente paramétrico en el entorno visual Grasshopper, de modo que cada dimensión clave —altura total D_1 , ancho de patín superior B_1 , espesor de alma D_3 , ángulo de achaflanado, entre otros— quedó expuesta como un gene susceptible de mutar durante el proceso evolutivo. Siguiendo la convención de nombres “wlc_” recomendada por el Wallacei Primer 2.0 (Mohammed et al., 2019), todos los genes fueron identificados automáticamente por el motor de optimización, eliminando pasos de configuración manual y reduciendo riesgos de error.

A nivel de refuerzo, se parametrizaron el número y diámetro de barras pasivas, así como la cantidad y altura del cable de presfuerzo —ésta última expresada como porcentaje de la altura efectiva d —. Cada variable se acotó a rangos realistas definidos por las tolerancias de fabricación y por los recubrimientos mínimos de la LRFD (Aashto, 2020); para los torones se adoptó la horquilla comercial 0.50–0.70 in, con discretización de 0.05 in, conforme a las tablas del PCI (PCI, 2023).

La posición vertical del tendón se restringió a $\pm 15\%$ de la fibra inferior con el fin de evitar pérdidas excesivas por excentricidad, margen coherente con los límites de continuidad evaluados por Menkulasi et al. (2018). Se impuso $s_{\min} \geq \max(1.5 \text{ in}, 2 \times d_{\text{strand}})$ y cobertura mínima según PCI/LRFD; cualquier individuo que vulnera estos mínimos se descarta (inviabile) o recibe penalización infinita en P_{norma} . Esto asegura diseños fabricables y con detallado conforme al código.

El modelo no se limitó a la viga aislada: se integró en un macro-script capaz de generar tablero, diafragmas y apoyos, además de representar de manera simplificada pilares y estribos. Esta estrategia permitió identificar interferencias geométricas —por ejemplo, la altura libre bajo tablero— y predimensionar zapatas sin abandonar Grasshopper (Girardet & Botton, 2021; Boretti et al., 2023). En total se gestionaron 24 parámetros independientes: 11 asociados a la viga, 5 al tablero (espesor, peraltes, voladizos), 4 a apoyos y 4 a la geometría básica de los pilares; solo se vincularon etiquetas “wlc_” a la sección de la viga para habilitar su mutación durante la búsqueda y simplificar su búsqueda óptima.

La actualización en tiempo real de la vista 3D permitió confirmar la coherencia geométrica de cada individuo antes de enviarlo a Sofistik. Además, se implementaron restricciones “duras” en el script: si el ángulo del patín descendía por debajo de 4° —valor mínimo recomendado para vigas pretensadas en PCI (2023)— o si la excentricidad del presfuerzo superaba el 40 % de la altura, límite adoptado tras los ejercicios de optimización de Jahjough & Erhan (2022), el individuo se descartaba automáticamente para ahorrar recursos de cómputo.

Gracias a esta arquitectura se logró ligar la geometría completa del puente con su evaluación estructural sin intervención manual, habilitando la exploración de un amplio espacio de diseño y asegurando que cada alternativa fuese constructivamente viable antes de su análisis.

2.3 Análisis Estructural

La verificación estructural se abordó en dos niveles complementarios. (i) Se empleó una memoria de cálculo simplificada programada en GHC que determina, para cada individuo, los esfuerzos críticos mediante fórmulas clásicas de vigas simplemente apoyadas;

(ii) se recurrió a un modelo detallado en Sofistik que reproduce el comportamiento de la viga continua de tres vanos bajo las combinaciones de carga de la LRFD AASHTO (Aashto, 2020).

En la etapa simplificada, la acción de la carga distribuida q —suma del peso propio, sobrepeso del tablero y carga viva HL-93— se tradujo en un momento máximo:

$$M_{ED} = \frac{qL^2}{8} \quad (2)$$

donde L es la distancia entre apoyos (Hibbeler, 2010). La resistencia nominal a flexión se estimó con

$$M_n = A_p f_{pu} (d - 0.5k), \quad \phi_f = 0.9 \quad (3)$$

siendo A_p es el área total de torones, f_{pu} la resistencia última del acero de presfuerzo, d la altura efectiva y k la profundidad del bloque comprimido (AASHTO, 2020 §5.7.3.1). La resistencia de diseño se obtuvo como $M_{RD} = \phi_f \cdot M_n$. Si en alguna generación se verificó $M_{RD} < M_{ED}$, el individuo recibió una penalización proporcional a $(M_{ED} - M_{RD})$ dentro de la función objetivo, evitando que soluciones inviables llegasen al frente de Pareto.

Para la respuesta por corte se utilizó el criterio de AASHTO:

$$\phi V_n = 0.9 \left(0.083 \sqrt{f'_c} b_w d + V_p \right) \quad (4)$$

donde b_w es el espesor del alma y V_p la contribución del pretensado (AASHTO, 2020 §5.8.3.3-1). Se aplicó una penalización análoga cuando el cortante actuante $V_u = qL/2$ excedió ϕV_n .

El modelo de alta fidelidad en Sofistik representó cada viga con elementos de fibra, incluyó diafragmas rígidos y rigideces del tablero mediante los principios de acción compuesta, y aplicó las combinaciones HL-93 + IM, DW y TU siguiendo los factores γ de la Especificación LRFD. Los apoyos intermedios se fijaron en traslación vertical, pero permitieron rotación para reproducir la continuidad real. La comparación con el esquema simplificado mostró diferencias menores al 5 % en los momentos positivos de vano y del 7 % en los negativos sobre pilas, resultado acorde con las discrepancias reportadas por Boretti et al. (2023), y confirmó la idoneidad de la memoria GHC como “motor rápido” dentro del ciclo evolutivo.

Criterios de servicio y ambiente. Se adoptó exposición no marina/moderada (ambiente carretero interior), por lo que se restringió la compresión en etapa final a $\sigma_{c,final} \leq 0.60 f'_c$ y la tracción de servicio según LRFD/PCI; Fibra superior sin tensión neta en la alternativa no agrietada, y en la Fibra inferior tensión limitada y control de fisuración con ancho $w \leq 0.40$ mm conforme a PCI.

Los resultados evidenciaron que la sección estándar cumple con holgura en vano de 30 m, pero opera cercana a su límite de flexión en 35 m, justificando la búsqueda de alternativas más eficientes mediante la optimización descrita en la siguiente subsección.

2.4 Diseño Estructural

El dimensionamiento del refuerzo pasivo y del presfuerzo se gestionó mediante una hoja de cálculo desarrollada en Calcpad, adaptación de la plantilla PCI (PCI, 2023), que se comunicó con Grasshopper a través del plugin GHC (Girardet & Boton, 2021). Cada vez que Wallacei generaba un individuo, el script exportaba sus variables geométricas y de pretensado a la hoja, la cual devolvía de forma automática el área mínima de acero pasivo A_s exigida por criterios de fisuración y resistencia (AASHTO, 2020 § 5.7.3.4); el número de torones n_p y su excentricidad e necesarios para equilibrar los momentos de servicio, así como la estimación de las pérdidas instantáneas (anclaje y fricción) y diferidas (fluencia, retracción y relajación) de acuerdo con el Art. 5.9.5 de AASHTO LRFD (Aashto, 2020). Además, la hoja verificaba los estados límite de flexión M_{RD} , cortante ϕV_n y compresión en la fibra superior al final de la etapa de servicio (AASHTO, 2020 § 5.9.4).

Estos resultados regresaban a Grasshopper como atributos de cada cromosoma; si se detectaba alguna condición no satisfecha —por ejemplo σ_{comp} superando $0.60 f'_c$ ancho de fisura > 0.40 mm, límite recomendado por el Prestressed Concrete Design Manual (PCI, 2023)— el individuo era penalizado con un término P_{norma} en la función objetivo, desplazándolo fuera del frente de Pareto.

Para ilustrar el proceso, en la Figura 5 b-d) se muestra la disposición final de torones y acero pasivo para el vano de 35 m. Ambos diagramas surgieron tras 50 generaciones, convergiendo en una configuración de 49 torones de 0.6 in dispuestos en dos cordones y estribos en U #5 cada 200 mm en la zona de máxima cortante (PCI, 2023). Sobre el tablero se representan las líneas de compresión y tracción calculadas en Calcpad, mientras que los círculos indican las barras adicionales requeridas por la verificación de servicio.

La salida numérica correspondiente se resume en la Tabla 4. Para la viga de 35 m, el momento de servicio se redujo un 12 % respecto al diseño sin optimizar y la razón demanda/capacidad pasó de 0.93 a 0.78, mientras que el peso propio bajó un 9 %

gracias a la reducción de patín superior y alma. Simultáneamente, el concreto se aprovechó al 83 % de su capacidad a compresión en servicio, logrando un equilibrio material-coste (Martínez-Muñoz et al., 2022).

Este módulo de diseño estructural actúa en esta etapa como filtro de viabilidad y como medidor de desempeño material, garantizando que solo las soluciones económicamente ventajosas y congruentes con AASHTO avancen en la búsqueda evolutiva.

2.5 Función objetivo

La estrategia de optimización se replanteó como un problema multiobjetivo, en el que se minimizaron de forma simultánea tres funciones: el costo del concreto normalizado \hat{C}_{conc} , el costo del acero normalizado \hat{C}_{acero} y la penalización normativa normalizada \hat{P}_{norma} . Este enfoque permitió construir el frente de Pareto y evaluar explícitamente los compromisos entre economía y cumplimiento AASHTO LRFD.

Una vez identificado el conjunto no dominado, se aplicó –solo en la etapa de decisión final– la métrica compuesta propuesta por (Kaveh & Eslamlou, 2020), se adoptó un enfoque de suma ponderada con normalización previa de cada término para evitar dominancia de escalas:

$$f_{obj} = w_c \hat{C}_{conc} + w_s \hat{C}_{acero} + w_p \hat{P}_{norma} \quad (5)$$

donde los pesos w_c , w_s y w_p se fijaron en 0,45 : 0,35 : 0,20 tras un análisis de sensibilidad que equilibró la influencia económica y la seguridad estructural.

Para el costo del concreto $C_{concreto}$ Se calculó como el producto entre el volumen de viga y el precio unitario local del hormigón premoldeado:

$$C_{concreto} = V_{viga} \cdot p_c \quad (6)$$

Con $V_{viga} = A \cdot L$ (área de sección por longitud) y $p_c = 145, \$/m^3$.

En el caso del acero C_{acero} engloba tanto el refuerzo pasivo como el presfuerzo:

$$C_{acero} = L(A_s p_s + A_p p_p) \quad (7)$$

donde $p_s = 1.05, \$/kg$ y $p_p = 1.80, \$/kg$; A_s es el área total de barras y A_p la de torones. Este término refleja que, aun manteniendo el mismo número de torones, la reducción de peso propio recorta longitud de barras de cerramiento y estribos, influyendo en el costo global.

Para el caso de la penalización normativa p_{norma} se definió como:

$$P_{norma} = k \sum_{i=1}^n \max(0, R_i - 1) \quad (8)$$

donde R_i es la razón demanda–capacidad de cada chequeo (flexión, cortante, compresión y servicio) y $k = 10^5$ \$ actúa como factor de severidad Kaveh & Eslamlou, (2020). Así, una violación del 5 % en cualquier estado límite duplica el costo total, expulsando al individuo del frente de Pareto.

El flujo algorítmico implementado en Grasshopper: las variables “wlc_” se envían a Sofistik y Calcpad; sus resultados regresan como $C_{concreto}$, C_{acero} y P_{norma} ; tras la normalización y el ponderado se obtiene f_{obj} , valor que Wallacei utiliza para jerarquizar la población. Esta secuencia garantiza que una alternativa sólo será competitiva si abarata los materiales y, al mismo tiempo, respeta los límites AASHTO LRFD, cumpliendo así la doble meta de eficiencia económica y seguridad estructural (Boretti et al., 2023).

2.6 Optimización

La búsqueda de la solución óptima se ejecutó con la herramienta G+Precast Beam (GPB), un clúster de código encapsulado en Grasshopper que recibe, como variables de entrada, las dimensiones de la viga AASHTO I tipo V y las acciones gravitatorias HL-93 reducidas a una carga distribuida equivalente. Internamente, el clúster enlaza la hoja estructural de Calcpad con el motor de evaluación de Wallacei, de modo que cada alternativa generada se analiza y se valora sin intervención manual. El flujo lógico del clúster —mostrado en la Figura 3— arranca con los genes “wlc_”, avanza hacia la verificación estructural y concluye con el cálculo de los términos $C_{concreto}$, C_{acero} y P_{norma} que alimentan la función objetivo; el proceso se repite de forma iterativa hasta que los criterios de parada señalados por el algoritmo se cumplen.

Para la simulación se empleó WallaceiX configurado con NSGA-II (Patnaik et al., 2016), una población de 100 individuos y 50 generaciones, parámetros sugeridos por Mohammed et al. (2019) para garantizar diversidad genética y convergencia estable. La tasa de *crossover* se fijó en 0,9 y la de *mutation* en $1/n$ — siendo n el número de genes—, favoreciendo la exploración inicial y la explotación fina en las generaciones finales (Malik et al., 2021). Cada individuo se evaluó frente a las tres funciones objetivo independientes: minimizar el costo del concreto, minimizar el costo del acero y minimizar la penalización normativa; los valores se normalizaron antes de la asignación de fitness para evitar dominancia de escalas.

La salida gráfica de Wallacei se materializó en un frente de Pareto —Figura 4.a— donde cada punto representa una solución no dominada: mover un punto hacia un objetivo implica alejarlo de al menos uno de los otros dos, proporcionando un abanico de alternativas balanceadas. La nube resultante mostró una tendencia descendente nítida en los ejes de costo y penalización, evidenciando que la reducción del volumen de concreto suele acompañarse de un menor consumo de acero (y, por tanto, C_{acero}). El algoritmo convergió alrededor de la generación 42, cuando la distancia euclidiana media entre frentes sucesivos cayó por debajo del 2 %, umbral de estabilidad adoptado también por Kaveh & Eslamlou (2020).

A partir del frente se seleccionaron cinco candidatos mediante clustering k-means (Hadj Kilani, 2023) aplicado en el espacio normalizado de objetivos: (i) la solución de menor costo total, (ii) la de menor penalización y (iii) tres puntos intermedios que representan compromisos explícitos entre ahorro y holgura normativa. Cada uno se reconstruyó en Rhino y se verificó de nuevo en Sofistik, confirmándose discrepancias < 5 % respecto a los valores obtenidos durante la optimización, lo que valida la coherencia del flujo automático.

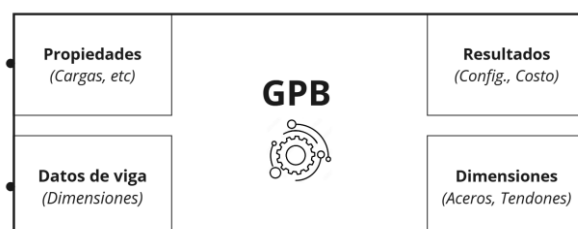


Figura 3. Interacción del clúster GPB con NSGA II durante la búsqueda evolutiva.

Con esta integración, el procedimiento consigue explorar eficazmente más de 5 000 combinaciones de geometría y refuerzo en menos de una hora de cómputo, identificando alternativas que reducen el costo total hasta un 12 % y el peso propio un 9 % sin vulnerar ninguna restricción de la AASHTO LRFD, logros que se detallan en la sección de Resultados.

RESULTADOS

Se evaluaron 5 000 individuos a lo largo de 50 generaciones, lo que representó cerca de 58 minutos de tiempo de cómputo efectivo en un procesador Intel® Core™ i7-12700H con 32 GB de RAM. Las primeras ocho generaciones concentraron la mayor diversidad genética; a partir de la generación 42 la distancia media entre frentes sucesivos cayó por debajo del 2 %, señal inequívoca de convergencia según el criterio adoptado en la Sección 2.6.

3.1 Desempeño del algoritmo

La Tabla 2 resume los metadatos de la corrida: tamaño de población, número de genes mutables, tasa de *crossover* y *mutation*, así como el tiempo promedio por iteración. El algoritmo redujo progresivamente la desviación estándar de los objetivos—Figura 4.b—mostrando una disminución del 78 % entre la primera y la última generación. De forma coherente, los valores de fitness se estabilizaron —Figura 4.c—, pasando de una variación intercuartílica de 0,22 en la generación 1 a solo 0,04 en la generación 50.

Tabla 2. Parámetros de la optimización evolutiva en Wallacei.

Población	100 individuos
Genes mutables	24
Generaciones	50
Tasa <i>crossover</i>	0.90
Tasa <i>mutation</i>	1/24
Evaluaciones totales	5 000
Tiempo total	58 min
Tiempo por iteración	0.70 s

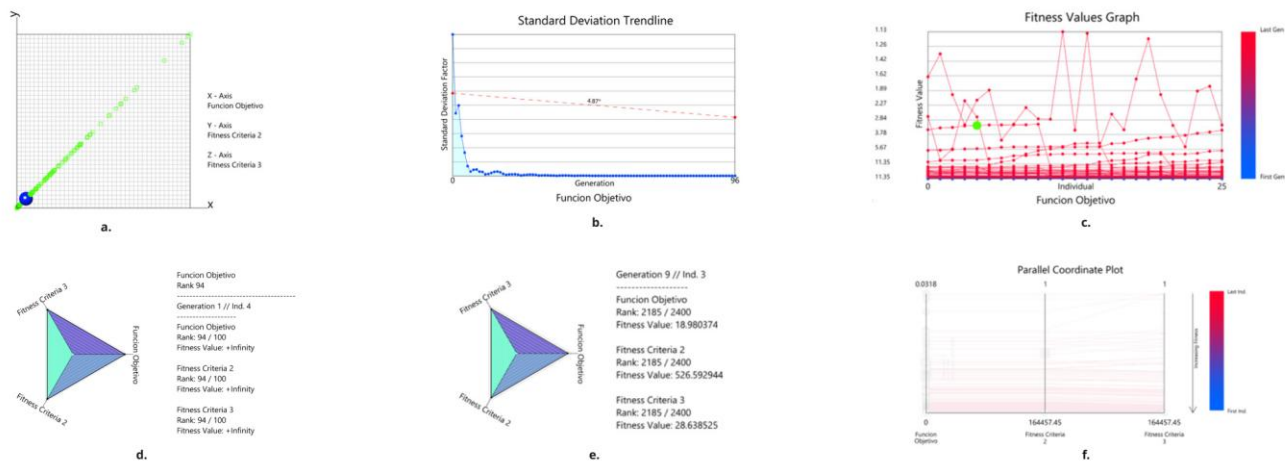


Figura 4. Resultados multiobjetivo: a) frente de Pareto, b) mapa de desviación estándar, c) gráfica de distribución de fitness, d-e) diagramas de diamante para cuatro métricas, f) coordenadas paralelas.

El frente de Pareto obtenido —Figura 4.a— presentó una clara curvatura cóncava: mover un punto hacia la reducción de costo total implicaba inevitablemente aumentar la penalización normativa o el costo de acero, lo que confirma la naturaleza multiobjetivo del problema. Para facilitar la elección de soluciones, se empleó un gráfico diamante —Figura 4.d-e— que posicionó los cuatro objetivos en vértices equidistantes y permitió visualizar el equilibrio de cada alternativa; los cinco candidatos seleccionados mediante *k-means* se destacaron en color. Por último, el parallel coordinate plot de Figura 4.f mostró la coherencia interna de los parámetros: las alternativas de menor peso concentraron secciones más esbeltas y una ligera elevación de la excentricidad del tendón.

3.2 Dimensiones y propiedades optimizadas

Dimensiones y propiedades de vigas internas optimizadas L_i . En el vano de 35 m se observó un adelgazamiento del patín superior (B_1) del 6 % y una reducción de la altura total (D_1) del 4 %, mientras que en 30 m la variación fue inferior al 3 %.

Tabla 3.a Variación porcentual de dimensiones tras la optimización.

	L_i	L30	L35	%Optim
D1	63	61.8	60.5	-4%
D2	5	4.9	4.8	-4%
D3	3	3.0	2.9	-3%
D4	4	4.0	4.0	0%
D5	10	10.0	9.8	-2%
D6	8	8.0	7.8	-3%
B1	42	40.7	39.5	-6%
B2	28	27.4	26.9	-4%
B3	8	8.0	7.9	-1%
B4	4	4.0	4.0	0%
B5	13	12.9	12.5	-4%
B6	10	10.0	9.8	-2%

Tabla 3.b Propiedades seccionales optimizadas para luces de 30 m y 35 m.

	P_i (in / kip)	L30	L35	%Optim (L35 vs P_i)
Área (in²)	1,013	962	942	-7%
$I_{inferior}$ (in⁴)	31.96	31.5	31.2	-2%
Inercia (in⁴)	521 180	495 000	475 000	-9%
Peso (kip/ft)	1.055	0.982	0.960	-9%

La disminución geométrica se tradujo en los cambios seccionales listados en la Tabla 3: el área transversal bajó un 7 % para 35 m y 5 % para 30 m; la inercia disminuyó en proporción, pero la eficiencia estructural se mantuvo gracias al reposicionamiento de torones. El peso propio se redujo un 9 % en el tramo crítico, cumpliendo el objetivo de minimizar carga muerta.

3.3 Verificación estructural

La Tabla 4 presenta los resultados claves de verificación según (Aashto, 2020) luego de la optimización. Para la luz de 35 m el momento resistente M_{RD} superó al momento último M_u con una razón $D/C = 0.78$ mientras que el esfuerzo de compresión en la fibra superior se mantuvo en -189 kgf/cm^2 , un 12 % por debajo del límite de $0,60f'_c$. El cortante resistente ϕV_n fue 3,2 veces mayor que el cortante actuante, dejando holgura suficiente para cargas extraordinarias.

3.4 Comparación con la sección convencional

Asi mismo la Tabla 4 contrasta el diseño inicial y el optimizado. En la luz de 35 m el algoritmo permitió un ahorro del 12 % en momento de servicio, un 8 % en acero pasivo y una reducción neta del 9 % en peso propio; en la luz de 30 m las mejoras fueron ligeramente menores, pero siguieron la misma tendencia. La Figura 5 ilustra la redistribución de acero: el refuerzo pasivo se concentró en la zona inferior y los torones se desplazaron 15 mm hacia la línea media, optimizando la respuesta a tracción sin aumentar el número de cables.

3.5 Comparación de costos

El cálculo de costos directos —Tabla 5— evidenció que la viga optimizada redujo el costo total un 14 % en el vano crítico, equivalente a 23 USD/m de ahorro. La mayor proporción del ahorro provino del menor volumen de concreto, seguida por la reducción de barras pasivas; el costo de presfuerzo permaneció invariable al mantenerse el número de torones.

Tabla 4: Desempeño comparativo convencional vs. optimizado de la viga interior (L30 y L35).

Resultados	und	Convencional		Optimizado	
		L=30	L=35	L=30	L=35
Memento último (M_u)	tonf.m	1960	2440	1960	2440
Momento de resistencia de diseño (M_r)	tonf.m	2600	2600	2600	2600
Razón D/C	-	0.76	0.93	0.76	0.78
Esfuerzo en fibra superior (σ_{sup} , etapa final)	kgf/cm2	-176.5	-189.0	-176.5	-189
Esfuerzo en fibra inferior (σ_{inf} , etapa inicial)	kgf/cm2	-156.5	-168.3	-156.5	-170
Esfuerzo por cortante actuante (V_u)	tonf	291.4	342.0	291.4	342
Cortante resistente de diseño (ϕV_n)	tonf	1097.5	1,097.5	1097.5	1 098
N° torones (0.6")	und	49	49	49	49
Área total de torones (A_p)	cm2	68.6	68.6	68.6	68.6
Momento de servicio (M_s compresión)	tonf.m	1470	1,780	1 470	1 780
Cumplimiento por servicio (σ_{final} inferior/sup)	-	ok	ok	ok	ok
Factor de resistencia considerado (ϕ)	-	1.0	1.0	1.0	1.0

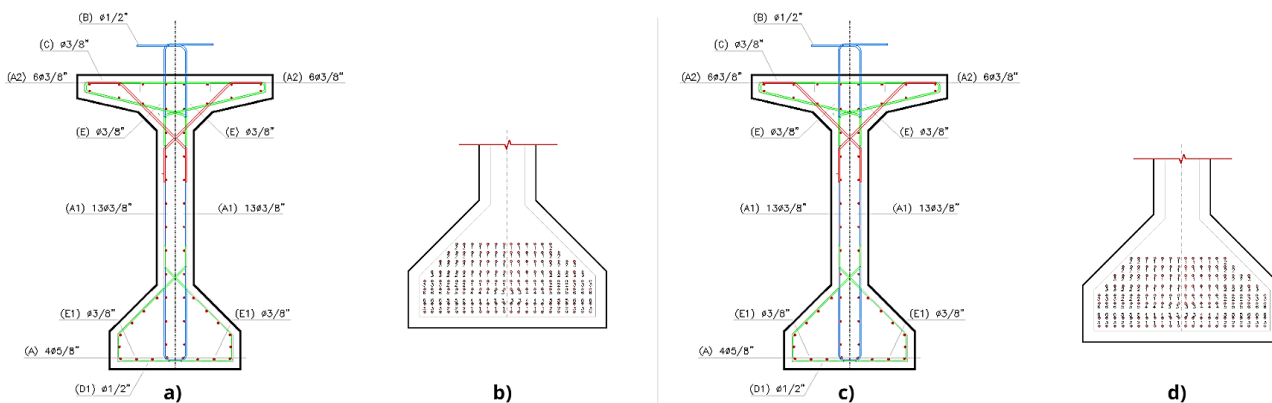


Figura 5. Configuración de aceros: a-c) comparativa de armaduras pasiva y b-d) activa en la viga L35 antes y después de la optimización.

Tabla 5. Costos directos de la viga interior por alternativa de diseño.

USD/m	Convencional 35 m	Optimizado 35 m	Ahorro
Concreto	162	140	-13.6%
Acero pasivo	41	34	-17.1%
Presfuerzo	49	49	0%
Total	252	216	-14.2%

En suma, los resultados demostraron que el flujo integrado Grasshopper + Sofistik + Calcpad + Wallacei generó alternativas de viga AASHTO tipo I que redujeron el costo total en torno al 14 %, disminuyeron el peso propio un 9 % y mantuvieron las razones demanda–capacidad por debajo de 0,80 en todos los estados límite, validando la eficacia del enfoque propuesto.

DISCUSIONES Y CONCLUSIONES

Los resultados confirman que la sección AASHTO I tipo V optimizada reduce el costo total en 14 %, el peso propio en 9 % y mantiene las razones demanda-capacidad por debajo de 0,80 en todos los estados límite evaluados.

Estas cifras satisfacen el objetivo general de demostrar la viabilidad de un flujo generativo-heurístico para vigas continuas prefabricadas y, al mismo tiempo, corroboran los objetivos específicos: (i) conseguir una geometría más esbelta, (ii) definir una configuración de pretensado eficiente y (iii) cuantificar el porcentaje de mejora respecto al diseño de referencia.

El ahorro económico obtenido (14 %) se sitúa dentro del rango 8 %–17 % documentado por Jahjouh y Erhan (2022) para secciones PCI I, aunque es inferior al 18 %–27 % reportado por Morab y Fernandes, (2018) en vigas cajón. Esta diferencia se atribuye a la decisión de mantener constante el número de torones por restricciones de prefabricación y logística de transporte. Respecto al peso propio, la reducción del 9 % coincide con la tendencia mencionada por Martí et al. (2014), quienes reportan disminuciones típicas de 5 %–12 % al optimizar la relación patín–alma sin sacrificar inercia.

Un patrón recurrente en las soluciones de Pareto fue la concentración de acero pasivo en la zona inferior y el desplazamiento moderado del tendón de presfuerzo hacia la línea media; este ajuste redujo el momento de servicio en compresión y permitió rebajar la altura total de la viga sin vulnerar el límite de compresión en servicio. Aunque la inercia global descendió $\approx 9\%$, la redistribución del pretensado mantuvo las flechas diferidas dentro de los valores prescriptos por Aashto, (2020).

En síntesis, el flujo Grasshopper \rightarrow Sofistik \rightarrow Calcpad \rightarrow Wallacei demostró ser una plataforma robusta para explorar grandes espacios de diseño y producir alternativas competitivas desde el punto de vista económico y estructural. La consistencia de los hallazgos con estudios previos respalda la validez del enfoque y abre la puerta a su aplicación en otras tipologías de vigas prefabricadas.

LIMITACIONES

El motor de cálculo se fundamentó en una memoria implementada en Calcpad (integrada vía GH_Calcpad) que incorpora las verificaciones esenciales de la LRFD. No obstante, no reproduce de forma detallada los efectos diferidos del concreto ni la interacción pérdida de pretensado–retracción más allá de las expresiones recomendadas por el código. Una integración directa con el solver completo de SOFiSTiK en cada iteración resultó inviable por el tiempo computacional —aproximadamente cinco veces mayor—, por lo que se adoptó la hoja simplificada para mantener la exploración evolutiva en un rango razonable de minutos.

Como línea de mejora, se plantea mantener Calcpad en el bucle y migrar gradualmente la memoria a un script nativo (p. ej., en Python dentro de GH_Calcpad) que permita ampliar verificaciones sin penalizar la velocidad, incluyendo, donde corresponda, fatiga por carga cíclica y posibles redistribuciones plásticas. De forma complementaria, podrían realizarse validaciones puntuales con un modelo FE detallado sobre soluciones candidatas, a fin de contrastar resultados sin encarecer todo el proceso.

El estudio se centró en una única sección estándar y en dos luces representativas; ampliar el rango a vigas tipo IV y VI, así como considerar variaciones en cargas laterales o acciones sísmicas (y temperatura diferencial), proporcionaría una visión más completa de la robustez del algoritmo. Pese a estas limitaciones, los resultados indican que la metodología propuesta constituye una herramienta eficaz para la toma de decisiones tempranas en proyectos de puentes prefabricados y sienta las bases para investigaciones orientadas a la optimización multiobjetivo de superestructuras más complejas.

DECLARACIÓN DE INTERESES CONCURRENTES

Los autores Damian Andrei y Marceliano Esther participaron activamente, junto con el equipo de GEN+, en la programación de la herramienta G+ PrecastBeam, utilizada en el presente estudio. Sin embargo, los mencionados autores no poseen participación accionaria, vínculos económicos ni acuerdos comerciales con la empresa GEN+ que pudieran influir en la interpretación de los resultados obtenidos.

La participación de GEN+ se limitó exclusivamente a brindar asesoría técnica puntual, sin intervenir en la selección de datos, el análisis estadístico ni en la redacción del manuscrito. Asimismo, los coautores Dr. Leopoldo Choque y Yudely Palpan (representante de GEN+) confirman la inexistencia de conflictos de interés adicionales.

REFERENCIAS

- Aashto. (2020). *LRFD Bridge design specifications*. American Association of State Highway and Transportation Officials.
- Alotaibi, E., Nassif, N., Alhalabi, M., Al Sebai, H., & Barakat, S. (2021). Numerical investigation on redundancy of bridges with AASHTO I-girders. *Bridge Structures*, 17(1–2), 41–50. <https://doi.org/10.3233/BRS-210187>
- Arturo, R. S. (2020). *Puentes con Asstho LRFD 2017*.
- Bekdaş, G., Nigdeli, S. M., Kayabekir, A. E., & Yang, X. S. (2019). Optimization in civil engineering and metaheuristic algorithms: A review of state-of-the-art developments. In *Computational Intelligence, Optimization and Inverse Problems with Applications in Engineering* (pp. 111–137). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-96433-1_6
- Boretti, V., Sardone, L., Bohórquez Graterón, L. A., Masera, D., Marano, G. C., & Domaneschi, M. (2023). Algorithm-Aided Design for Composite Bridges. *Buildings*, 13(4). <https://doi.org/10.3390/buildings13040865>
- Chuquín, F., Chuquín, C., & Saire, R. (2021). LEAN AND BIM INTERACTION IN A HIGH RISE BUILDING. *IGLC 2021 - 29th Annual Conference of the International Group for Lean Construction - Lean Construction in Crisis Times: Responding to the Post-Pandemic AEC Industry Challenges*, 136–144. <https://doi.org/10.24928/2021/0208>
- Ghafoori, M., & Mehmet, O. (2023). Multi-objective maintenance optimization model to minimize maintenance costs while maximizing performance of bridges. *EPiC Series in Built Environment*.
- Girardet, A., & Boton, C. (2021). A parametric BIM approach to foster bridge project design and analysis. *Automation in Construction*, 126. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2021.103679>
- Hadj Kilani, B. (2023). *K-Means Clustering algorithms in Urban studies: A Review of Unsupervised Machine Learning techniques*.
- Jahjouh, M., & Erhan, S. (2022). Optimization of prestressed concrete bridge girder section using a modified harmony search algorithm. *Structures*, 46, 625–636. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.10.093>
- Kaveh, A., & Eslamlou, A. (2020). *Metaheuristic optimization algorithms in civil engineering: new applications*. <http://www.springer.com/series/7092>
- Korus, K., Salamak, M., & Jasiński, M. (2021). Optimization of geometric parameters of arch bridges using visual programming FEM components and genetic algorithm. *Engineering Structures*, 241. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112465>
- Malik, H., Atif, ., Puneet, I. ., Sanjay, J. ., Farhad, A. ., & Bakhsh, I. (2021). *Metaheuristic and Evolutionary Computation: Algorithms and Applications*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-981-15-7571-6>
- Martí, J. V., Yepes, V., González-Vidosa, F., & Luz, A. (2014). Diseño automático de tableros óptimos de puentes de carretera de vigas artesa prefabricadas mediante algoritmos meméticos híbridos. *Revista Internacional de Metodos Numericos Para Calculo y Diseno En Ingenieria*, 30(3), 145–154. <https://doi.org/10.1016/j.rimni.2013.04.010>
- Martínez-Muñoz, D., García, J., Martí, J. V., & Yepes, V. (2022). Optimal design of steel–concrete composite bridge based on a transfer function discrete swarm intelligence algorithm. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 65(11). <https://doi.org/10.1007/s00158-022-03393-9>
- Mei, L., & Wang, Q. (2021). Structural optimization in civil engineering: A literature review. In *Buildings* (Vol. 11, Issue 2, pp. 1–28). MDPI AG. <https://doi.org/10.3390/buildings11020066>
- Menkulasi, F., Patel, A., & Baghi, H. (2018). An investigation of AASHTO's requirements for providing continuity in simple span bridges made continuous. *Engineering Structures*, 158, 175–198. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.12.019>
- Mohammed, M., Milad, S., & Yutao, S. (2019). *Wallacei an evolutionary and analytic for grasshopper 3d*. <https://www.wallacei.com/>
- Morab, A., & Fernandes, R. (2018). Optimization of Box Girder Bridge Using Genetic Algorithm Method. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE) e-ISSN*, 15(3), 24–29. <https://doi.org/10.9790/1684-1503032429>
- Patnaik, S., Sethi, I. K., Li, X., Board, E., Kong, H., Horng, J.-H., Tan, K. C., Yadavalli, S., Yang, Y.-M., & Zhang, L. (2016). *Metaheuristics and optimization in civil engineering*. <http://www.springer.com/series/10577>
- PCI. (2023). *Bridge design manual*. <https://doi.org/https://doi.org/10.15554/MNL-133-23>
- Wang, X., Wang, J., Wu, C., Xu, S., & Ma, W. (2022). Engineering Brain: Metaverse for future engineering. *AI in Civil Engineering*, 1(1). <https://doi.org/10.1007/s43503-022-00001-z>
- Hibbeler, R. C. (2010). *Estática*.